



COMMISSION EUROPÉENNE
DIRECTIONS GÉNÉRALES
Politique régionale et urbaine
Emploi, affaires sociales et égalité des chances
Affaires maritimes

Guide sur les méthodes d'échantillonnage à l'intention des autorités d'audit

Périodes de programmation 2007-2013 et 2014-2020

AVERTISSEMENT: «Le présent document de travail a été rédigé par les services de la Commission. Il se fonde sur la législation de l'UE applicable pour fournir des conseils d'ordre technique aux pouvoirs publics, aux praticiens, aux bénéficiaires effectifs ou potentiels ainsi qu'aux autres organismes chargés de surveiller, de contrôler ou d'appliquer la politique de cohésion et la politique maritime et pour les aider ainsi à interpréter et à mettre en pratique les dispositions de l'UE en la matière. Dans ce document, les services de la Commission interprètent et expliquent ces dispositions pour faciliter l'exécution des programmes et promouvoir les bonnes pratiques. Le présent guide ne préjuge cependant pas de l'interprétation de la Cour de justice et du Tribunal ni des décisions de la Commission.»

TABLE DES MATIERES

1	INTRODUCTION	8
2	REFERENCES REGLEMENTAIRES	9
3	MODELE DE RISQUE D'AUDIT ET PROCEDURES D'AUDIT.....	9
3.1	MODELE DE RISQUE	9
3.2	NIVEAU D'ASSURANCE/CONFIANCE POUR LES CONTROLES D'OPERATIONS	13
3.2.1	<i>Introduction</i>	<i>13</i>
3.2.2	<i>Détermination du niveau d'assurance applicable lorsque plusieurs programmes sont regroupés</i>	<i>15</i>
4	CONCEPTS STATISTIQUES LIES AUX CONTROLES D'OPERATIONS	16
4.1	METHODE D'ECHANTILLONNAGE.....	16
4.2	METHODES DE SELECTION	17
4.3	EXTRAPOLATION (ESTIMATION).....	18
4.4	PRECISION (ERREUR D'ECHANTILLONNAGE)	19
4.5	POPULATION	20
4.6	UNITES D'ECHANTILLONNAGE NEGATIVES	22
4.7	STRATIFICATION	26
4.8	UNITE D'ECHANTILLONNAGE.....	26
4.9	ERREUR SIGNIFICATIVE.....	27
4.10	ERREUR ACCEPTABLE ET PRECISION PREVUE	27
4.11	VARIABILITE	28
4.12	INTERVALLE DE CONFIANCE ET LIMITE SUPERIEURE DE L'ERREUR.....	30
4.13	NIVEAU DE CONFIANCE	31
4.14	TAUX D'ERREUR	32
5	TECHNIQUES D'ECHANTILLONNAGE POUR LES CONTROLES D'OPERATIONS ...	32
5.1	APERÇU GENERAL.....	32
5.2	CONDITIONS D'APPLICABILITE DES PLANS D'ECHANTILLONNAGE.....	35
5.3	NOTATION	37
6	METHODES D'ECHANTILLONNAGE	39
6.1	ÉCHANTILLONNAGE ALEATOIRE SIMPLE	39
6.1.1	<i>Approche classique.....</i>	<i>39</i>
6.1.1.1	<i>Introduction</i>	<i>39</i>
6.1.1.2	<i>Taille de l'échantillon.....</i>	<i>40</i>
6.1.1.3	<i>Erreur prévue.....</i>	<i>41</i>
6.1.1.4	<i>Précision.....</i>	<i>42</i>
6.1.1.5	<i>Évaluation.....</i>	<i>43</i>
6.1.1.6	<i>Exemple.....</i>	<i>44</i>
6.1.2	<i>Échantillonnage aléatoire simple stratifié.....</i>	<i>49</i>
6.1.2.1	<i>Introduction</i>	<i>49</i>
6.1.2.2	<i>Taille de l'échantillon.....</i>	<i>50</i>
6.1.2.3	<i>Erreur prévue.....</i>	<i>51</i>
6.1.2.4	<i>Précision.....</i>	<i>52</i>
6.1.2.5	<i>Évaluation.....</i>	<i>53</i>
6.1.2.6	<i>Exemple.....</i>	<i>53</i>
6.1.3	<i>Échantillonnage aléatoire simple – deux périodes</i>	<i>61</i>

6.1.3.1	Introduction	61
6.1.3.2	Taille de l'échantillon.....	61
6.1.3.3	Erreur prévue.....	64
6.1.3.4	Précision.....	64
6.1.3.5	Évaluation.....	65
6.1.3.6	Exemple.....	66
6.2	ESTIMATION PAR LA DIFFERENCE.....	72
6.2.1	<i>Approche classique</i>	72
6.2.1.1	Introduction	72
6.2.1.2	Taille de l'échantillon.....	72
6.2.1.3	Extrapolation	73
6.2.1.4	Précision.....	74
6.2.1.5	Évaluation.....	74
6.2.1.6	Exemple.....	75
6.2.2	<i>Estimation par la différence - stratification</i>	78
6.2.2.1	Introduction	78
6.2.2.2	Taille de l'échantillon.....	78
6.2.2.3	Extrapolation	79
6.2.2.4	Précision.....	79
6.2.2.5	Évaluation.....	80
6.2.2.6	Exemple.....	81
6.2.3	<i>Estimation par la différence – deux périodes</i>	85
6.2.3.1	Introduction	85
6.2.3.2	Taille de l'échantillon.....	85
6.2.3.3	Extrapolation	86
6.2.3.4	Précision.....	86
6.2.3.5	Évaluation.....	87
6.2.3.6	Exemple.....	87
6.3	ÉCHANTILLONNAGE EN UNITES MONÉTAIRES	92
6.3.1	<i>Approche classique</i>	92
6.3.1.1	Introduction	92
6.3.1.2	Taille de l'échantillon.....	93
6.3.1.3	Sélection de l'échantillon	94
6.3.1.4	Erreur prévue.....	95
6.3.1.5	Précision.....	96
6.3.1.6	Évaluation.....	97
6.3.1.7	Exemple.....	98
6.3.2	<i>Stratification de l'échantillonnage en unités monétaires</i>	103
6.3.2.1	Introduction	103
6.3.2.2	Taille de l'échantillon.....	104
6.3.2.3	Sélection de l'échantillon	105
6.3.2.4	Erreur prévue.....	106
6.3.2.5	Précision.....	107
6.3.2.6	Évaluation.....	108
6.3.2.7	Exemple.....	108
6.3.3	<i>Échantillonnage en unités monétaires – deux périodes</i>	114
6.3.3.1	Introduction	114
6.3.3.2	Taille de l'échantillon.....	114
6.3.3.3	Sélection de l'échantillon	117
6.3.3.4	Erreur prévue.....	117
6.3.3.5	Précision.....	119
6.3.3.6	Évaluation.....	119
6.3.3.7	Exemple.....	120
6.3.4	<i>Stratification de l'échantillonnage en unités monétaires à deux périodes</i>	127

6.3.4.1	Introduction	127
6.3.4.2	Taille de l'échantillon.....	128
6.3.4.3	Sélection de l'échantillon	131
6.3.4.4	Erreur prévue.....	132
6.3.4.5	Précision.....	134
6.3.4.6	Évaluation.....	134
6.3.4.7	Exemple.....	135
6.3.5	<i>Approche conservative</i>	147
6.3.5.1	Introduction	147
6.3.5.2	Taille de l'échantillon.....	148
6.3.5.3	Sélection de l'échantillon	149
6.3.5.4	Erreur prévue.....	150
6.3.5.5	Précision.....	151
6.3.5.6	Évaluation.....	152
6.3.5.7	Exemple.....	153
6.4	ÉCHANTILLONNAGE NON STATISTIQUE	158
6.4.1	<i>Introduction</i>	158
6.4.2	<i>Échantillonnage non statistique stratifié et non stratifié</i>	159
6.4.3	<i>Taille de l'échantillon</i>	161
6.4.4	<i>Sélection de l'échantillon</i>	162
6.4.5	<i>Extrapolation</i>	163
6.4.5.1	Sélection fondée sur l'égalité des probabilités.....	163
6.4.5.2	Sélection fondée sur l'égalité des probabilités avec stratification	164
6.4.5.3	Sélection fondée sur la probabilité proportionnelle aux dépenses	164
6.4.5.4	Sélection fondée sur la probabilité proportionnelle aux dépenses avec stratification	165
6.4.6	<i>Évaluation</i>	166
6.4.7	<i>Exemple 1 – échantillonnage avec PPS</i>	166
6.4.8	<i>Exemple 2 – échantillonnage avec égalité des probabilités</i>	169
6.4.9	<i>Échantillonnage non statistique – deux périodes</i>	171
6.4.9.1	Échantillonnage non statistique – deux périodes – sélection à égalité des probabilités	173
6.4.9.2	Échantillonnage non statistique – deux périodes – sélection PPS.....	177
6.4.10	<i>Échantillonnage à deux degrés (sous-échantillonnage) dans les méthodes d'échantillonnage non statistiques</i>	182
6.5	METHODES D'ÉCHANTILLONNAGE APPLICABLES AUX PROGRAMMES DE COOPERATION TERRITORIALE EUROPEENNE (EUROPEAN TERRITORIAL COOPERATION – ETC).....	183
6.5.1	<i>Introduction</i>	183
6.5.2	<i>Unité d'échantillonnage</i>	183
6.5.3	<i>Méthodologie d'échantillonnage</i>	185
6.5.3.1	Échantillonnage à deux degrés et à trois degrés (sous-échantillonnage)	186
6.5.3.2	Principales configurations potentielles des unités d'échantillonnage dans un échantillonnage à deux et à trois degrés	189
6.5.3.3	Approche possible de l'échantillonnage à deux degrés (opération comme unité d'échantillonnage et sous-échantillon de partenaires du projet, le chef de file et un échantillon d'autres partenaires étant sélectionnés).....	195
7	SELECTION DE THEMES	201
7.1	COMMENT DETERMINER L'ERREUR ANTICIPEE.....	201
7.2	ÉCHANTILLONNAGE SUPPLEMENTAIRE	203
7.2.1	<i>Échantillonnage complémentaire (en raison d'une couverture insuffisante des domaines à haut risque)</i>	203
7.2.2	<i>Échantillonnage supplémentaire (en raison de résultats d'audit non concluants)</i>	204
7.3	ÉCHANTILLONNAGE REALISE PENDANT L'ANNEE.....	205
7.3.1	<i>Introduction</i>	205

7.3.2	<i>Notes complémentaires sur l'échantillonnage à périodes multiples</i>	207
7.3.2.1	Présentation	207
7.3.2.2	Exemple.....	209
7.4	CHANGEMENT DE METHODE D'ECHANTILLONNAGE PENDANT LA PERIODE DE PROGRAMMATION 217	
7.5	TAUX D'ERREUR	217
7.6	ÉCHANTILLONNAGE A DEUX DEGRES (SOUS-ECHANTILLONNAGE).....	217
7.6.1	<i>Introduction</i>	217
7.6.2	<i>Taille de l'échantillon</i>	221
7.6.3	<i>Extrapolation</i>	222
7.6.4	<i>Précision</i>	224
7.6.5	<i>Exemple</i>	224
7.7	NOUVEAU CALCUL DU NIVEAU DE CONFIANCE	229
7.8	STRATEGIES APPLICABLES A L'AUDIT DE GROUPES DE PROGRAMMES ET DE PROGRAMMES PLURIFONDS	231
7.8.1	<i>Introduction</i>	231
7.8.2	<i>Exemple</i>	234
7.9	TECHNIQUES D'ECHANTILLONNAGE APPLICABLES AUX AUDITS DE SYSTEMES.....	243
7.9.1	<i>Introduction</i>	243
7.9.2	<i>Taille de l'échantillon</i>	245
7.9.3	<i>Extrapolation</i>	246
7.9.4	<i>Précision</i>	246
7.9.5	<i>Évaluation</i>	247
7.9.6	<i>Méthodes particulières d'échantillonnage par attributs</i>	247
7.10	DISPOSITIONS RELATIVES AU CONTROLE PROPORTIONNEL POUR LA PERIODE DE PROGRAMMATION 2014-2020 – IMPLICATIONS POUR L'ECHANTILLONNAGE.....	248
7.10.1	<i>Restrictions à la sélection d'échantillons imposées par l'article 148, paragraphe 1, du RDC</i> 248	
7.10.2	<i>Méthodologie d'échantillonnage en vertu des dispositions relatives au contrôle proportionnel</i>	251
7.10.3	<i>Exemples</i>	256
7.10.3.1	Exemples de remplacement d'unités d'échantillonnage dans le cadre de méthodes PPS (échantillonnage non statistique en unités monétaires et PPS)	256
7.10.3.2	Exemple d'exclusion d'opérations au stade de la sélection de l'échantillon dans l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires	261
7.10.3.3	Exemple d'exclusion d'opérations au stade de la sélection de l'échantillon dans l'approche conservative de l'échantillonnage en unités monétaires.....	265
7.10.3.4	Exemple d'exclusion d'opérations au stade de la sélection de l'échantillon dans l'échantillonnage aléatoire simple (estimation par la moyenne et par le quotient).....	268

**ANNEXE 1 – EXTRAPOLATION DES ERREURS ALEATOIRES EN PRESENCE D'ERREURS
SYSTEMIQUES275**

1.	INTRODUCTION	275
2.	ÉCHANTILLONNAGE ALEATOIRE SIMPLE.....	277
2.2	<i>Estimation par la moyenne</i>	277
2.3	<i>Estimation par le quotient</i>	277
3.	ESTIMATION PAR LA DIFFERENCE	278
4.	ÉCHANTILLONNAGE EN UNITES MONETAIRES	279
4.1	<i>Approche classique dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires</i>	280
4.2	<i>Estimation par le quotient dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires</i>	282
4.3	<i>Approche conservative dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires</i>	283

5. ÉCHANTILLONNAGE NON STATISTIQUE.....	283
ANNEXE 2 – FORMULES APPLICABLES A L’ECHANTILLONNAGE A PERIODES MULTIPLES	286
1. ÉCHANTILLONNAGE ALEATOIRE SIMPLE.....	286
1.1 TROIS PERIODES.....	286
1.1.1 Taille d’échantillon.....	286
1.1.2 Extrapolation et précision.....	287
1.2 QUATRE PERIODES	288
1.2.1 Taille d’échantillon.....	288
1.2.2 Extrapolation et précision.....	290
2. ÉCHANTILLONNAGE EN UNITES MONETAIRES	291
2.1 TROIS PERIODES.....	291
2.1.1 Taille d’échantillon.....	291
2.1.2 Extrapolation et précision.....	292
2.2 QUATRE PERIODES	293
2.2.1 Taille d’échantillon.....	293
2.2.2 Extrapolation et précision.....	294
ANNEXE 3 – FACTEURS DE FIABILITE UTILISES DANS LE CADRE DE L’ECHANTILLONNAGE EN UNITES MONETAIRES.....	295
ANNEXE 4 – VALEURS DE REFERENCE ISSUES DE LA LOI NORMALE REDUITE (Z)....	296
ANNEXE 5 – FORMULES MS EXCEL UTILES DANS LE CADRE DE L’ECHANTILLONNAGE.....	297
ANNEXE 6 – GLOSSAIRE	298

Liste d'acronymes

- AA – Autorité d'audit (audit authority)
- RAC – Rapport annuel de contrôle
- AE – Erreur anticipée (anticipated error)
- AR – Risque d'audit (audit risk)
- BP – Précision de base (basic precision)
- BV – Valeur comptable (book value) (dépenses déclarées à la Commission au cours de la période de référence)
- COCOF – Comité de coordination des Fonds
- CR – Risque de contrôle (control risk)
- RD – Risque de détection
- E_i – Erreurs individuelles de l'échantillon (individual errors in the sample)
- \bar{E} – Erreur moyenne de l'échantillon (mean error of the sample)
- CE – Communauté européenne
- EE – Erreur prévue (projected error)
- EDR – Taux d'écart extrapolé (extrapolated deviation rate)
- EF – Facteur d'extension (expansion factor)
- ETC – Coopération territoriale européenne (European territorial cooperation)
- IA – Tolérance incrémentielle (incremental allowance)
- IR – Risque inhérent (inherent risk)
- IT – Technologies de l'information (information technologies)
- SGC – Système de gestion et de contrôle
- MUS – Sondage par unité monétaire (monetary unit sampling)
- PPS – Probabilité proportionnelle à la taille (probability proportional to size)
- RF – Facteur de fiabilité (reliability factor)
- SE – Erreur d'échantillonnage (précision) (réelle, c.-à-d. après la réalisation des travaux d'audit) (sampling error)
- SI – Intervalle d'échantillonnage (sampling interval)
- TE – Erreur maximale acceptable (maximum tolerable error)
- TPE – Erreur totale prévue (correspond également à l'acronyme TPER utilisé pour la période de programmation 2007-2013)
- ULD – Limite supérieure de l'écart (upper limit of deviation)
- ULE – Limite supérieure de l'erreur (upper limit of error)

1 Introduction

Le présent guide sur l'échantillonnage à des fins de contrôle des comptes a été élaboré dans le but de fournir aux autorités de contrôle des États membres un aperçu actualisé des méthodes d'échantillonnage les plus fréquemment appliquées et appropriées, et de leur offrir ainsi un appui concret à la mise en œuvre du cadre réglementaire pour la période de programmation 2007-2013 et, le cas échéant, 2014-2020.

Les normes de contrôle internationales ainsi que les théories actualisées relatives à l'échantillonnage donnent des orientations sur l'utilisation de l'échantillonnage à des fins d'audit et d'autres méthodes de sélection d'éléments à des fins de test lors de la conception des procédures d'audit.

Le présent guide remplace le guide précédent ayant trait au même thème (référence COCOF 08/0021/03-FR du 4.4.2013). Ce document ne préjuge pas d'autres lignes directrices complémentaires élaborées par la Commission, en particulier les documents suivants:

- Période de programmation 2007-2013:
 - - «Note d'orientation sur les rapports annuels de contrôle et les avis» du 18.2.2009, références COCOF 09/0004/01-FR et EFFC/0037/2009-EN du 23.2.2009;
 - - «Orientations sur le traitement des erreurs mentionnées dans les rapports annuels de contrôle», référence EGESIF_15-0007-01 du 9.10.2015;
 - - «Orientations sur une méthodologie commune pour l'évaluation des systèmes de gestion et de contrôle [MCS] dans les États membres» références COCOF 08/0019/01-EN et EFFC/27/2008 du 12.9.2008.
- Période de programmation 2014-2020:
 - Orientations à l'intention des États membres sur les rapports annuels de contrôle et les avis d'audit (période de programmation 2014-2020), réf. EGESIF_15-0002-02 final du 9.10.2015;
 - Orientations à l'intention de la Commission et des États membres pour une méthodologie commune permettant d'évaluer les systèmes de gestion et de contrôle dans les États membres (EGESIF_14-0010 final du 18.12.2014).

La lecture de ces documents complémentaires est dès lors recommandée de manière à obtenir une vue d'ensemble complète des lignes directrices ayant trait à la production de rapports annuels de contrôle.

2 Références réglementaires

Règlement	Articles
Période de programmation 2007-2013	
Règlement (CE) n° 1083/2006	Article 62: Fonctions de l'autorité d'audit
Règlement (CE) n° 1828/2006	Article 17: Échantillonnage Annexe IV: Paramètres techniques de l'échantillonnage statistique aléatoire à réaliser en vertu de l'article 17
Règlement (CE) n° 1198/2006	Article 61: Fonctions de l'autorité d'audit
Règlement (CE) n° 498/2007	Article 43: Échantillonnage Annexe IV: Paramètres techniques
Période de programmation 2014-2020	
Règlement (UE) n° 1303/2013 Règlement portant dispositions communes (<i>ci-après le «RDC»</i>)	Article 127, paragraphe 5: Fonctions de l'autorité d'audit Article 148, paragraphe 1: Contrôle proportionnel des programmes opérationnels
Règlement (UE) n° 480/2014 Règlement délégué de la Commission (<i>ci-après le «RD»</i>)	Article 28: Méthode à utiliser pour la sélection de l'échantillon d'opérations

3 Modèle de risque d'audit et procédures d'audit

3.1 Modèle de risque

Le **risque d'audit** (audit risk – AR) représente le risque que l'auditeur émette un avis sans réserve lorsque la déclaration de dépenses contient des erreurs significatives.

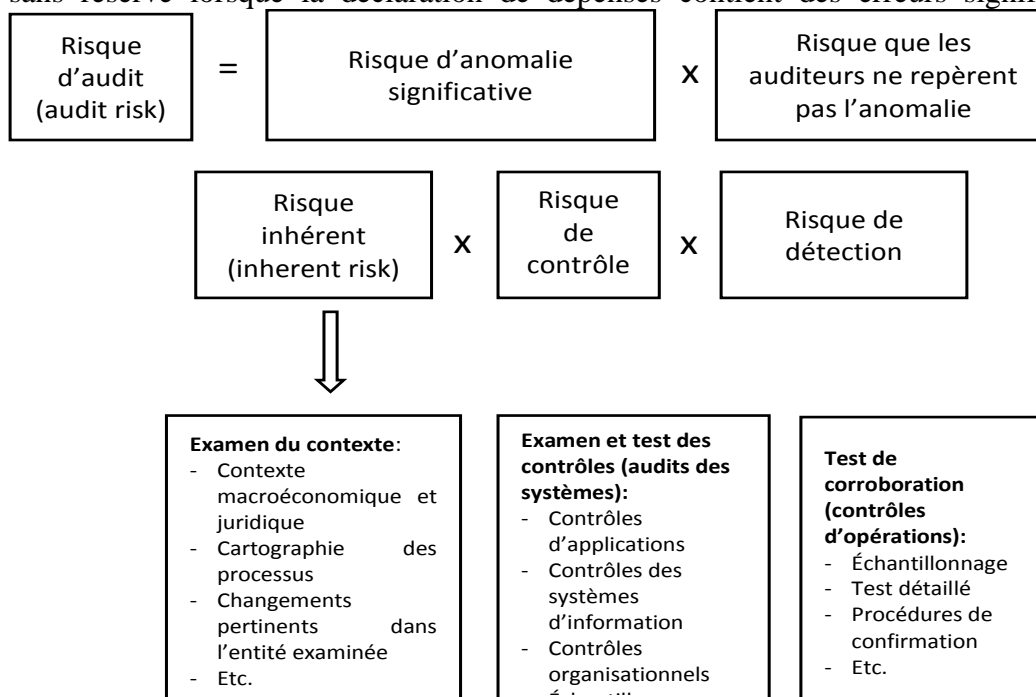


Figure 1: modèle de risque d'audit.

Les trois composantes du risque d'audit sont désignées respectivement «risque inhérent» (*IR* – IR), «risque de contrôle» (*CR* – CR) et «risque de détection» (*DR* – DR). Le modèle de risque d'audit peut être formulé comme suit:

$$AR = IR \times CR \times DR$$

où:

- *IR*, le risque inhérent, est le risque perçu qu'il puisse exister une erreur significative dans les états des dépenses transmis à la Commission, ou dans les niveaux d'agrégation sous-jacents, en l'absence de procédures de contrôle interne. Le risque inhérent est lié au type d'activités de l'entité contrôlée et dépend de facteurs externes (culturels, politiques ou économiques, activités commerciales, clients, fournisseurs, etc.) et de facteurs internes (type d'organisation, procédures, compétence du personnel, changements intervenus récemment dans les processus ou dans les postes de gestion, etc.). Le risque inhérent doit être évalué préalablement aux procédures d'audit détaillées (entretiens avec les membres de la direction et du personnel occupant des postes clés, analyse des informations contextuelles telles que les organigrammes, les manuels et les documents internes/externes). Dans le cas des Fonds structurels et du Fonds pour la pêche, le risque inhérent est généralement fixé à un taux élevé;
- *CR*, le risque de contrôle, est le risque perçu qu'une erreur significative dans les états des dépenses transmis à la Commission, ou dans les niveaux d'agrégation sous-jacents, ne puisse pas être évitée, détectée ni corrigée par les procédures de contrôle interne. En tant que tel, le risque de contrôle est lié au degré de maîtrise du risque inhérent et dépend du système de contrôle interne, ce qui inclut les contrôles d'applications, les contrôles de systèmes d'information et les contrôles organisationnels, pour n'en citer que quelques-uns. Le risque de contrôle peut être évalué au moyen des **audits de systèmes** – vérifications détaillées des contrôles et des informations communiquées, dont l'objectif est de démontrer, d'une part, l'efficacité de la conception et de la réalisation d'un système de contrôle au regard de la prévention ou de la détection d'erreurs significatives et, d'autre part, les capacités de l'organisation concernée à enregistrer, traiter, résumer et communiquer les données.

Le produit entre le risque inhérent et le risque de contrôle (c.-à-d. $IR \times CR$) est appelé le **risque d'erreur significative**. Il est lié aux résultats de l'**audit de systèmes**.

- *DR*, le risque de détection, est le risque perçu qu'une erreur significative dans les états des dépenses transmis à la Commission, ou dans les niveaux d'agrégation sous-jacents, ne puisse pas être détectée par l'auditeur. Le risque de détection est lié au niveau d'adéquation des audits réalisés, ce qui englobe notamment la méthodologie d'échantillonnage, la compétence du personnel ainsi que les techniques et les outils de contrôle. Le risque de détection est lié à la réalisation

des contrôles d'opérations. Ceux-ci comprennent les tests de corroboration de détails ou de transactions concernant les opérations d'un programme, généralement réalisés sur la base d'un échantillon d'opérations.

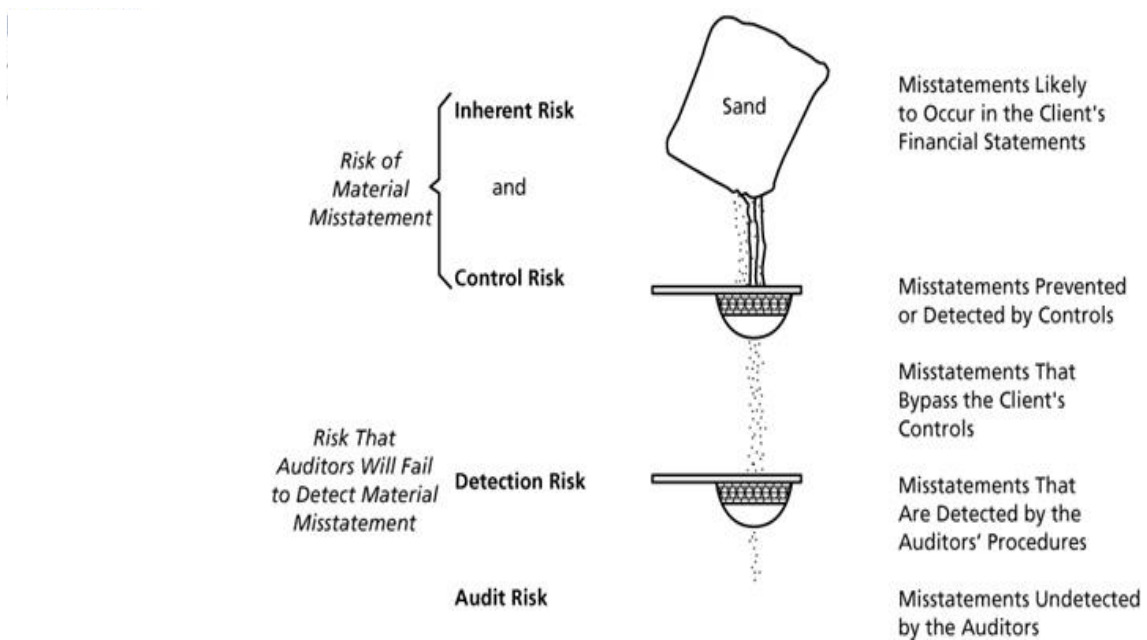


Figure 2: illustration du risque d'audit (adaptation à partir d'une source inconnue).

Le modèle d'assurance est l'opposé du modèle de risque: si le risque d'audit est estimé à 5 %, le niveau d'assurance de l'audit sera de 95 %.

L'application du modèle de risque d'audit/d'assurance s'inscrit dans le cadre de l'organisation de l'audit et de l'affectation des ressources nécessaires pour un ou plusieurs programmes opérationnels, et poursuit deux objectifs:

- la garantie d'un niveau d'assurance élevé: si l'assurance est garantie à un certain niveau, par exemple 95 %, le risque d'audit sera alors de 5 %;
- la réalisation d'audits efficaces: compte tenu, par exemple, d'un niveau d'assurance donné de 95 %, l'auditeur va élaborer des procédures en prenant en considération l'*IR* et le *CR*. L'équipe d'audit pourra ainsi s'investir moins massivement dans certains domaines pour se concentrer davantage sur les domaines à contrôler à plus haut risque.

Il convient de noter que le risque de détection, qui à son tour détermine la taille de l'échantillon en vue de l'échantillonnage des opérations, est obtenu directement pour autant que les niveaux d'*IR* et de *CR* aient été évalués au préalable. En fait,

$$AR = IR \times CR \times DR \Rightarrow DR = \frac{AR}{IR \times CR}$$

où l'*AR* est généralement fixé à 5 %, et où l'*IR* et le *CR* sont évalués par l'auditeur.

Illustration

Niveau d'assurance faible: étant donné un risque d'audit souhaité et accepté de 5 %, si le risque inhérent (= 100 %) et le risque de contrôle (= 50 %) sont élevés, ce qui signifie qu'il s'agit d'une entité à haut risque où les procédures de contrôle interne sont insuffisantes pour maîtriser les risques, l'auditeur devra s'efforcer d'obtenir un risque de détection très faible, équivalant à 10 %. Pour obtenir un risque de détection faible, il faudra augmenter le nombre de tests de corroboration et par conséquent augmenter la taille de l'échantillon.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,5} = 0,1$$

Niveau d'assurance élevé: dans un contexte différent où le risque inhérent est élevé (100 %), mais où des contrôles adéquats ont été mis en place, on peut évaluer le risque de contrôle à 12,5 %. Pour atteindre un risque d'audit de 5 %, le risque de détection peut être égal à 40 %, ce dernier signifiant que l'auditeur pourra prendre davantage de risques en réduisant la taille de l'échantillon. Il en résultera au final un audit moins détaillé et moins coûteux.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,125} = 0,4$$

On observera que les deux scénarios ci-dessus aboutissent à un même niveau de risque d'audit de 5 %, dans des contextes différents.

Au moment d'organiser la mission d'audit, il conviendra d'établir une séquence pour l'évaluation des différents niveaux de risque. Le risque inhérent sera évalué en premier, et le risque de contrôle sera revu en fonction de ce résultat. L'équipe de contrôle déterminera ensuite le risque de détection à partir de ces deux éléments, lequel aura des implications pour le choix des procédures d'audit qui seront utilisées pour les vérifications de détails.

Bien que le modèle du risque d'audit fournisse un cadre de réflexion sur la manière de programmer un audit et d'y allouer les ressources nécessaires, il peut se révéler difficile, sur le terrain, de quantifier avec précision le risque inhérent et le risque de contrôle.

Les niveaux d'assurance/de confiance obtenus dans le cas de contrôles d'opérations sont essentiellement fonction de la qualité des contrôles internes. Les auditeurs évaluent les composantes de risque en fonction de leurs connaissances et de leur expérience, à l'aide d'adjectifs tels que FAIBLE, MODÉRÉ/MOYEN et ÉLEVÉ, plutôt qu'en utilisant des probabilités précises. Si des faiblesses majeures sont détectées à l'audit des systèmes, le risque de contrôle est qualifié d'élevé et le niveau d'assurance fourni par le système concerné est alors faible. En l'absence de faiblesse majeure, le risque de contrôle est

faible et, si le risque inhérent est lui aussi faible, le niveau d'assurance fourni par le système concerné sera élevé.

Ainsi qu'il est indiqué plus haut, si des faiblesses majeures sont constatées durant l'audit des systèmes, le risque d'erreur significative sera qualifié d'élevé (risque de contrôle combiné au risque inhérent); en conséquence, le niveau d'assurance affiché par le système sera faible. L'annexe IV des règlements dispose que si le niveau d'assurance d'un système est faible, «le niveau de confiance utilisé pour les opérations d'échantillonnage ne doit pas être inférieur à 90 %».

En l'absence de faiblesses majeures dans les systèmes, le risque d'erreur significative est faible et le niveau d'assurance donné par le système sera élevé, ce qui signifie que le niveau de confiance à appliquer pour l'échantillonnage des opérations ne doit pas être inférieur à 60 %.

Le point 3.2 fournit un cadre de sélection détaillé pour le choix du niveau d'assurance/confiance aux fins des contrôles d'opérations.

3.2 Niveau d'assurance/confiance pour les contrôles d'opérations

3.2.1 Introduction

Les tests de corroboration doivent être effectués sur des échantillons dont la taille est fonction d'un niveau de confiance déterminé sur la base du niveau d'assurance donné par l'audit des systèmes, en l'espèce:

- au moins 60 % si le niveau d'assurance est élevé;
- niveau d'assurance moyen (bien qu'aucun pourcentage correspondant à ce niveau d'assurance ne soit spécifié dans le règlement de la Commission, un niveau d'assurance de 70 % à 80 % est recommandé);
- au moins 90 % si le niveau d'assurance est faible.

L'autorité d'audit doit établir les critères utilisés pour les audits des systèmes afin de déterminer la fiabilité des systèmes de gestion et de contrôle. Ces critères doivent comprendre une évaluation quantifiée de tous les éléments clés du système (exigences clés) et doivent couvrir les principales autorités et les principaux organismes intermédiaires participant à la gestion et au contrôle du programme opérationnel.

La Commission a élaboré un guide sur la méthodologie d'évaluation des systèmes de gestion et de contrôle¹, applicable tant au niveau des programmes généraux que dans le cadre de l'objectif de coopération territoriale européenne. Il est recommandé que l'AA tienne compte de cette méthodologie.

¹ COCOF 08/0019/01-EN du 6.6.2008; EGESIF_14-0010 du 18.12.2014.

Quatre niveaux de fiabilité y sont prévus:

- Le système fonctionne correctement. Aucune amélioration nécessaire, ou seules des améliorations mineures sont nécessaires;
- Le système fonctionne. Des améliorations sont nécessaires;
- Le système fonctionne partiellement. Des améliorations substantielles sont nécessaires;
- Mauvais fonctionnement général du système.

Le niveau de confiance utilisé pour l'échantillonnage est déterminé en fonction du niveau de fiabilité obtenu par les audits des systèmes.

Trois niveaux d'assurance peuvent être distingués pour ce qui est des systèmes: élevé, modéré et faible. Le niveau modéré correspond effectivement aux deuxième et troisième catégories de la méthodologie d'évaluation des systèmes de gestion et de contrôle, laquelle présente une distinction plus précise entre les deux extrêmes que sont les niveaux «élevé/fonctionnement très correct» et «faible/fonctionnement incorrect».

Le tableau ci-dessous illustre les correspondances recommandées:

Niveau d'assurance résultant des audits des systèmes	Niveau de fiabilité correspondant dans le règlement/niveau d'assurance d'après le système	Niveau de confiance	Risque de détection
1. Le système fonctionne correctement. Aucune amélioration nécessaire, ou seules des améliorations mineures sont nécessaires.	Élevé	60 % au moins	Inférieur ou égal à 40 %
2. Le système fonctionne. Des améliorations sont nécessaires.	Modéré	70 %	30 %
3. Le système fonctionne partiellement. Des améliorations substantielles sont nécessaires.	Modéré	80 %	20 %
4. Mauvais fonctionnement général du système.	Faible	90 % au moins	10 % au maximum

Tableau 1: niveau de confiance pour les contrôles d'opérations en fonction du niveau d'assurance fourni par le système.

Au début de la période de programmation, le niveau d'assurance devrait être faible étant donné qu'un nombre limité – voire nul – d'audits de systèmes aura été effectué. Le niveau de confiance à utiliser sera par conséquent de 90 % au moins. Cependant, si les systèmes n'ont pas été modifiés depuis la période de programmation précédente et s'il existe des éléments probants et fiables issus d'audits attestant la qualité de ces systèmes, l'État membre peut recourir à un autre niveau de confiance (entre 60 % et 90 %). Le niveau de confiance peut également être réduit au cours d'une période de programmation si aucune erreur significative n'a été constatée ou s'il existe des éléments probants attestant d'une amélioration des systèmes au fil du temps. La méthodologie à appliquer pour déterminer ce niveau de confiance devra être exposée dans la stratégie d'audit et les éléments probants issus d'audits utilisés aux fins de cette détermination devront être mentionnés.

Le choix d'un niveau de confiance approprié revêt une importance cruciale pour le contrôle d'opérations dans la mesure où la taille des échantillons dépend largement de ce niveau (la taille de l'échantillon sera d'autant plus grande que le niveau de confiance est élevé). C'est pourquoi les règlements offrent la possibilité de réduire le niveau de confiance et, en conséquence, la charge de travail pour les audits de systèmes affichant un faible taux d'erreur (donc un niveau d'assurance élevé), tout en conservant l'obligation de garantir un niveau de confiance élevé (par conséquent, une taille d'échantillon plus grande) dans le cas de systèmes présentant un taux d'erreur potentiellement élevé (donc un faible niveau d'assurance).

Il est conseillé aux AA d'utiliser activement des paramètres d'échantillonnage qui correspondent à la réalité du fonctionnement des systèmes, en évitant les échantillons d'audit d'une taille excessive et la charge de travail y afférente pour autant qu'une précision appropriée soit garantie.

3.2.2 Détermination du niveau d'assurance applicable lorsque plusieurs programmes sont regroupés

L'autorité d'audit doit appliquer **un seul** niveau d'assurance lorsque plusieurs programmes sont regroupés.

Si les audits des systèmes révèlent, pour des programmes regroupés, des différences dans les conclusions sur le fonctionnement des divers programmes, les choix suivants sont possibles:

- créer deux groupes (ou plus). Par exemple, un groupe pour les programmes au niveau d'assurance faible (niveau de confiance de 90 %), un autre pour les programmes au niveau d'assurance élevé (niveau de confiance de 60 %), etc. Les deux groupes sont traités comme deux populations différentes. Le nombre

de contrôles à effectuer sera dès lors plus important, vu qu'un échantillon devra être prélevé pour chaque groupe;

- appliquer le niveau d'assurance le plus faible obtenu au niveau des programmes pris séparément à l'ensemble des programmes. Le groupe de programmes est traité comme une seule population. Dans ce cas, les conclusions d'audit seront tirées pour l'ensemble du groupe de programmes. Par conséquent, il ne sera généralement pas possible de tirer des conclusions individuelles pour chaque programme.

Dans ce dernier cas, il est possible de recourir à un plan d'échantillonnage stratifié par programme, qui permet généralement une taille d'échantillon plus réduite. Néanmoins, même dans le cas d'une stratification, un seul niveau d'assurance sera utilisé et les conclusions ne demeurent possibles que pour l'ensemble du groupe de programmes. Le point 7.8 peut être consulté pour une présentation plus détaillée des stratégies applicables afin d'auditer des groupes de programmes et des programmes plurifonds.

4 Concepts statistiques liés aux contrôles d'opérations

4.1 Méthode d'échantillonnage

La méthode d'échantillonnage englobe deux éléments: le plan d'échantillonnage (par exemple: plan avec égale probabilité de sélection, plan avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille) et la procédure d'extrapolation (ou d'estimation). Ensemble, ces deux éléments déterminent le cadre régissant le calcul de la taille de l'échantillon.

Les méthodes d'échantillonnage les plus courantes susceptibles de convenir au contrôle d'opérations sont présentées au point 5.1. Il y a lieu de noter qu'une première distinction entre les différentes méthodes d'échantillonnage est effectuée en fonction du type d'échantillon, lequel peut être statistique ou non statistique.

Une méthode d'échantillonnage statistique possède les caractéristiques suivantes:

- chaque élément de la population présente une probabilité de sélection connue et positive;
- le caractère aléatoire de la sélection doit être assuré par l'application d'un logiciel générateur de nombres aléatoires approprié, spécialisé ou non (MS Excel, par exemple, fournit des nombres aléatoires);
- la taille de l'échantillon est calculée d'une manière qui permet d'atteindre le niveau de précision souhaitable.

D'une manière similaire, l'article 28, paragraphe 4, du règlement (UE) n° 480/2014 dispose qu'«[a]ux fins de l'application de l'article 127, paragraphe 1, du règlement (UE) n° 1303/2013, une méthode d'échantillonnage est statistique lorsqu'elle garantit: i) une sélection aléatoire des éléments de l'échantillon; ii) le recours à la théorie des

probabilités pour évaluer les résultats de l'échantillon, y compris pour la mesure et le contrôle des risques d'échantillonnage et de la précision prévue et obtenue.»

Les méthodes d'échantillonnage statistique permettent la sélection d'un échantillon «représentatif» de la population (raison pour laquelle la sélection statistique revêt une si grande importance). L'objectif final est de projeter (extrapoler ou estimer) à l'ensemble de la population la valeur d'un paramètre (la «variable») observée au sein d'un échantillon, de manière à déterminer si une population présente d'éventuelles inexactitudes significatives et, le cas échéant, dans quelle mesure (sous la forme d'un montant d'erreur).

L'échantillonnage non statistique ne permet pas le calcul de la précision de sorte que le risque d'audit n'est soumis à aucun contrôle et qu'il est impossible de garantir dans l'échantillon la représentativité de la population. C'est pourquoi l'évaluation de l'erreur doit être empirique.

Au cours de la période de programmation 2007-2013, les règlements (CE) n° 1083/2006 et (CE) n° 1198/2006 du Conseil ainsi que les règlements (CE) n° 1828/2006 et (CE) n° 498/2007 de la Commission prescrivent de recourir à l'échantillonnage statistique pour réaliser des tests de corroboration (contrôle d'opérations). Pour la période de programmation 2014-2020, les prescriptions pertinentes sur les méthodes d'échantillonnage statistique figurent à l'article 127, paragraphe 1, du RDC et à l'article 28 du RD. Il est considéré que le recours à la sélection non statistique est approprié dans des cas où la sélection statistique est impossible, par exemple en présence de tailles de population ou d'échantillon très restreintes (voir le point 6.4).

4.2 Méthodes de sélection

Toute méthode de sélection relève de l'une de ces deux catégories génériques:

- la sélection statistique; ou
- la sélection non statistique.

La sélection statistique regroupe deux méthodes possibles:

- la sélection aléatoire;
- la sélection systématique.

Dans la sélection aléatoire, des nombres sont générés pour chaque unité de population de manière à pouvoir sélectionner les unités constitutives de l'échantillon.

L'échantillonnage systématique consiste à choisir un point de départ aléatoire et à appliquer ensuite une règle systématique pour sélectionner les éléments suivants (tous les vingt éléments suivant le premier [préalablement choisi au hasard], par exemple).

En règle générale, les méthodes fondées sur l'égalité des probabilités font appel à une sélection aléatoire tandis que l'échantillonnage en unités monétaires (monetary unit sampling – MUS) recourt à une sélection systématique.

La sélection non statistique peut être réalisée, entre autres:

- à l'aveuglette;
- par quotas;
- au jugé;
- sur la base d'une combinaison des éléments des trois possibilités ci-dessus aux fins d'un échantillonnage en fonction du risque.

La sélection à l'aveuglette est une sélection «faussetement aléatoire» dans la mesure où un individu sélectionne «au hasard» les éléments, ce qui implique un biais non mesuré dans cette sélection (l'individu pouvant choisir les éléments les plus faciles à analyser, les plus faciles à évaluer, ceux figurant sur une liste en particulier affichée à l'écran, etc.).

La sélection par quotas est semblable à l'échantillonnage en grappes (à partir de groupes d'unités de population), si ce n'est que la grappe est choisie de façon non aléatoire.

La sélection au jugé est purement fondée sur l'entière discrétion de l'auditeur, quels que soient les critères retenus (éléments de même nom, ensemble des opérations liées à un même domaine de recherche, etc.).

L'échantillonnage en fonction du risque consiste en une sélection non statistique d'éléments choisis sur divers critères volontaires, et s'inspire souvent des trois méthodes de sélection non statistique.

4.3 Extrapolation (estimation)

Comme mentionné précédemment, l'objectif final poursuivi lors de l'application d'une méthode d'échantillonnage est d'extrapoler (projeter ou estimer) le niveau d'erreur (inexactitude) observé dans l'échantillon à l'ensemble de la population. Ce processus permettra de déterminer si une population présente d'éventuelles inexactitudes significatives et, le cas échéant, dans quelle mesure (sous la forme d'un montant d'erreur). C'est pourquoi le niveau d'erreur constaté dans l'échantillon n'a pas d'intérêt en soi² puisqu'il ne constitue qu'un simple instrument, c.-à-d. un moyen d'extrapoler l'erreur à l'ensemble de la population.

² Les erreurs individuelles constatées dans l'échantillon doivent néanmoins être dûment corrigées.

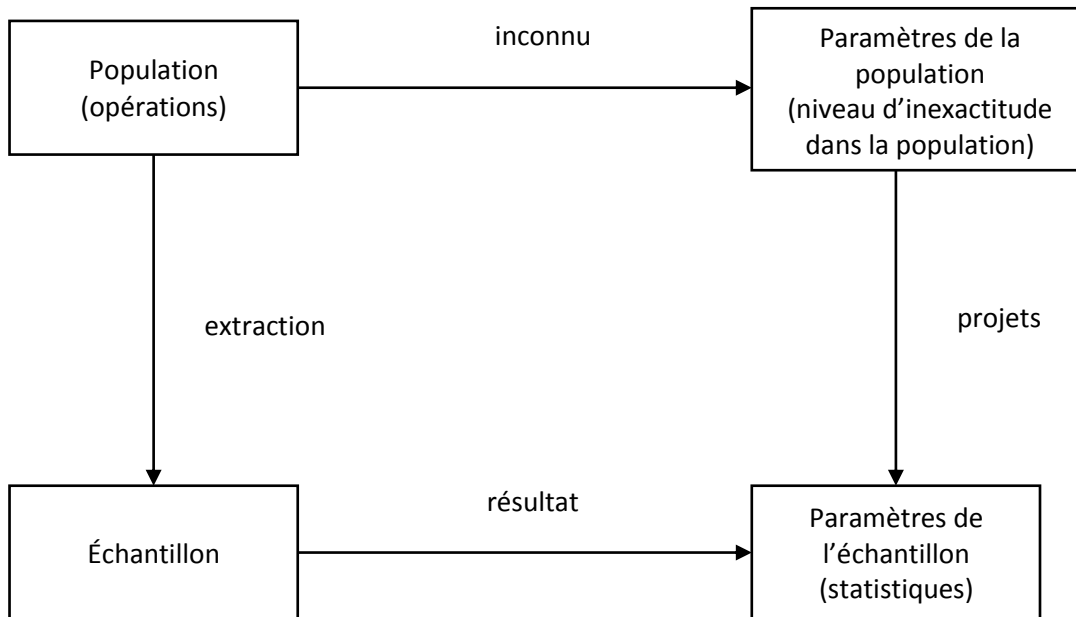


Figure 3: sélection de l'échantillon et extrapolation.

Les statistiques de l'échantillon utilisées aux fins de l'extrapolation de l'erreur à l'ensemble de la population sont appelées «estimateurs». L'acte d'extrapolation est appelé «estimation» et la valeur calculée à partir de l'échantillon (valeur prévue) est appelée «valeur estimée». Naturellement, cette valeur estimée, fondée uniquement sur une fraction de la population, est affectée par une erreur appelée «erreur d'échantillonnage».

4.4 Précision (erreur d'échantillonnage)

Cette erreur naît de l'observation partielle de la population. En fait, l'échantillonnage implique toujours une erreur d'estimation (d'extrapolation) étant donné que nous nous appuyons sur des informations particulières pour pouvoir extrapoler à la population tout entière. L'erreur d'échantillonnage indique la différence entre l'extrapolation issue de l'échantillon (la valeur estimée) et le paramètre réel (inconnu) de la population (valeur de l'erreur). Elle traduit en réalité le degré d'incertitude caractérisant l'extrapolation des résultats à l'ensemble de la population. La mesure de cette erreur est généralement appelée **précision** ou exactitude de l'estimation. Celle-ci dépend essentiellement de la **taille de l'échantillon**, de la **variabilité de la population** et, dans une moindre mesure, de la **taille de la population**.

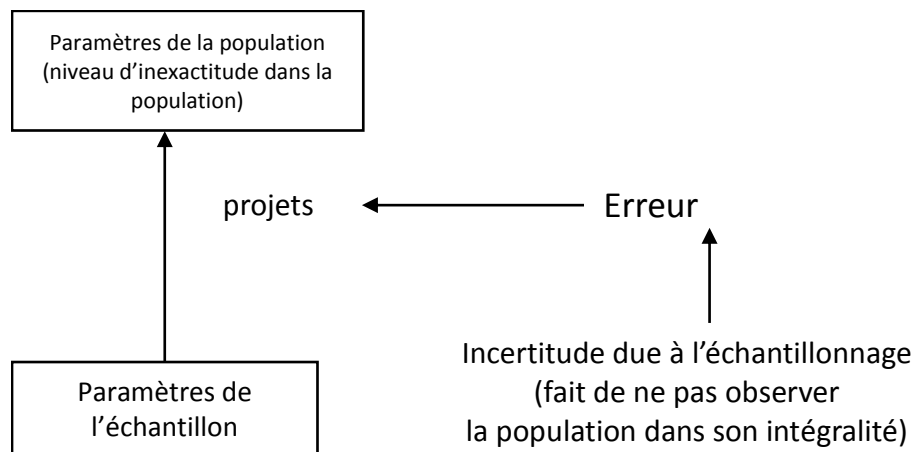


Figure 4: erreur d'échantillonnage.

Il y a lieu de distinguer la précision prévue de la précision réelle (SE dans les formules présentées au point 6). Alors que la précision prévue représente l'erreur d'échantillonnage maximale prévue pour la détermination de la taille de l'échantillon (généralement la différence entre l'erreur maximale acceptable et l'erreur anticipée, dont la valeur doit être inférieure au seuil d'erreur significative), la précision réelle indique la différence entre l'extrapolation issue de l'échantillon (valeur estimée) et le paramètre réel (inconnu) de la population (valeur de l'erreur), et traduit le degré d'incertitude caractérisant l'extrapolation des résultats à l'ensemble de la population.

4.5 Population

La population aux fins de l'échantillonnage comprend les dépenses déclarées à la Commission pour les opérations d'un programme ou d'un groupe de programmes pendant la période de référence, excepté pour les unités d'échantillonnage négatives, comme cela sera expliqué au point 4.6 ci-après. Toutes les opérations incluses dans ces dépenses devraient être comprises dans la population échantillonnée, excepté lorsque les dispositions relatives au contrôle proportionnel établies à l'article 148, paragraphe 1, du RDC et à l'article 28, paragraphe 8, du règlement délégué (UE) n° 480/2014 s'appliquent dans le contexte de l'échantillonnage pratiqué pour la période de programmation 2014-2020. L'exclusion d'opérations de la population soumise à l'échantillonnage n'est pas possible dans le cadre juridique applicable à la période 2007-2013³, excepté dans des cas de force majeure⁴.

³ Autrement dit, les éléments de dépenses suivants doivent bel et bien être inclus dans la population à partir de laquelle l'échantillon aléatoire est prélevé et ne doivent pas être exclus au stade de l'échantillonnage: i) les opérations liées à des instruments d'ingénierie financière (IIF); ii) les projets jugés «trop petits»; iii) les projets audités au cours des années précédentes ou impliquant un bénéficiaire audité au cours des années précédentes; et iv) les projets soumis à des corrections forfaitaires.

⁴ Voir le point 7.6 des orientations actualisées sur le traitement des erreurs (EGESIF_15-0007-01 du 9.10.2015) au sujet de l'approche que l'AA doit adopter si la documentation justificative des opérations échantillonnées est perdue ou endommagée pour une raison de force majeure (une catastrophe naturelle, par exemple).

L'AA peut décider d'élargir sa vérification à des dépenses connexes déclarées par les opérations sélectionnées et situées dans la période de référence précédente afin d'accroître l'efficacité du contrôle. Les résultats de vérification de ces dépenses supplémentaires, extérieures à la période de référence, ne seront alors pas pris en compte pour calculer le taux d'erreur total.

En principe, toutes les dépenses déclarées à la Commission pour la totalité des opérations sélectionnées dans l'échantillon doivent être vérifiées. Néanmoins, dès lors que les opérations sélectionnées comprennent un grand nombre de demandes de paiement ou de factures, **l'AA peut réaliser un échantillonnage à deux degrés**, comme cela sera expliqué au point 7.6 ci-après.

En règle générale, l'AA doit sélectionner son échantillon à partir du **total des dépenses déclarées (c.-à-d. les dépenses publiques et privées)**, conformément à l'article 17, paragraphe 3, du règlement (CE) n° 1828/2006⁵ et à l'article 127, paragraphe 1, du RDC. En toute hypothèse, les audits des opérations doivent vérifier les dépenses totales déclarées, conformément à l'article 16, paragraphe 2, et à l'article 17, paragraphe 4, du règlement (CE) n° 1828/2006⁶ et à l'article 27, paragraphe 2, du RD. Il est toutefois déjà arrivé qu'une AA sélectionne l'échantillon à partir des dépenses publiques déclarées au motif que la contribution du Fonds est payée sur cette base. Ce procédé peut résulter d'une interprétation erronée de l'autorité de certification, qui a pour effet que les demandes de dépenses soumises à la Commission n'incluent que les dépenses publiques alors que, selon le procédé correct, l'AC doit toujours déclarer les dépenses totales même lorsque le cofinancement est calculé sur la base des dépenses publiques⁷.

Dans cette situation, lorsque l'AA utilise la méthode d'échantillonnage de la probabilité proportionnelle à la taille (à savoir le MUS pour l'échantillonnage statistique), deux types de problèmes peuvent apparaître:

- a) ce procédé peut engendrer un biais dans les résultats d'échantillonnage car certaines unités d'échantillonnage qui présentaient une contribution privée élevée en termes comparatifs avaient une probabilité moindre d'être sélectionnées;
- b) le fait que l'AA audite les dépenses totales sur la base d'un échantillon prélevé uniquement dans les dépenses publiques peut aboutir à ce que la précision réelle soit trop haute.

⁵ Article 43, paragraphe 3, du règlement (CE) n° 498/2007.

⁶ Article 42, paragraphe 2, et article 43, paragraphe 4, du règlement (CE) n° 498/2007.

⁷ C'est également obligatoire aux fins de l'établissement de la piste d'audit puisque les dépenses à auditer sur place au niveau du bénéficiaire sont les dépenses totales déclarées, et pas seulement les dépenses publiques. Les postes de dépenses sont d'ordinaire cofinancés par des fonds publics et privés et, en pratique, l'ensemble des dépenses est audité.

En ce qui concerne le point a) ci-dessus, lorsque l'AA sélectionne l'échantillon sur la base des dépenses publiques, l'AA peut examiner la nécessité de sélectionner un échantillon complémentaire à partir de cette sous-population:

- s'il existe des unités d'échantillonnage d'une valeur élevée⁸ qui n'ont pas été échantillonnées (à cause du problème décrit ci-dessus); et
- s'il existe des risques liés aux dépenses déclarées pour ces unités d'échantillonnage.

En ce qui concerne le point b) ci-dessus, lorsque l'AA rapporte les erreurs aux dépenses totales et que la limite supérieure de l'erreur dépasse le seuil d'erreur significative alors que l'erreur la plus probable est inférieure à 2 %, on peut en déduire une précision déficiente. Cela peut signifier que les résultats de l'échantillonnage ne sont pas concluants et:

- qu'il faut recalculer le niveau de confiance⁹ ou, si ce n'est pas réalisable,
- qu'il faut procéder à un échantillonnage supplémentaire¹⁰, en particulier lorsque la précision réelle est supérieure à deux points de pourcentage¹¹.

Il convient de garder à l'esprit que **d'une manière générale, si la précision réelle (ULE-MLE) est inférieure à deux points de pourcentage, il est considéré qu'en principe, en prenant également en considération toutes les informations disponibles sur le programme concerné, il n'est pas nécessaire d'envisager des travaux supplémentaires.**

4.6 Unités d'échantillonnage négatives

Il peut arriver que des unités d'échantillonnage (opérations ou demandes de paiement) soient négatives, notamment à la suite de corrections financières appliquées par les autorités nationales.

Dans ce cas, l'unité négative doit être incluse dans une population à part entière et faire l'objet d'un contrôle séparé¹² dans l'objectif de s'assurer que le montant corrigé correspond à ce qui a été décidé par l'État membre ou par la Commission. Si l'AA conclut que le montant corrigé est inférieur à ce qui avait été décidé, cette constatation doit figurer dans le rapport annuel de contrôle, en particulier lorsque cette non-conformité est révélatrice de manquements dans la capacité correctrice de l'État membre.

⁸ Il peut être considéré, d'une manière générale, qu'un élément a une «valeur élevée» lorsque ses dépenses totales déclarées dépassent le seuil de 2 % des dépenses totales du programme.

⁹ Voir le point 7.7 du présent document.

¹⁰ Voir le point 7.2.2 du présent document.

¹¹ Voir le point 7.1, dernier paragraphe, du présent document.

¹² Bien entendu, l'AA peut également prélever un échantillon à partir de cette population distincte si elle comprend un trop grand nombre d'unités, qui entraînerait une lourde charge de travail.

Dans le cadre qui nous occupe, lors du calcul du taux d'erreur total, l'AA ne prend en considération que les erreurs constatées dans la population de montants positifs et c'est cette valeur comptable qui doit être prise en considération à la fois dans l'extrapolation des erreurs aléatoires et dans le taux d'erreur total. Avant de calculer le taux d'erreur prévu, l'AA doit s'assurer que les erreurs constatées ne font pas déjà l'objet d'une correction au cours de la période de référence (c.-à-d. incluses dans la population des montants négatifs, comme décrit ci-dessus). Si tel est le cas, ces erreurs ne doivent pas être intégrées dans le taux d'erreur prévu¹³.

Concrètement, l'AA doit identifier, parmi la population totale des unités d'échantillonnage (c.-à-d. les opérations ou les demandes de paiement), les unités qui présentent un solde négatif et les contrôler comme une population distincte. Si l'unité d'échantillonnage est l'opération, le processus peut être illustré comme suit (le même raisonnement s'applique aux demandes de paiement si elles sont utilisées comme unités d'échantillonnage):

- opération X: 100 000 EUR (aucune correction n'a été appliquée au cours de la période de référence);
- opération Y: 20 000 EUR => si ce montant est le résultat de 25 000 EUR moins 5 000 EUR (à la suite de corrections/déductions appliquées au cours de la période de référence), l'AA ne doit pas prendre les 5 000 EUR en considération dans la population distincte des montants négatifs;
- opération Z: - 5 000 EUR (résultat de 10 000 EUR de nouvelles dépenses au cours de la période de référence moins 15 000 EUR de corrections) => à inclure dans la population distincte des montants négatifs;
- dépenses totales déclarées pour le programme (montant net): 115 000 EUR (= 120 000 – 5 000);
- population à partir de laquelle l'échantillon aléatoire doit être sélectionné: toutes les opérations dont le montant est positif = X + Y (dans l'exemple ci-dessus, cela représenterait 120 000 EUR en supposant, dans un souci de simplification, que le programme est constitué des trois opérations précitées). L'opération Z doit faire l'objet d'un contrôle distinct.

L'approche expliquée ci-dessus implique que l'AA n'est pas tenue d'identifier comme une population distincte les montants négatifs qui apparaissent à l'intérieur d'une unité d'échantillonnage. La plupart du temps, cela ne serait pas rentable¹⁴. Dans le cas de l'opération Y, l'AA pourrait donc inclure le montant de 5 000 EUR dans la population

¹³ Voir également les orientations sur le traitement des erreurs, qui citent d'autres cas dans lesquels il est justifié que certaines erreurs ne soient pas incluses dans le taux d'erreur total.

¹⁴ L'identification des montants négatifs apparaissant à l'intérieur d'une unité d'échantillonnage est encore moins recommandée lors de l'application d'un sous-échantillonnage (ou d'un échantillonnage à deux degrés) car il faudrait alors identifier tous les montants négatifs dans toutes les unités d'échantillonnage de tous les sous-échantillons.

négative (entraînant l'inclusion de 25 000 EUR dans la population positive) ou, comme dans l'exemple décrit, inclure 20 000 EUR dans la population positive. Une autre approche consisterait à déduire les corrections financières et autres montants négatifs se rapportant à la période d'échantillonnage en cours de la population positive afin de parvenir au montant net et d'inclure le montant des corrections financières et autres montants négatifs se rapportant aux périodes d'échantillonnage précédentes dans la population des montants négatifs.

En particulier, si l'opération Y représente une unité d'échantillonnage de la période d'échantillonnage en cours et que le montant négatif de 5 000 EUR déduit des dépenses déclarées dans la période d'échantillonnage en cours inclut:

- 4 000 EUR de corrections financières liées à des dépenses déclarées lors des périodes d'échantillonnage précédentes;
- 700 EUR de correction financière liée à des dépenses déclarées lors de la période d'échantillonnage en cours;
- 300 EUR de correction d'une erreur d'écriture liée à une déclaration excessive de dépenses lors des périodes d'échantillonnage précédentes,

l'AA pourrait inclure 24 300 EUR (= 25 000 EUR – 700 EUR) dans la population positive et le montant de 4 300 EUR (représentant les corrections financières/les unités d'échantillonnage négatives artificielles se rapportant aux périodes d'échantillonnage précédentes) dans la population négative.

En résumé, il existe trois approches pour la séparation des unités d'échantillonnage positives et négatives:

- 1) les unités négatives sont incluses dans la population positive si la somme des montants négatifs et positifs à l'intérieur de l'unité d'échantillonnage concernée est positive;
- 2) tous les montants positifs sont inclus dans la population positive et tous les montants négatifs sont inclus dans la population négative;
- 3) les montants négatifs se rapportant aux périodes d'échantillonnage précédentes (comme les corrections de montants déclarés les années précédentes) sont inclus dans la population négative, tandis que les montants négatifs de correction/d'ajustement des montants positifs de la population positive de la période d'échantillonnage en cours sont inclus dans la population positive.

Les options 2 et 3 sont privilégiées par la Commission. L'option 1 est admise, mais elle peut comporter le risque que des opérations ou des demandes de paiement qui font l'objet de corrections au cours de la période de référence se rapportant aux dépenses déclarées les années précédentes aient une probabilité moindre d'être échantillonnées ou sélectionnées.

Si les systèmes informatiques des États membres sont conçus de façon à fournir les données relatives aux montants négatifs à l'intérieur des unités d'échantillonnage, il

appartient à l'AA d'examiner s'il est nécessaire d'appliquer ce niveau de détail à l'approche d'échantillonnage afin d'atténuer le risque exposé ci-dessus.

Si l'AA procède à cet examen, en raison de la méthode précitée, le risque décrit ci-dessus **doit être indiqué dans le rapport annuel de contrôle**. Ce risque peut être évalué lors du contrôle des montants négatifs, avec pour conclusion qu'il existe un nombre substantiel d'éléments comprenant des dépenses positives inclus dans les unités d'échantillonnage négatives. L'AA doit déterminer sur la base de son appréciation professionnelle si un échantillon complémentaire (de ces dépenses positives) s'impose pour diminuer ce risque.

Aux fins du «Tableau des dépenses déclarées et des audits d'échantillons» du rapport annuel de contrôle, l'AA doit indiquer la population des montants positifs dans la colonne «Dépenses déclarées au cours de la période de référence». L'AA doit en outre inclure dans ce rapport un rapprochement des dépenses déclarées (montant net) et de la population à partir de laquelle l'échantillon aléatoire de montants positifs a été prélevé.

Les unités d'échantillonnage négatives artificielles [erreurs d'écriture, entrées de contrepassation ne correspondant pas à des corrections financières, recettes de projets dégageant des recettes et transfert d'opérations d'un programme à un autre (ou à l'intérieur d'un programme) non lié à des irrégularités constatées dans ces opérations] ne doivent pas être exclues des procédures d'échantillonnage. L'AA peut décider de leur appliquer le même traitement que dans le cas de corrections financières et les inclure dans la population négative. En variante, un échantillon de ces unités peut être sélectionné à partir d'une population spécifique d'unités d'échantillonnage négatives artificielles. L'AC doit enregistrer la nature des unités d'échantillonnage négatives (en particulier, de façon à pouvoir distinguer les corrections financières résultant d'irrégularités et les unités d'échantillonnage négatives artificielles) à intervalles réguliers afin de garantir que seules les corrections financières sont intégrées dans les rapports annuels sur les montants retirés et les montants recouverts au sens de l'article 20 du règlement (CE) n° 1828/2006 (pour la période 2014-2020, ces rapports sont inclus dans les comptes). Dans le cadre de l'audit des unités d'échantillonnage négatives, il convient donc de vérifier que cet enregistrement est correct pour les unités sélectionnées.

Il mérite d'être signalé que l'AA n'est pas supposée calculer un taux d'erreur sur la base de résultats de l'audit des unités d'échantillonnage négatives. Il est toutefois recommandé que les unités d'échantillonnage négatives soient sélectionnées par un procédé aléatoire. Les corrections financières découlant d'irrégularités détectées par l'AA ou la CE qui font l'objet d'une surveillance permanente de l'AA pourraient être exclues de l'échantillon aléatoire portant sur les unités négatives. Si l'AA estime, à la lumière de problèmes spécifiques, qu'elle préfère choisir une approche basée sur les

risques, il est recommandé d'appliquer une approche mixte, dans laquelle au moins une partie des unités d'échantillonnage négatives est sélectionnée de façon aléatoire.

L'audit des unités d'échantillonnage négatives peut être inclus dans l'audit des comptes pour la période de programmation 2014-2020.

4.7 Stratification

La stratification consiste à diviser la population en sous-populations appelées «strates», dans lesquelles des échantillons indépendants sont prélevés.

L'objectif principal de la stratification est double: il s'agit, d'une part, de permettre une amélioration de la précision (pour une même taille d'échantillon) ou une réduction de la taille d'échantillon (pour un même niveau de précision); et, d'autre part, de garantir la représentation dans l'échantillon des sous-populations correspondant à chaque strate.

Lorsque, pour différents groupes d'une population donnée, un niveau d'erreur (inexactitude) différent est attendu (selon que la classification est effectuée par programme, région, organisme intermédiaire ou risque de l'opération, par exemple), le recours à la stratification est recommandé.

Différentes méthodes d'échantillonnage peuvent être appliquées à différentes strates. Par exemple, il est courant de soumettre les éléments de valeur élevée à un contrôle exhaustif (100 % des éléments sont contrôlés) et d'appliquer une méthode d'échantillonnage statistique pour contrôler l'échantillon d'éléments à plus faible valeur restants et inclus dans la ou les strate(s) suivante(s). Cette démarche est utile lorsque la population concernée comprend un certain nombre d'éléments de valeur très élevée dans la mesure où elle permet d'atténuer la variabilité de chaque strate et donc d'améliorer la précision (ou de réduire la taille de l'échantillon).

4.8 Unité d'échantillonnage

Pour la période de programmation 2014-2020, la détermination de l'unité d'échantillonnage est régie par le règlement délégué (UE) n° 480/2014 de la Commission, dont l'article 28, en particulier, dispose ce qui suit:

«L'unité d'échantillonnage est déterminée par l'autorité d'audit sur la base d'une appréciation professionnelle. L'unité d'échantillonnage peut être une opération, un projet au sein d'une opération ou une demande de paiement par un bénéficiaire. (...)»

Lorsque l'AA a décidé d'utiliser une opération comme unité d'échantillonnage et que le nombre d'opérations d'une période de référence est insuffisant pour permettre l'utilisation d'une méthode statistique (le seuil se situe à cette fin entre 50 et 150 unités dans la population), l'utilisation des demandes de paiement comme unités

d'échantillonnage peut être utile pour porter la taille de la population au seuil requis de façon à ce qu'une méthode d'échantillonnage statistique puisse être appliquée.

Eu égard au cadre juridique prévu pour la période de programmation 2014-2020, l'AA peut également choisir d'utiliser soit les opérations (projets), soit les demandes de paiement du bénéficiaire comme unité d'échantillonnage pour la période de programmation 2007-2013.

4.9 Erreur significative

Un seuil d'erreur significative d'un maximum de 2 % est applicable aux dépenses déclarées à la Commission pendant la période de référence (population positive). L'autorité d'audit peut envisager de réduire le seuil d'erreur significative à des fins de programmation (erreur acceptable). L'erreur significative est utilisée:

- comme un seuil de comparaison pour les erreurs prévues dans les dépenses;
- pour définir l'erreur tolérable/acceptable à prendre en compte pour la définition de la taille de l'échantillon.

4.10 Erreur acceptable et précision prévue

L'erreur acceptable représente le taux d'erreur maximal acceptable que l'on peut constater dans une population pour une période de référence donnée. Compte tenu d'un seuil d'erreur significative de 2 %, cette erreur maximale acceptable correspond donc à 2 % des dépenses déclarées à la Commission pour la période de référence concernée.

La précision prévue représente l'erreur d'échantillonnage maximale acceptée pour l'extrapolation d'erreurs au cours d'une période de référence donnée, c.-à-d. l'écart maximal entre l'erreur réelle au niveau de la population et l'extrapolation obtenue à partir des données de l'échantillon. La précision doit être fixée par l'auditeur à une valeur inférieure à l'erreur acceptable. Dans le cas contraire, il est très probable que les résultats de l'échantillonnage des opérations soient peu concluants et que le recours à un échantillon complémentaire ou additionnel s'avère nécessaire.

Par exemple, pour une population affichant une valeur comptable totale de 10 000 000 EUR, l'erreur acceptable correspondante sera de 200 000 EUR (soit 2 % de la valeur comptable totale). Si l'erreur prévue est de 5 000 EUR et que l'auditeur fixe le niveau de précision exactement à 200 000 EUR (cette erreur provient du fait que l'auditeur n'observe qu'une petite partie de la population, c.-à-d. l'échantillon), la limite supérieure de l'erreur (c.-à-d. la limite supérieure de l'intervalle de confiance) sera de quelque 205 000 EUR. Ce résultat est peu concluant étant donné que l'erreur prévue est très faible mais que la limite supérieure dépasse le seuil d'erreur significative.

La manière la plus adéquate de déterminer la précision prévue est de calculer cette dernière de manière à ce qu'elle soit égale à la différence entre l'erreur acceptable et l'erreur anticipée (l'erreur prévue que l'auditeur projette d'obtenir au terme du contrôle). Cette erreur anticipée sera naturellement fondée sur la faculté d'appréciation de l'auditeur, en sa qualité de professionnel, et sera étayée par les éléments probants issus des activités de contrôle menées au cours des années précédentes sur une population identique ou comparable ou sur un échantillon préliminaire/pilote.

Il convient de souligner l'importance du choix d'une erreur anticipée réaliste, dans la mesure où la taille de l'échantillon dépend en grande partie de la valeur arrêtée pour cette erreur. Voir également, à cet égard, le point 7.1.

Le point 6 présente des formules détaillées à utiliser lors du processus de détermination de la taille de l'échantillon.

4.11 Variabilité

La variabilité de la population est un paramètre qui influence fortement la taille de l'échantillon. Elle est habituellement mesurée par un paramètre appelé «écart type»¹⁵ et représentée par σ . Par exemple, pour une population de 100 opérations dans laquelle toutes les opérations présentent le même niveau d'erreur de 1 000 000 EUR (erreur moyenne de $\mu = 1\,000\,000$ EUR), la variabilité est nulle (en effet, l'écart type des erreurs est égal à zéro). D'autre part, pour une population de 100 opérations dans laquelle 50 opérations affichent toutes une erreur de 0 EUR et les 50 opérations restantes affichent toutes une erreur de 2 000 000 EUR (erreur moyenne identique de $\mu = 1\,000\,000$ EUR), l'écart type des erreurs sera élevé (1 000 000 EUR).

La taille de l'échantillon nécessaire pour le contrôle d'une population à faible variabilité est plus petite que celle nécessaire pour une population à forte variabilité. Dans le cas extrême évoqué dans le premier exemple ci-dessus (avec une variance de 0), une taille d'échantillon constituée d'une seule opération serait suffisante pour extrapoler avec précision l'erreur à l'ensemble de la population.

L'écart type (s) constitue la mesure de la variabilité la plus courante étant donné que ce concept est plus facile à appréhender que celui de la variance (s^2). En effet, l'écart type est exprimé sous la forme des unités de la variable dont on s'efforce de mesurer la variabilité. En revanche, la variance est exprimée sous la forme du carré des unités de la

¹⁵ L'écart type est une mesure de la variabilité de la population autour de sa moyenne. Il peut être calculé en utilisant les erreurs ou les valeurs comptables. L'écart type sera généralement représenté par σ ou par s selon qu'il est calculé à l'échelle de la population ou de l'échantillon. La population (ou l'échantillon) sera d'autant plus hétérogène que l'écart type est élevé. La variance représente l'écart type élevé au carré.

variable dont elle mesure la variabilité et ne constitue qu'une simple moyenne des carrés des valeurs de déviance de la variable autour de la moyenne¹⁶:

$$\text{Variance: } s^2 = \frac{1}{\# \text{ of units}} \sum_{i=1}^{\# \text{ of units}} (V_i - \bar{V})^2$$

où V_i représente les différentes valeurs de la variable V et $\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{\# \text{ of units}} V_i}{\# \text{ of units}}$ représente l'erreur moyenne.

L'écart type correspond simplement à la racine carrée de la variance:

$$s = \sqrt{s^2}$$

L'écart type des erreurs dans les cas de figure évoqués au début de ce point peut se calculer comme suit:

a) Cas 1

- a. $N=100$;
- b. toutes les opérations présentent un niveau d'erreur identique de 1 000 000 EUR;
- c. erreur moyenne:

$$\frac{\sum_{i=1}^{100} 1\,000\,000}{100} = \frac{100 \times 1\,000\,000}{100} = 1\,000\,000$$

- d. écart type des erreurs:

$$s = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (1\,000\,000 - 1\,000\,000)^2} = 0$$

b) Cas 2

- a. $N=100$;
- b. 50 opérations présentent un niveau d'erreur égal à 0 tandis que 50 opérations affichent un niveau d'erreur de 2 000 000 EUR;
- c. erreur moyenne:

$$\frac{\sum_{i=1}^{50} 0 + \sum_{i=1}^{50} 2\,000\,000}{100} = \frac{50 \times 2\,000\,000}{100} = 1\,000\,000$$

- d. écart type des erreurs:

¹⁶ Lorsque la variance est calculée au moyen de données d'un échantillon, elle doit inclure la formule alternative $s^2 = \frac{1}{\# \text{ of units} - 1} \sum_{i=1}^{\# \text{ of units}} (V_i - \bar{V})^2$, qui doit être appliquée pour compenser le degré de liberté perdu dans l'estimation.

$$\begin{aligned}
s &= \sqrt{\frac{1}{100} \left(\sum_{i=1}^{50} (0 - 1\,000\,000)^2 + \sum_{i=1}^{50} (2\,000\,000 - 1\,000\,000)^2 \right)} \\
&= \sqrt{\frac{50 \times 1\,000\,000^2 + 50 \times 1\,000\,000^2}{100}} \\
&= \sqrt{1\,000\,000^2} = 1\,000\,000
\end{aligned}$$

4.12 Intervalle de confiance et limite supérieure de l'erreur

L'intervalle de confiance est l'intervalle contenant la valeur (d'erreur) réelle (inconnue) de la population selon une certaine probabilité (appelée «niveau de confiance»). Sa formule générale est la suivante:

$$[EE - SE; EE + SE]$$

où

- EE représente l'erreur prévue ou extrapolée (projected error – EE), correspondant également dans la terminologie utilisée dans l'échantillonnage en unités monétaires à l'erreur la plus probable (most likely error - MLE);
- SE représente le niveau de précision (l'erreur d'échantillonnage - sampling error - SE).

L'erreur prévue/extrapolée et la limite supérieure de l'erreur (EE+SE) constituent les deux plus importants instruments permettant de déterminer si une population d'opérations présente d'éventuelles inexactitudes significatives¹⁷. Naturellement, la limite supérieure de l'erreur ne peut être calculée que lorsqu'un échantillonnage statistique est appliqué; dans le cas d'un échantillonnage non statistique, l'erreur prévue reste la meilleure valeur estimée de l'erreur au niveau de la population.

Lors de l'utilisation d'un échantillonnage statistique, les situations suivantes peuvent se présenter:

- si l'erreur prévue est supérieure au seuil d'erreur significative (fixé ci-après à 2 %, dans un souci de simplification), l'autorité d'audit conclut alors à l'existence d'une erreur significative;

¹⁷ Les méthodes statistiques permettent également de calculer la limite inférieure de l'erreur, qui revêt une importance moindre pour l'évaluation des résultats. C'est pourquoi d'autres modèles statistiques peuvent mettre plus spécialement l'accent sur l'erreur prévue (la plus probable) et sur la limite supérieure de l'erreur.

- si l'erreur prévue et la limite supérieure de l'erreur sont toutes deux inférieures à 2 %, l'autorité d'audit conclut que la population ne présente pas d'inexactitudes au-delà du seuil des 2 % selon le niveau de risque d'échantillonnage spécifié;
- si l'erreur prévue est inférieure à 2 % mais que la limite supérieure de l'erreur excède les 2 %, l'autorité d'audit conclut à la nécessité de travaux de contrôle complémentaires. Conformément à la ligne directrice n° 23 de l'INTOSAI¹⁸, les travaux complémentaires peuvent comprendre le fait:
 - *«de demander à l'entité contrôlée d'examiner les erreurs/les anomalies relevées, ainsi que la probabilité d'existence d'erreurs/d'anomalies supplémentaires. Cela peut conduire à des ajustements concertés des états financiers;*
 - *d'effectuer d'autres sondages en vue de réduire le risque d'échantillonnage et, en conséquence, la marge dont il a fallu tenir compte pour l'évaluation des résultats;*
 - *[de] mettre en œuvre des procédures de contrôle supplétives pour obtenir un degré d'assurance plus élevé.»*

L'AA doit faire appel à sa faculté d'appréciation professionnelle afin de choisir l'une des options indiquées ci-dessus et d'en faire fidèlement état dans le rapport annuel de contrôle.

Il convient de souligner le fait que la plupart des situations caractérisées par une limite supérieure de l'erreur nettement au-delà de 2 % pourraient être évitées ou leur nombre réduit si l'autorité d'audit envisageait une erreur anticipée réaliste lors du calcul de la taille initiale de l'échantillon (voir, pour plus de détails, les points 7.1 et 7.2.2 ci-dessous).

Dans la troisième option (erreur prévue inférieure à 2 % mais limite supérieure de l'erreur au-delà de 2 %), l'autorité d'audit peut constater dans certains cas que les résultats restent concluants même avec un niveau de confiance plus faible que celui prévu. **Lorsque ce niveau de confiance recalculé reste compatible avec l'évaluation de la qualité des systèmes de gestion et de contrôle, il est permis de conclure que la population ne présente pas d'inexactitudes significatives même sans effectuer des missions d'audit complémentaires.** Se référer au point 7.7 pour de plus amples explications sur le nouveau calcul des niveaux de confiance.

4.13 Niveau de confiance

Le niveau de confiance est prescrit par le règlement précité aux fins de déterminer la taille de l'échantillon pour les tests de corroboration.

¹⁸ Voir http://www.eca.europa.eu/Lists/ECADocuments/GUIDELINES/GUIDELINES_FR.PDF

La taille de l'échantillon étant directement influencée par le niveau de confiance, l'objectif du règlement est clairement de donner la possibilité de réduire le travail d'audit pour les systèmes présentant un taux d'erreur jugé faible (et donc, un niveau d'assurance élevé), et de maintenir l'obligation de vérifier un grand nombre d'éléments dans le cas d'un système présentant un taux d'erreur potentiellement élevé (et donc, un faible niveau d'assurance).

La manière la plus simple d'interpréter la signification d'un niveau de confiance est de se référer à la probabilité selon laquelle un intervalle de confiance produit par les données de l'échantillon contient l'erreur réelle (inconnue) de la population. Par exemple, si les projections prévoient une erreur dans la population de 6 000 000 EUR et que l'intervalle assorti d'un niveau de confiance de 90 % est de:

[5 000 000 €; 7 000 000 €],

cela signifie que la probabilité selon laquelle l'erreur réelle (mais inconnue) de la population est comprise entre ces deux bornes est de 90 %. Les implications de ces choix stratégiques pour la planification de l'audit et l'échantillonnage des opérations sont explicitées dans les chapitres qui suivent.

4.14 Taux d'erreur

Le **taux d'erreur de l'échantillon** est calculé comme étant le rapport entre l'erreur totale constatée dans l'échantillon et la valeur comptable totale des éléments échantillonnés tandis que le **taux d'erreur prévu** est calculé comme étant le rapport entre l'**erreur prévue de la population** et la valeur comptable totale. Ici également, il y a lieu de noter que l'erreur de l'échantillon ne présente pas d'intérêt en soi dans la mesure où elle doit être considérée comme un simple instrument permettant de calculer l'erreur prévue¹⁹.

5 Techniques d'échantillonnage pour les contrôles d'opérations

5.1 Aperçu général

Dans le cadre des contrôles d'opérations, l'échantillonnage a pour objectif de sélectionner les opérations à contrôler par le biais de tests de corroboration; la population est constituée des dépenses déclarées à la Commission pour des opérations réalisées au sein d'un programme ou d'un groupe de programmes au cours de la période de référence.

¹⁹ Dans certaines méthodes d'échantillonnage, notamment celles recourant à une sélection fondée sur l'égalité des probabilités, le taux d'erreur de l'échantillon peut être utilisé pour extrapoler le taux d'erreur au niveau de la population.

La figure 5 donne un aperçu des méthodes d'échantillonnage les plus couramment appliquées aux fins du contrôle d'opérations.

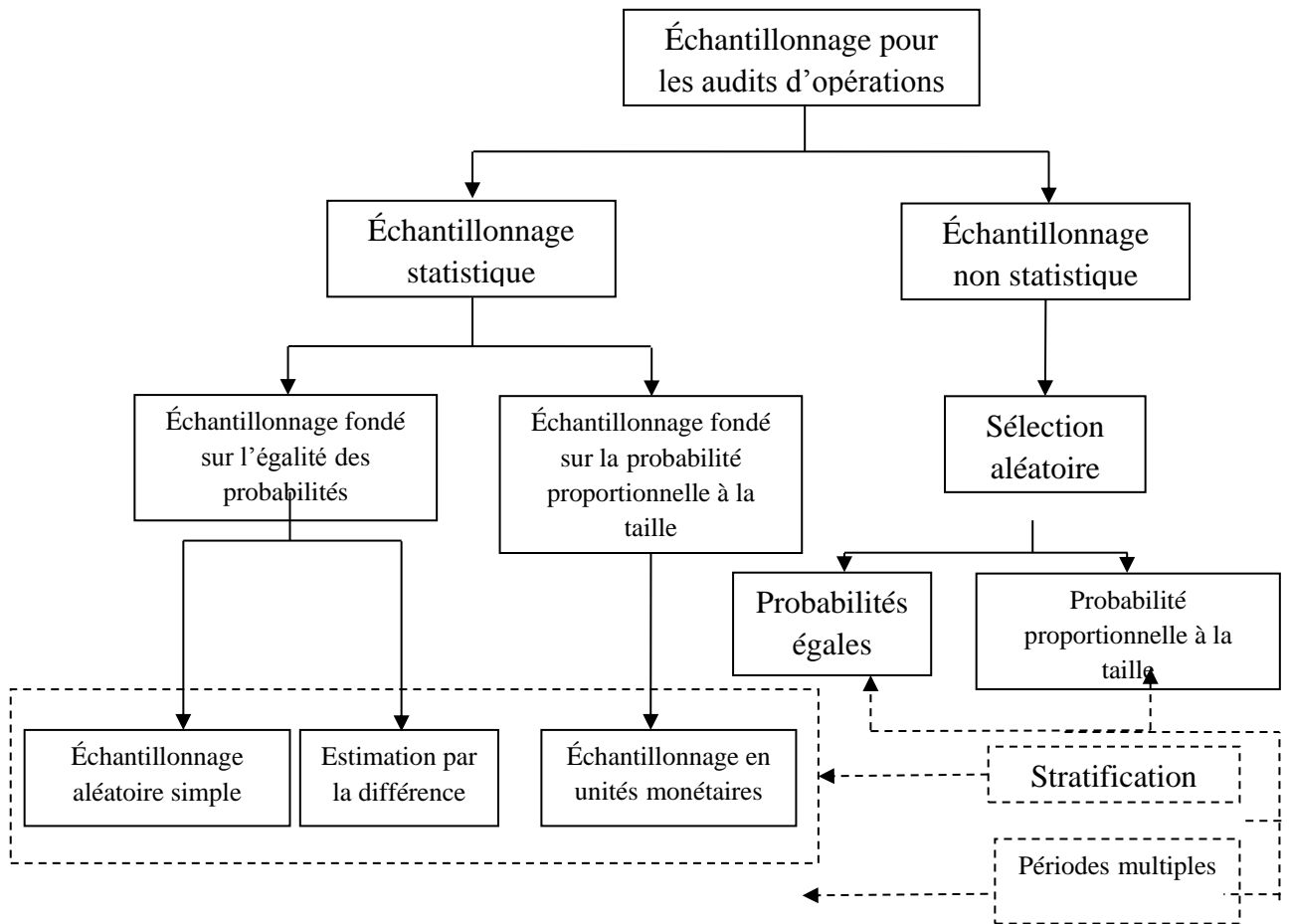


Figure 5: méthodes d'échantillonnage appliquées aux fins du contrôle d'opérations.

Comme mentionné précédemment, rappelons qu'une première distinction entre les différentes méthodes d'échantillonnage est effectuée en fonction du type d'échantillon, lequel peut être statistique ou non statistique.

Le point 5.2 traite des conditions d'applicabilité des différents plans d'échantillonnage et précise les situations extrêmes exceptionnelles dans lesquelles l'échantillonnage non statistique est admissible.

Dans le cadre de l'échantillonnage statistique, les différentes méthodes se distinguent essentiellement en fonction du type de probabilité de sélection: d'une part, les méthodes recourant à une sélection avec égale probabilité (parmi lesquelles l'échantillonnage aléatoire simple et l'estimation par la différence) et, d'autre part, les méthodes avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille, dont l'échantillonnage en unités monétaires est l'exemple le plus connu.

L'échantillonnage en unités monétaires est une méthode d'échantillonnage dans laquelle la probabilité de sélection est proportionnelle à la taille (probability proportional to size

- PPS). Cette méthode est ainsi dénommée du fait que les opérations sont sélectionnées selon des probabilités proportionnelles à leur valeur monétaire respective. La probabilité de la sélection sera d'autant plus grande que la valeur monétaire de l'opération est élevée. Comme mentionné précédemment, les conditions propices à l'application de chaque méthode particulière sont examinées au point suivant.

Indépendamment du choix spécifique d'une méthode d'échantillonnage, les contrôles d'opérations par échantillonnage doivent toujours respecter une structure de base commune:

1. **définir les objectifs des tests de corroboration:** il s'agit généralement de déterminer le niveau d'erreur dans les dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée et pour un programme (ou un groupe de programmes) particulier, sur la base d'une extrapolation à partir d'un échantillon;
2. **définir la population:** il s'agit de définir les dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée et pour un programme (ou groupe de programmes) particulier, ainsi que l'**unité d'échantillonnage**, à savoir l'élément à sélectionner pour la constitution de l'échantillon (généralement l'opération, bien que d'autres possibilités, telles que les demandes de paiement, soient envisageables);
3. **définir les paramètres de la population:** il s'agit de définir l'erreur acceptable (2 % des dépenses déclarées à la Commission), l'erreur anticipée (attendue par l'auditeur), le niveau de confiance (compte tenu du modèle de risque d'audit) et (en règle générale) une mesure de la variabilité de la population;
4. **déterminer la taille de l'échantillon**, en fonction de la méthode d'échantillonnage appliquée. Il y a lieu de noter que la taille finale de l'échantillon est toujours arrondie au nombre entier supérieur le plus proche²⁰;
5. **sélectionner l'échantillon et réaliser le contrôle;**
6. **analyser les résultats du projet, calculer la précision et tirer des conclusions:** cette phase couvre l'évaluation de la précision et de l'erreur prévue, ainsi que la confrontation des résultats au seuil d'erreur significative.

Le choix de telle ou telle méthode d'échantillonnage permet d'affiner ce schéma type en proposant une formule de calcul de la taille de l'échantillon et un cadre d'évaluation des résultats.

Il convient également de noter que les formules spécifiques utilisées pour la définition de la taille de l'échantillon varient en fonction de la méthode d'échantillonnage retenue. Néanmoins, indépendamment de la méthode choisie, la taille de l'échantillon est fonction de trois paramètres:

²⁰ Si la taille de l'échantillon est calculée pour différentes strates et différentes périodes, il peut être admis que les tailles d'échantillons ne soient pas arrondies pour certaines strates ou périodes pour autant que la taille de l'échantillon général soit arrondie.

- le niveau de confiance (la taille de l'échantillon sera d'autant plus grande que le niveau de confiance est élevé);
- la variabilité de la population²¹ (c.-à-d. dans quelle mesure les valeurs de la population sont-elles variables: si toutes les opérations constituant la population présentent des valeurs d'erreur comparables, la population est jugée comme étant moins variable qu'une population dans laquelle toutes les opérations affichent des valeurs d'erreur extrêmement différentes). La taille de l'échantillon sera d'autant plus grande que la variabilité est élevée;
- la précision prévue fixée par l'auditeur: cette précision prévue représente généralement la différence entre, d'une part, l'erreur acceptable de 2 % des dépenses et, d'autre part, l'erreur anticipée. Dans l'hypothèse d'une erreur anticipée inférieure à 2 %, la taille de l'échantillon sera d'autant plus grande que l'erreur anticipée est élevée (ou que la précision prévue est faible).

Des formules spécifiques pour la définition de la taille d'échantillon sont proposées au point 6. Néanmoins, un important principe général est de ne jamais opter pour une taille d'échantillon inférieure à 30 unités (de manière à garantir la validité des hypothèses de répartition utilisées pour créer les intervalles de confiance).

5.2 Conditions d'applicabilité des plans d'échantillonnage

En préliminaire au choix de la méthode de sélection des opérations à contrôler, faisons observer que si les critères qui doivent conduire à cette décision sont nombreux, la variabilité attendue des erreurs et leur importance relative par rapport aux dépenses sont, d'un point de vue statistique, les principaux facteurs retenus pour ce choix.

Le tableau ci-dessous fournit quelques indications quant à la méthode la plus appropriée en fonction de critères donnés.

²¹ Dans l'approche conservatrice de l'échantillonnage en unités monétaires, le calcul de la taille de l'échantillon ne dépend pas de paramètres liés à la variabilité de la population.

Méthode d'échantillonnage	Conditions favorables
Échantillonnage en unités monétaires, approche classique	Les erreurs présentent un degré de variabilité élevé ²² et sont relativement proportionnelles au niveau des dépenses (en d'autres termes, les taux d'erreur présentent une faible variabilité). Les valeurs des dépenses par opération affichent un degré de variabilité élevé.
Échantillonnage en unités monétaires, approche conservative	Les erreurs présentent un degré de variabilité élevé et sont relativement proportionnelles au niveau des dépenses. Les valeurs des dépenses par opération affichent un degré de variabilité élevé. La proportion d'erreurs attendue est faible ²³ . Le taux d'erreur anticipée doit être inférieur à 2 %.
Estimation par la différence	Les erreurs sont relativement constantes ou présentent un faible degré de variabilité. Une estimation du total des dépenses corrigées au niveau de la population est nécessaire.
Échantillonnage aléatoire simple	Méthode générique proposée lorsque les conditions énoncées ci-dessus ne sont pas réunies. Cette méthode peut s'appliquer en recourant à une estimation par la moyenne ou à une estimation par le quotient (voir le point 6.1.1.3 pour les lignes directrices déterminant le choix de ces deux techniques d'estimation).
Méthodes statistiques non	Méthodes appliquées lorsque l'utilisation d'une méthode statistique est impossible (voir les considérations ci-dessous).
Stratification	La stratification peut être combinée à n'importe laquelle des méthodes ci-dessus. Elle se révèle particulièrement utile lorsque le niveau d'erreur attendu est censé varier sensiblement selon les groupes constitutifs de la population (sous-populations).

Tableau 2: conditions favorables déterminant le choix de méthodes d'échantillonnage spécifiques.

²² Une variabilité élevée signifie que les erreurs constatées au niveau des opérations ne sont pas similaires. En d'autres termes, il existe de petites et de grosses erreurs contrairement à une situation où toutes les erreurs présentent des valeurs plus ou moins comparables (voir le point 4.11).

²³ Étant donné que l'approche conservative de l'échantillonnage en unités monétaires se fonde sur la répartition des événements rares, cette méthode est particulièrement adaptée lorsque le nombre d'erreurs attendu par rapport au nombre total d'opérations dans une population donnée (la proportion d'erreurs) est faible.

Bien qu'il soit recommandé de suivre les conseils ci-dessus, aucune méthode ne peut, en réalité, être qualifiée de manière universelle comme la seule méthode valable ou même comme la «meilleure méthode». En règle générale, toutes les méthodes peuvent être appliquées. Si le choix d'une méthode n'est pas le plus adapté à une situation donnée, la taille de l'échantillon sera plus grande que celle obtenue avec une méthode plus appropriée. Néanmoins, il sera toujours possible de sélectionner un échantillon représentatif quelle que soit la méthode retenue, pour autant que soit envisagée une taille d'échantillon adéquate.

Il convient également de noter que la stratification peut être combinée à n'importe laquelle de ces méthodes. Le principe à la base de la stratification est la subdivision de la population en groupes (strates) plus homogènes (affichant un degré de variabilité plus faible) que la population tout entière. Au lieu d'une population à haute variabilité, il est possible de disposer de deux ou plusieurs sous-populations à variabilité plus faible. La stratification doit être utilisée **soit pour diminuer la variabilité, soit pour isoler des sous-ensembles de la population à l'origine d'erreurs**. Dans les deux cas, la stratification réduira la taille d'échantillon requise.

Comme précisé précédemment, le recours à l'échantillonnage statistique doit permettre de tirer des conclusions quant au montant de l'erreur dans une population donnée. Il existe toutefois des cas particuliers justifiés, dans lesquels une méthode d'échantillonnage non statistique peut être utilisée, sur la base de l'appréciation professionnelle de l'autorité d'audit, conformément aux normes d'audit internationales.

En pratique, les situations particulières qui peuvent justifier l'utilisation d'une méthode d'échantillonnage non statistique sont liées à la taille de la population. Il peut ainsi arriver que la taille de la population observée soit extrêmement réduite, et même insuffisante pour permettre l'utilisation de méthodes statistiques (la population est plus petite ou très proche de la taille d'échantillon recommandée)²⁴.

L'autorité d'audit doit s'efforcer, par tous les moyens disponibles, de réunir une population suffisamment grande: en regroupant des programmes relevant d'un système commun; et/ou en utilisant, comme unités d'échantillonnage, les demandes de paiement périodiques présentées par les bénéficiaires. L'autorité d'audit doit également tenir compte du fait que, même dans une situation extrême ne permettant pas l'adoption d'une approche statistique en début de programme, celle-ci devra être appliquée dès que possible.

5.3 Notation

²⁴ Voir le point 6.4.1.

Préalablement à la présentation des principales méthodes d'échantillonnage aux fins du contrôle d'opérations, il est utile de définir un ensemble de concepts ayant trait à l'échantillonnage et communs à toutes les méthodes. Ainsi:

- z est un paramètre issu de la loi normale selon un niveau de confiance déterminé à partir des audits de systèmes. Les valeurs possibles de z sont présentées dans le tableau suivant. Un tableau complet reprenant les valeurs issues de la loi normale peut être consulté à l'annexe 3.

Niveau de confiance	60 %	70 %	80 %	90 %	95 %
Niveau d'assurance du système	Élevé	Modéré	Modéré	Faible	Aucune assurance
z	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960

Tableau 3: valeurs de z selon le niveau de confiance.

- N est la taille de la population (par exemple, le nombre d'opérations dans un programme ou le nombre de demandes de paiement); si la population est stratifiée, un indice h est utilisé en référence à la strate concernée, $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ et H représente le nombre de strates;
- n est la taille de l'échantillon; si la population est stratifiée, un indice h est utilisé en référence à la strate concernée, $n_h, h = 1, 2, \dots, H$ et H représente le nombre de strates;
- TE correspond à l'erreur maximale acceptable admissible au titre du règlement, à savoir 2 % des dépenses totales déclarées à la Commission (c.-à-d. la valeur comptable, BV);
- $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$ représente la valeur comptable (c.-à-d. la dépense déclarée à la Commission) d'un élément (opération/demande de paiement);
- $CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$ correspond à la valeur comptable corrigée, c.-à-d. au niveau de la dépense déterminé au terme des procédures de contrôle d'un élément (opération/demande de paiement);
- $E_i = BV_i - CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$ est le montant de l'erreur d'un élément et correspond à la différence entre la valeur comptable du i -ème élément inclus dans l'échantillon et la valeur comptable respective corrigée; si la population est stratifiée, un indice h est utilisé en référence à la strate concernée, $E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}, i = 1, 2, \dots, N_h, h = 1, 2, \dots, H$ et H représente le nombre de strates;
- AE est l'erreur anticipée définie par l'auditeur sur la base du degré d'erreur attendu au niveau des opérations (par exemple, un taux d'erreur anticipé multiplié par le montant total des dépenses au niveau de la population). AE peut être obtenue à partir de données historiques (erreur prévue au cours de la période écoulée) ou d'un échantillon préliminaire/pilote de taille restreinte (le même que celui utilisé pour définir l'écart type).

Les paramètres précités s'accompagnent fréquemment dans les orientations d'indices spécifiques, qui peuvent porter sur la nature du paramètre ou d'une strate à laquelle le paramètre se réfère. En particulier:

- r est utilisé avec l'écart type lorsqu'il fait référence à l'écart type des taux d'erreur;
- e fait référence à une strate exhaustive/une strate d'une valeur élevée; si elle est utilisée avec l'écart type, cette notation peut également faire référence à l'écart type des erreurs (par opposition à l'écart type des taux d'erreurs);
- w est utilisé avec l'écart type lorsqu'une valeur pondérée est employée;
- s fait référence à une strate non exhaustive;
- t est utilisé avec des formules d'échantillonnage stratifiées à deux périodes ou à périodes multiples pour faire référence à des périodes particulières;
- q est utilisé avec l'écart type pour faire référence à la variable q dans un échantillonnage aléatoire simple (estimation par le quotient);
- h fait référence à une strate.

Si plusieurs indices sont ajoutés à un paramètre, ils peuvent être indiqués dans un ordre quelconque sans que la signification de la notation en soit modifiée.

6 Méthodes d'échantillonnage

6.1 Échantillonnage aléatoire simple

6.1.1 Approche classique

6.1.1.1 Introduction

L'échantillonnage aléatoire simple est une méthode d'échantillonnage statistique. Elle est la plus connue des méthodes de sélection fondée sur l'égalité des probabilités de sélection et a pour objectif l'extrapolation du niveau d'erreur observé dans l'échantillon à l'ensemble de la population. Elle est destinée à extrapoler le niveau d'erreur observé dans l'échantillon à l'ensemble de la population.

L'unité statistique à échantillonner est l'opération (ou la demande de paiement). Les unités de l'échantillon sont sélectionnées de manière aléatoire selon une égale probabilité. L'échantillonnage aléatoire simple est une méthode générique adaptée à différents types de populations. Cependant, dans la mesure où elle n'utilise pas d'informations auxiliaires, cette méthode requiert généralement des tailles d'échantillon plus grandes que l'échantillonnage en unités monétaires (dès lors que le niveau des dépenses varie sensiblement entre les différentes opérations et qu'il existe une association positive entre les dépenses et les erreurs). L'extrapolation des erreurs peut recourir à deux sous-méthodes: l'estimation par la moyenne ou l'estimation par le quotient (voir, à cet égard, le point 6.1.1.3).

Au même titre que toutes les autres techniques d'échantillonnage, cette méthode peut être combinée à une stratification (les conditions propices à la stratification sont examinées au point 5.2).

6.1.1.2 Taille de l'échantillon

Le calcul de la taille de l'échantillon n dans le cadre de l'échantillonnage aléatoire simple fait appel aux informations suivantes:

- la taille de la population N ;
- le niveau de confiance déterminé à partir de l'audit des systèmes et le coefficient correspondant z issu de la loi normale (voir le point 5.3);
- l'erreur maximale acceptable TE (généralement 2 % des dépenses totales);
- l'erreur anticipée AE choisie par l'auditeur sur la base de son appréciation professionnelle et d'informations recueillies précédemment;
- l'écart type σ_e des erreurs.

La taille de l'échantillon est calculée comme suit²⁵:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_e représente l'écart type des erreurs observées dans la population. Il convient de noter que cet écart type pour la population totale est supposé connu dans les calculs ci-dessus. Dans la pratique, cela ne sera presque jamais le cas et les autorités d'audit devront s'appuyer, soit sur des données historiques (écart type des erreurs pour l'ensemble de la population au cours de la période écoulée), soit sur un échantillon préliminaire/pilote de taille restreinte (la taille d'échantillon minimale recommandée devant être comprise entre 20 et 30 unités). Dans ce dernier cas, un échantillon préliminaire de taille n^p est sélectionné et une valeur estimée préliminaire de la variance des erreurs (écart type élevé au carré) est obtenue au moyen de la formule:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (E_i - \bar{E})^2,$$

²⁵ Dans le cas d'une population de petite taille, c.-à-d. lorsque la taille d'échantillon finale représente une grande proportion de la population (en règle générale, plus de 10 % de la population), une formule plus exacte peut être utilisée, à savoir $n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 / \left(1 + \left(\frac{\sqrt{N} \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 \right)$: Cette correction est valable pour l'échantillon aléatoire simple et pour l'estimation par la différence. Elle peut également être introduite en deux étapes en calculant la taille de l'échantillon n au moyen de la formule habituelle et en apportant ensuite la correction à l'aide de la formule $n' = \frac{n \times N}{n + N - 1}$.

où E_i représente les erreurs individuelles relevées pour les unités de l'échantillon et $\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{n^p} E_i}{n^p}$ représente l'erreur moyenne de l'échantillon.

Il y a lieu de noter que cet échantillon pilote peut ensuite être utilisé en tant que partie intégrante de l'échantillon choisi pour l'audit.

6.1.1.3 Erreur prévue

L'extrapolation de l'erreur de l'échantillon à l'ensemble de la population peut s'effectuer de deux manières. La première fait appel à l'estimation par la moyenne (erreurs absolues) et la seconde à l'estimation par le quotient (taux d'erreur).

Estimation par la moyenne (erreurs absolues)

La multiplication de l'erreur moyenne par opération observée dans l'échantillon par le nombre d'opérations constitutives de la population fournit l'extrapolation de l'erreur:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

Estimation par le quotient (taux d'erreur)

Le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon est multiplié par la valeur comptable affichée par la population:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Le taux d'erreur de l'échantillon figurant dans la formule ci-dessus correspond simplement au quotient du montant total de l'erreur de l'échantillon par le montant total des dépenses des unités reprises dans l'échantillon (dépenses contrôlées).

Il n'est pas possible de déterminer a priori la meilleure méthode d'extrapolation dans la mesure où les avantages respectifs de chaque méthode dépendent du niveau d'association existant entre les erreurs et les dépenses. On peut affirmer, en règle générale, que la seconde méthode devrait être appliquée uniquement lorsqu'un degré d'association élevé est attendu entre les erreurs et les dépenses (les éléments de plus haute valeur tendent à présenter de plus grandes erreurs) et la première méthode (moyenne par unité) lorsque, selon toute attente, les erreurs devraient être relativement indépendantes du niveau des dépenses (des erreurs plus grandes peuvent être constatées dans toutes les unités, indépendamment du niveau de dépenses respectif). En pratique, cette évaluation peut s'effectuer en utilisant les données de l'échantillon étant donné que la décision relative à la méthode d'extrapolation à appliquer peut être prise une fois que

l'échantillon a été sélectionné et contrôlé. Pour choisir la méthode d'extrapolation la plus appropriée, il y a lieu d'utiliser les données de l'échantillon pour calculer la variance des valeurs comptables des unités de l'échantillon (VAR_{BV}) et la covariance entre les erreurs et les valeurs comptables des mêmes unités ($COV_{E,BV}$). En théorie, la méthode de l'estimation par le quotient doit être choisie si $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$, où ER représente le taux d'erreur de l'échantillon, c.-à-d. le quotient de la somme des erreurs de l'échantillon par les dépenses contrôlées. Si cette condition n'est pas remplie, il convient d'utiliser la méthode de l'estimation par la moyenne pour extrapoler les erreurs à la population.

6.1.1.4 Précision

Rappelons que la précision (erreur d'échantillonnage) est une mesure de l'incertitude liée à la projection (extrapolation). Elle se calcule différemment selon la méthode utilisée au préalable pour l'extrapolation.

Estimation par la moyenne (erreurs absolues)

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

où s_e représente l'écart type des erreurs de l'échantillon (à présent calculé à partir du même échantillon que celui utilisé pour l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population), soit:

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

Estimation par le quotient (taux d'erreur)

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}}$$

où s_q représente l'écart type de l'échantillon de la variable q :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

Cette variable est calculée, pour chaque unité de l'échantillon, comme étant la différence entre la valeur de son erreur et le produit de sa valeur comptable et du taux d'erreur observé dans l'échantillon.

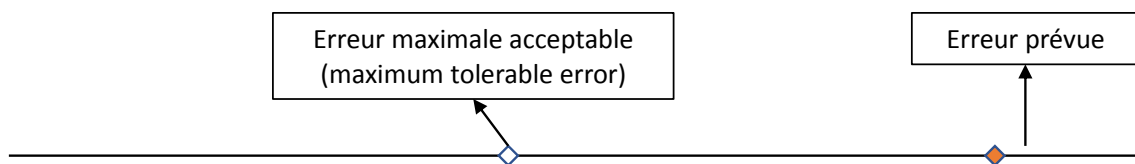
6.1.1.5 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur (ULE) doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

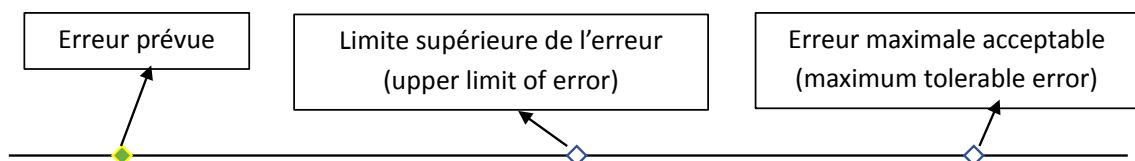
$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable aux fins des conclusions d'audit:

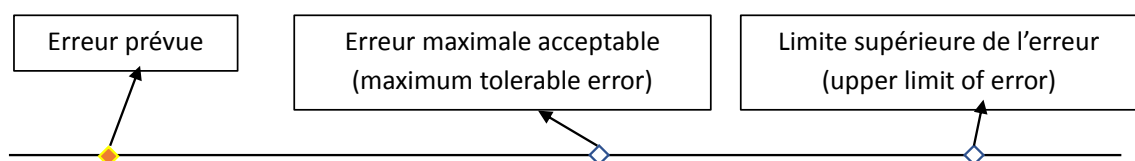
- si l'erreur prévue est supérieure à l'erreur maximale acceptable, l'auditeur conclura à l'existence suffisante d'éléments probants démontrant que les erreurs au niveau de la population excèdent le seuil d'erreur significative:



- si la limite supérieure de l'erreur est inférieure à l'erreur maximale acceptable, l'auditeur conclura dès lors que les erreurs au niveau de la population sont en deçà du seuil d'erreur significative:



- si l'erreur prévue est inférieure à l'erreur maximale acceptable mais que la limite supérieure de l'erreur est supérieure à cette dernière, il sera conclu que les résultats de l'échantillonnage peuvent ne pas être concluants. Pour plus d'explications, voir le point 4.12.



6.1.1.6 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée, relatives aux opérations d'un programme ou groupe de programmes. Les audits de systèmes réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance modéré. Aussi un niveau de confiance de 80 % semble-t-il approprié pour le contrôle des opérations. Le tableau suivant montre les principales caractéristiques de la population:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (total des dépenses de la période de référence)	46 501 186 EUR

Un échantillon préliminaire de 20 opérations a donné lieu à une estimation préliminaire de l'écart type des erreurs de 518 EUR (calculé dans MS Excel comme suit «:=STDEV.S(D2:D21)»):

	A	B	C	D
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error
2	98	13,054 €	13,054 €	- €
3	120	10,758 €	10,758 €	- €
4	542	8,714 €	8,264 €	450 €
5	554	8,645 €	8,645 €	- €
6	587	9,297 €	9,297 €	- €
7	1156	7,908 €	7,908 €	- €
8	1325	6,717 €	6,717 €	- €
9	1453	16,535 €	16,535 €	- €
10	1840	15,718 €	15,718 €	- €
11	1904	13,175 €	13,175 €	- €
12	2028	6,486 €	6,486 €	- €
13	2338	13,072 €	13,072 €	- €
14	2428	8,753 €	8,753 €	- €
15	2735	17,507 €	17,507 €	- €
16	3054	8,875 €	8,875 €	- €
17	3196	6,568 €	6,568 €	- €
18	3276	6,478 €	6,478 €	- €
19	3321	12,448 €	12,448 €	- €
20	3366	17,894 €	15,598 €	2,296 €
21	3666	13,558 €	13,558 €	- €
22	Total	222,160 €	219,413 €	2,747 €
23	Sample error rate:=D22/B22 ----->			1.24%
24	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) ----->			518 €

La première étape consiste à calculer la taille d'échantillon requise à l'aide de la formule ci-après:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

où z est égal à 1,282 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 80 %), σ_e est égal à 518 EUR et TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable, soit 2 % x 46 501 186 EUR = 930 024 EUR. Cet échantillon préliminaire produit un taux d'erreur de 1,24 %. Ensuite, sur la base de l'expérience de l'année précédente et des conclusions du rapport relatives aux systèmes de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit prévoit un taux d'erreur maximal de 1,24 %. Ainsi, AE , l'erreur anticipée, sera de 1,24 % des dépenses totales, soit 1,24 % x 46 501 186 EUR = 576 615 EUR:

$$n = \left(\frac{3\,852 \times 1,282 \times 518}{930\,024 - 576\,615} \right)^2 \approx 53$$

La taille d'échantillon minimale est donc de 53 opérations.

L'échantillon préliminaire précédent de 20 unités fait partie intégrante de l'échantillon principal. C'est pourquoi l'auditeur ne doit sélectionner de manière aléatoire que 33 autres opérations. Le tableau suivant illustre les résultats obtenus pour l'échantillon total de 53 opérations:

	A	B	C	D	E	F
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error	Error rate	q_i
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(2)	(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)
3	74	9,093 €	9,093 €	- €	0.00%	107.17 €
4	98	13,054 €	13,054 €	- €	0.00%	153.85 €
5	120	10,758 €	10,758 €	- €	0.00%	126.79 €
6	153	16,194 €	16,194 €	- €	0.00%	190.86 €
7	223	11,662 €	11,662 €	- €	0.00%	137.45 €
8	246	16,331 €	16,331 €	- €	0.00%	192.48 €
9	542	8,714 €	8,264 €	450 €	5.17%	347.61 €
10	554	8,645 €	8,645 €	- €	0.00%	101.89 €
11	587	9,297 €	9,297 €	- €	0.00%	109.57 €
12	915	7,999 €	7,999 €	- €	0.00%	94.28 €
13	1014	11,906 €	11,906 €	- €	0.00%	140.32 €
14	1114	15,505 €	15,505 €	- €	0.00%	182.74 €
15	1156	7,908 €	7,908 €	- €	0.00%	93.20 €
16	1325	6,717 €	6,717 €	- €	0.00%	79.17 €
17	1403	9,730 €	9,730 €	- €	0.00%	114.68 €
18	1453	16,535 €	16,535 €	- €	0.00%	194.88 €
19	1577	17,723 €	17,723 €	- €	0.00%	208.88 €
20	1621	16,095 €	16,095 €	- €	0.00%	189.69 €
21	1624	15,171 €	15,171 €	- €	0.00%	178.80 €
54	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
55	3749	9971	9971	0	0.00%	117.52 €
56	Total	661,580 €	653,783 €	7,797 €		
57	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D55)----->			758 €		755 €

La valeur comptable totale des 53 opérations échantillonnées s'élève à 661 580 EUR (calculée dans MS Excel comme suit: «:=SUM(B3:B55)»). Le montant total de l'erreur de l'échantillon est de 7 797 EUR (calculé dans MS Excel comme suit: «:=SUM(D3:D55)»). Ce montant, divisé par la taille de l'échantillon, correspond à l'erreur moyenne par opération de l'échantillon.

Afin de déterminer si l'estimation par la moyenne ou par le quotient est la meilleure méthode d'estimation, l'AA calcule le ratio de covariance entre les erreurs et les valeurs comptables par rapport à la variance des valeurs comptables des opérations échantillonnées, qui est égal à 0,02078. Étant donné que ce ratio est supérieur à la moitié du taux d'erreur de l'échantillon [(7 797 EUR/661 580)/2=0,0059], l'autorité d'audit peut être assurée que la méthode d'estimation par le quotient est la plus fiable. À des fins pédagogiques, les deux méthodes d'estimation sont illustrées ci-après.

Si l'on applique la méthode de l'estimation par la moyenne, l'extrapolation de l'erreur à l'ensemble de la population se calcule en multipliant cette erreur moyenne par la taille de la population (3 852 en l'occurrence). Le résultat obtenu constitue l'erreur prévue au niveau du programme:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{n} = 3\,852 \times \frac{7\,797}{53} = 566\,703.$$

Si l'on applique la méthode de l'estimation par le quotient, l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population peut s'obtenir en multipliant le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon par la valeur comptable affichée par la population:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} = 46\,501\,186 \times \frac{7\,797}{661\,580} = 548\,058.$$

Le taux d'erreur de l'échantillon figurant dans la formule ci-dessus correspond simplement à la division du montant total de l'erreur de l'échantillon par le montant total des dépenses contrôlées.

Le taux d'erreur prévu est calculé comme étant le rapport entre l'erreur prévue et la valeur comptable de la population (dépenses totales). Dans le cas d'une estimation par la moyenne, le taux d'erreur prévu est de:

$$r_1 = \frac{566\,703}{46501186} = 1,22 \%$$

tandis que l'estimation par le quotient donne:

$$r_2 = \frac{548\,058}{46\,501\,186} = 1,18 \%$$

Dans les deux cas, l'erreur prévue est inférieure au niveau d'erreur significative. Toutefois, nous ne pourrions en tirer des conclusions qu'après avoir pris en compte l'erreur d'échantillonnage (précision).

La première étape en vue de l'obtention de la précision consiste à calculer l'écart type des erreurs de l'échantillon (calculé dans MS Excel comme suit: «:=STDEV.S(D3:D55)»):

$$s_e = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2} = \sqrt{\frac{1}{52} \sum_{i=1}^{53} (E_i - \bar{E})^2} = 758.$$

La précision dans le cas de l'estimation par la moyenne est ainsi obtenue à l'aide de la formule ci-après:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 1,282 \times \frac{758}{\sqrt{53}} = 514169.$$

Dans le cas de l'estimation par le quotient, il est nécessaire de créer la variable:

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} \times BV_i.$$

Cette variable figure dans la dernière colonne du tableau (colonne F). Par exemple, la valeur contenue dans la cellule F3 est donnée par la valeur de l'erreur de la première opération (0 EUR) diminuée de la somme des erreurs de l'échantillon, figurant dans la colonne D, soit 7 797 EUR («:=SUM(D3:D55)»), divisée par les dépenses contrôlées, reprises dans la colonne B, soit 661 580 EUR («:=SUM(B3:B55)»), et multipliée par la valeur comptable de l'opération (9 093 EUR):

$$q_1 = 0 - \frac{7\,797}{661\,580} \times 9,093 = -107,17.$$

Compte tenu de l'écart type de cette variable, $s_q = 755$ (calculé dans MS Excel comme suit: «:=STDEVS.(F3:F55)»), la précision dans le cas de l'estimation par le quotient est obtenue à l'aide de la formule ci-après:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}} = 3\,852 \times 1,282 \times \frac{755}{\sqrt{53}} = 512\,134$$

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation SE , soit:

$$ULE = EE + SE$$

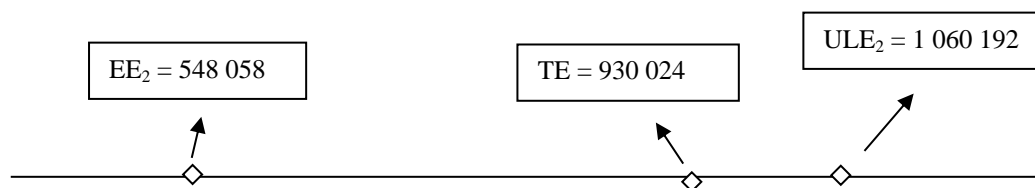
L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable aux fins des conclusions d'audit:

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 566\,703 + 514\,169 = 1\,080\,871$$

ou

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 548\,058 + 512\,134 = 1\,060\,192$$

Enfin, la comparaison entre le taux de signification de 2 % de la valeur comptable totale du programme ($2\% \times 46\,501\,186 \text{ EUR} = 930\,024 \text{ EUR}$), d'une part, et l'erreur prévue et la limite supérieure de l'erreur, d'autre part, permet de conclure, pour l'estimation par le quotient (puisque cette méthode d'extrapolation avait été choisie), que l'erreur prévue est inférieure à l'erreur maximale acceptable, mais que la limite supérieure de l'erreur est plus élevée que cette dernière. L'auditeur est donc en mesure de conclure à la nécessité de travaux complémentaires étant donné que l'insuffisance d'éléments probants ne permet pas de démontrer que la population ne présente pas d'inexactitudes significatives. Les travaux complémentaires spécifiques à réaliser sont examinés au point 5.11.



6.1.2 Échantillonnage aléatoire simple stratifié

6.1.2.1 Introduction

Dans un échantillon aléatoire simple stratifié, la population est divisée en sous-populations appelées «strates» et des échantillons indépendants sont prélevés dans chaque strate en adoptant l'approche classique de l'échantillonnage aléatoire simple.

Les critères susceptibles d'être retenus en vue de la stratification doivent tenir compte du fait que la stratification vise à définir des groupes (strates) dont la variabilité est plus limitée que celle de la population tout entière. Dans le cas d'un échantillonnage aléatoire simple, la stratification en fonction du niveau des dépenses par opération constitue généralement une bonne approche dès lors que, selon toute attente, le niveau de l'erreur est associé au niveau des dépenses. D'autres variables pressenties comme étant à l'origine du niveau d'erreur dans les opérations sont également d'excellents critères éventuels pour la stratification. D'autres choix possibles sont les programmes, les régions, les organismes intermédiaires, les classes de risque de l'opération, etc.

En cas d'application d'une stratification selon le niveau des dépenses, il convient de déterminer une strate de valeur élevée²⁶, de réaliser un contrôle exhaustif (100 %) des éléments constitutifs de cette strate et d'effectuer un échantillonnage aléatoire simple en vue de contrôler les échantillons d'éléments à plus faible valeur restants et inclus dans l'autre ou les autres strate(s). Cette approche est utile lorsque la population comprend un petit nombre d'éléments de valeur élevée. Dans ce cas d'espèce, les éléments appartenant à la strate exhaustive doivent être retirés de la population et toutes les étapes envisagées dans les autres points du présent document ne s'appliqueront qu'à la population d'éléments de faible valeur. Il convient de noter qu'il n'est pas obligatoire de contrôler l'intégralité des unités de la strate de valeur élevée. L'autorité d'audit peut élaborer une stratégie fondée sur plusieurs strates, correspondant à différents niveaux de

²⁶ Il n'existe pas de règle universelle permettant de définir la valeur seuil d'une strate de valeur élevée. Il est généralement recommandé d'inclure toutes les opérations dont les dépenses excèdent le seuil d'erreur significative (2 %) multiplié par les dépenses totales de la population. Des approches plus conservatrices utilisent une valeur seuil plus basse en divisant généralement le seuil de signification par 2 ou 3. La valeur seuil dépend cependant des caractéristiques de la population et le choix doit reposer sur l'appréciation d'un professionnel.

dépenses et effectuer un contrôle de toutes les strates par échantillonnage. S'il existe une strate soumise à un contrôle exhaustif, il convient de souligner que la précision attendue pour la définition de la taille de l'échantillon doit cependant être fondée sur la valeur comptable globale de la population. En effet, étant donné que la seule source d'erreur provient de la strate contenant des éléments de faible valeur mais que la précision attendue se situe au niveau de la population, il convient également de calculer l'erreur acceptable et l'erreur anticipée au niveau de la population.

6.1.2.2 Taille de l'échantillon

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_w^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs pour l'ensemble des strates:

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

et σ_{eh}^2 représente la variance des erreurs observées dans chaque strate. La variance des erreurs est calculée pour chaque strate, considérée comme une population indépendante, à l'aide de la formule:

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

où E_{hi} représente les erreurs individuelles relevées pour les unités contenues dans l'échantillon de la strate h et \bar{E}_h représente l'erreur moyenne de l'échantillon de la strate h .

Ces valeurs peuvent être fondées sur des données historiques ou sur un échantillon préliminaire/pilote de petite taille tel qu'expliqué précédemment pour la méthode classique d'échantillonnage aléatoire simple. Dans ce dernier cas, l'échantillon pilote peut ensuite être utilisé en tant que partie intégrante de l'échantillon choisi pour l'audit. En l'absence de données historiques en début de période de programmation et dans l'impossibilité de recourir à un échantillon pilote, la taille de l'échantillon peut être calculée au moyen de l'approche classique (pour la première année de la période). Les données collectées dans l'échantillon d'audit pour cette première année peuvent être utilisées pour affiner le calcul de la taille de l'échantillon pour les années suivantes. Compte tenu de ce manque d'information, la taille de l'échantillon pour la première

année sera vraisemblablement plus élevée que celle qui aurait été nécessaire si des informations auxiliaires au sujet des strates avaient été disponibles.

Une fois que la taille globale de l'échantillon, n , a été calculée, la répartition de l'échantillon en strates s'effectue comme suit:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Il s'agit d'une méthode de répartition générique, habituellement appelée «répartition proportionnelle». De nombreuses autres méthodes de répartition sont disponibles. Une répartition plus personnalisée permet, dans certains cas, de gagner en précision ou de réduire la taille de l'échantillon. L'adéquation d'autres méthodes de répartition à chaque population particulière impose certaines connaissances techniques dans la théorie de l'échantillonnage. Il peut parfois arriver que la méthode de répartition produise un échantillon d'une très petite taille pour une ou plusieurs strates. En pratique, il est conseillé d'utiliser une taille d'échantillon minimale de 3 unités pour chaque strate de la population afin que les écarts types nécessaires au calcul de la précision puissent être calculés.

6.1.2.3 Erreur prévue

Sur la base d'un nombre H d'échantillons d'opérations sélectionnés de manière aléatoire, dont la taille respective a été calculée selon la formule ci-dessus, l'erreur prévue au niveau de la population peut être calculée à l'aide des deux méthodes habituelles: l'estimation par la moyenne et l'estimation par le quotient.

Estimation par la moyenne

Dans chaque groupe de la population (strate), l'erreur moyenne par opération observée dans l'échantillon est multipliée par le nombre d'opérations contenues dans la strate (N_h); ensuite, tous les résultats obtenus pour chaque strate sont additionnés, produisant ainsi l'erreur prévue:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

Estimation par le quotient

Dans chaque groupe de la population (strate), le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon est multiplié par la valeur comptable de la population au niveau de la strate (BV_h):

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

Le taux d'erreur de l'échantillon dans chaque strate correspond simplement au quotient du montant total de l'erreur observée dans l'échantillon de la strate par le montant total des dépenses affichées par ce même échantillon.

Le choix entre ces deux méthodes doit reposer sur le même raisonnement que celui décrit pour la méthode classique d'échantillonnage aléatoire simple.

Si une strate soumise à un contrôle exhaustif a été envisagée et soustraite au préalable de la population, le montant total de l'erreur observée dans cette strate exhaustive sera alors ajouté à la valeur estimée ci-dessus EE_1 ou EE_2 de manière à obtenir l'extrapolation finale du montant de l'erreur pour l'ensemble de la population.

6.1.2.4 Précision

Comme pour la méthode classique, la précision (erreur d'échantillonnage) est une mesure de l'incertitude liée à la projection (extrapolation). Elle se calcule différemment selon la méthode utilisée au préalable pour l'extrapolation.

Estimation par la moyenne (erreurs absolues)

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}}$$

où s_w^2 représente la moyenne pondérée de la variance des erreurs pour l'ensemble des strates (calculée à présent à partir du même échantillon que celui utilisé pour extrapoler les erreurs à l'ensemble de la population):

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

et s_{eh}^2 représente la variance estimée des erreurs pour l'échantillon de la strate h.

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

Estimation par le quotient (taux d'erreur)

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{qw}}{\sqrt{n}}$$

où

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{qh}^2$$

est une moyenne pondérée des variances de la variable q_h , avec:

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

Cette variable est calculée, pour chaque unité de l'échantillon, comme étant la différence entre la valeur de son erreur et le produit de sa valeur comptable par le taux d'erreur observé dans l'échantillon.

6.1.2.5 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable afin de tirer des conclusions d'audit en adoptant exactement la même approche que celle décrite au point 6.1.1.5.

6.1.2.6 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée, relatives aux opérations d'un groupe de programmes. Le système de gestion et de contrôle est commun au groupe de programmes et les audits de systèmes effectués par l'autorité d'audit ont donné lieu à un niveau d'assurance modéré. C'est pourquoi l'autorité d'audit a décidé de mener des contrôles d'opérations en appliquant un niveau de confiance de 80 %.

L'autorité d'audit a des raisons de penser qu'il existe de sérieux risques d'erreur pour les opérations de valeur élevée, indépendamment du programme dont elles relèvent. En outre, il y a lieu de s'attendre à des taux d'erreur différents selon les programmes. Compte tenu de toutes ces informations, l'autorité d'audit décide de stratifier la population par programme et par dépenses (en isolant dans une strate à échantillonnage

exhaustif toutes les opérations dont la valeur comptable excède le taux d'erreur significative).

Le tableau ci-après résume les informations disponibles.

Taille de la population (nombre d'opérations)	4 807
Taille de la population – strate 1 (nombre d'opérations dans le programme 1)	3 582
Taille de la population – strate 2 (nombre d'opérations dans le programme 2)	1 225
Taille de la population – strate 3 (nombre d'opérations dont la valeur comptable excède le taux d'erreur significative)	6
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	1 396 535 319 EUR
Valeur comptable – strate 1 (total des dépenses dans le programme 1)	43 226 801 EUR
Valeur comptable – strate 2 (total des dépenses dans le programme 2)	1 348 417 361 EUR
Valeur comptable – strate 3 (total des dépenses des opérations dont la valeur comptable excède le seuil d'erreur significative)	4 891 156 EUR

La strate à échantillonnage exhaustif contenant les 5 opérations de valeur élevée doit être traitée séparément comme spécifié au point 6.1.2.1. C'est pourquoi la valeur de N correspond ci-après au nombre total des opérations contenues dans la population, diminué du nombre d'opérations incluses dans la strate à échantillonnage exhaustif, à savoir 4 802 (= 4 807 – 5) opérations.

La première étape consiste à calculer la taille d'échantillon requise à l'aide de la formule ci-après:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où z est égal à 1,282 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 80 %) et TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable, soit 2 % x 1 396 535 319 EUR = 27 930 706 EUR. Sur la base de l'expérience de l'année précédente et des conclusions du rapport relatives aux systèmes de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit prévoit un taux d'erreur maximal de 1,8 %. Ainsi, AE , l'erreur anticipée, sera de 1,8 % des dépenses totales, soit 1,8 % x 1 396 535 319 EUR = 25 137 636 EUR

Étant donné que la troisième strate est une strate à échantillonnage exhaustif, la taille de l'échantillon pour cette strate est fixe et égale à la taille de la population, soit les 5 opérations de valeur élevée. La taille de l'échantillon pour les deux autres strates est calculée à l'aide de la formule ci-dessus, où σ_w^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs pour les deux strates restantes:

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

et σ_{eh}^2 représente la variance des erreurs observées dans chaque strate. La variance des erreurs est calculée pour chaque strate, considérée comme une population indépendante, à l'aide de la formule:

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

où E_{hi} représente les erreurs individuelles relevées pour les unités contenues dans l'échantillon de la strate h et \bar{E}_h représente l'erreur moyenne de l'échantillon de la strate h .

Un échantillon préliminaire de 20 opérations prélevé dans la strate 1 a produit, pour l'écart type des erreurs, une valeur estimée de 444 EUR:

	A	B	C	D
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error
2	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €
3	3084	7,009 €	7,009 €	- €
4	105	7,948 €	7,948 €	- €
5	878	8,910 €	8,910 €	- €
6	2101	8,937 €	8,937 €	- €
7	3117	9,708 €	9,708 €	- €
8	1856	9,728 €	9,728 €	- €
9	734	9,985 €	9,985 €	- €
10	1333	10,160 €	10,160 €	- €
11	668	11,008 €	11,008 €	- €
12	3394	12,116 €	12,116 €	- €
13	1307	12,515 €	12,515 €	- €
14	189	12,553 €	12,553 €	- €
15	15	12,798 €	12,798 €	- €
16	256	16,414 €	16,414 €	- €
17	2621	16,420 €	16,420 €	- €
18	2118	16,729 €	16,729 €	- €
19	3344	16,798 €	16,798 €	- €
20	1551	17,330 €	17,330 €	- €
21	1243	17,592 €	17,592 €	- €
22	Total	241,191 €	239,207 €	1,984 €
23	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) ----->			444 €

La même procédure a été suivie pour la population de la strate 2.

Un échantillon préliminaire de 20 opérations prélevé dans la strate 2 a produit, pour l'écart type des erreurs, une valeur estimée de 9 818 EUR:

Strate 1 – estimation préliminaire de l'écart type des erreurs	444 EUR
Strate 2 – estimation préliminaire de l'écart type des erreurs	9 818 EUR

La moyenne pondérée des variances des erreurs de ces deux strates est dès lors de:

$$\sigma_w^2 = \frac{3\,582}{4\,802} 444^2 + \frac{1\,225}{4\,802} 9\,818^2 = 24\,737\,134$$

La taille de l'échantillon est obtenue comme suit:

$$n = \left(\frac{4\,802 \times 1,282 \times \sqrt{24\,734\,134}}{27\,930\,706 - 25\,137,636} \right)^2 \approx 121$$

La taille globale de l'échantillon correspond à ces 121 opérations auxquelles s'ajoutent les 5 opérations de la strate à échantillonnage exhaustif, soit 126 opérations au total.

La répartition de l'échantillon par strate s'effectue comme suit:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{3,582}{4,802} \times 121 \approx 90,$$

$$n_2 = n - n_1 = 31$$

et

$$n_3 = N_3 = 5$$

Le contrôle de 90 opérations dans la strate 1, de 31 opérations dans la strate 2 et des 5 opérations de la strate 3 fournira à l'auditeur une erreur totale pour les opérations échantillonnées. Les échantillons préliminaires précédents de 20 opérations prélevés respectivement dans les strates 1 et 2 font partie intégrante de l'échantillon principal. C'est pourquoi il ne reste à l'auditeur qu'à sélectionner de manière aléatoire 70 opérations complémentaires dans la strate 1 et 11 dans la strate 2. Le tableau suivant illustre les résultats de l'échantillon pour les opérations contrôlées:

Résultats de l'échantillon – strate 1		
A	Valeur comptable de l'échantillon	1 055 043 EUR
B	Erreur totale de l'échantillon	11 378 EUR
C	Erreur moyenne de l'échantillon (C=B/90)	126 EUR
D	Écart type des erreurs de l'échantillon	698 EUR
Résultats de l'échantillon – strate 2		
E	Valeur comptable de l'échantillon	35 377 240 EUR
F	Erreur totale de l'échantillon	102 899 EUR
G	Erreur moyenne de l'échantillon (G=F/31)	3 319 EUR
H	Écart type des erreurs de l'échantillon	13 012 EUR
Résultats de l'échantillon – strate 3		
I	Valeur comptable de l'échantillon	4 891 156 EUR
J	Erreur totale de l'échantillon	889 EUR
K	Erreur moyenne de l'échantillon (K=J/5)	178 EUR

Le tableau suivant présente les résultats obtenus pour la strate 1:

	A	B	C	D	E	F
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error	Error rate	q_i
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(2)	(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)
3	559	6,106 €	6,106 €	- €	0.0%	65.85 €
4	1833	6,196 €	6,196 €	- €	0.0%	66.82 €
5	2759	6,441 €	6,441 €	- €	0.0%	69.46 €
6	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €	30.4%	1,913.19 €
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
72	606	14,305 €	13,275 €	1,030 €	7.2%	875.98 €
73	341	14,448 €	12,626 €	1,822 €	12.6%	1,666.23 €
74	1701	14,501 €	14,501 €	- €	0.0%	156.38 €
75	416	14,715 €	14,715 €	- €	0.0%	158.69 €
76	672	15,237 €	15,237 €	- €	0.0%	164.32 €
77	2859	15,445 €	9,428 €	6,017 €	39.0%	5,850.57 €
78	854	15,929 €	15,929 €	- €	0.0%	171.78 €
79	2154	16,233 €	16,233 €	- €	0.0%	175.06 €
80	256	16,414 €	16,414 €	- €	0.0%	177.01 €
81	2621	16,420 €	16,420 €	- €	0.0%	177.08 €
82	1224	16,532 €	16,532 €	- €	0.0%	178.28 €
83	2118	16,729 €	16,729 €	- €	0.0%	180.41 €
84	3344	16,798 €	16,798 €	- €	0.0%	181.15 €
85	2250	17,063 €	17,063 €	- €	0.0%	184.01 €
86	1551	17,330 €	17,330 €	- €	0.0%	186.89 €
87	19	17,458 €	16,933 €	525 €	3.0%	336.44 €
88	654	17,505 €	17,505 €	- €	0.0%	188.78 €
89	1243	17,592 €	17,592 €	- €	0.0%	189.72 €
90	1869	17,595 €	17,595 €	- €	0.0%	189.75 €
91	2483	17,867 €	17,867 €	- €	0.0%	192.68 €
92	306	17,876 €	17,876 €	- €	0.0%	192.78 €
93	Total	1,055,043 €	1,043,665 €	11,378 €		
94	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D92)----->			698 €		695 €

Afin de déterminer si l'estimation par la moyenne ou par le quotient est la meilleure méthode d'estimation, l'AA calcule le ratio de covariance entre les erreurs et les valeurs comptables par rapport à la variance des valeurs comptables des opérations échantillonnées. Étant donné que ce ratio est supérieur à la moitié du taux d'erreur de l'échantillon, l'autorité d'audit peut être assurée que la méthode d'estimation par le quotient est la plus fiable. À des fins pédagogiques, les deux méthodes d'estimation sont illustrées ci-après.

Dans l'estimation par la moyenne, l'extrapolation de l'erreur pour les deux strates d'échantillonnage est effectuée en multipliant l'erreur moyenne de l'échantillon par la taille de la population. La somme de ces deux montants doit être ajoutée à l'erreur constatée dans la strate à échantillonnage exhaustif, de manière à extrapoler l'erreur à l'ensemble de la population:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 3,582 \times 126 + 1,225 \times 3,319 + 889 = 4,519,900$$

Une autre estimation de résultat peut être obtenue à l'aide de l'estimation par le quotient en multipliant (pour les deux strates d'échantillonnage) le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon de la strate par la valeur comptable affichée par la strate. Ensuite, la somme de ces deux montants doit être ajoutée à l'erreur constatée dans la strate à échantillonnage exhaustif, de manière à extrapoler l'erreur à l'ensemble de la population:

$$\begin{aligned}
 EE_2 &= \sum_{h=1}^3 BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i} \\
 &= 43,226,802 \times \frac{11,378}{1,055,043} + 1,348,417,361 \times \frac{102,899}{35,377,240} + 889 \\
 &= 4,389,095.
 \end{aligned}$$

Le taux d'erreur prévu est calculé comme étant le rapport entre l'erreur prévue et la valeur comptable de la population (dépenses totales). Dans le cas d'une estimation par la moyenne, le taux d'erreur prévu est de:

$$r_1 = \frac{4,519,900}{1,396,535,319} = 0.32 \%$$

tandis que l'estimation par le quotient donne:

$$r_2 = \frac{4,389,095}{1,396,535,319} = 0.31 \%$$

Dans les deux cas, l'erreur prévue est inférieure au seuil d'erreur significative. Toutefois, nous ne pourrions en tirer des conclusions qu'après avoir pris en compte l'erreur d'échantillonnage (précision). Il convient de noter que les seules sources d'erreur d'échantillonnage sont les strates 1 et 2 dans la mesure où la strate contenant les opérations de valeur élevée est soumise à un échantillonnage exhaustif. Dans ce qui suit, seules les deux strates d'échantillonnage sont prises en considération.

Compte tenu des écarts types des erreurs dans les échantillons des deux strates (voir le tableau reprenant les résultats des échantillons), la moyenne pondérée de la variance des erreurs pour l'ensemble des strates est obtenue comme suit:

$$s_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{3,582}{4,802} \times 698^2 + \frac{1,225}{4,802} \times 13,012^2 = 43,507,225.$$

La précision de l'erreur absolue est dès lors obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}} = 4,802 \times 1.282 \times \frac{\sqrt{43,507,225}}{\sqrt{121}} = 3,695,304.$$

Dans le cas de l'estimation par le quotient, il est nécessaire de créer la variable:

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

Les données de la strate 1 figurent à la dernière colonne du tableau précédent (colonne F). Par exemple, la valeur contenue dans la cellule F3 est donnée par la valeur de l'erreur de la première opération (0 EUR) diminuée de la somme des erreurs de l'échantillon, figurant à la colonne D, soit 11 378 EUR («:=SUM(D3:D92)»), divisée par la somme des valeurs comptables de l'échantillon, contenues à la colonne B, soit 1 055 043 EUR («:=SUM(B3:B92)»), multipliée par la valeur comptable de l'opération (6 106 EUR):

$$q_{11} = 0 - \frac{11,378}{1,055,043} \times 6,106 = -65.85.$$

L'écart type de cette variable pour la strate 1 est $s_{q1} = 695$ (calculé dans MS Excel comme suit: «:=STDEV.S(F3:F92)»). En utilisant la méthodologie décrite à l'instant, on obtient un écart type pour la strate 2 de $s_{q2} = 13,148$. Dès lors, la somme pondérée des variances de q_{ih} :

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^3 \frac{N_h}{N} s_{qh}^2 = \frac{3,582}{4,802} \times 695^2 + \frac{1,225}{4,802} \times 13,148^2 = 44,412,784.$$

La précision dans le cas de l'estimation par le quotient est donnée par la formule ci-après:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{qw}}{\sqrt{n}} = 4\,802 \times 1,282 \times \frac{\sqrt{44\,412\,784}}{\sqrt{59}} = 3\,733\,563.$$

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = EE + SE$$

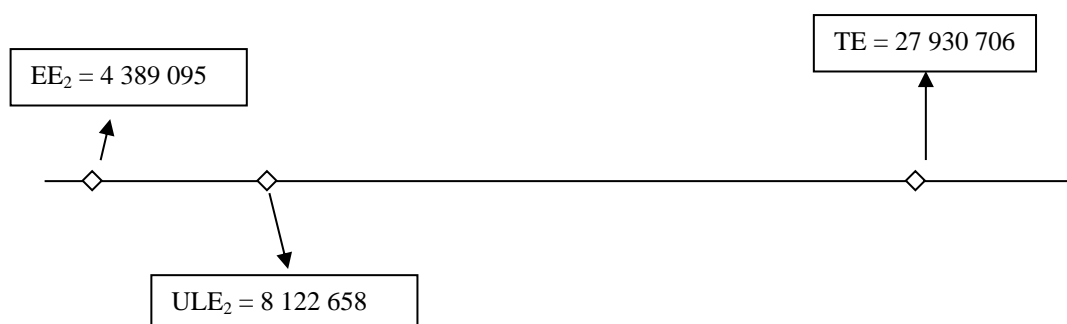
L'erreur prévue et la limite supérieure doivent ensuite toutes deux être comparées à l'erreur maximale acceptable aux fins des conclusions d'audit:

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 4\,519\,900 + 3\,695\,304 = 8\,215\,204$$

ou

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 4\,389\,095 + 3\,733\,563 = 8\,122\,658$$

Enfin, la comparaison entre les résultats prévus et le taux d'erreur significative de 2 % de la valeur comptable totale de la population (2 % x 1 396 535 319 EUR = 27 930 706 EUR) révèle, pour l'estimation par le quotient (la méthode d'extrapolation choisie), que tant l'erreur prévue que la limite supérieure de l'erreur sont inférieures à l'erreur maximale acceptable. Il peut donc être conclu que les éléments probants sont suffisants pour démontrer que la population ne présente pas d'inexactitudes significatives.



6.1.3 Échantillonnage aléatoire simple – deux périodes

6.1.3.1 Introduction

Il se peut que l'autorité d'audit décide d'étaler le processus d'échantillonnage sur plusieurs périodes de l'année (généralement deux semestres). Le principal avantage de cette approche n'est pas tant la réduction de la taille de l'échantillon que la répartition de la charge de travail d'audit tout au long de l'année, de manière à alléger l'effort qui serait imposé en fin d'année du fait d'une observation unique.

Dans une telle approche, la population de l'année est divisée en deux sous-populations, correspondant chacune aux opérations et aux dépenses de chaque semestre. Des échantillons indépendants sont prélevés pour chaque semestre, en appliquant la méthode classique de l'échantillonnage aléatoire simple.

6.1.3.2 Taille de l'échantillon

Premier semestre

Lors de la première période de contrôle (par exemple, au premier semestre), la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_{ew}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{ew}^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs pour chaque semestre:

$$\sigma_{ew}^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

et σ_{et}^2 représente la variance des erreurs observées dans chaque période t (semestre). La variance des erreurs est calculée pour chaque semestre, considéré comme une population indépendante, à savoir:

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

où E_{ti} représente les erreurs individuelles relevées pour les unités contenues dans l'échantillon du semestre t et \bar{E}_t représente l'erreur moyenne de l'échantillon au semestre t.

Il convient de noter que les valeurs des variances attendues dans chaque semestre doivent être fixées sur la base d'une appréciation professionnelle et reposer sur des données historiques. L'option visant à constituer un échantillon préliminaire/pilote de petite taille, tel que décrit dans le cadre de la méthode classique de l'échantillonnage aléatoire simple, demeure une possibilité mais ne peut être envisagée que pour le premier semestre. En réalité, au tout début de l'observation, les dépenses relatives au second semestre n'ont pas encore eu lieu, de sorte qu'aucune donnée objective (autre qu'historique) n'est disponible. Si des échantillons pilotes sont constitués, ceux-ci peuvent, comme à l'accoutumée, être utilisés par la suite en tant que partie intégrante de l'échantillon choisi pour l'audit.

L'auditeur peut considérer que la variance attendue des erreurs pour le second semestre est la même que pour le premier semestre. Une approche simplifiée peut donc être adoptée pour calculer la taille globale de l'échantillon:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_{e1}}{TE - AE} \right)^2$$

Il convient de noter que, dans cette approche simplifiée, seules les données relatives à la variabilité des erreurs durant la première période d'observation sont nécessaires. L'hypothèse de base est que la variabilité des erreurs sera d'ampleur comparable au cours des deux semestres.

Notons également que les formules utilisées pour le calcul de la taille de l'échantillon exigent des valeurs pour N_1 et N_2 , à savoir le nombre d'opérations figurant dans la population aux premier et second semestres. Lors du calcul de la taille de l'échantillon, la valeur de N_1 sera connue, contrairement à la valeur de N_2 , laquelle sera attribuée en fonction des prévisions de l'auditeur (ainsi que sur la base de données historiques). Cela ne constitue généralement pas un problème dans la mesure où toutes les opérations actives au second semestre étaient déjà en cours au premier semestre, de sorte que $N_1 = N_2$.

Une fois que la taille globale de l'échantillon, n , a été calculée, la répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{N_1}{N} n$$

et

$$n_2 = \frac{N_2}{N} n$$

Second semestre

Lors de la première période d'observation, plusieurs hypothèses ont été avancées concernant les périodes d'observation ultérieures (généralement, le semestre suivant). Si, lors des périodes ultérieures, les caractéristiques de la population diffèrent sensiblement des hypothèses émises, il se peut qu'un ajustement de la taille de l'échantillon pour la période suivante soit nécessaire.

En réalité, lors de la deuxième période de contrôle (par exemple, le second semestre), un plus grand nombre d'informations seront disponibles:

- le nombre d'opérations actives au cours du semestre N_2 est parfaitement connu;
- l'écart type des erreurs de l'échantillon, s_{e1} , calculé à partir de l'échantillon du premier semestre, peut déjà être disponible;
- l'écart type des erreurs pour le second semestre, σ_{e2} , pourrait désormais être évalué avec plus de précision à l'aide de données réelles.

Si ces paramètres ne sont pas fondamentalement différents de ceux estimés lors du premier semestre sur la base des prévisions de l'analyste, la taille de l'échantillon envisagée au départ pour le second semestre (n_2) ne devra pas être adaptée. Néanmoins, si l'auditeur constate que les estimations de départ diffèrent sensiblement des caractéristiques réelles de la population, un ajustement de la taille de l'échantillon peut s'avérer nécessaire de manière à tenir compte de l'inexactitude de ces estimations. Le cas échéant, la taille de l'échantillon du second semestre doit être recalculée à l'aide de la formule suivante:

$$n_2 = \frac{(z \cdot N_2 \cdot \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \cdot \frac{N_1^2}{n_1} \cdot s_{e1}^2}$$

où s_{e1} représente l'écart type des erreurs calculé à partir de l'échantillon du premier semestre et σ_{e2} est une estimation de l'écart type des erreurs au second semestre fondée sur la connaissance de données historiques (actualisées sur la base des informations provenant du premier semestre) ou sur un échantillon préliminaire/pilote du second semestre.

6.1.3.3 Erreur prévue

Sur la base des deux sous-échantillons de chaque semestre, l'erreur prévue au niveau de la population peut être calculée à l'aide des deux méthodes habituelles: l'estimation par la moyenne et l'estimation par le quotient.

Estimation par la moyenne

Dans chaque semestre, l'erreur moyenne par opération observée dans l'échantillon est multipliée par le nombre d'opérations contenues dans la population (N_t); les résultats obtenus pour les deux semestres sont ensuite additionnés, produisant ainsi l'erreur prévue:

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

Estimation par le quotient

Dans chaque semestre, le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon est multiplié par la valeur comptable de la population du semestre correspondant (BV_t):

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}}$$

Le taux d'erreur de l'échantillon pour chaque semestre correspond simplement au quotient du montant total de l'erreur dans l'échantillon du semestre concerné par le montant total des dépenses de ce même échantillon.

Le choix entre ces deux méthodes doit reposer sur le même raisonnement que celui décrit pour la méthode classique d'échantillonnage aléatoire simple.

6.1.3.4 Précision

Comme pour la méthode classique, la précision (erreur d'échantillonnage) est une mesure de l'incertitude liée à la projection (extrapolation). Elle se calcule différemment selon la méthode utilisée au préalable pour l'extrapolation.

Estimation par la moyenne (erreurs absolues)

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2}\right)}$$

où s_{et} représente l'écart type des erreurs observées dans l'échantillon du semestre t, (à présent calculé à partir des mêmes échantillons que ceux utilisés pour extrapoler les erreurs à l'ensemble de la population), soit:

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$

Estimation par le quotient (taux d'erreur)

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2}\right)}$$

où s_{qt} représente l'écart type de la variable q dans l'échantillon du semestre t, où

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

6.1.3.5 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable afin de tirer des conclusions d'audit en adoptant exactement la même approche que celle décrite au point 6.1.1.5.

6.1.3.6 Exemple

Une autorité d'audit a décidé de répartir la charge de travail de l'audit sur deux périodes. Au terme du premier semestre, l'autorité d'audit examine la population, divisée en deux groupes correspondant aux deux semestres. Au terme du premier semestre, la population présente les caractéristiques suivantes:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	1 237 952 015 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	3 852

Sur la base de l'expérience accumulée, l'autorité d'audit sait qu'en règle générale, toutes les opérations contenues dans les programmes au terme de la période de référence sont déjà actives dans la population du premier semestre. De plus, selon les estimations, les dépenses déclarées au terme du premier semestre représentent quelque 30 % du total des dépenses déclarées au terme de la période de référence. Sur la base de ces hypothèses, le tableau suivant donne une description succincte de la population:

Dépenses déclarées pour le premier semestre	1 237 952 015 EUR
Dépenses déclarées pour le second semestre (prévisions)	2 888 554 702 EUR
Taille de la population (opérations – période 1)	3 852
Taille de la population (opérations – période 2, prévisions)	3 852

Les audits de systèmes réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance élevé. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 60 %.

Lors de la première période, la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_w^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs observées dans chaque semestre:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

et σ_{et}^2 représente la variance des erreurs observées dans chaque période t (semestre). La variance des erreurs est calculée pour chaque semestre, considéré comme une population indépendante, à savoir:

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

où E_{ti} représente les erreurs individuelles relevées pour les unités contenues dans l'échantillon du semestre t et \bar{E}_t représente l'erreur moyenne de l'échantillon au semestre t.

Étant donné que la valeur de σ_{et}^2 est inconnue, l'autorité d'audit a décidé de prélever un échantillon préliminaire de 20 opérations au terme du premier semestre de l'année courante. L'écart type des erreurs dans cet échantillon préliminaire s'élève, pour le premier semestre, à 72 091 EUR. Sur la base de son appréciation professionnelle et sachant qu'en général, les dépenses au second semestre sont plus élevées qu'au premier semestre, l'autorité d'audit a prévu pour le second semestre, à titre préliminaire, un écart type des erreurs plus élevé de 40 % par rapport au premier semestre, soit 100 927,4 EUR. Aussi la moyenne pondérée des variances des erreurs est-elle de:

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 \\ &= \frac{3852}{3852 + 3852} \times 72,091^2 + \frac{3852}{3852 + 3852} \times 100,927,4^2 \\ &= 7,691,726,176. \end{aligned}$$

Il convient de noter que la taille de la population dans chaque semestre est égale au nombre d'opérations actives (c.-à-d. comportant des dépenses) dans chaque semestre.

Au premier semestre, la taille globale de l'échantillon prévue pour l'ensemble de l'année se présente comme suit:

$$n = \left(\frac{(N_1 + N_2) \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où z s'élève à 0,842 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 60 %), TE, l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable. La valeur comptable totale comprend la valeur comptable réelle au terme du premier semestre ainsi que la valeur comptable prévue pour le second semestre (1 237 952 015 EUR + 2 888 554 702 EUR = 4 126 506 717 EUR), de sorte que l'erreur acceptable s'élève à 2 % x 4 126 506 718 EUR = 82 530 134 EUR. L'échantillon préliminaire prélevé dans la population du premier semestre produit, pour l'échantillon, un taux d'erreur de 0,6 %.

L'autorité d'audit table sur la constance de ce taux d'erreur tout au long de l'année. Ainsi, AE , l'erreur anticipée s'élève à $0,6 \% \times 4\,126\,506\,718 \text{ EUR} = 24\,759\,040 \text{ EUR}$. La taille prévue de l'échantillon pour l'ensemble de l'année sera donc de:

$$n = \left(\frac{(3852 + 3852) \times 0.842 \times \sqrt{7,691,726,176}}{82,530,134 - 24,759,040} \right)^2 \approx 97$$

La répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 49$$

et

$$n_2 = n - n_1 = 49$$

L'échantillon du premier semestre a généré les résultats suivants:

Valeur comptable de l'échantillon – premier semestre	13 039 581 EUR
Erreur totale de l'échantillon – premier semestre	199 185 EUR
Écart type des erreurs de l'échantillon – premier semestre	69 815 EUR

Au terme du second semestre, un plus grand nombre d'informations sont disponibles. Ainsi, le nombre d'opérations actives au second semestre est parfaitement connu, la variance des erreurs de l'échantillon s_{e1} calculée à partir de l'échantillon du premier semestre est désormais disponible et l'écart type des erreurs pour le second semestre σ_{e2} peut à présent être évalué avec plus de précision à l'aide d'un échantillon préliminaire constitué de données réelles.

L'autorité d'audit constate que les hypothèses émises à la fin du premier semestre quant au nombre total d'opérations restent valables. Néanmoins, les chiffres de deux paramètres doivent être actualisés.

Premièrement, l'estimation de l'écart type des erreurs fondée sur l'échantillon de 49 opérations du premier semestre a conclu à une valeur de 69 815 EUR. Cette nouvelle valeur doit à présent être utilisée pour réévaluer la taille de l'échantillon prévue. Deuxièmement, sur la base d'un nouvel échantillon préliminaire constitué de 20 opérations contenues dans la population du second semestre, l'autorité d'audit estime l'écart type des erreurs pour le second semestre à 108 369 EUR (valeur proche, mais plus précise, de celle prédite au terme de la première période). Nous en concluons que les écarts types des erreurs des deux semestres, utilisés pour prévoir la taille de l'échantillon, sont proches des valeurs obtenues au terme du premier semestre. Néanmoins, l'autorité d'audit a choisi de procéder à un nouveau calcul de la taille de

l'échantillon en utilisant les données actualisées disponibles. L'échantillon pour le second semestre sera donc revu.

Ensuite, la valeur comptable totale prévue pour la population du second semestre doit être remplacée par la valeur réelle, soit 2 961 930 008 EUR, et non par la valeur prévue de 2 888 554 703 EUR

Paramètre	Fin du premier semestre	Fin du second semestre
Écart type des erreurs au premier semestre	72 091 EUR	69 815 EUR
Écart type des erreurs au second semestre	100 475 EUR	108 369 EUR
Dépenses totales au second semestre	2 888 554 703 EUR	2 961 930 008 EUR

Compte tenu de ces réajustements, la taille de l'échantillon recalculée pour le second semestre se présente comme suit:

$$n_2 = \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

$$= \frac{(0.842 \times 3,852 \times 108,369)^2}{(83,997,640 - 25,199,292)^2 - 0.842^2 \times \frac{3,852^2}{49} \times 69,815^2} = 52$$

Le contrôle des 49 opérations au premier semestre et de ces 52 opérations au second semestre fournira à l'auditeur des informations sur l'erreur totale pour l'ensemble des opérations échantillonnées. L'échantillon préliminaire précédent, constitué de 20 opérations, fait partie intégrante de l'échantillon principal. Aussi l'auditeur ne devra-t-il choisir au second semestre que 32 nouvelles opérations.

L'échantillon du second semestre a généré les résultats suivants:

Valeur comptable de l'échantillon – second semestre	34 323 574 EUR
Erreur totale de l'échantillon – second semestre	374 790 EUR
Écart type des erreurs de l'échantillon – second semestre	59 489 EUR

Sur la base des deux échantillons, l'erreur prévue au niveau de la population peut être calculée à l'aide des deux méthodes habituelles: l'estimation par la moyenne et l'estimation par le quotient. Afin de déterminer si l'estimation par la moyenne ou par le quotient est la meilleure méthode d'estimation, l'AA calcule le ratio de covariance entre les erreurs et les valeurs comptables par rapport à la variance des valeurs comptables

des opérations échantillonnées. Étant donné que ce ratio est supérieur à la moitié du taux d'erreur de l'échantillon, l'autorité d'audit peut être assurée que la méthode d'estimation par le quotient est la plus fiable. À des fins pédagogiques, les deux méthodes d'estimation sont illustrées ci-après.

La méthode de l'estimation par la moyenne consiste à multiplier l'erreur moyenne par opération observée dans l'échantillon par le nombre d'opérations constituant la population (N_t); les résultats obtenus pour les deux semestres sont ensuite additionnés, produisant ainsi l'erreur prévue:

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{49} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{52} E_{2i} = \frac{3,852}{49} \times 199,185 + \frac{3,852}{52} \times 374,790$$

$$= 43,421,670$$

La méthode de l'estimation par le quotient consiste à multiplier le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon par la valeur comptable de la population du semestre correspondant (BV_t):

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}}$$

$$= 1,237,952,015 \times \frac{199,185}{13,039,581} + 2,961,930,008 \times \frac{374,790}{34,323,574}$$

$$= 51,252,484$$

Dans le cas d'une estimation par la moyenne, le taux d'erreur prévu est de:

$$r_1 = \frac{43,421,670}{1,237,952,015 + 2,961,930,008} = 1.03 \%$$

tandis que l'estimation par le quotient donne:

$$r_2 = \frac{51,252,451}{1,237,952,015 + 2,961,930,008} = 1.22 \%$$

Le calcul de la précision sera différent selon la méthode utilisée au préalable pour l'extrapolation. Dans le cas d'une estimation par la moyenne, la précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE_1 = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{S_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{S_{e2}^2}{n_2}\right)}$$

$$= 0.842 \times \sqrt{3,852^2 \times \frac{69,815^2}{49} + 3,852^2 \times \frac{59,489^2}{52}} = 41,980,051$$

Dans le cas d'une estimation par le quotient, il y a lieu de calculer l'écart type de la variable q (voir à cet égard le point 6.1.3.4):

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

L'écart type pour chaque semestre sera respectivement de 54 897 EUR et 57 659 EUR. La précision est dès lors obtenue comme suit:

$$SE_2 = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{S_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{S_{q2}^2}{n_2}\right)}$$

$$= 0.842 \times \sqrt{3,852^2 \times \frac{54,897^2}{49} + 3,852^2 \times \frac{57,659^2}{52}} = 36,325,544$$

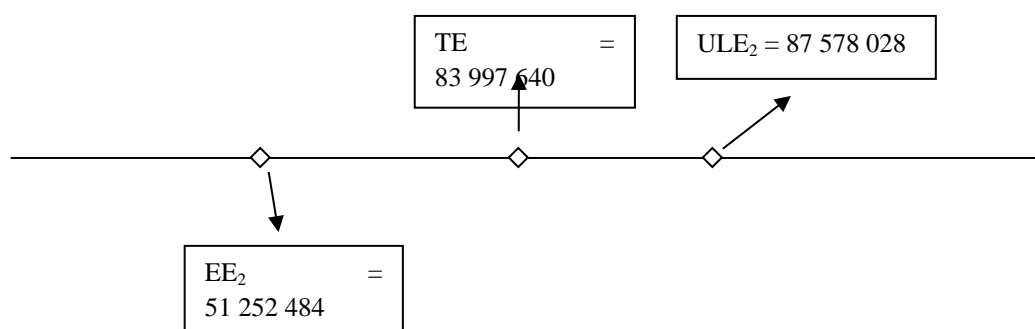
L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable aux fins des conclusions d'audit:

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 43,421,670 + 41,980,051 = 85,401,721$$

ou

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 51,252,484 + 36,325,544 = 87,578,028$$

Enfin, la comparaison entre le seuil d'erreur significative de 2 % de la valeur comptable totale de la population (2 % x 4 199 882 023 EUR = 83 997 640 EUR) et les résultats extrapolés révèle, pour l'estimation par le quotient (la méthode d'extrapolation choisie), que l'erreur maximale acceptable est supérieure aux erreurs prévues mais inférieure à la limite supérieure. Le lecteur est prié de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.2 Estimation par la différence

6.2.1 Approche classique

6.2.1.1 Introduction

L'estimation par la différence est également une méthode d'échantillonnage statistique fondée sur une sélection avec égale probabilité. Cette méthode consiste à extrapoler l'erreur observée dans l'échantillon et à soustraire l'erreur prévue du total des dépenses déclarées dans une population donnée de manière à évaluer le niveau correct des dépenses dans ladite population (c.-à-d. les dépenses qui seraient obtenues si toutes les opérations constituant la population étaient contrôlées).

Cette méthode est très proche de l'échantillonnage aléatoire simple, la principale différence étant l'utilisation d'une procédure d'extrapolation plus sophistiquée.

Cette méthode est particulièrement utile si l'objectif est l'estimation du niveau correct des dépenses dans une population donnée, si le niveau d'erreur est relativement constant dans la population et si la valeur comptable des différentes opérations semble assez proche (variabilité faible). Cette technique semble généralement plus performante que l'échantillonnage en unités monétaires lorsque les erreurs présentent un faible degré de variabilité ou lorsque celles-ci sont faiblement ou négativement associées aux valeurs comptables. A contrario, cette technique semble généralement moins bonne que l'échantillonnage en unités monétaires lorsque les erreurs présentent un degré de variabilité élevé ou lorsque celles-ci sont positivement associées aux valeurs comptables.

Au même titre que toutes les autres techniques, cette méthode peut être combinée à une stratification (les conditions propices à la stratification sont examinées au point 5.2).

6.2.1.2 Taille de l'échantillon

Le calcul de la taille de l'échantillon n dans le cadre de l'estimation par la différence fait appel exactement aux mêmes informations et formules que l'échantillonnage aléatoire simple:

- la taille de la population N ;
- le niveau de confiance déterminé à partir de l'audit des systèmes et le coefficient correspondant z issu de la loi normale (voir le point 5.3);
- l'erreur maximale acceptable TE (généralement 2 % des dépenses totales);

- l'erreur anticipée AE choisie par l'auditeur sur la base de son appréciation professionnelle et d'informations recueillies précédemment;
- l'écart type σ_e des erreurs.

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_e représente l'écart type des erreurs observées dans la population. Il convient de noter que, comme mentionné dans le cadre de l'échantillonnage aléatoire simple, cet écart type n'est presque jamais connu à l'avance et les autorités d'audit doivent s'appuyer soit sur des données historiques, soit sur un échantillon préliminaire/pilote de petite taille (la taille d'échantillon minimale recommandée devant être comprise entre 20 et 30 unités). Il convient également de noter que cet échantillon pilote peut ensuite être utilisé en tant que partie intégrante de l'échantillon choisi pour l'audit. Pour de plus amples informations sur les modalités de calcul de cet écart type, il y a lieu de se référer au point 6.1.1.2.

6.2.1.3 Extrapolation

Sur la base d'un échantillon d'opérations sélectionné de manière aléatoire, dont la taille a été calculée à l'aide de la formule ci-dessus, l'erreur prévue au niveau de la population peut être calculée en multipliant l'erreur moyenne observée par opération dans l'échantillon par le nombre d'opérations constituant la population, de manière à obtenir l'erreur prévue:

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}$$

où E_i représente les erreurs individuelles relevées pour les unités de l'échantillon et \bar{E} représente l'erreur moyenne de l'échantillon.

Dans une seconde phase, il est possible d'extrapoler la valeur comptable correcte (c.-à-d. les dépenses correctes qui seraient constatées si toutes les opérations constituant la population étaient contrôlées) en soustrayant l'erreur prévue EE de la valeur comptable BV de la population (dépenses déclarées). L'extrapolation de la valeur comptable correcte (correct book value - CBV) est obtenue comme suit:

$$CBV = BV - EE$$

6.2.1.4 Précision

La précision de l'extrapolation (mesure de l'incertitude liée à la projection) est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

où s_e représente l'écart type des erreurs de l'échantillon (à présent calculé à partir du même échantillon que celui utilisé pour l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population), soit:

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

6.2.1.5 Évaluation

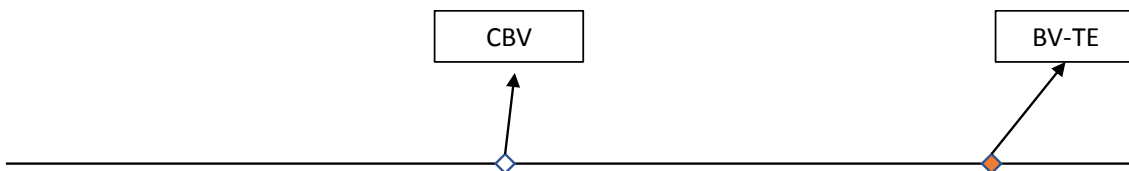
Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, il y a lieu de calculer au préalable la limite inférieure pour la valeur comptable corrigée. Cette limite inférieure est égale à:

$$LL = CBV - SE$$

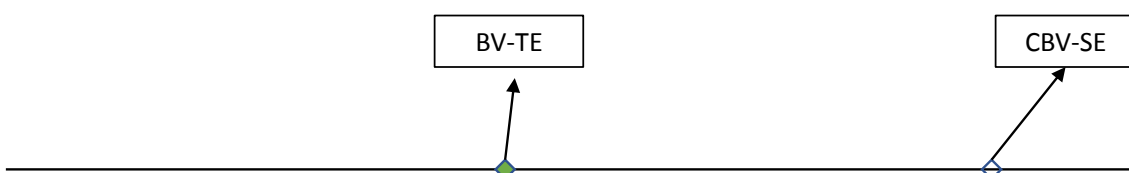
L'extrapolation de la valeur comptable correcte et la limite inférieure sont toutes deux comparées à la différence entre la valeur comptable (dépenses déclarées) et l'erreur maximale acceptable TE, ce qui correspond au produit du seuil d'erreur significative par la valeur comptable:

$$BV - TE = BV - 2 \% \times BV = 98 \% \times BV$$

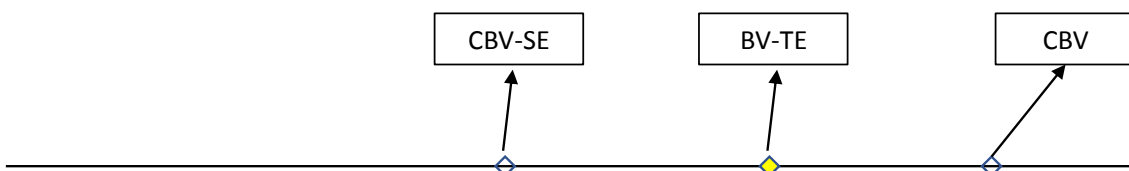
- Si $BV - TE$ est supérieur à CBV , l'auditeur conclura à la présence suffisante d'éléments probants démontrant que les erreurs constatées dans le programme sont supérieures au seuil d'erreur significative:



- Si $BV - TE$ est en deçà de la limite inférieure $CBV - SE$, cela signifie qu'il existe suffisamment d'éléments probants démontrant que les erreurs constatées dans le programme sont inférieures au seuil d'erreur significative:



Si $BV - TE$ est compris entre la limite inférieure $CBV - SE$ et CBV , il y a lieu de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.2.1.6 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée, relatives aux opérations d'un programme. Les audits de systèmes réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance élevé. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 60 %.

Le tableau suivant résume les caractéristiques de la population:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

Sur la base de l'audit effectué l'année dernière, l'autorité d'audit prévoit un taux d'erreur de 0,7 % (soit le taux d'erreur de l'année dernière) et estime pour l'écart type des erreurs un montant de 168 397 EUR

La première étape consiste à calculer la taille d'échantillon requise à l'aide de la formule ci-après:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

où z est égal à 0,842 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 60 %); σ_e s'élève à 168 397 EUR; TE , l'erreur acceptable, est de 2 % de la valeur comptable (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement), soit 2 % x 4 199 882 024 EUR = 83 997 640 EUR et AE , l'erreur anticipée, correspond à 0,7 %, soit 0,7 % x 4 199 882 024 EUR = 29 399 174 EUR:

$$n = \left(\frac{3,852 \times 0,842 \times 168,397}{83,997,640 - 29,399,174} \right)^2 \approx 101$$

La taille d'échantillon minimale est donc de 101 opérations.

La vérification de ces 101 opérations fournira à l'auditeur l'erreur totale pour les opérations échantillonnées.

Les résultats de l'échantillon sont résumés dans le tableau suivant:

Valeur comptable de l'échantillon	124 944 535 EUR
Erreur totale de l'échantillon	1 339 765 EUR
Écart type des erreurs de l'échantillon	162 976 EUR

L'erreur prévue au niveau de la population sera:

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^{101} E_i}{n} = 3,852 \times \frac{1,339,765}{101} = 51,096,780,$$

ce qui correspond à un taux d'erreur prévu de:

$$r = \frac{51,096,780}{4,199,882,024} = 1.22 \%$$

Il est possible d'extrapoler la valeur comptable correcte (c.-à-d. les dépenses correctes qui seraient constatées si toutes les opérations constituant la population étaient contrôlées) en soustrayant l'erreur prévue (EE) de la valeur comptable (BV) de la population (dépenses déclarées). L'extrapolation de la valeur comptable correcte (CBV) sera:

$$CBV = 4,199,882,024 - 51,096,780 = 4,148,785,244$$

La précision de l'extrapolation est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 0.842 \times \frac{162,976}{\sqrt{101}} = 52,597,044.$$

La combinaison de l'erreur prévue et de la précision permet de calculer une limite supérieure pour le taux d'erreur. Cette limite supérieure correspond au rapport entre la limite supérieure de l'erreur et la valeur comptable de la population. La limite supérieure pour le taux d'erreur sera donc:

$$r_{UL} = \frac{EE + SE}{BV} = \frac{51,096,780 + 52,597,044}{4,199,882,024} = 2.47 \%$$

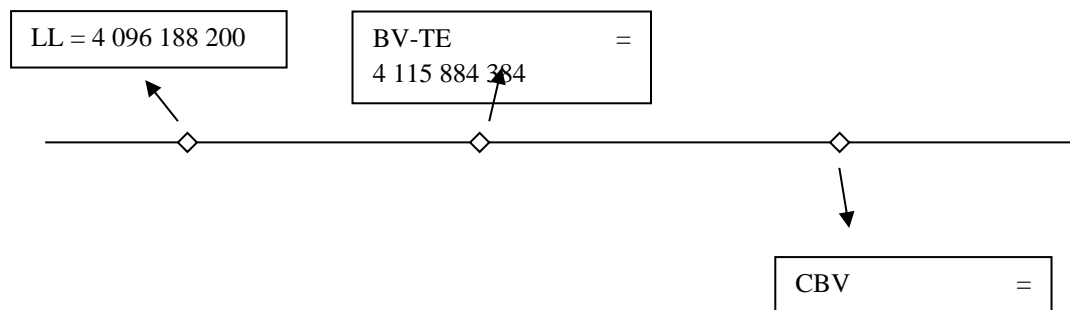
Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, il y a lieu de calculer au préalable la limite inférieure pour la valeur comptable correcte. Cette limite inférieure est égale à:

$$LL = CBV - SE = 4,148,785,244 - 52,597,044 = 4,096,188,200$$

L'extrapolation de la valeur comptable correcte ainsi que la limite inférieure sont toutes deux comparées à la différence entre la valeur comptable (à savoir les dépenses déclarées) et l'erreur maximale acceptable (TE):

$$BV - TE = 4,199,882,024 - 83,997,640 = 4,115,884,384$$

Étant donné que $BV - TE$ est compris entre la limite inférieure $LL = CBV - SE$ et CBV , il y a lieu de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.2.2 Estimation par la différence - stratification

6.2.2.1 Introduction

Lors de la stratification dans le cadre de l'estimation par la différence, la population est divisée en sous-populations appelées «strates» et des échantillons indépendants sont prélevés dans chaque strate à l'aide de la méthode de l'estimation par la différence.

Le raisonnement à la base de la stratification et les critères pouvant en justifier la réalisation sont les mêmes que ceux présentés pour l'échantillonnage aléatoire simple (voir le point 6.1.2.1). Comme pour ce dernier, la stratification en fonction du niveau des dépenses par opération constitue en général une bonne approche dès lors qu'il est prévu que le niveau d'erreur sera associé au niveau des dépenses.

Si une stratification par niveau de dépenses est mise en place et qu'il est possible de recenser quelques opérations de valeur extrêmement élevée, il est recommandé d'inclure celles-ci dans une strate de valeur élevée, qui fera l'objet d'un contrôle exhaustif. Dans ce cas, les éléments constitutifs de cette strate seront traités de manière séparée et les étapes d'échantillonnage ne s'appliqueront qu'à la population contenant les éléments de faible valeur. Le lecteur doit être conscient du fait que la précision attendue pour la définition de la taille de l'échantillon doit cependant être fondée sur la valeur comptable globale de la population. En effet, étant donné que la source d'erreur provient de la strate contenant des éléments de faible valeur mais que la précision attendue doit être estimée au niveau de la population, il convient également de calculer l'erreur acceptable et l'erreur anticipée au niveau de la population.

6.2.2.2 Taille de l'échantillon

La taille de l'échantillon est calculée en adoptant la même approche que celle utilisée pour l'échantillonnage aléatoire simple, soit:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_w^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs relevées pour l'ensemble des strates (voir le point 6.1.2.2 pour de plus amples détails).

Comme à l'accoutumée, les variances peuvent reposer sur des données historiques ou sur un échantillon préliminaire/pilote de petite taille. Comme d'habitude, dans ce dernier cas, l'échantillon pilote peut par la suite faire partie intégrante de l'échantillon principal choisi pour l'audit.

Une fois que la taille globale de l'échantillon, n , a été calculée, la répartition de l'échantillon en strates s'effectue comme suit:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Il s'agit d'une méthode de répartition générique, également utilisée dans le cas de l'échantillonnage aléatoire simple, appelée «répartition proportionnelle». Ici également, d'autres méthodes de répartition sont disponibles et peuvent être appliquées.

6.2.2.3 Extrapolation

Sur la base d'un nombre H d'échantillons d'opérations sélectionnés de manière aléatoire, dont la taille respective a été calculée selon la formule ci-dessus, l'erreur prévue au niveau de la population peut être calculée comme suit:

$$EE = \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

Dans la pratique, dans chaque groupe de la population (strate), la moyenne des erreurs observées dans l'échantillon est multipliée par le nombre d'opérations contenues dans la strate (N_h). Ensuite, l'ensemble des résultats obtenus pour chaque strate sont additionnés.

Dans une seconde phase, la valeur comptable correcte (les dépenses correctes qui seraient constatées si toutes les opérations constituant la population étaient contrôlées) peut être extrapolée à l'aide de la formule suivante:

$$CBV = BV - \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}$$

Dans la formule ci-dessus: 1) calculer dans chaque strate la moyenne des erreurs observées dans l'échantillon; 2) dans chaque strate, multiplier l'erreur moyenne de l'échantillon par la taille de la strate (N_h); 3) additionner les résultats obtenus pour chaque strate; 4) soustraire cette dernière valeur de la valeur comptable totale de la population. Le résultat de cette opération constitue l'extrapolation de la valeur comptable correcte au niveau de la population.

6.2.2.4 Précision

Rappelons que la précision (erreur d'échantillonnage) est une mesure de l'incertitude liée à la projection (extrapolation). Dans le cas d'une stratification de l'estimation par la différence, cette précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}}$$

où s_w^2 représente la moyenne pondérée de la variance des erreurs pour l'ensemble des strates calculée à partir du même échantillon que celui utilisé pour l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population, soit:

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

et s_{eh}^2 représente la variance estimée des erreurs pour l'échantillon de la strate h :

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

6.2.2.5 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, il y a lieu de calculer au préalable la limite inférieure pour la valeur comptable corrigée. Cette limite inférieure est égale à:

$$LL = CBV - SE$$

L'extrapolation de la valeur comptable correcte ainsi que la limite inférieure sont toutes deux comparées à la différence entre la valeur comptable (c.-à-d. les dépenses déclarées) et l'erreur maximale acceptable (TE):

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

Enfin, les conclusions d'audit doivent être tirées en adoptant exactement la même approche que celle décrite au point 6.2.1.5 dans le cadre de l'approche classique de l'estimation par la différence.

6.2.2.6 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée, relatives aux opérations d'un groupe de programmes. Le système de gestion et de contrôle est partagé par le groupe de programmes et les audits de système effectués par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance élevé. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 60 %.

L'autorité d'audit a des raisons de penser qu'il existe de sérieux risques d'erreur pour les opérations de valeur élevée, indépendamment du programme dont elles relèvent. En outre, il y a lieu de s'attendre à des taux d'erreur différents selon les programmes. Compte tenu de toutes ces informations, l'autorité d'audit décide de stratifier la population par programme et par dépenses (en isolant dans une strate à échantillonnage exhaustif toutes les opérations dont la valeur comptable excède le taux d'erreur significative).

Le tableau ci-après résume les informations disponibles:

Taille de la population (nombre d'opérations)	4 872
Taille de la population – strate 1 (nombre d'opérations dans le programme 1)	1 520
Taille de la population – strate 2 (nombre d'opérations dans le programme 2)	3 347
Taille de la population – strate 3 (nombre d'opérations dont la valeur comptable excède le taux d'erreur significative)	6
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	6 440 727 190 EUR
Valeur comptable – strate 1 (total des dépenses dans le programme 1)	3 023 598 442 EUR
Valeur comptable – strate 2 (total des dépenses dans le programme 2)	2 832 769 525 EUR
Valeur comptable – strate 3 (total des dépenses des opérations dont la valeur comptable excède le seuil d'erreur significative)	584 359 223 EUR

La strate à échantillonnage exhaustif contenant les 5 opérations de valeur élevée doit être traitée séparément comme spécifié au point 6.2.2.1. C'est pourquoi la valeur de N correspond ci-après au nombre total des opérations contenues dans la population, diminué du nombre d'opérations incluses dans la strate à échantillonnage exhaustif, à savoir 4 867 (= 4 872 – 5) opérations.

La première étape consiste à calculer la taille d'échantillon requise à l'aide de la formule ci-après:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où z est égal à 0,842 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 60 %) et TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable, soit 2 % x 6 440 727 190 EUR = 128 814 544 EUR. Sur la base de l'expérience de l'année précédente et des conclusions du rapport relatives aux systèmes de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit prévoit un taux d'erreur maximal de 0,4 %. Ainsi, AE , l'erreur anticipée, sera de 0,4 %, soit 0,4 % x 6 440 727 190 EUR = 25 762 909 EUR.

Étant donné que la troisième strate est une strate à échantillonnage exhaustif, la taille de l'échantillon pour cette strate est fixe et égale à la taille de la population, soit les 5 opérations de valeur élevée. La taille de l'échantillon pour les deux autres strates est calculée à l'aide de la formule ci-dessus, où σ_w^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs pour les deux strates restantes:

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

et σ_{eh}^2 représente la variance des erreurs observées dans chaque strate. La variance des erreurs est calculée pour chaque strate, considérée comme une population indépendante, à l'aide de la formule:

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

où E_{hi} représente les erreurs individuelles des unités contenues dans l'échantillon de la strate h et \bar{E}_h représente l'erreur moyenne de l'échantillon de la strate h . Un échantillon préliminaire de 20 opérations prélevé dans la strate 1 a donné, pour l'écart type des erreurs, une valeur estimée de 21 312 EUR.

La même procédure a été suivie pour la population de la strate 2. Un échantillon préliminaire de 20 opérations prélevé dans la strate 2 a produit, pour l'écart type des erreurs, une valeur estimée de 215 546 EUR:

Strate 1 – estimation préliminaire de l'écart type des erreurs	21 312 EUR
Strate 2 – estimation préliminaire de l'écart type des erreurs	215 546 EUR

La moyenne pondérée des variances des erreurs de ces deux strates est dès lors de:

$$\sigma_w^2 = \frac{1,520}{4,867} \times 21,312^2 + \frac{3,347}{4,867} 215,546^2 = 32,092,103,451$$

La taille d'échantillon minimale est définie à l'aide la formule suivante:

$$n = \left(\frac{4,867 \times 0.845 \times \sqrt{32,092,103,451}}{128,814,544 - 25,762,909} \right)^2 \approx 51$$

La répartition par strate de ces 51 opérations s'effectue comme suit:

$$n_1 = \frac{1,520}{4,867} \times 51 \approx 16,$$

$$n_2 = n - n_1 = 35$$

et

$$n_3 = N_3 = 5$$

La taille totale de l'échantillon est donc de 60 opérations:

- 20 opérations de l'échantillon préliminaire de la strate 1; plus
- 35 opérations de la strate 2 (les 20 opérations de l'échantillon préliminaire plus un échantillon complémentaire de 15 opérations); plus
- les 5 opérations de valeur élevée.

Le tableau suivant illustre les résultats par échantillon pour l'ensemble de l'échantillon de 60 opérations:

Résultats de l'échantillon – strate 1		
A	Valeur comptable de l'échantillon	37 344 981 EUR
B	Erreur totale de l'échantillon	77 376 EUR
C	Erreur moyenne de l'échantillon (C=B/16)	3 869 EUR
D	Écart type des erreurs de l'échantillon	16 783 EUR
Résultats de l'échantillon – strate 2		
E	Valeur comptable de l'échantillon	722 269 643 EUR
F	Erreur totale de l'échantillon	264 740 EUR
G	Erreur moyenne de l'échantillon (G=F/35)	7 564 EUR
H	Écart type des erreurs de l'échantillon	117 335 EUR
Résultats de l'échantillon – strate soumise à un contrôle exhaustif		
I	Valeur comptable de l'échantillon	584 359 223 EUR
J	Erreur totale de l'échantillon	7 240 855 EUR

K	Erreur moyenne de l'échantillon (I=J/5)	1 448 171 EUR
---	---	---------------

L'extrapolation de l'erreur pour les deux strates d'échantillonnage est effectuée en multipliant l'erreur moyenne de l'échantillon par la taille de la population. La somme de ces deux montants, ajoutée à l'erreur constatée dans la strate à échantillonnage exhaustif, constitue l'erreur prévue au niveau de la population, soit:

$$EE = \sum_{h=1}^3 1520 \times 3,869 + 3,347 \times 7,564 + 7,240,855 = 38,438,139$$

Le taux d'erreur prévu est calculé comme étant le rapport entre l'erreur extrapolée et la valeur comptable de la population (total des dépenses):

$$r_1 = \frac{39,908,283}{6,440,727,190} = 0.60 \%$$

La valeur comptable correcte (à savoir les dépenses correctes qui seraient constatées si toutes les opérations constituant la population étaient contrôlées) peut être extrapolée à l'aide de la formule suivante:

$$CBV = BV - EE = 6,440,727,190 - 39,908,283 = 6,402,289,051$$

Compte tenu des écarts types des erreurs observées dans les échantillons des deux strates (voir le tableau reprenant les résultats des échantillons), la moyenne pondérée de la variance des erreurs pour l'ensemble des strates d'échantillonnage est obtenue comme suit:

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{1,520}{4,867} \times 16,783^2 + \frac{3,347}{4,867} \times 117,335^2 = 9,555,777,062$$

La précision de l'extrapolation est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}} = 4,867 \times 0.842 \times \frac{\sqrt{9,555,777,062}}{\sqrt{55}} = 54,016,333$$

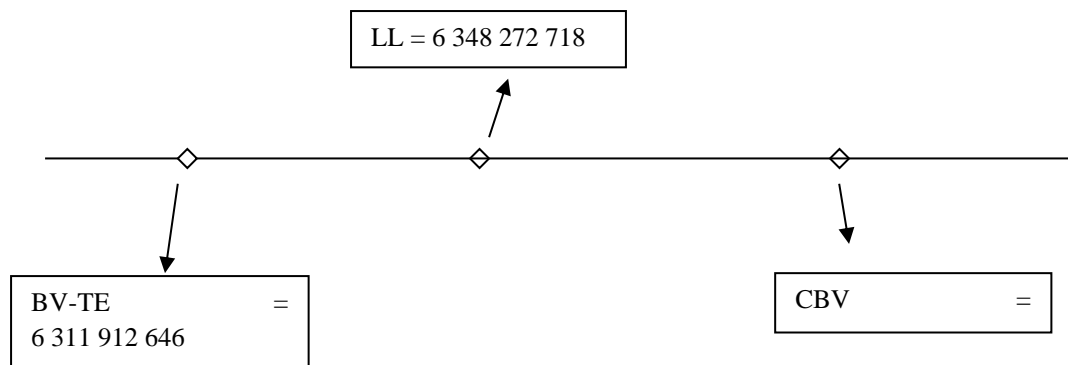
Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, il y a lieu de calculer au préalable la limite inférieure pour la valeur comptable corrigée. Cette limite inférieure est égale à:

$$LL = CBV - SE = 6,402,289,051 - 54,016,333 = 6,348,272,718$$

L'extrapolation de la valeur comptable correcte ainsi que la limite inférieure sont toutes deux comparées à la différence entre la valeur comptable (c.-à-d. les dépenses déclarées) et l'erreur maximale acceptable (TE):

$$BV - TE = 6,440,727,190 - 128,814,544 = 6,311,912,646$$

Étant donné que $BV - TE$ est en deçà de la limite inférieure $CBV - SE$, les éléments probants existants suffisent à démontrer que les erreurs constatées dans le programme sont inférieures au seuil d'erreur significative:



6.2.3 Estimation par la différence – deux périodes

6.2.3.1 Introduction

Il se peut que l'autorité d'audit décide d'étaler le processus d'échantillonnage sur plusieurs périodes de l'année (généralement deux semestres). Le principal avantage de cette approche n'est pas tant la réduction de la taille de l'échantillon que la répartition de la charge de travail d'audit tout au long de l'année, de manière à alléger l'effort qui serait imposé en fin d'année du fait d'une observation unique.

Dans une telle approche, la population de l'année est divisée en deux sous-populations, correspondant chacune aux opérations et aux dépenses de chaque semestre. Des échantillons indépendants sont prélevés pour chaque semestre, en appliquant la méthode classique de l'échantillonnage aléatoire simple.

6.2.3.2 Taille de l'échantillon

La taille de l'échantillon est calculée en adoptant la même approche que celle utilisée pour l'échantillonnage aléatoire simple en deux semestres. Voir le point 6.1.3.2 pour de plus amples détails.

6.2.3.3 Extrapolation

Sur la base des deux sous-échantillons de chaque semestre, l'erreur prévue au niveau de la population peut être calculée comme suit:

$$EE = N_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2}$$

Dans la pratique, la moyenne des erreurs observées dans l'échantillon est multipliée dans chaque semestre par le nombre d'opérations contenues dans la population (N_t); les résultats obtenus pour les deux semestres sont ensuite additionnés.

Dans une seconde phase, la valeur comptable correcte (les dépenses correctes qui seraient constatées si toutes les opérations constituant la population étaient contrôlées) peut être extrapolée à l'aide de la formule suivante:

$$CBV = BV - EE$$

où BV représente la valeur comptable annuelle (englobant les deux semestres) et EE l'erreur prévue ci-dessus.

6.2.3.4 Précision

Rappelons que la précision (erreur d'échantillonnage) est une mesure de l'incertitude liée à la projection (extrapolation). Elle est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} \right)}$$

où s_{et} représente l'écart type des erreurs observées dans l'échantillon du semestre t , (à présent calculé à partir des mêmes échantillons que ceux utilisés pour extrapoler les erreurs à l'ensemble de la population), soit:

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$

6.2.3.5 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, il y a lieu de calculer au préalable la limite inférieure pour la valeur comptable corrigée. Cette limite inférieure est égale à:

$$LL = CBV - SE$$

L'extrapolation de la valeur comptable correcte ainsi que la limite inférieure sont toutes deux comparées à la différence entre la valeur comptable (c.-à-d. les dépenses déclarées) et l'erreur maximale acceptable (*TE*):

$$BV - TE = BV - 2 \% \times BV = 98 \% \times BV$$

Enfin, les conclusions d'audit doivent être tirées en adoptant exactement la même approche que celle décrite au point 6.2.1.5 dans le cadre de l'approche classique de l'estimation par la différence.

6.2.3.6 Exemple

Une autorité d'audit a décidé de répartir la charge de travail de l'audit sur les deux semestres de l'année. Au terme du premier semestre, la population présente les caractéristiques suivantes:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	1 237 952 015 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	3 852

Sur la base de son expérience, l'autorité d'audit sait qu'en règle générale, toutes les opérations contenues dans les programmes au terme de la période de référence sont déjà actives dans la population du premier semestre. De plus, selon les estimations, les dépenses déclarées au terme du premier semestre représentent quelque 30 % du total des dépenses déclarées au terme de la période de référence. Sur la base de ces hypothèses, le tableau suivant donne une description succincte de la population:

Dépenses déclarées pour le premier semestre	1 237 952 015 EUR
Dépenses déclarées pour le second semestre (prévisions)	2 888 554 702 EUR
Taille de la population (opérations – période 1)	3 852
Taille de la population (opérations – période 2, prévisions)	3 852

Les audits de systèmes réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance faible. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 90 %.

Au terme du premier semestre, la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_w^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs pour chaque semestre:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

et σ_{et}^2 représente la variance des erreurs dans chaque période t (en l'occurrence, chaque semestre). La variance des erreurs est calculée pour chaque semestre, considéré comme une population indépendante, à savoir:

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

où E_{ti} représente les erreurs individuelles relevées pour les unités contenues dans l'échantillon du semestre t et \bar{E}_t représente l'erreur moyenne de l'échantillon au semestre t .

Étant donné que la valeur de σ_{et}^2 est inconnue, l'autorité d'audit a décidé de prélever un échantillon préliminaire de 20 opérations au terme du premier semestre de l'année courante. L'écart type des erreurs dans cet échantillon préliminaire s'élève, pour le premier semestre, à 49 534 EUR. Sur la base de son appréciation professionnelle et sachant qu'en général, les dépenses au second semestre sont plus élevées qu'au premier semestre, l'autorité d'audit a prévu pour le second semestre, à titre préliminaire, un écart type des taux d'erreur plus élevé de 20 % par rapport au premier semestre, soit 59 441 EUR. Aussi la moyenne pondérée des variances des erreurs est-elle de:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 = 0.5 \times 69,534^2 + 0.5 \times 59,441^2 = 2,993,412,930.$$

Il convient de noter que la taille de la population dans chaque semestre est égale au nombre d'opérations actives (c.-à-d. comportant des dépenses) dans chaque semestre.

Au terme du premier semestre, la taille globale de l'échantillon pour l'ensemble de l'année se présente comme suit:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_w^2 représente la moyenne pondérée des variances des erreurs pour l'ensemble des strates (voir le point 7.1.2.2 pour de plus amples détails), z est égal à 1,645 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 90 %) et TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable. La valeur comptable totale comprend la valeur comptable réelle au terme du premier semestre ainsi que la valeur comptable prévue pour le second semestre (4 126 506 717 EUR), de sorte que l'erreur acceptable s'élève à 2 % x 4 126 506 717 EUR = 82 530 134 EUR. L'échantillon préliminaire prélevé dans la population du premier semestre produit, pour l'échantillon, un taux d'erreur de 0,6 %. L'autorité d'audit table sur la constance de ce taux d'erreur tout au long de l'année. Ainsi, AE , l'erreur anticipée s'élève à 0,6 % x 4 126 506 717 EUR = 24 759 040 EUR. La taille de l'échantillon pour l'ensemble de l'année sera donc de:

$$n = \left(\frac{3852 \times 2 \times 1.645 \times \sqrt{5,898,672,130}}{82,530,134 - 24,759,040} \right)^2 \approx 145$$

La répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 73$$

et

$$n_2 = n - n_1 = 72$$

L'échantillon du premier semestre a généré les résultats suivants:

Valeur comptable de l'échantillon – premier semestre	41 009 806 EUR
Erreur totale de l'échantillon – premier semestre	577 230 EUR
Écart type des erreurs de l'échantillon – premier semestre	52 815 EUR

Au terme du second semestre, un plus grand nombre d'informations sont disponibles. Ainsi, le nombre d'opérations actives au second semestre est parfaitement connu, la variance des erreurs de l'échantillon s_{e1} calculée à partir de l'échantillon du premier semestre est désormais disponible et l'écart type des erreurs pour le second semestre σ_{e2} peut à présent être évalué avec plus de précision à l'aide d'un échantillon préliminaire constitué de données réelles.

L'autorité d'audit constate que les hypothèses émises à la fin du premier semestre quant au nombre total d'opérations restent valables. Néanmoins, les chiffres de deux paramètres doivent être actualisés.

Premièrement, l'estimation de l'écart type des erreurs fondée sur l'échantillon de 73 opérations du premier semestre a conclu à une valeur de 52 815 EUR. Cette nouvelle valeur doit à présent être utilisée pour réévaluer la taille de l'échantillon prévue.

Deuxièmement, sur la base d'un nouvel échantillon préliminaire constitué de 20 opérations contenues dans la population du second semestre, l'autorité d'audit estime que l'écart type des erreurs pour le second semestre sera de 87 369 EUR (valeur très éloignée de celle prédite au terme de la première période). Nous en concluons que l'écart type des erreurs au premier semestre, utilisé pour prévoir la taille de l'échantillon, est proche de la valeur obtenue au terme du premier semestre. Néanmoins, l'écart type des erreurs au second semestre utilisé pour prévoir la taille de l'échantillon est très éloigné de la valeur donnée par le nouvel échantillon préliminaire. L'échantillon pour le second semestre sera donc revu.

Ensuite, la valeur comptable totale prévue pour la population du second semestre doit être remplacée par la valeur réelle, soit 5 202 775 175 EUR, et non par la valeur prévue de 2 888 554 702 EUR

Paramètre	Fin du premier semestre	Fin du second semestre
Écart type des erreurs au premier semestre	49 534 EUR	52 815 EUR
Écart type des erreurs au second semestre	59 441 EUR	87 369 EUR
Dépenses totales au second semestre	2 888 554 702 EUR	5 202 775 175 EUR

Compte tenu de ces deux ajustements, la taille de l'échantillon recalculée pour le second semestre se présente comme suit:

$$n_2 = \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

$$= \frac{(1.645 \times 3,852 \times 107,369)^2}{(128,814,544 - 38,644,363)^2 - 1.645^2 \times \frac{3,852^2}{142} \times 65,815^2} \approx 47$$

Le contrôle des 73 opérations au premier semestre et de ces 47 opérations au second semestre fournira à l'auditeur des informations sur l'erreur totale pour l'ensemble des opérations échantillonnées. L'échantillon préliminaire précédent, constitué de 20 opérations, fait partie intégrante de l'échantillon principal. Aussi l'auditeur ne devra-t-il choisir au second semestre que 27 nouvelles opérations.

L'échantillon du second semestre a généré les résultats suivants:

Valeur comptable de l'échantillon – second semestre	59 312 212 EUR
Erreur totale de l'échantillon – second semestre	588 336 EUR
Écart type des erreurs de l'échantillon – premier semestre	78 489 EUR

Sur la base des deux échantillons, l'erreur prévue au niveau de la population peut être calculée comme suit:

$$EE = N_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2} = 3,852 \times \frac{577,230}{142} + 3,852 \times \frac{588,336}{68} = 78,677,283$$

Un taux d'erreur prévu de 1,22 % est ainsi obtenu.

Dans une seconde phase, la valeur comptable correcte (les dépenses correctes qui seraient constatées si toutes les opérations constituant la population étaient contrôlées) peut être extrapolée à l'aide de la formule suivante:

$$CBV = BV - EE = 6,440,727,190 - 78,677,283 = 6,362,049,907$$

où BV représente la valeur comptable annuelle (englobant les deux semestres) et EE l'erreur prévue ci-dessus.

La précision (erreur d'échantillonnage) est une mesure de l'incertitude liée à la projection (extrapolation) et est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{S_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{S_{e2}^2}{n_2} \right)} = 1.645 \times \sqrt{\left(3852^2 \times \frac{52,815^2}{73} + 3852^2 \times \frac{78,849^2}{47} \right)} = 82,444,754$$

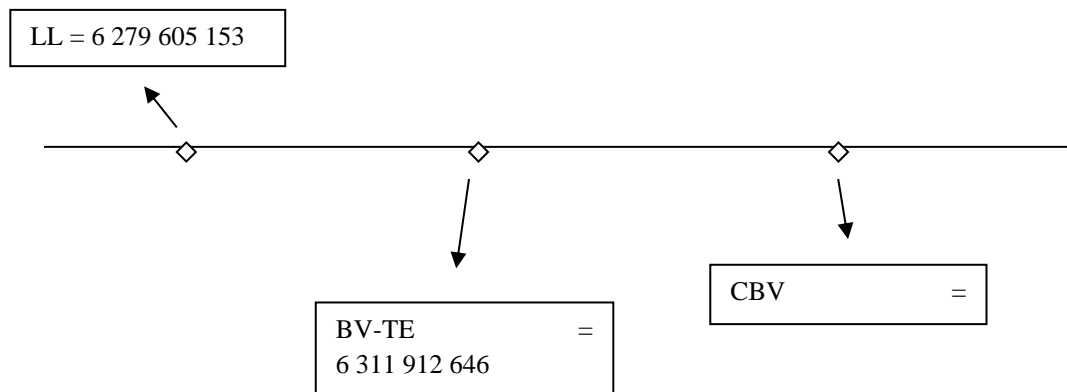
Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, il y a lieu de calculer au préalable la limite inférieure pour la valeur comptable corrigée. Cette limite inférieure est égale à:

$$LL = CBV - SE = 6,362,049,907 - 82,444,754 = 6,279,605,153$$

L'extrapolation de la valeur comptable correcte ainsi que la limite inférieure sont toutes deux comparées à la différence entre la valeur comptable (c.-à-d. les dépenses déclarées) et l'erreur maximale acceptable (TE):

$$BV - TE = 6,440,727,190 - 128,814,544 = 6,311,912,646$$

Étant donné que $BV - TE$ est compris entre la limite inférieure $LL = CBV - SE$ et CBV , il y a lieu de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.3 Échantillonnage en unités monétaires

6.3.1 Approche classique

6.3.1.1 Introduction

L'échantillonnage en unités monétaires est une méthode d'échantillonnage statistique utilisant l'unité monétaire comme variable auxiliaire pour l'échantillonnage. Cette approche est généralement fondée sur un échantillonnage systématique avec une probabilité de sélection proportionnelle à la taille, c.-à-d. proportionnelle à la valeur monétaire de l'unité d'échantillonnage (les éléments de valeur plus élevée ayant une plus grande probabilité de sélection).

Cette méthode d'échantillonnage est probablement la plus couramment utilisée dans les audits et se révèle particulièrement utile lorsque les valeurs comptables présentent un degré de variabilité élevé et qu'il existe une corrélation positive (association) entre les erreurs et les valeurs comptables. En d'autres termes, cette méthode est utilisée lorsque, selon toute attente, les éléments de valeur plus élevée sont susceptibles d'afficher des erreurs plus grandes, situation rencontrée fréquemment dans le cadre des audits.

Dès lors que les conditions énoncées ci-dessus sont réunies, à savoir des valeurs comptables à haute variabilité et des erreurs positivement corrélées (associées) aux valeurs comptables, l'échantillonnage en unités monétaires donnera généralement lieu, pour un même niveau de précision, à des tailles d'échantillon plus petites que celles générées par des méthodes fondées sur l'égalité des probabilités de sélection.

Il convient également de noter que, dans les échantillons produits par cette technique, les éléments de valeur élevée auront tendance à être surreprésentés contrairement aux éléments de faible valeur. Cela ne constitue guère un problème en soi dans la mesure où cette méthode en tient compte dans le processus d'extrapolation. Toutefois, cette technique rend impossible l'interprétation des résultats obtenus au niveau de l'échantillon (tels que les taux d'erreur): seuls les résultats extrapolés peuvent faire l'objet d'une interprétation.

Au même titre que les méthodes fondées l'égalité des probabilités de sélection, cette technique peut être combinée à une stratification (les conditions propices à la stratification sont examinées au point 5.2).

6.3.1.2 Taille de l'échantillon

Le calcul de la taille d'échantillon n dans le cadre d'un échantillonnage en unités monétaires fait appel aux informations suivantes:

- la valeur comptable de la population (total des dépenses déclarées) BV ;
- le niveau de confiance déterminé à partir de l'audit des systèmes et le coefficient correspondant z issu de la loi normale (voir le point 5.3);
- l'erreur maximale acceptable TE (généralement 2 % des dépenses totales);
- l'erreur anticipée AE choisie par l'auditeur sur la base de son appréciation professionnelle et d'informations recueillies précédemment;
- l'écart type σ_r des taux d'erreur (produit à partir d'un échantillon issu de l'échantillonnage en unités monétaires).

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_r représente l'écart type des taux d'erreur produit à partir d'un échantillon issu de l'échantillonnage en unités monétaires. Pour obtenir une approximation de cet écart type préalablement à la réalisation de l'audit, les États membres devront, soit s'appuyer sur des données historiques (variance des taux d'erreur observée dans un échantillon de la période écoulée), soit recourir à un échantillon préliminaire/pilote de taille restreinte, n^p (auquel cas la taille d'échantillon minimale recommandée doit être comprise entre 20 et 30 opérations). Dans tous les cas, la variance des taux d'erreur (écart type élevé au carré) est obtenue à l'aide de la formule:

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (r_i - \bar{r})^2 ;$$

où $r_i = \frac{E_i}{BV_i}$ représente le taux d'erreur d'une opération²⁷, correspondant au rapport entre E_i et la valeur comptable (les dépenses déclarées à la Commission, BV_i) de la i -ème

²⁷ Lorsque la valeur comptable de l'unité i (BV_i) est supérieure à la valeur seuil BV/n , le ratio $\frac{E_i}{BV_i}$ doit être remplacé par $\frac{E_i}{BV/n}$, où BV représente la valeur comptable de la population courante si un échantillon préliminaire est utilisé ou la valeur comptable de la population historique si un échantillon historique est

opération contenue dans l'échantillon, et \bar{r} représente le taux d'erreur moyen de l'échantillon, soit:

$$\bar{r} = \frac{1}{n^p} \sum_{i=1}^{n^p} \frac{E_i}{BV_i}$$

Comme à l'accoutumée, si l'écart type est fondé sur un échantillon préliminaire, cet échantillon peut ensuite être utilisé en tant que partie intégrante de l'échantillon complet choisi pour l'audit. Cependant, la sélection et l'observation d'un échantillon préliminaire dans le cadre d'un échantillonnage en unités monétaires constituent une tâche bien plus complexe que dans le cadre d'un échantillonnage aléatoire simple ou d'une estimation par la différence, étant donné que des éléments de valeur élevée sont plus fréquemment sélectionnés pour constituer l'échantillon. L'observation d'un échantillon de 20 à 30 opérations représentera donc souvent une lourde tâche. Pour ce motif, il est instamment recommandé, dans le cadre d'un échantillonnage en unités monétaires, de fonder l'estimation de l'écart type σ_r sur des données historiques, de manière à ne pas devoir recourir à un échantillon préliminaire.

6.3.1.3 Sélection de l'échantillon

Après avoir défini la taille de l'échantillon, il convient de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée qui sera soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV) et la taille d'échantillon prévue (n). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_i > BV/n$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif.

La taille d'échantillonnage à allouer à la strate non exhaustive, n_s , correspond à la différence entre n et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) constituant la strate exhaustive (n_e).

Enfin, la sélection de l'échantillon dans la strate non exhaustive sera effectuée à l'aide d'un échantillonnage avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_i ²⁸. Pour réaliser cette sélection, l'une des pratiques courantes consiste à recourir à une sélection systématique, en

utilisé. En outre, n représente la taille de l'échantillon préliminaire (si un tel échantillon a été utilisé) ou la taille de l'échantillon historique.

²⁸ Cela peut être réalisé en utilisant un logiciel spécialisé, une solution statistique quelconque ou même un logiciel de base comme Excel. Il peut être remarqué que dans certains logiciels, il n'est pas nécessaire de séparer la strate exhaustive de valeur élevée et la strate non exhaustive car la sélection des unités est automatiquement exécutée avec une probabilité de sélection de 100 %.

utilisant un intervalle d'échantillonnage égal au total des dépenses contenues dans la strate non exhaustive (BV_s) divisé par la taille de l'échantillon (n_s), soit:

$$SI = \frac{BV_s}{n_s}$$

Dans la pratique, l'échantillon est prélevé à partir d'une liste randomisée d'éléments (généralement des opérations), en sélectionnant chaque élément contenant la x^e unité monétaire, «x» étant égal à l'intervalle d'échantillonnage, et en prenant un point de départ aléatoire compris entre 1 et l'intervalle d'échantillonnage SI. Par exemple, si une population affiche une valeur comptable de 10 000 000 EUR, et que nous sélectionnons un échantillon de 40 opérations, chaque opération contenant le 250 000^e EUR sera sélectionnée.

Il convient de remarquer qu'il peut arriver en pratique qu'après le calcul de l'intervalle d'échantillonnage sur la base des dépenses et de la taille de l'échantillon de la strate d'échantillonnage, certaines unités de la population présentent encore des dépenses supérieures à cet intervalle d'échantillonnage BV_s/n_s (même si leurs dépenses n'étaient auparavant pas supérieures à la valeur seuil BV/n). Tous les éléments dont la valeur comptable reste supérieure à cet intervalle ($BV_i > BV_s/n_s$) doivent en fait également être ajoutés à la strate de valeur élevée. Dans ce cas, l'intervalle d'échantillonnage doit être recalculé, après le déplacement des nouveaux éléments dans la strate de valeur élevée, pour que la strate d'échantillonnage prenne en considération les nouvelles valeurs pour le ratio BV_s/n_s . Il est possible que ce processus itératif doive être répété plusieurs fois avant qu'aucune unité ne présente plus de dépenses supérieures à l'intervalle d'échantillonnage.

6.3.1.4 Erreur prévue

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population doit s'effectuer différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans la strate exhaustive ou d'éléments figurant dans la strate non exhaustive.

Dans le cas de la strate exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_i > \frac{BV}{n}$, l'erreur prévue correspond simplement à la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de la strate:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Dans le cas de la strate non exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, l'erreur prévue sera:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Pour déterminer cette erreur prévue:

- 1) calculer, pour chaque unité de l'échantillon, le taux d'erreur, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) additionner les différents taux d'erreur calculés pour chaque unité de l'échantillon;
- 3) multiplier le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage (SI).

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.1.5 Précision

La précision est une mesure de l'incertitude liée à l'extrapolation. Elle représente l'erreur d'échantillonnage et doit être calculée afin de générer ultérieurement un intervalle de confiance.

La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

où s_r représente l'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon de la strate non exhaustive (calculé à partir du même échantillon que celui utilisé pour l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population):

$$s_r^2 = \frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} (r_i - \bar{r}_s)^2$$

avec \bar{r}_s égal à la moyenne simple des taux d'erreur définis dans l'échantillon de la strate:

$$\bar{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{n_s}$$

Il convient de noter que l'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour la strate non exhaustive étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans la strate exhaustive.

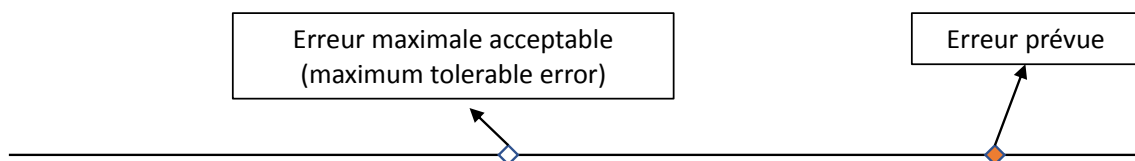
6.3.1.6 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

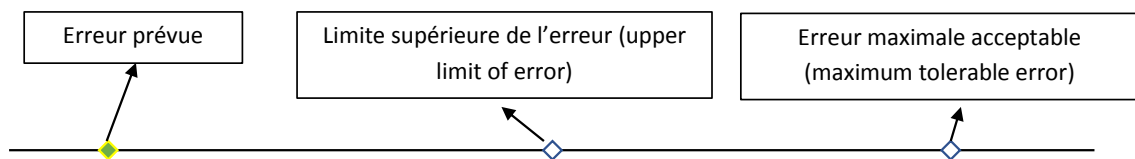
$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable aux fins des conclusions d'audit:

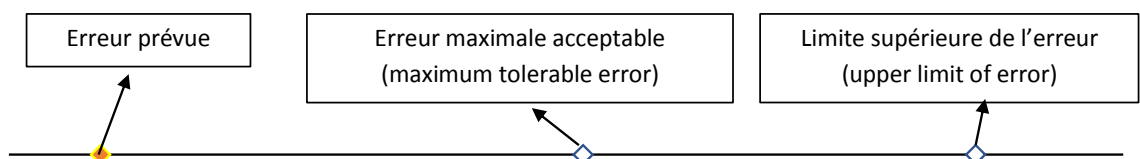
- si l'erreur prévue est supérieure à l'erreur maximale acceptable, l'auditeur conclura à l'existence suffisante d'éléments probants démontrant que les erreurs au niveau de la population excèdent le seuil d'erreur significative:



- si la limite supérieure de l'erreur est inférieure à l'erreur maximale acceptable, l'auditeur conclura dès lors que les erreurs au niveau de la population sont en deçà du seuil d'erreur significative:



Si l'erreur prévue est inférieure à l'erreur maximale acceptable mais que la limite supérieure de l'erreur est supérieure, il y a lieu de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.3.1.7 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée, relatives aux opérations d'un programme. Les audits de système réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance faible. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 90 %.

Les caractéristiques de cette population sont résumées dans le tableau ci-après:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_r représente l'écart type des taux d'erreur produit à partir d'un échantillon issu de l'échantillonnage en unités monétaires. Afin d'obtenir une estimation de cet écart type, l'autorité d'audit a décidé d'utiliser l'écart type de l'année précédente. L'échantillon de l'année précédente était constitué de 50 opérations, dont 5 affichaient une valeur comptable supérieure à l'intervalle d'échantillonnage.

Le tableau suivant illustre les résultats de l'audit de l'année précédente pour ces 5 opérations.

Identification de l'opération	Valeur comptable (BV)	Valeur comptable correcte (CBV)	Erreur	Taux d'erreur
1850	115 382 867 EUR	115 382 867 EUR	- EUR	-
4327	129 228 811 EUR	129 228 811 EUR	- EUR	-
4390	142 151 692 EUR	138 029 293 EUR	4 122 399 EUR	0,0491
1065	93 647 323 EUR	93 647 323 EUR	- EUR	-
1817	103 948 529 EUR	100 830 073 EUR	3 118 456 EUR	0,0371

Veillez noter que le taux d'erreur (dernière colonne) est calculé à l'aide de la formule $r_i = \frac{E_i}{BV/n}$, c.-à-d. comme le rapport entre l'erreur de l'opération et la valeur comptable divisée par la taille de l'échantillon initial, à savoir 50, étant donné que ces opérations affichent une valeur comptable supérieure à l'intervalle d'échantillonnage (se référer au point 6.3.1.2 pour de plus amples détails).

Les tableaux suivants résument les résultats de l'audit de l'année dernière pour l'échantillon de 45 opérations dont la valeur comptable était inférieure à la valeur seuil.

	A	B	C	D	E
1	Operation ID	Book Value (BV)	Audit Value (AV)	Error	Error rate
2	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.0207
3	424	23,014,045 €	23,014,045 €	- €	
4	2327	32,886,198 €	32,886,198 €	- €	
5	5009	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	
6	1491	78,695,230 €	78,695,230 €	- €	
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
39	2596	8,912,999 €	8,909,491 €	3,508 €	0.00039
40	779	26,009,790 €	26,009,790 €	- €	-
41	1250	264,950 €	264,950 €	- €	-
42	3895	30,949,004 €	30,949,004 €	- €	-
43	2011	617,668 €	617,668 €	- €	-
44	4796	335,916 €	335,916 €	- €	-
45	3632	7,971,113 €	7,971,113 €	- €	-
46	2451	17,470,048 €	17,470,048 €	- €	-
47	Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E46;0;0;0.0491;0;0.0371)----->				0.085

Sur la base de cet échantillon préliminaire, l'écart type des taux d'erreur σ_r correspond à 0,085, (calculé dans MS Excel comme suit: «:=STDEV.S(E2:E46;0;0;0.0491;0;0.0371)»).

Sur la base des estimations relatives à l'écart type des taux d'erreur, à l'erreur maximale acceptable et à l'erreur anticipée, nous sommes désormais en mesure de calculer la taille de l'échantillon. En supposant une erreur acceptable de 2 % de la valeur comptable totale, soit 2 % x 4 199 882 024 EUR = 83 997 640 EUR (seuil d'erreur significative fixé par le règlement), et un taux d'erreur anticipée de 0,4 %, soit 0,4 % x 4 199 882 024 EUR = 16 799 528 EUR (correspondant à un niveau d'estimation fiable de la part de l'autorité d'audit fondé sur les informations de l'année dernière et sur les résultats du rapport d'évaluation des systèmes de gestion et de contrôle), nous obtenons:

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.085}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 77$$

Dans un premier temps, il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population présentant une valeur élevée, lesquelles seront contenues dans une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV) et la taille d'échantillon prévue (n). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_i > BV/n$) seront placés dans la strate soumise à un

contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à 4 199 882 024 EUR / 77 = 54 593 922 EUR

L'autorité d'audit a placé dans une strate isolée toutes les opérations affichant une valeur comptable supérieure à 54 593 922 EUR, soit 8 opérations totalisant 786 837 081 EUR

L'intervalle d'échantillonnage pour le reste de la population est égal à la valeur comptable de la strate non exhaustive (BV_s) (c.-à-d. la différence entre la valeur comptable totale et la valeur comptable des huit opérations appartenant à la strate supérieure) divisée par le nombre d'opérations à sélectionner (77 moins les 8 opérations de la strate supérieure).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{69} = 49,464,419$$

L'AA a contrôlé qu'aucune opération ne présentait une valeur comptable supérieure à l'intervalle et la strate supérieure ne contient donc que les 8 opérations ayant une valeur comptable supérieure à la valeur seuil. L'échantillon est sélectionné à partir d'une liste randomisée d'opérations, en choisissant chaque élément contenant la 49 464 419^e unité monétaire.

Un fichier contenant les 3 844 opérations restantes (3 852 – 8 opérations de valeur élevée) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 69 opérations (soit 77 opérations moins 8 opérations de valeur élevée) est prélevé en suivant exactement la procédure suivante.

Une valeur aléatoire comprise entre 1 et l'intervalle d'échantillonnage, en l'occurrence 49 464 419, est générée (22 006 651). La première sélection correspond à la première opération du fichier présentant une valeur comptable cumulée supérieure ou égale à 22 006 651.

La deuxième sélection correspond à la première opération contenant la 71 471 070^e unité monétaire (22,006,651 + 49,464,419 = 71,471,070, c.-à-d. le point de départ plus l'intervalle d'échantillonnage). La troisième opération à sélectionner correspond à la première opération contenant la 120 935 489^e unité monétaire (71,471,070 + 49,464,419 = 120,935,489, c.-à-d. l'unité monétaire précédente plus l'intervalle d'échantillonnage) et ainsi de suite.

Identification de l'opération	Valeur comptable (BV)	Valeur comptable cumulée	Échantillon
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR	Non
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR	Oui
2327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR	Non
5009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR	Oui
1491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR	Oui
(...)	(...)	(...)	...
2596	8 912 999 EUR	307 654 321 EUR	Non
779	26 009 790 EUR	333 664 111 EUR	Oui
1250	264 950 EUR	333 929 061 EUR	Non
3895	30 949 004 EUR	364 878 065 EUR	Non
2011	617 668 EUR	365 495 733 EUR	Non
4796	335 916 EUR	365 831 649 EUR	Non
3632	7 971 113 EUR	373 802 762 EUR	Oui
2451	17 470 048 EUR	391 272 810 EUR	Non
(...)	(...)	(...)	...

Après avoir contrôlé les 77 opérations, l'autorité d'audit est en mesure d'extrapoler l'erreur.

Sur les 8 opérations de valeur élevée (totalisant une valeur comptable de 786 837 081 EUR), 3 opérations contiennent des erreurs totalisant un montant d'erreur de 7 616 805 EUR

En ce qui concerne l'échantillon restant, le traitement de l'erreur est différent. Pour les opérations de cet échantillon, la procédure suivante s'applique:

- 1) calculer, pour chaque unité de l'échantillon, le taux d'erreur, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) additionner les différents taux d'erreur calculés pour chaque unité de l'échantillon (somme calculée dans MS Excel comme suit: «:=SUM(E2:E70)»);
- 3) multiplier le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage (SI).

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

	A	B	C	D	E
1	Operation ID	Book Value (BV)	Audited Value (AV)	Error	Error rate
2	5002	48,725,645 €	48,725,645 €	- €	-
3	779	26,009,790 €	333,664,111 €	- €	-
4	2073	859,992 €	859,992 €	- €	-
5	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.02
6	989	394,316 €	394,316 €	- €	-
7	65	25,234,699 €	25,125,915 €	108,784 €	0
8	5010	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	-
9	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
64	1841	768,278 €	768,278 €	- €	-
65	3672	624,882 €	624,882 €	- €	-
66	2355	343,462 €	301,886 €	41,576 €	0.12
67	959	204,847 €	204,847 €	- €	-
68	608	15,293,716 €	15,293,716 €	- €	-
69	4124	6,773,014 €	6,773,014 €	- €	-
70	262	662 €	662 €	- €	-
71	Total:=SUM(E2:E70) ----->				1.096
72	Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E70) ----->				0.09

$$EE_s = 49,464,419 \times 1.096 = 54,213,004$$

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = 7,616,805 + 54,213,004 = 61,829,809$$

Le taux d'erreur prévu correspond au rapport entre l'erreur prévue et le total des dépenses, soit:

$$r = \frac{61,829,809}{4,199,882,024} = 1.47 \%$$

L'écart type des taux d'erreur dans la strate d'échantillonnage est de 0,09 (calculé dans MS Excel comme suit: «:=STDEV.S(E2:E70)»).

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1.645 \times \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{\sqrt{69}} \times 0.09 = 60,831,129$$

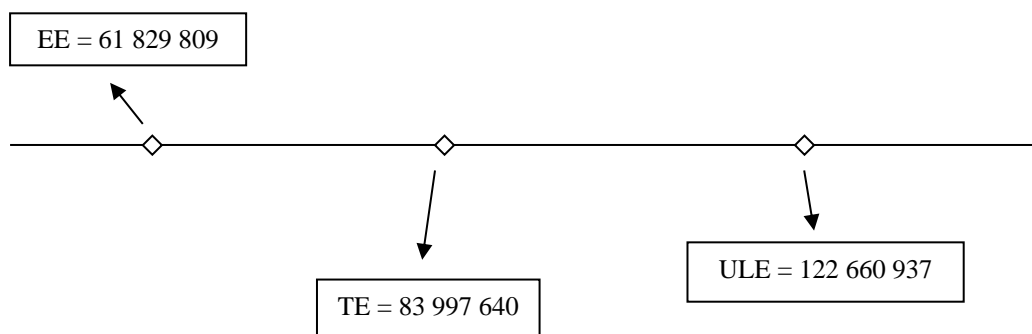
Il convient de noter que l'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour la strate non exhaustive étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans la strate exhaustive.

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = 61,829,809 + 60,831,129 = 122,660,937$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable *TE*, à savoir 83 997 640 EUR, aux fins des conclusions d'audit.

Dans la mesure où l'erreur maximale acceptable est supérieure à l'erreur prévue mais inférieure à la limite supérieure de l'erreur, il y a lieu de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.3.2 Stratification de l'échantillonnage en unités monétaires

6.3.2.1 Introduction

Lors de la stratification d'un échantillonnage en unités monétaires, la population est divisée en sous-populations appelées «strates», dans lesquelles des échantillons indépendants sont prélevés selon l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires.

Comme à l'accoutumée, les critères susceptibles d'être retenus en vue de la stratification doivent tenir compte du fait que la stratification vise à définir des groupes (strates) dont la variabilité est plus limitée que celle de la population tout entière. C'est pourquoi toute autre variable pressentie comme étant à l'origine du niveau d'erreur dans les opérations constitue également un excellent critère pour la stratification. D'autres choix possibles sont les programmes, les régions, les organismes responsables, les classes de risque de l'opération, etc.

Lors de la stratification d'un échantillonnage en unités monétaires, la stratification en fonction du niveau des dépenses n'est pas pertinente étant donné qu'il est déjà tenu

compte, dans ce type d'échantillonnage, du niveau des dépenses lors de la sélection des unités d'échantillonnage.

6.3.2.2 Taille de l'échantillon

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente la moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour l'ensemble des strates, le poids de chaque strate étant égal au rapport entre la valeur comptable de la strate (BV_h) et la valeur comptable de l'ensemble de la population (BV):

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

et σ_{rh}^2 représente la variance des taux d'erreur définis dans chaque strate. Cette variance est calculée pour chaque strate, considérée comme une population indépendante, à l'aide de la formule:

$$\sigma_{rh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (r_{hi} - \bar{r}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

où $r_{hi} = \frac{E_i}{BV_i}$ représente les taux d'erreur individuels définis pour les unités de l'échantillon de la strate h et \bar{r}_h représente le taux d'erreur moyen de l'échantillon de la strate h ²⁹.

Comme mentionné précédemment dans le cadre de la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires, ces valeurs peuvent être fondées sur des données historiques ou sur un échantillon préliminaire/pilote de petite taille. Dans ce dernier cas, l'échantillon pilote peut ensuite être utilisé en tant que partie intégrante de l'échantillon choisi pour l'audit. Ici également, il est recommandé de calculer ces paramètres en s'inspirant de données historiques, de manière à ne pas devoir recourir à un échantillon préliminaire. Lorsque la stratification de l'échantillonnage en unités monétaires est appliquée pour la première fois, il se peut que des données historiques stratifiées ne

²⁹ Dès lors que la valeur comptable de l'unité i (BV_i) est supérieure à la valeur seuil BV_h/n_h , le rapport $\frac{E_i}{BV_i}$ doit être remplacé par les rapports $\frac{E_i}{BV_h/n_h}$.

soient pas disponibles. Le cas échéant, la taille de l'échantillon peut être déterminée à l'aide des formules utilisées pour la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires (voir, à cet égard, le point 6.3.1.2). Naturellement, cette absence de données historiques a pour conséquence que la taille de l'échantillon, pour la première période de l'audit, sera plus élevée que celle qui aurait été nécessaire si ces données avaient été disponibles. Néanmoins, les informations collectées au cours de la première période d'application de l'échantillonnage en unités monétaires stratifié peuvent être utilisées au cours des périodes ultérieures lors de la définition de la taille d'échantillon.

Une fois que la taille globale de l'échantillon, n , a été calculée, la répartition de l'échantillon en strates s'effectue comme suit:

$$n_h = \frac{BV_h}{BV} n.$$

Il s'agit d'une méthode de répartition générique, dans laquelle l'échantillon est réparti en strates proportionnellement aux dépenses (valeur comptable) des strates. D'autres modes de répartition sont disponibles. Une répartition plus personnalisée permet, dans certains cas, de gagner en précision ou de réduire la taille de l'échantillon. L'adéquation d'autres méthodes de répartition à chaque population particulière impose certaines connaissances techniques dans la théorie de l'échantillonnage.

6.3.2.3 Sélection de l'échantillon

Chaque strate h comportera deux composantes: le groupe exhaustif compris dans la strate h (à savoir le groupe contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$) et le groupe d'échantillonnage compris dans la strate h (à savoir le groupe contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$).

Après avoir défini la taille de l'échantillon, il convient de recenser, dans chacune des strates initiales (h), les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront un groupe de valeur élevée soumis à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer ce groupe supérieur équivaut au rapport entre la valeur comptable de la strate (BV_h) et la taille de l'échantillon prévue (n_h). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$) seront placés dans le groupe soumis au contrôle exhaustif.

La taille d'échantillonnage à allouer au groupe non exhaustif, n_{hs} , correspond à la différence entre n_h et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) constituant le groupe exhaustif de la strate (n_{he}).

Enfin, la sélection des échantillons dans le groupe non exhaustif de chaque strate sera effectuée à l'aide d'un échantillonnage fondé sur une probabilité de sélection proportionnelle à la taille, c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_i . Pour réaliser cette sélection, l'une des pratiques courantes consiste à recourir à une sélection systématique, en utilisant un intervalle de sélection égal au total des dépenses contenues dans le groupe non exhaustif de la strate (BV_{hs}), divisé par la taille de l'échantillon (n_{hs})³⁰, soit:

$$SI_h = \frac{BV_{hs}}{n_{hs}}$$

Veillez noter que plusieurs échantillons indépendants seront sélectionnés, un pour chaque strate initiale.

6.3.2.4 Erreur prévue

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population doit s'effectuer différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans les groupes exhaustifs ou d'éléments figurant dans les groupes non exhaustifs.

Dans le cas de groupes exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces groupes:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$

Dans la pratique, il convient de:

- 1) recenser, pour chaque strate h, les unités appartenant au groupe exhaustif et en additionner les erreurs;
- 2) additionner les résultats obtenus pour l'ensemble des strates H.

Dans le cas de groupes non exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$, l'erreur prévue sera:

³⁰ Si certaines unités de la population présentent encore des dépenses supérieures à cet intervalle d'échantillonnage, le procédé décrit au point 6.3.1.3 doit être appliqué.

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}}{n_{hs}} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Pour déterminer cette erreur prévue:

- 1) calculer, dans chaque strate h , le taux d'erreur pour chaque unité de l'échantillon, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$
- 2) additionner, dans chaque strate h , ces taux d'erreur pour l'ensemble des unités de l'échantillon;
- 3) multiplier, dans chaque strate h , le résultat obtenu par les dépenses totales affichées par la population du groupe non exhaustif (BV_{hs}); ces dépenses seront également égales au total des dépenses de la strate diminuées des dépenses des éléments appartenant au groupe exhaustif;
- 4) diviser, dans chaque strate h , le résultat ainsi obtenu par la taille de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif (n_{hs});
- 5) additionner les résultats ainsi obtenus pour l'ensemble des strates H .

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.2.5 Précision

Comme pour la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires, la précision est une mesure de l'incertitude liée à l'extrapolation. Elle représente l'erreur d'échantillonnage et doit être calculée afin de générer ultérieurement un intervalle de confiance.

La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \cdot s_{rhs}^2}$$

où s_{rhs} représente l'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon du groupe non exhaustif de la strate h (calculé à partir du même échantillon que celui utilisé pour l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population):

$$s_{r_{hs}}^2 = \frac{1}{n_{hs} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hs}} (r_{hi} - \bar{r}_{hs})^2, h = 1, 2, \dots, H$$

avec \bar{r}_{hs} égal à la moyenne simple des taux d'erreur de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif de la strate h .

L'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour les groupes non exhaustifs étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans les groupes exhaustifs.

6.3.2.6 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable afin de tirer des conclusions d'audit en adoptant exactement la même approche que celle décrite au point 6.3.1.6.

6.3.2.7 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée, relatives aux opérations d'un groupe de deux programmes. Les audits de systèmes effectués par l'autorité d'audit ont donné lieu à un niveau d'assurance faible. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 90 %.

L'autorité d'audit a des raisons de penser que les taux d'erreur sont différents selon les programmes. Compte tenu de toutes ces informations, l'autorité d'audit a décidé de stratifier la population par programme.

Le tableau ci-après résume les informations disponibles.

Taille de la population (nombre d'opérations)	6 252
Taille de la population – strate 1	4 520
Taille de la population – strate 2	1 732
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de	4 199 882 024 EUR

référence)	
Valeur comptable – strate 1	2 506 626 292 EUR
Valeur comptable – strate 2	1 693 255 732 EUR

La première étape consiste à calculer la taille d'échantillon requise à l'aide de la formule ci-après:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente la moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour l'ensemble des strates, le poids de chaque strate étant égal au rapport entre la valeur comptable de la strate (BV_h) et la valeur comptable de l'ensemble de la population (BV):

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

où σ_{rh} représente l'écart type des taux d'erreur produit à partir d'un échantillon issu de l'échantillonnage en unités monétaires. Afin d'obtenir une estimation de cet écart type, l'autorité d'audit a décidé d'utiliser l'écart type de l'année précédente. L'échantillon de l'année précédente était constitué de 110 opérations, dont 70 provenaient du premier programme (strate) et 40 du second programme.

Sur la base de l'échantillon de cette année précédente, nous pouvons calculer la variance des taux d'erreur comme suit (voir le point 7.3.1.7 pour de plus amples détails):

$$\sigma_{r1}^2 = \frac{1}{70 - 1} \sum_{i=1}^{70} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0.000045$$

et

$$\sigma_{r2}^2 = \frac{1}{40 - 1} \sum_{i=1}^{40} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0.010909$$

Le résultat suivant est ainsi généré:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{2,506,626,292}{4,199,882,024} \times 0.000045 + \frac{1,693,255,732}{4,199,882,024} \times 0.010909 = 0.004425$$

Sur la base des estimations ci-dessus relatives à la variance des taux d'erreur, nous sommes à présent en mesure de calculer la taille de l'échantillon. Comme déjà précisé plus haut, l'autorité d'audit s'attend à des différences sensibles entre les deux strates. En outre, sur la base du rapport relatif au fonctionnement du système de gestion et de

contrôle, l'autorité d'audit prévoit un taux d'erreur de l'ordre de 1,1 %. En supposant une erreur acceptable de 2 % de la valeur comptable totale (seuil d'erreur significative fixé par le règlement), soit $TE = 2 \% \times 4\,199\,882\,024 \text{ EUR} = 83\,997\,640 \text{ EUR}$, et compte tenu de l'erreur anticipée, c.-à-d. $AE = 1,1 \% \times 4\,199\,882\,024 \text{ EUR} = 46\,198\,702 \text{ EUR}$, la taille de l'échantillon sera de:

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times \sqrt{0.004425}}{83,997,640 - 46,198,702} \right)^2 \approx 148$$

La répartition de l'échantillon par strate s'effectue comme suit:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} \times n = \frac{2,506,626,292}{4,199,882,024} \times 148 \approx 89$$

$$n_2 = n - n_1 = 148 - 89 = 59.$$

Ces deux tailles d'échantillon génèrent les valeurs seuils suivantes pour les strates de valeur élevée:

$$Cut - off_1 = \frac{BV_1}{n_1} = \frac{2,506,626,292}{89} = 28,164,340$$

et

$$Cut - off_2 = \frac{BV_2}{n_2} = \frac{1,693,255,731}{59} = 28,699,250$$

L'utilisation de ces valeurs seuils permet de recenser respectivement 16 et 12 opérations de valeur élevée dans les strates 1 et 2.

La taille de l'échantillon pour la partie d'échantillonnage de la strate 1 correspondra à la taille globale de l'échantillon (89), diminuée des 16 opérations de valeur élevée, soit 73 opérations. En appliquant un raisonnement identique pour la strate 2, la taille de l'échantillon pour la partie d'échantillonnage de la strate 2 sera de $59 - 12 = 47$ opérations.

L'étape suivante consiste à calculer les intervalles d'échantillonnage pour les strates d'échantillonnage, lesquels sont produits respectivement par les formules suivantes:

$$SI_1 = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1,643,963,924}{73} = 22,520,054$$

et

$$SI_2 = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{1,059,467,667}{47} = 22,541,865$$

Le tableau ci-après résume les résultats obtenus ci-dessus:

Taille de la population (nombre d'opérations)	6 252
Taille de la population – strate 1	4 520
Taille de la population – strate 2	1 732
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR
Valeur comptable – strate 1	2 506 626 292 EUR
Valeur comptable – strate 2	1 693 255 732 EUR
Résultats de l'échantillon – strate 1	
Valeur seuil	28 164 340 EUR
Nombre d'opérations au-delà de la valeur seuil	16
Valeur comptable des opérations au-delà de la valeur seuil	862 662 369 EUR
Valeur comptable des opérations (population non exhaustive)	1 643 963 923 EUR
Intervalle d'échantillonnage (population non exhaustive)	22 520 054 EUR
Nombre d'opérations (population non exhaustive)	4 504
Résultats de l'échantillon – strate 2	
Valeur seuil	28 699 250 EUR
Nombre d'opérations au-delà de la valeur seuil	12
Valeur comptable des opérations au-delà de la valeur seuil	633 788 064 EUR
Valeur comptable des opérations (population non exhaustive)	1 059 467 668 EUR
Intervalle d'échantillonnage (population non exhaustive)	22 541 865 EUR
Nombre d'opérations (population non exhaustive)	1 720

En ce qui concerne la strate 1, un fichier contenant les 4 504 opérations restantes (4 520 – 16 opérations de valeur élevée) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 73 opérations (soit 89 opérations moins 16 opérations de valeur élevée) est prélevé en suivant exactement la même procédure que celle décrite au point 7.3.1.7.

En ce qui concerne la strate 2, un fichier contenant les 1 720 opérations restantes (1 732 – 12 opérations de valeur élevée) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 47 opérations (soit 59 opérations moins 12 opérations de valeur élevée) est prélevé comme décrit au paragraphe précédent.

Dans la strate 1, aucune erreur n'a été constatée dans les 16 opérations de valeur élevée.

Dans la strate 2, des erreurs ont été constatées dans 6 des 12 opérations de valeur élevée, pour un montant total de 15 460 340 EUR

En ce qui concerne les échantillons restants, le traitement de l'erreur est différent. Pour les opérations de ces échantillons, la procédure suivante sera suivie:

- 1) calculer, pour chaque unité de l'échantillon, le taux d'erreur, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) additionner les différents taux d'erreur calculés pour chaque unité de l'échantillon;
- 3) multiplier le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage (SI).

$$EE_{hs} = SI_{hs} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

La somme des taux d'erreur pour la population non exhaustive de la strate 1 correspond à une valeur de 1,0234:

$$EE_{1s} = 22,520,054 \times 1.0234 = 23,047,023$$

et à une valeur de 1,176 pour la strate 2:

$$EE_{2s} = 22,541,865 \times 1.176 = 26,509,234.$$

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de toutes les composantes, à savoir le montant des erreurs constatées dans la partie exhaustive des deux strates, lequel s'élève à 15 460 340 EUR, et l'erreur prévue pour les deux strates:

$$EE = 15,460,340 + 23,047,023 + 26,509,234 = 65,016,597$$

ce qui correspond à un taux d'erreur prévu de 1,55 %.

En ce qui concerne le calcul de la précision, les variances des taux d'erreur pour les deux strates d'échantillonnage doivent être obtenues en appliquant la même démarche que celle décrite au point 7.3.1.7, soit:

$$s_{r1}^2 = \frac{1}{72-1} \sum_{i=1}^{72} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0.000036$$

et

$$s_{r2}^2 = \frac{1}{48-1} \sum_{i=1}^{48} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0.0081$$

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \times S_{rhs}^2}$$

$$SE = 1.645 \times \sqrt{\frac{1,643,963,923^2}{73} \times 0.000036 + \frac{1,059,467,668^2}{47} \times 0.0081}$$

$$= 22,958,216$$

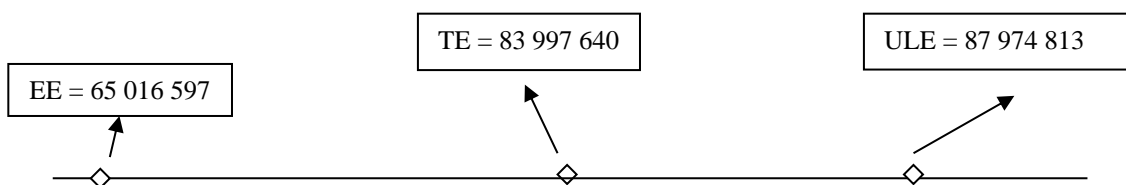
Il convient de noter que l'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour les parties non exhaustives de la population étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans la strate exhaustive.

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = 65,016,597 + 22,958,216 = 87,974,813$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable aux fins des conclusions d'audit:

La comparaison entre le seuil d'erreur significative de 2 % de la valeur comptable totale de la population (2 % x 4 199 882 024 EUR = 83 997 640 EUR) et les résultats extrapolés révèle que l'erreur maximale acceptable est supérieure à l'erreur prévue mais inférieure à la limite supérieure. Le lecteur est prié de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.3.3 Échantillonnage en unités monétaires – deux périodes

6.3.3.1 Introduction

Il se peut que l'autorité d'audit décide d'étaler le processus d'échantillonnage sur plusieurs périodes de l'année (généralement deux semestres). Comme pour toutes les autres méthodes d'échantillonnage, le principal avantage de cette approche n'est pas tant la réduction de la taille de l'échantillon que la répartition de la charge de travail d'audit tout au long de l'année, de manière à alléger l'effort qui serait imposé en fin d'année du fait d'une observation unique.

Dans cette approche, la population de l'année est divisée en deux sous-populations, correspondant chacune aux opérations et aux dépenses de chaque semestre. Des échantillons indépendants sont prélevés pour chaque semestre, en appliquant la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires.

6.3.3.2 Taille de l'échantillon

Premier semestre

Lors de la première période de contrôle (par exemple, au premier semestre), la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente la moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour chaque semestre, le poids de chaque semestre étant égal au rapport entre la valeur comptable du semestre (BV_t) et la valeur comptable de l'ensemble de la population (BV).

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

et σ_{rt}^2 représente la variance des taux d'erreur définis pour chaque semestre. Cette variance est calculée pour chaque semestre à l'aide de la formule:

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2$$

où $r_{ti} = \frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$ représente les taux d'erreur individuels des unités contenues dans l'échantillon du semestre t et \bar{r}_t représente le taux d'erreur moyen de l'échantillon au semestre t³¹.

Il convient de noter que les écarts types des taux d'erreur attendus dans chaque semestre doivent être fixés sur la base d'une appréciation professionnelle et reposer sur des données historiques. L'option visant à constituer un échantillon préliminaire/pilote de petite taille, tel que décrit dans le cadre de la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires, demeure une possibilité mais ne peut être envisagée que pour le premier semestre. En réalité, au tout début de l'observation, les dépenses relatives au second semestre n'ont pas encore eu lieu, de sorte qu'aucune donnée objective (autre qu'historique) n'est disponible. Si des échantillons pilotes sont constitués, ceux-ci peuvent, comme à l'accoutumée, être utilisés par la suite en tant que partie intégrante de l'échantillon choisi pour l'audit.

Si aucune donnée historique ni information préalable n'est disponible pour évaluer la variabilité des données pour le second semestre, une approche simplifiée peut être adoptée, en calculant la taille globale de l'échantillon comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{r1}}{TE - AE} \right)^2$$

Il convient de noter que, dans cette approche simplifiée, seules les données relatives à la variabilité des erreurs relevées pour la première période d'observation sont nécessaires. L'hypothèse de base est que la variabilité des erreurs sera d'ampleur comparable au cours des deux semestres.

Il y a lieu de noter que les problèmes liés à l'absence de données historiques auxiliaires seront généralement confinés à la première année de la période de programmation. En réalité, les données collectées au cours de la première année de contrôle peuvent être utilisées lors d'une année ultérieure afin de déterminer la taille de l'échantillon.

Notons également que les formules utilisées pour le calcul de la taille de l'échantillon exigent des valeurs pour BV_1 et BV_2 , à savoir la valeur comptable totale (dépenses déclarées) des premier et second semestres. Lors du calcul de la taille de l'échantillon, la valeur de BV_1 sera connue, contrairement à la valeur de BV_2 , laquelle sera attribuée en fonction des prévisions de l'auditeur (ainsi que sur la base de données historiques).

³¹ Dès lors que la valeur comptable de l'unité i (BV_i) est supérieure à BV_t/n_t , le rapport $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$ doit être remplacé par les rapports $\frac{E_{ti}}{BV_t/n_t}$.

Une fois que la taille globale de l'échantillon, n , a été calculée, la répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

et

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

Second semestre

Lors de la première période d'observation, plusieurs hypothèses ont été avancées concernant les périodes d'observation ultérieures (généralement, le semestre suivant). Si, lors des périodes ultérieures, les caractéristiques de la population diffèrent sensiblement des hypothèses émises, il se peut qu'un ajustement de la taille de l'échantillon pour la période suivante soit nécessaire.

En réalité, lors de la deuxième période de contrôle (par exemple, le second semestre), un plus grand nombre d'informations seront disponibles:

- la valeur comptable totale pour le second semestre, BV_2 , est parfaitement connue;
- l'écart type des taux d'erreur de l'échantillon, s_{r1} , calculé à partir de l'échantillon du premier semestre, peut déjà être disponible;
- l'écart type des taux d'erreur pour le second semestre, σ_{r2} , peut désormais être évalué avec plus de précision à l'aide de données réelles.

Si ces paramètres ne sont pas fondamentalement différents de ceux estimés lors du premier semestre sur la base des projections de l'auditeur, la taille de l'échantillon prévue au départ pour le second semestre (n_2) ne devra pas être ajustée. Néanmoins, si l'auditeur constate que les estimations de départ diffèrent sensiblement des caractéristiques réelles de la population, un ajustement de la taille de l'échantillon peut s'avérer nécessaire afin de tenir compte de l'inexactitude de ces estimations. Le cas échéant, la taille de l'échantillon du second semestre doit être recalculée à l'aide de la formule suivante:

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

où s_{r1} représente l'écart type des taux d'erreur calculé à partir de l'échantillon du premier semestre et σ_{r2} est une estimation de l'écart type des taux d'erreur au second semestre fondée sur la connaissance de données historiques (actualisée sur la base des

informations provenant du premier semestre) ou sur un échantillon préliminaire/pilote du second semestre.

6.3.3.3 Sélection de l'échantillon

Dans chaque semestre, la sélection de l'échantillon suivra exactement la procédure décrite pour l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires. Cette procédure est reproduite ci-après pour le confort du lecteur.

Pour chaque semestre, après avoir défini la taille de l'échantillon, il convient de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront un groupe de valeur élevée soumis à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer ce groupe supérieur équivaut au rapport entre la valeur comptable du semestre (BV_t) et la taille de l'échantillon prévue (n_t). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$) seront placés dans le groupe soumis au contrôle exhaustif.

La taille d'échantillonnage à allouer au groupe non exhaustif, n_{ts} , correspond à la différence entre n_t et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) constituant le groupe exhaustif (n_{te}).

Enfin, pour chaque semestre, la sélection des échantillons dans le groupe non exhaustif sera effectuée à l'aide d'un échantillonnage avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille, c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_{ti} . Pour réaliser cette sélection, l'une des pratiques courantes consiste à recourir à une sélection systématique, en utilisant un intervalle de sélection égal au total des dépenses contenues dans le groupe non exhaustif (BV_{ts}), divisé par la taille de l'échantillon (n_{ts})³², soit:

$$SI_t = \frac{BV_{ts}}{n_{ts}}$$

6.3.3.4 Erreur prévue

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population doit être calculée différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans les groupes exhaustifs ou d'éléments figurant dans les groupes non exhaustifs.

³² Si certaines unités de la population présentent encore des dépenses supérieures à cet intervalle d'échantillonnage, le procédé décrit au point 6.3.1.3 doit être appliqué.

Dans le cas de groupes exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces groupes:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

Dans la pratique, il convient de:

- 1) recenser, pour chaque semestre t , les unités appartenant au groupe exhaustif et en additionner les erreurs;
- 2) additionner les résultats obtenus pour les deux semestres.

Dans le cas de groupes non exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue sera:

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

Pour déterminer cette erreur prévue, il convient de:

- 1) calculer, dans chaque semestre t , le taux d'erreur pour chaque unité de l'échantillon, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) additionner, dans chaque semestre t , ces taux d'erreur pour l'ensemble des unités de l'échantillon;
- 3) multiplier, dans chaque semestre t , le résultat obtenu par les dépenses totales affichées par la population du groupe non exhaustif (BV_{ts}); ces dépenses seront également égales au total des dépenses du semestre diminuées des dépenses des éléments appartenant au groupe exhaustif;
- 4) diviser, dans chaque semestre t , le résultat ainsi obtenu par la taille de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif (n_{ts});
- 5) additionner les résultats ainsi obtenus pour chaque semestre.

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.3.5 Précision

Comme pour la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires, la précision est une mesure de l'incertitude liée à l'extrapolation. Elle représente l'erreur d'échantillonnage et doit être calculée afin de générer ultérieurement un intervalle de confiance.

La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r_{1s}}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r_{2s}}^2}$$

où $s_{r_{2s}}$ représente l'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon du groupe non exhaustif du semestre t (calculé à partir du même échantillon que celui utilisé pour l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population):

$$s_{r_{ts}}^2 = \frac{1}{n_{ts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{ts}} (r_{ti} - \bar{r}_{ts})^2, t = 1,2$$

avec \bar{r}_{ts} égal à la moyenne simple des taux d'erreur de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif du semestre t .

L'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour les groupes non exhaustifs étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans les groupes exhaustifs.

6.3.3.6 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable afin de tirer des conclusions d'audit en adoptant exactement la même approche que celle décrite au point 6.3.1.6.

6.3.3.7 Exemple

Afin d'anticiper la charge de travail de l'audit qui se concentre généralement à la fin de l'année concernée, l'autorité d'audit a décidé de répartir l'effort sur deux périodes. Au terme du premier semestre, l'autorité d'audit examine la population, divisée en deux groupes correspondant à chacun des deux semestres. Au terme du premier semestre, la population présente les caractéristiques suivantes:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	1 827 930 259 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	2 344

Sur la base de son expérience, l'autorité d'audit sait qu'en règle générale, toutes les opérations contenues dans les programmes au terme de la période de référence sont déjà actives dans la population du premier semestre. De plus, selon les estimations, les dépenses déclarées au terme du premier semestre représentent quelque 35 % du total des dépenses déclarées au terme de la période de référence. Sur la base de ces hypothèses, le tableau suivant donne une description succincte de la population:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	1 827 930 259 EUR
Dépenses déclarées au terme du second semestre (prévisions) 1 827 930 259 EUR / 35 % - 1 827 930 259 EUR - 3 394 727 624 EUR	3 394 727 624 EUR
Total des dépenses prévues pour l'année	5 222 657 883 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	2 344
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	2 344

Pour la première période, la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente la moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour chaque semestre, le poids de chaque semestre étant égal au rapport entre la valeur comptable du semestre (BV_t) et la valeur comptable de l'ensemble de la population (BV):

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

et σ_{rt}^2 représente la variance des taux d'erreur définis pour chaque semestre. Cette variance est calculée pour chaque semestre à l'aide de la formule:

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Étant donné que ces variances sont inconnues, l'autorité d'audit a décidé de prélever un échantillon préliminaire de 20 opérations au terme du premier semestre de l'année courante. L'écart type des taux d'erreur dans cet échantillon préliminaire s'élève, pour le premier semestre, à 0,12. Sur la base de son appréciation professionnelle et sachant qu'en général, les dépenses au second semestre sont plus élevées qu'au premier semestre, l'autorité d'audit a prévu pour le second semestre, à titre préliminaire, un écart type des taux d'erreur plus élevé de 110 % par rapport au premier semestre, soit 0,25. La moyenne pondérée des variances des taux d'erreur est dès lors de:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.12^2 + \frac{3,394,727,624}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.25^2 = 0.0457$$

Au premier semestre, l'autorité d'audit estime qu'étant donné la qualité de fonctionnement du système de gestion et de contrôle, un niveau de confiance de 60 % semble approprié. La taille globale de l'échantillon pour l'ensemble de l'année sera donc de:

$$n = \left(\frac{0.842 \times (1,827,930,259 + 3,394,727,624) \times \sqrt{0.0457}}{104,453,158 - 20,890,632} \right)^2 \approx 127$$

où z s'élève à 0,842 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 60 %), TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable. La valeur comptable totale comprend la valeur comptable réelle au terme du premier semestre ainsi que la valeur comptable prévue pour le second semestre (3 394 727 624 EUR), de sorte que l'erreur acceptable s'élève à 2 % x 5 222 657 883 EUR = 104,453,158 EUR. L'audit réalisé l'année précédente prévoyait un taux d'erreur de 0,4 %. Ainsi, AE , l'erreur anticipée s'élève à 0,4 % x 5 222 657 883 EUR = 20 890 632 EUR

La répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 127 \approx 45$$

et

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

Pour le premier semestre, il convient de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un

contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV_1) et la taille de l'échantillon prévue (n_1). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_{i1} > BV_1/n_1$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à 40 620 672 EUR et 11 opérations affichent une valeur comptable supérieure à cette dernière. La valeur comptable totale de ces opérations s'élève à 891 767 519 EUR

La taille d'échantillonnage à allouer à la strate non exhaustive (n_{1s}) correspond à la différence entre n_1 et le nombre d'unités d'échantillonnage contenues dans la strate exhaustive (n_e), à savoir 34 opérations.

La sélection de l'échantillon dans la strate non exhaustive sera effectuée à l'aide d'un échantillonnage avec une probabilité de sélection proportionnelle à la taille, c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_{is1} . Une sélection systématique sera ainsi réalisée en utilisant un intervalle d'échantillonnage égal au total des dépenses contenues dans la strate non exhaustive (BV_{1s}), divisé par la taille de l'échantillon (n_{1s}), soit:

$$SI_{1s} = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1,827,930,259 - 891,767,519}{34} = 27,534,198$$

La valeur comptable affichée par la strate non exhaustive (BV_{1s}) correspond simplement à la différence entre la valeur comptable totale et la valeur comptable des 11 opérations appartenant à la strate supérieure.

Le tableau suivant résume ces résultats:

Valeur seuil – premier semestre	40 620 672 EUR
Nombre d'opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – premier semestre	11
Valeur comptable des opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – premier semestre	891 767 519 EUR
BV_{s1} – premier semestre	936 162 740 EUR
n_{s1} – premier semestre	34
SI_{s1} – premier semestre	27 534 198 EUR

Sur les 11 opérations dont la valeur comptable est supérieure à l'intervalle d'échantillonnage, 6 présentent des erreurs. L'erreur totale constatée dans cette strate s'élève à 19 240 855 EUR

Un fichier contenant les 2 333 opérations restantes de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 34 opérations est prélevé en appliquant la procédure de sélection systématique proportionnelle à la taille.

La valeur des 34 opérations est contrôlée. La somme des taux d'erreur pour le premier semestre est de:

$$\sum_{i=1}^{34} \frac{E_{i1s}}{BV_{i1s}} = 1.4256$$

L'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon de la population non exhaustive du premier semestre est de (voir le point 6.3.1.7 pour de plus amples détails):

$$s_{r1s} = \sqrt{\frac{1}{34-1} \sum_{i=1}^{34} (r_{i1s} - \bar{r}_{1s})^2} = 0.085$$

où \bar{r}_{1s} est égal à la moyenne simple des taux d'erreur observés dans l'échantillon du groupe non exhaustif du premier semestre.

Au terme du second semestre, un plus grand nombre d'informations sont disponibles. Ainsi, le total des dépenses des opérations actives au second semestre est parfaitement connu, la variance des taux d'erreurs de l'échantillon s_{r1} calculée à partir de l'échantillon du premier semestre peut désormais être disponible et l'écart type des taux d'erreur pour le second semestre σ_{r2} peut à présent être évalué avec plus de précision à l'aide d'un échantillon préliminaire constitué de données réelles.

L'autorité d'audit constate que l'hypothèse émise à la fin du premier semestre quant aux dépenses totales, 3 394 727 624 EUR, a surestimé la valeur réelle de 2 961 930 008 EUR Il y a également deux paramètres supplémentaires pour lesquels des chiffres actualisés doivent être utilisés.

Premièrement, l'estimation de l'écart type des taux d'erreur fondée sur l'échantillon de 34 opérations du premier semestre a conclu à une valeur de 0,085. Cette nouvelle valeur doit à présent être utilisée pour réévaluer la taille de l'échantillon prévue. Deuxièmement, compte tenu de l'accroissement des dépenses au second semestre par rapport aux projections initiales, l'autorité d'audit considère qu'il est plus prudent d'estimer à 0,30 l'écart type des taux d'erreur pour le second semestre, en remplacement de la valeur initiale de 0,25. Les chiffres actualisés de l'écart type des taux d'erreur pour les deux semestres s'écartent sensiblement des estimations initiales. L'échantillon pour le second semestre sera donc revu.

Paramètre	Prévisions effectuées au premier semestre	Fin du second semestre
Écart type des taux d'erreur au premier semestre	0,12	0,085
Écart type des taux d'erreur au second	0,25	0,30

semestre		
Dépenses totales au second semestre	3 394 727 624 EUR	2 961 930 008 EUR

Compte tenu de ces trois ajustements, la taille de l'échantillon pour le second semestre sera recalculée comme suit:

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

où s_{r1} représente l'écart type des taux d'erreur calculé à partir de l'échantillon du premier semestre (soit l'échantillon également utilisé pour l'extrapolation de l'erreur) et σ_{r2} représente une estimation de l'écart type des taux d'erreur au second semestre:

$$n_2 = \frac{(0.842 \times 2,961,930,008 \times 0.30)^2}{(95,797,205 - 19,159,441)^2 - 0.842^2 \times \frac{1,827,930,259^2}{45} \times 0.085^2} \approx 102$$

où:

- $TE = (1\,827\,930\,259 \text{ EUR} + 2\,961\,930\,008 \text{ EUR}) \times 2\% = 95,797,205 \text{ €}$
- $AE = (1\,827\,930\,259 \text{ EUR} + 2\,961\,930\,008 \text{ EUR}) \times 0,4\% = 19,159,441 \text{ EUR}$

Il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV_2) et la taille d'échantillon prévue (n_2). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_{i2} > BV_2/n_2$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à 29 038 529 EUR et 6 opérations affichent une valeur comptable supérieure à cette dernière. La valeur comptable totale de ces opérations s'élève à 415 238 983 EUR.

La taille d'échantillonnage à allouer à la strate non exhaustive, n_{2s} , correspond à la différence entre n_2 et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) contenues dans la strate exhaustive (n_{2e}), à savoir 96 opérations (soit 102 opérations — la taille de l'échantillon — diminuées des 6 opérations de valeur élevée). C'est pourquoi l'auditeur est tenu d'effectuer sa sélection dans l'échantillon en utilisant l'intervalle d'échantillonnage suivant:

$$SI_{2s} = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{2,961,930,008 - 415,238,983}{96} = 26,528,032$$

La valeur comptable affichée par la strate non exhaustive (BV_{2s}) correspond simplement à la différence entre la valeur comptable totale et la valeur comptable des 6 opérations appartenant à la strate supérieure.

Le tableau suivant résume ces résultats:

Valeur seuil – second semestre	29 038 529 EUR
Nombre d'opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – second semestre	6
Valeur comptable des opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – second semestre	415 238 983 EUR
BV_{2s} – second semestre	2 546 691 025 EUR
n_{2s} – second semestre	96
SI_{2s} – second semestre	26 528 032 EUR

Sur les 6 opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, 4 présentent des erreurs. L'erreur totale constatée dans cette strate s'élève à 9 340 755 EUR

Un fichier contenant les 2 338 opérations restantes de la population du second semestre est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 96 opérations est prélevé en appliquant la procédure de sélection systématique proportionnelle à la taille.

La valeur de ces 96 opérations est contrôlée. La somme des taux d'erreur pour le second semestre s'élève à :

$$\sum_{i=1}^{96} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 1.1875$$

L'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon de la population non exhaustive du second semestre est de :

$$s_{r_{2s}} = \sqrt{\frac{1}{96 - 1} \sum_{i=1}^{96} (r_{i_{2s}} - \bar{r}_{2s})^2} = 0.29$$

où \bar{r}_{2s} est égal à la moyenne simple des taux d'erreur observés dans l'échantillon du groupe non exhaustif du second semestre.

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population s'effectue différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans les strates exhaustives ou d'éléments figurant dans les strates non exhaustives.

Dans le cas de strates exhaustives, à savoir les strates contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces strates :

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19,240,855 + 9,340,755 = 28,581,610$$

Dans la pratique, il convient de:

- 1) recenser, pour chaque semestre t , les unités appartenant au groupe exhaustif et en additionner les erreurs;
- 2) additionner les résultats obtenus pour les deux semestres.

Dans le cas du groupe non exhaustif, à savoir les strates contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil,

$BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue sera:

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

$$= \frac{936,162,740}{34} \times 1.4256 + \frac{2,546,691,025}{96} \times 1.1875 = 70,754,790$$

Pour déterminer cette erreur prévue, il convient de:

- 1) calculer, dans chaque semestre t , le taux d'erreur pour chaque unité de l'échantillon, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) additionner, dans chaque semestre t , ces taux d'erreur pour l'ensemble des unités de l'échantillon;
- 3) multiplier, dans chaque semestre t , le résultat obtenu par les dépenses totales affichées par la population du groupe non exhaustif (BV_{ts}); ces dépenses seront également égales au total des dépenses du semestre diminuées des dépenses des éléments appartenant au groupe exhaustif;
- 4) diviser, dans chaque semestre t , le résultat ainsi obtenu par la taille de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif (n_{ts});
- 5) additionner les résultats ainsi obtenus pour chaque semestre.

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s = 28,581,610 + 70,754,790 = 99,336,400$$

ce qui correspond à un taux d'erreur prévu de 2,07 %.

La précision est une mesure de l'incertitude liée à l'extrapolation. La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$\begin{aligned}
SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2} \\
&= 0.842 \times \sqrt{\frac{936,162,740^2}{34} \times 0.085^2 + \frac{2,546,691,025^2}{96} \times 0.29^2} \\
&= 64,499,188
\end{aligned}$$

où s_{rts} représente l'écart type des taux d'erreur déjà calculés.

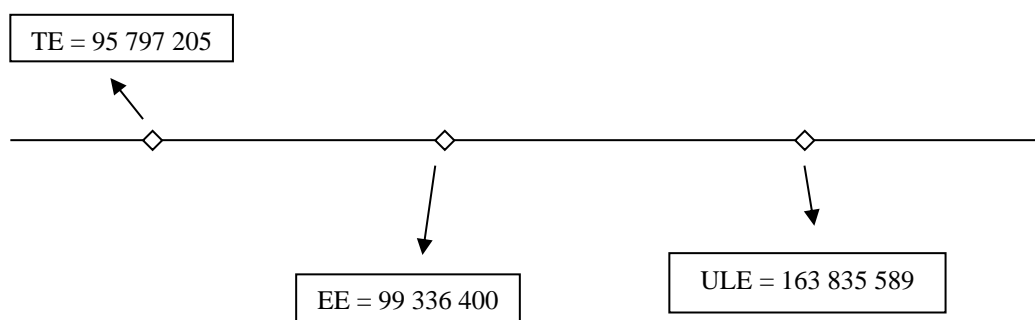
L'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour les strates non exhaustives étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans les groupes exhaustifs.

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation SE , soit:

$$ULE = EE + SE = 99,336,400 + 64,499,188 = 163,835,589$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable TE aux fins des conclusions d'audit.

Dans ce cas particulier, l'erreur prévue est supérieure à l'erreur maximale acceptable. En conséquence, l'auditeur conclura à la présence suffisante d'éléments probants démontrant que les erreurs au niveau de la population excèdent le seuil d'erreur significative:



6.3.4 Stratification de l'échantillonnage en unités monétaires à deux périodes

6.3.4.1 Introduction

L'autorité d'audit peut décider d'utiliser un plan d'échantillonnage stratifié et de répartir simultanément l'effort sur plusieurs périodes de l'année (typiquement deux semestres, mais le même raisonnement s'appliquerait également pour un plus grand nombre de périodes). Il s'agit sur le plan formel d'un nouveau plan d'échantillonnage, qui conjugue des caractéristiques d'un échantillonnage en unités monétaires stratifié et à deux périodes. Ce point présente un procédé permettant de créer un seul plan d'échantillonnage à l'aide de ces deux types de caractéristiques.

Il convient tout d'abord de souligner qu'une AA qui applique un tel plan mixte pourra bénéficier des avantages découlant à la fois de l'échantillonnage stratifié et à périodes multiples. Grâce à la stratification, la précision pourra potentiellement être améliorée par rapport à un modèle non stratifié (ou un échantillon de plus petite taille pourra être utilisé pour obtenir le même degré de précision) et, grâce à l'utilisation simultanée d'une approche à périodes multiples, l'AA pourra répartir la charge de travail d'audit tout au long de l'année, de manière à alléger l'effort qui serait imposé en fin d'année du fait d'une période d'observation unique.

Dans cette approche, la population de la période de référence est divisée en deux sous-populations, correspondant chacune aux opérations et aux dépenses de chaque semestre. Des échantillons indépendants sont prélevés pour chaque semestre, en appliquant la méthode de l'échantillonnage en unités monétaires stratifié. Il convient de remarquer qu'il n'est pas indispensable d'utiliser exactement la même stratification pour chaque période d'audit. Le type de stratification et même le nombre de strates peuvent en réalité varier d'une période d'audit à l'autre.

6.3.4.2 Taille de l'échantillon

Premier semestre

Lors de la première période de contrôle (par exemple, au premier semestre), la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente une moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour l'ensemble des strates et pour les deux périodes. Le poids de chaque strate de chaque semestre est égal au rapport entre la valeur comptable de la strate (BV_{ht}) et la valeur comptable de l'ensemble de la population, $BV = BV_1 + BV_2$ (les deux semestres étant inclus).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^{H_1} \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1, 2, \dots, H_1;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^{H_2} \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1, 2, \dots, H_2;$$

BV_{ht} représente les dépenses de la strate h au cours de la période t , H_t est le nombre de strates de la période t et σ_{rht}^2 est la variance des taux d'erreur observés dans chaque strate de chaque semestre. Cette variance est calculée pour chaque strate de chaque semestre à l'aide de la formule:

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1, 2, \dots, H_t, t = 1, 2$$

où $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ représente les taux d'erreur individuels des unités contenues dans l'échantillon de la strate h du semestre t et \bar{r}_{ht} représente le taux d'erreur moyen de l'échantillon dans la strate h et le semestre t ³³.

Les valeurs des écarts types des taux d'erreur attendus dans chaque semestre doivent être fixés sur la base d'une appréciation professionnelle et reposer sur des données historiques. L'option visant à constituer un échantillon préliminaire/pilote de petite taille afin d'obtenir des approximations sur les paramètres du premier semestre, telle qu'elle a été décrite dans le cadre de la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires à deux périodes, demeure une possibilité. À nouveau, au tout début de l'observation, les dépenses relatives au second semestre n'ont pas encore eu lieu de sorte qu'aucune donnée objective (autre qu'historique) n'est disponible. Si des échantillons pilotes sont constitués, ceux-ci peuvent, comme à l'accoutumée, être utilisés ultérieurement en tant que partie intégrante de l'échantillon choisi pour l'audit.

Si aucune donnée historique ni information préalable n'est disponible pour évaluer la variabilité des données pour le second semestre, une approche simplifiée peut être adoptée, en calculant la taille globale de l'échantillon comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw1}}{TE - AE} \right)^2$$

Il convient de noter que, dans cette approche simplifiée, seules les données relatives à la variabilité des erreurs relevées pour la première période d'observation sont nécessaires.

³³ Dès lors que la valeur comptable de l'unité i (BV_i) est supérieure à BV_{ht}/n_{ht} , le rapport $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ doit être remplacé par le rapport $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$.

L'hypothèse de base est que la variabilité des erreurs sera d'ampleur comparable au cours des deux semestres.

Il y a lieu de noter que les problèmes liés à l'absence de données historiques auxiliaires seront généralement confinés à la première année de la période de programmation. En réalité, les données collectées au cours de la première année de contrôle peuvent être utilisées lors d'une année ultérieure afin de déterminer la taille de l'échantillon.

Notons également que les formules utilisées pour le calcul de la taille de l'échantillon exigent des valeurs pour BV_{h1} ($h = 1, 2, \dots, H_1$) et BV_{h2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$), à savoir la valeur comptable totale (dépenses déclarées) de chaque strate pour les premier et second semestres. Lors du calcul de la taille de l'échantillon, les valeurs de BV_{h1} ($h = 1, 2, \dots, H_1$) seront connues, contrairement aux valeurs de BV_{h2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$), lesquelles seront attribuées en fonction des prévisions de l'auditeur (ainsi que sur la base de données historiques et/ou de prévisions des autorités de gestion ou de certification du programme).

Une fois que la taille globale de l'échantillon, n , a été calculée, la répartition de l'échantillon par strate et par semestre se présente comme suit:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n$$

et

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n$$

où $BV = BV_1 + BV_2$ est le total des dépenses prévues pour la période de référence.

Comme précédemment, il convient de remarquer qu'il s'agit d'une méthode de répartition générique, dans laquelle l'échantillon est réparti en strates proportionnellement aux dépenses (valeur comptable) des strates, mais que d'autres méthodes de répartition peuvent être employées. Une répartition plus personnalisée permet, dans certains cas, de gagner en précision ou de réduire la taille de l'échantillon. L'adéquation d'autres méthodes de répartition à chaque population particulière impose certaines connaissances techniques dans la théorie de l'échantillonnage et n'appartient pas à l'objet du présent guide.

Second semestre

Lors de la première période d'observation, plusieurs hypothèses ont été avancées concernant les périodes d'observation ultérieures (généralement, le semestre suivant). Si, lors des périodes ultérieures, les caractéristiques de la population diffèrent

sensiblement des hypothèses émises, il se peut qu'un ajustement de la taille de l'échantillon pour la période suivante soit nécessaire.

En réalité, lors de la deuxième période de contrôle (par exemple, le second semestre), un plus grand nombre d'informations seront disponibles:

- la valeur comptable totale de chaque strate du second semestre, BV_{h2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$), est parfaitement connue;
- les écarts types des taux d'erreur de l'échantillon s_{rh1} ($h = 1, 2, \dots, H_1$) calculés à partir de l'échantillon du premier semestre, peuvent déjà être disponibles;
- les écarts types des taux d'erreur observés dans les strates du second semestre σ_{rh2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$) peuvent désormais être évalués avec plus de précision à l'aide de données réelles (par exemple, sur la base d'échantillons pilotes).

Si les prévisions de départ relatives à ces paramètres de la population diffèrent sensiblement des caractéristiques réelles de la population, un ajustement de la taille de l'échantillon peut s'avérer nécessaire pour le second semestre afin de tenir compte de l'inexactitude de ces estimations. Le cas échéant, la taille de l'échantillon du second semestre doit être recalculée à l'aide de la formule suivante:

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^{H_2} (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^{H_2} \left(\frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

où s_{rh1} représente les écarts types des taux d'erreur calculés à partir des sous-échantillons du premier semestre pour chaque strate h (s'ils sont déjà disponibles) et σ_{rh2} est une estimation des écarts types des taux d'erreur dans chaque strate au second semestre fondée sur la connaissance de données historiques (actualisée sur la base des informations provenant du premier semestre) ou sur un échantillon préliminaire/pilote du second semestre.

Après que la taille totale de l'échantillon a été recalculée pour le second semestre, la répartition par strate s'effectue directement comme suit:

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV_2} n_2, (h = 1, 2, \dots, H_2)$$

6.3.4.3 Sélection de l'échantillon

Dans chaque semestre, la sélection de l'échantillon suivra exactement la procédure décrite pour l'approche de l'échantillonnage en unités monétaires stratifié. Cette procédure est reproduite ci-après dans un souci de facilité.

Deux composantes seront distinguées pour chaque semestre et chaque strate h : le groupe exhaustif compris dans la strate h (à savoir le groupe contenant les unités

d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$) et le groupe d'échantillonnage compris dans la strate h (à savoir le groupe contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, ou à toute autre valeur seuil recalculée s'il existait des éléments ayant une valeur comptable supérieure à l'intervalle et inférieure aux valeurs seuil).

Pour chaque semestre, après que la taille de l'échantillon a été définie dans chaque strate de départ (h), toutes les (éventuelles) unités de population de valeur élevée doivent être soumises à un contrôle. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer ce groupe supérieur équivaut au rapport entre la valeur comptable de la strate (BV_{ht}) et la taille de l'échantillon prévue (n_{ht}). Dans chaque strate, h , tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$) seront placés dans le groupe soumis au contrôle exhaustif.

La taille de l'échantillon à allouer au groupe non exhaustif, n_{hts} , correspond à la différence entre n_{ht} et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) constituant le groupe exhaustif de la strate (n_{hte}).

Enfin, pour chaque semestre, la sélection des échantillons dans le groupe non exhaustif de chaque strate sera effectuée à l'aide d'un échantillonnage avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille, c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_{hti} . Pour réaliser cette sélection, l'une des pratiques courantes consiste à recourir à une sélection systématique, en utilisant un intervalle de sélection égal au total des dépenses contenues dans le groupe non exhaustif de la strate (BV_{hts}), divisé par la taille de l'échantillon (n_{hts})³⁴, soit:

$$SI_{hts} = \frac{BV_{hts}}{n_{hts}}$$

Veillez noter que, pour chaque semestre, plusieurs échantillons indépendants seront sélectionnés, un pour chaque strate initiale.

6.3.4.4 Erreur prévue

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population doit être calculée différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans les groupes exhaustifs ou d'éléments figurant dans les groupes non exhaustifs.

³⁴ Si certaines unités de la population présentent encore des dépenses supérieures à cet intervalle d'échantillonnage, le procédé décrit au point 6.3.1.3 doit être appliqué.

Dans le cas de groupes exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure aux valeurs seuils, $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces groupes:

$$EE_e = \sum_{h=1}^{H_1} \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^{H_2} \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i}$$

Dans la pratique, il convient de:

- 1) recenser, pour chaque semestre t et dans chaque strate h , les unités appartenant au groupe exhaustif et en additionner les erreurs;
- 2) additionner les résultats obtenus pour l'ensemble des strates $H_1 + H_2$.

Dans le cas de groupes non exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale aux valeurs seuils, $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, l'erreur prévue sera:

$$EE_s = \sum_{h=1}^{H_1} \left(\frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left(\frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right)$$

Pour déterminer cette erreur prévue, il convient de:

- 1) calculer, dans chaque strate h de chaque semestre t , le taux d'erreur pour chaque unité de l'échantillon, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) additionner, dans chaque strate h de chaque semestre t , ces taux d'erreur pour l'ensemble des unités de l'échantillon;
- 3) multiplier, dans chaque strate h de chaque semestre t , le résultat obtenu par les dépenses totales affichées par la population du groupe non exhaustif (BV_{hts}); ces dépenses seront également égales aux dépenses totales de la strate diminuées des dépenses des éléments appartenant au groupe exhaustif de la strate;
- 4) diviser, dans chaque strate h de chaque semestre t , le résultat ainsi obtenu par la taille de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif (n_{hts});
- 5) additionner les résultats ainsi obtenus pour l'ensemble des strates $H_1 + H_2$.

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.4.5 Précision

Comme pour la méthode classique de l'échantillonnage en unités monétaires à deux périodes, la précision est une mesure de l'incertitude liée à l'extrapolation (projection). Elle représente l'erreur d'échantillonnage et doit être calculée afin de générer ultérieurement un intervalle de confiance.

La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^{H_1} \left(\frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot s_{r_{h1s}}^2 \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left(\frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot s_{r_{h2s}}^2 \right)}$$

où $s_{r_{hts}}$ représente l'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon du groupe non exhaustif de la strate h du semestre t (calculé à partir du même échantillon que celui utilisé pour l'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population):

$$s_{r_{hts}}^2 = \frac{1}{n_{hts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hts}} (r_{hti} - \bar{r}_{hts})^2$$

avec \bar{r}_{hts} égal à la moyenne simple des taux d'erreur de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif de la strate h du semestre t .

L'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour les groupes non exhaustifs étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans les groupes exhaustifs.

6.3.4.6 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable afin de tirer des conclusions d'audit en adoptant exactement la même approche que celle décrite au point 6.3.3.6.

6.3.4.7 Exemple

Afin d'anticiper la charge de travail de l'audit qui se concentre généralement à la fin de l'année concernée, l'autorité d'audit a décidé de répartir l'effort sur deux périodes. Au terme du premier semestre, l'autorité d'audit examine la population, divisée en deux groupes correspondant à chacun des deux semestres. La population comprend en outre deux programmes différents et l'autorité d'audit a des raisons de penser que les taux d'erreur sont différents selon les programmes. Compte tenu de toutes ces informations, l'autorité d'audit a décidé non seulement de scinder la charge de travail en deux périodes, mais aussi de stratifier la population par programme.

Au terme du premier semestre, la population présente les caractéristiques suivantes:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	42 610 732 EUR
Programme 1	27 623 498 EUR
Programme 2	14 987 234 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	5 603
Programme 1	3 257
Programme 2	2 346

Sur la base de son expérience, l'autorité d'audit sait qu'en règle générale, toutes les opérations contenues dans les programmes au terme de la période de référence sont déjà actives dans la population du premier semestre. D'après son expérience, cette autorité s'attend en outre à ce que les dépenses déclarées pour le second semestre augmentent pour les deux programmes, quoiqu'à des rythmes différents. Elle prévoit ainsi que les dépenses déclarées pour le second semestre augmentent de 40 % pour le programme 1 et de 10 % pour le programme 2. Sur la base de ces hypothèses, le tableau suivant donne une description succincte de la population:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	42 610 732 EUR
Programme 1	27 623 498 EUR
Programme 2	14 987 234 EUR
Dépenses déclarées au terme du second semestre (prévisions)	55 158 855 EUR
Programme 1 (27 623 498 EUR x 1,4)	38 672 897 EUR
Programme 2 (14 987 234 EUR x 1,1)	16 485 957 EUR
Total des dépenses prévues pour l'année	97 769 587 EUR
Programme 1	66 296 395 EUR
Programme 2	31 473 191 EUR
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	5 603

Programme 1	3 257
Programme 2	2 346
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	5 603
Programme 1	3 257
Programme 2	2 346

Pour le premier semestre d'audit, la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente une moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour l'ensemble des strates et pour les deux périodes. Le poids de chaque strate de chaque semestre est égal au rapport entre la valeur comptable de la strate (BV_{ht}) et la valeur comptable de l'ensemble de la population, $BV = BV_1 + BV_2$ (les deux semestres étant inclus).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1,2;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1,2;$$

BV_{ht} représente les dépenses de la strate h , $h=1,2$ au cours de la période t , et σ_{rht}^2 est la variance des taux d'erreur observés dans chaque strate de chaque semestre. Cette variance est calculée pour chaque strate de chaque semestre à l'aide de la formule:

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1,2, t = 1,2$$

où $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ représente les taux d'erreur individuels des unités contenues dans l'échantillon de la strate h du semestre t et \bar{r}_{ht} représente le taux d'erreur moyen de l'échantillon dans la strate h et au semestre t ³⁵.

³⁵ Dès lors que la valeur comptable de l'unité i (BV_i) est supérieure à BV_{ht}/n_{ht} , le rapport $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ doit être remplacé par le rapport $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$.

Étant donné que ces variances sont inconnues, l'autorité d'audit a décidé de prélever, dans chaque strate (programme), un échantillon préliminaire de 20 opérations au terme du premier semestre de la période de référence courante. L'écart type des taux d'erreur dans cet échantillon préliminaire pour le premier semestre s'élève respectivement à 0,0924 et 0,0515 pour les programmes 1 et 2. Sur la base de son appréciation professionnelle, l'autorité d'audit prévoit que les écarts types des taux d'erreur augmenteront respectivement de 40 % et 10 %, atteignant 0,1294 et 0,0567, au second semestre. La moyenne pondérée des variances des taux d'erreur est dès lors de:

$$\sigma_{rw}^2 = 0.0028188 + 0.0071654 = 0.009984,$$

considérant que les moyennes pondérées pour les deux semestres sont:

$$\sigma_{rw1}^2 = \frac{27,623,498}{97,769,587} \times 0.0924^2 + \frac{14,987,234}{97,769,587} \times 0.0515^2 = 0.0028188$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \frac{38,672,897}{97,769,587} \times 0.1294^2 + \frac{16,485,957}{97,769,587} \times 0.0567^2 = 0.0071654$$

Au premier semestre, étant donné la qualité de fonctionnement du système de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit estime qu'un niveau de confiance de 90 % est approprié. La taille globale de l'échantillon pour l'ensemble de l'année sera donc de:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

$$n = \left(\frac{1.645 \times 97,769,587 \times \sqrt{0.009984}}{1,955,392 - 391,078} \right)^2 \approx 106$$

où z s'élève à 1,645 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 90 %), TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable. La valeur comptable totale comprend la valeur comptable réelle au terme du premier semestre ainsi que la valeur comptable prévue pour le second semestre, de sorte que l'erreur acceptable s'élève à 2 % x 97 769 587 EUR = 1 955 392 EUR. L'audit réalisé l'année précédente prévoyait un taux d'erreur de 0,4 %. Ainsi, AE , l'erreur anticipée s'élève à 0,4 % x 97 769 587 EUR = 391 078 EUR

La répartition de l'échantillon en semestres et en strates s'effectue comme suit:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n, h = 1,2; n_{11} = \frac{27,623,498}{97,769,587} \times 106 \cong 30; n_{21} = \frac{14,987,234}{97,769,587} \times 106 \cong 17$$

et

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n, h = 1,2; n_{12} = \frac{38,672,897}{97,769,587} \times 106 \cong 42; n_{22} = \frac{16,485,957}{97,769,587} \times 106 \cong 18$$

Pour le premier semestre, il convient de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée des deux programmes, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV_{h1}) et la taille de l'échantillon prévue (n_{h1}). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_{ih1} > BV_{h1}/n_{h1}$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif.

Ces deux tailles d'échantillon du premier semestre (30 et 17) génèrent les valeurs seuils suivantes pour les strates de valeur élevée des deux programmes:

$$Cut - off_{11} = \frac{BV_{11}}{n_{11}} = \frac{27,623,498}{30} = 920,783$$

et

$$Cut - off_{21} = \frac{BV_{21}}{n_{21}} = \frac{14,987,234}{17} = 881,602$$

L'utilisation de ces deux valeurs seuils permet de recenser respectivement 3 et 4 opérations de valeur élevée dans les programmes 1 et 2, pour une valeur comptable totale respective de 3 475 552 EUR et 4 289 673 EUR

La taille d'échantillonnage à allouer à la strate non exhaustive (n_{h1s}) correspond à la différence entre n_{h1} et le nombre d'unités d'échantillonnage constituant la strate exhaustive. La taille de l'échantillon pour la partie d'échantillonnage du programme 1 correspondra à la taille globale de l'échantillon (30), dont les 3 opérations de valeur élevée sont déduites, soit 27 opérations. En appliquant un raisonnement identique pour le programme 2, la taille de l'échantillon pour la partie d'échantillonnage sera de 17-4=13 opérations.

L'étape suivante consiste à calculer les intervalles d'échantillonnage pour les strates d'échantillonnage, lesquels sont produits respectivement par les formules suivantes:

$$SI_{11} = \frac{BV_{11s}}{n_{11s}} = \frac{27,623,498 - 3,475,552}{27} = 894,368$$

et

$$SI_{21} = \frac{BV_{21s}}{n_{21s}} = \frac{14,987,234 - 4,289,673}{13} = 822,889$$

Le tableau suivant résume ces résultats:

Valeur comptable (total des dépenses au terme du premier semestre)	42 610 732 EUR
Valeur comptable – programme 1	27 623 498 EUR
Valeur comptable – programme 2	14 987 234 EUR
Résultats de l'échantillon – programme 1	
Valeur seuil	920 783 EUR
Nombre d'opérations au-delà de la valeur seuil	3
Valeur comptable des opérations au-delà de la valeur seuil	3 475 552 EUR
Valeur comptable des opérations (population non exhaustive)	24 147 946 EUR
Intervalle d'échantillonnage (population non exhaustive)	894 368 EUR
Nombre d'opérations (population non exhaustive)	3 254
Résultats de l'échantillon – programme 2	
Valeur seuil	881 602 EUR
Nombre d'opérations au-delà de la valeur seuil	4
Valeur comptable des opérations au-delà de la valeur seuil	4 289 673 EUR
Valeur comptable des opérations (population non exhaustive)	10 697 561 EUR
Intervalle d'échantillonnage (population non exhaustive)	822 889 EUR
Nombre d'opérations (population non exhaustive)	2 342

La sélection de l'échantillon dans la strate non exhaustive sera effectuée à l'aide d'un échantillonnage avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_{ih1s} , au moyen d'une sélection systématique.

En ce qui concerne le programme 1, au terme du premier semestre, un fichier contenant les 3 254 opérations restantes (3 257 – 3 opérations de valeur élevée) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 27 opérations (soit 30 opérations moins

3 opérations de valeur élevée) est prélevé en suivant exactement la même procédure que celle décrite au point 6.3.1.7.

En ce qui concerne le programme 2, au terme du premier semestre, un fichier contenant les 2 342 opérations restantes (2 346 – 4 opérations de valeur élevée) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 13 opérations (soit 17 opérations moins 4 opérations de valeur élevée) est prélevé comme décrit au paragraphe précédent.

Dans le programme 1, une erreur totale de 13 768 EUR a été constatée dans les 3 opérations de valeur élevée. Dans le programme 2, aucune erreur n'a été constatée dans la strate de valeur élevée.

Les dépenses des 40 opérations échantillonnées (27 + 13) sont contrôlées. La somme des taux d'erreur de l'échantillon pour le programme 1, au terme du premier semestre, est de:

$$\sum_{i=1}^{27} \frac{E_{i11s}}{BV_{i11s}} = 0.0823.$$

La somme des taux d'erreur de l'échantillon pour le programme 2, au terme du premier semestre, est de:

$$\sum_{i=1}^{13} \frac{E_{i21s}}{BV_{i21s}} = 0.1145$$

L'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon de la population non exhaustive du premier semestre, pour les deux programmes, est de:

$$s_{r11s} = \sqrt{\frac{1}{27-1} \sum_{i=1}^{27} (r_{i11s} - \bar{r}_{11s})^2} = 0.0868$$

$$s_{r21s} = \sqrt{\frac{1}{13-1} \sum_{i=1}^{13} (r_{i21s} - \bar{r}_{21s})^2} = 0.0696$$

où \bar{r}_{h1s} , $h = 1,2$, est égal à la moyenne simple des taux d'erreur observés dans l'échantillon du groupe non exhaustif du premier semestre.

Au terme du second semestre, un plus grand nombre d'informations sont disponibles. Ainsi, le total des dépenses des opérations actives au second semestre est parfaitement connu, la variance des taux d'erreurs de l'échantillon pour les deux programmes, s_{r11} et s_{r21} , calculée à partir des échantillons des strates du premier semestre, peut désormais être disponible et l'écart type des taux d'erreur pour le second semestre pour les deux programmes, σ_{r12} et σ_{r22} , peut à présent être évalué avec plus de précision à l'aide d'un échantillon préliminaire constitué de données réelles.

L'autorité d'audit constate que l'hypothèse émise à la fin du premier semestre quant aux dépenses du second semestre, 55 158 855 EUR, a surestimé la valeur réelle de 49 211 269 EUR Il y a également deux paramètres supplémentaires pour lesquels des chiffres actualisés doivent être utilisés.

Premièrement, l'estimation de l'écart type des taux d'erreur fondée sur les échantillons respectifs de 27 et 13 opérations du premier semestre des programmes a conclu à des valeurs de 0,0868 et 0,0696. Ces nouvelles valeurs doivent à présent être utilisées pour réévaluer la taille de l'échantillon prévue. Deuxièmement, sur la base des deux échantillons préliminaires du second semestre pour les deux programmes, l'autorité d'audit considère qu'il est plus prudent d'estimer à 0,0943 et 0,0497 l'écart type des taux d'erreur pour le second semestre, en remplacement des valeurs initiales de 0,1294 et 0,0567. Les chiffres actualisés de l'écart type des taux d'erreur pour les deux programmes au cours des deux semestres s'écartent sensiblement des estimations initiales. L'échantillon pour le second semestre sera donc revu.

Le tableau suivant résume ces résultats:

Paramètre	Prévisions effectuées au terme du premier semestre	Fin du second semestre
Écart type des taux d'erreur au premier semestre		
Programme 1	0,0924	0,0868
Programme 2	0,0515	0,0696
Écart type des taux d'erreur au second semestre		
Programme 1	0,1294	0,0943
Programme 2	0,0567	0,0497
Dépenses totales au second semestre		
Programme 1	38 672 897 EUR	32 976 342 EUR
Programme 2	16 485 957 EUR	16 234 927 EUR

Compte tenu de ces trois types d'ajustements, la taille de l'échantillon pour le second semestre sera recalculée comme suit:

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^2 (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

où s_{rh1} représente les écarts types des taux d'erreur calculés à partir des sous-échantillons du premier semestre pour chaque strate h , $h=1,2$ et σ_{rh2} est une estimation des écarts types des taux d'erreur dans chaque strate au second semestre fondée sur les échantillons préliminaires:

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{1.645^2 \times 49,211,269 \times (32,976,342 \times 0.0943^2 + 16,234,927 \times 0.0497^2)}{(1,836,440 - 367,288)^2 - 1.645^2 \times \left(\frac{27,623,498^2}{30} \times 0.0868^2 + \frac{14,987,234^2}{17} \times 0.0696^2 \right)} \\ &\cong 31 \end{aligned}$$

À la lumière de ces chiffres actualisés, les échantillons doivent avoir une taille de 31 opérations, au lieu des 60 prévues à la fin du premier semestre, pour obtenir la précision souhaitée. La répartition par programme s'effectue désormais directement:

$$n_{12} = \frac{BV_{12}}{BV_2} n_2 = \frac{32,976,342}{49,211,269} \times 31 \cong 21$$

$$n_{22} = 31 - 21 = 10$$

Il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. Les valeurs seuils à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivalent au rapport entre la valeur comptable (BV_{h2}) et la taille d'échantillon prévue (n_{h2}). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à ces valeurs seuils (si $BV_{ih2} > BV_{h2}/n_{h2}$, $h = 1,2$) seront placés dans la strate soumise au contrôle exhaustif. Dans ces cas, les valeurs seuils sont les suivantes:

Les deux tailles d'échantillon actualisées du second semestre (21 et 10) génèrent les valeurs seuils suivantes pour les strates de valeur élevée des deux programmes:

$$Cut - off_{12} = \frac{BV_{12}}{n_{12}} = \frac{32,976,342}{21} = 1,570,302$$

et

$$Cut - off_{22} = \frac{BV_{22}}{n_{22}} = \frac{16,243,927}{10} = 1,624,393$$

Il existe 3 opérations dans le programme 1 et 2 opérations dans le programme 2 qui affichent une valeur comptable supérieure à la valeur seuil respective. La valeur comptable totale de ces opérations s'élève à 7 235 619 EUR pour le programme 1 et 4 329 527 EUR pour le programme 2.

Les tailles d'échantillonnage à allouer aux strates non exhaustives, n_{12s} et n_{22s} , correspondent à la différence entre n_{h2} , $h = 1,2$ et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) contenues dans la strate exhaustive respective, à savoir 14 opérations pour le programme 1 (21, la taille d'échantillon actualisée du programme 1 au second semestre, diminuées des 7 opérations de valeur élevée) et 6 opérations pour le programme 2 (10, la taille d'échantillon actualisée du programme 2 au second semestre, diminuées des 4 opérations de valeur élevée). C'est pourquoi l'auditeur est tenu de sélectionner les échantillons subsistants en utilisant les intervalles d'échantillonnage suivants:

$$SI_{12s} = \frac{BV_{12s}}{n_{12s}} = \frac{32,976,342 - 7,235,619}{18} = 1,430,040$$

$$SI_{22s} = \frac{BV_{22s}}{n_{22s}} = \frac{16,234,927 - 4,329,527}{8} = 1,489,300$$

La valeur comptable affichée par les strates non exhaustives (BV_{12s} et BV_{22s}) correspond simplement à la différence entre la valeur comptable totale et la valeur comptable des opérations de valeur élevée respectives.

Le tableau suivant résume ces résultats:

Valeur comptable (dépenses déclarées au second semestre)	49 211 269 EUR
Valeur comptable – programme 1	32 976 342 EUR
Valeur comptable – programme 2	16 234 927 EUR
Résultats de l'échantillon – programme 1	
Valeur seuil	1 570 302 EUR
Nombre d'opérations au-delà de la valeur seuil	3
Valeur comptable des opérations au-delà de la valeur seuil	7 235 619 EUR
Valeur comptable des opérations (population non exhaustive)	25 740 723 EUR
Intervalle d'échantillonnage (population non exhaustive)	1 430 040 EUR
Nombre d'opérations (population non exhaustive)	3 254
Résultats de l'échantillon – programme 2	

Valeur seuil	1 623 493 EUR
Nombre d'opérations au-delà de la valeur seuil	2
Valeur comptable des opérations au-delà de la valeur seuil	4 329 527 EUR
Valeur comptable des opérations (population non exhaustive)	11 914 400 EUR
Intervalle d'échantillonnage (population non exhaustive)	1 489 300 EUR
Nombre d'opérations (population non exhaustive)	2 344

Aucune erreur n'a été constatée dans les dépenses des opérations de valeur élevée des deux programmes.

En ce qui concerne le programme 1, un fichier contenant les 3 254 opérations (3 257 – 3 opérations de valeur élevée) et les dépenses correspondantes déclarées au second semestre est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 18 opérations (soit 21 opérations moins 3 opérations de valeur élevée) est prélevé en suivant exactement la même procédure que précédemment.

En ce qui concerne le programme 2, un fichier contenant les 2 344 opérations (2 346 – 2 opérations de valeur élevée) et les dépenses correspondantes déclarées au second semestre est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 8 opérations (soit 10 opérations moins 3 opérations de valeur élevée) est prélevé selon la méthode de la probabilité de sélection proportionnelle à la taille.

Les dépenses des 26 opérations (18 + 8) sont contrôlées. La somme des taux d'erreur de l'échantillon pour le programme 1, au terme du second semestre, s'élève à:

$$\sum_{i=1}^{18} \frac{E_{i12s}}{BV_{i12s}} = 0.1345.$$

La somme des taux d'erreur de l'échantillon pour le programme 2, au terme du premier semestre, est de:

$$\sum_{i=1}^8 \frac{E_{i22s}}{BV_{i22s}} = 0.0934$$

L'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon de la population non exhaustive du premier semestre, pour les deux programmes, est de:

$$s_{r_{12s}} = \sqrt{\frac{1}{18-1} \sum_{i=1}^{18} (r_{i12s} - \bar{r}_{12s})^2} = 0.0737$$

$$s_{r_{22s}} = \sqrt{\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^8 (r_{i22s} - \bar{r}_{22s})^2} = 0.0401$$

où $\bar{r}_{h2s}, h = 1,2$, est égal à la moyenne simple des taux d'erreur observés dans l'échantillon du groupe non exhaustif du second semestre.

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population doit être calculée différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans les groupes exhaustifs ou d'éléments figurant dans les groupes non exhaustifs.

Dans le cas des strates de valeur élevée, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure aux valeurs seuils, $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces groupes:

$$EE_e = \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i} = 13,768$$

Dans la pratique, il convient de:

- 1) recenser, pour chaque semestre et dans chaque strate h , les unités appartenant au groupe exhaustif et en additionner les erreurs;
- 2) additionner les résultats obtenus pour l'ensemble des strates.

Dans le cas de groupes non exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale aux valeurs seuils, $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, l'erreur prévue sera:

$$\begin{aligned} EE_s &= \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right) \\ &= 894,368 \times 0.0823 + 822,889 \times 0.1145 + 1,430,040 \times 0.1345 \\ &\quad + 1,489,300 \times 0.0934 = 499,268 \end{aligned}$$

Pour déterminer cette erreur prévue, il convient de:

- 1) calculer, dans chaque strate h de chaque semestre t , le taux d'erreur pour chaque unité de l'échantillon, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) additionner, dans chaque strate h de chaque semestre t , ces taux d'erreur pour l'ensemble des unités de l'échantillon;
- 3) multiplier, dans chaque strate h de chaque semestre t , le résultat obtenu par les dépenses totales affichées par la population du groupe non exhaustif (BV_{hts}); ces dépenses seront également égales aux dépenses totales de la strate diminuées des dépenses des éléments appartenant au groupe exhaustif de la strate;
- 4) diviser, dans chaque strate h de chaque semestre t , le résultat ainsi obtenu par la taille de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif (n_{hts});
- 5) additionner les résultats ainsi obtenus pour l'ensemble des strates.

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = 13,768 + 499,268 = 513,036,$$

ce qui correspond à un taux d'erreur prévu de 0,56 %.

La précision est une mesure de l'incertitude liée à l'extrapolation. La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$\begin{aligned}
 SE &= z \times \sqrt{\sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot S_{rh1s}^2 \right) + \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot S_{rh2s}^2 \right)} \\
 &= 1.645 \times \sqrt{\frac{24,147,946^2}{27} \cdot 0.0823^2 + \frac{10,697,561^2}{13} \cdot 0.0696^2} \\
 &\quad + \frac{25,740,723^2}{18} \cdot 0.0737^2 + \frac{11,914,400^2}{8} \cdot 0.0401^2 \\
 &= 1,062,778
 \end{aligned}$$

où s_{rhts} représente l'écart type des taux d'erreur du groupe non exhaustif de la strate h du semestre t , qui a déjà été calculé.

L'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour les groupes non exhaustifs étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans les groupes exhaustifs.

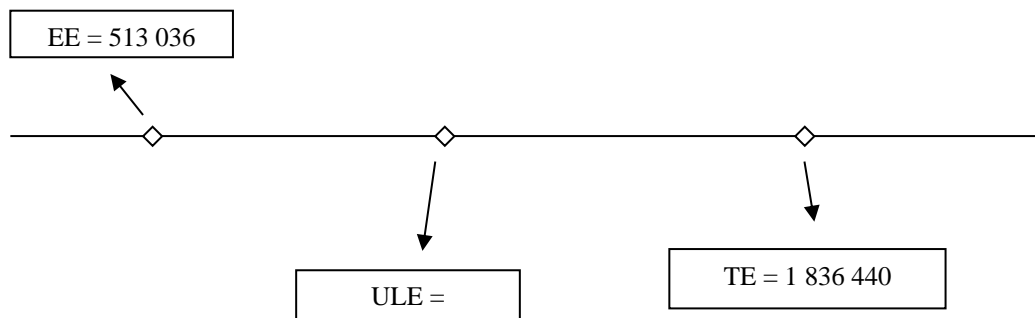
Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation SE , soit:

$$ULE = EE + SE = 513,036 + 1,062,778 = 1,575,814$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable TE aux fins des conclusions d'audit.

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable TE aux fins des conclusions d'audit.

Dans ce cas particulier, à la fois l'erreur prévue et la limite supérieure sont inférieures à l'erreur maximale acceptable. En conséquence, l'auditeur conclura à l'insuffisance d'éléments probants démontrant que les erreurs au niveau de la population excèdent le seuil d'erreur significative:



6.3.5 Approche conservative

6.3.5.1 Introduction

Dans le cadre de l'audit, il est courant d'adopter une approche conservative à l'égard de l'échantillonnage en unités monétaires. Cette approche est intéressante en ce sens qu'elle exige moins de connaissance quant à la population (par exemple, aucune donnée sur la variabilité de la population n'est nécessaire pour le calcul de la taille de l'échantillon). En outre, plusieurs solutions logicielles utilisées dans le monde de l'audit permettent une mise en œuvre automatique de cette approche, facilitant ainsi son application. Lorsqu'elle peut s'appuyer efficacement sur ces solutions logicielles, la méthode conservative requiert en fait des connaissances techniques et statistiques nettement plus limitées que l'approche dite classique. Le principal inconvénient de cette approche conservative résulte en réalité de sa propre facilité d'application: étant donné qu'elle fait appel à des informations moins détaillées lors du calcul de la taille d'échantillon et de la définition de la précision, cette approche génère habituellement

des tailles d'échantillon plus grandes et des erreurs d'échantillonnage estimées plus élevées que les formules plus exactes utilisées dans l'approche classique. Cependant, lorsque la taille de l'échantillon est gérable dès le départ et ne constitue pas pour l'auditeur un problème significatif, cette approche peut se révéler, en raison de sa simplicité, une excellente option. Il importe en outre de souligner que cette méthode ne peut être appliquée qu'aux situations dans lesquelles la fréquence des erreurs est faible et les taux d'erreur sont incontestablement inférieurs à un seuil significatif³⁶. Enfin, il faut garder à l'esprit que dès lors que cette méthode produit couramment des échantillons de grande taille, les utilisateurs sont parfois tentés d'introduire des erreurs anticipées extrêmement faibles et irréalistes. Il en ressort inéluctablement des résultats peu concluants pour l'audit en raison de la limite supérieure de l'erreur excessive et il convient donc de rappeler que, comme dans toute méthode d'échantillonnage, l'erreur anticipée doit être fixée à un niveau réaliste d'après les connaissances et l'appréciation de l'auditeur.

Cette méthode ne peut être combinée à une stratification ou à un étalement des travaux d'audit sur deux ou plusieurs périodes au cours d'une même période de référence dans la mesure où elle générerait des formules inutilisables pour le calcul de la précision. Si tel est l'objectif, les autorités d'audit sont donc encouragées à adopter l'approche classique.

6.3.5.2 Taille de l'échantillon

Le calcul de la taille d'échantillon n dans le cadre de l'approche conservatrice de l'échantillonnage en unités monétaires fait appel aux informations suivantes:

- la valeur comptable de la population (total des dépenses déclarées) BV ;
- une constante appelée «facteur de fiabilité» (reliability factor - RF), définie selon le niveau de confiance;
- l'erreur maximale acceptable TE (généralement 2 % des dépenses totales);
- l'erreur anticipée AE choisie par l'auditeur sur la base de son appréciation professionnelle et d'informations recueillies précédemment;
- le facteur d'extension EF , une constante également liée au niveau de confiance et utilisée lorsque des erreurs sont attendues.

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

³⁶ En particulier, la taille d'échantillon ne peut être calculée si l'erreur anticipée est supérieure au seuil significatif ou proche de ce seuil.

Le facteur de fiabilité RF est une constante issue de la distribution de Poisson, appliquée pour une erreur prévisible nulle, et est fonction du niveau de confiance. Les valeurs à utiliser dans chaque situation figurent dans le tableau suivant.

Niveau de confiance	99 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Facteur de fiabilité (RF)	4,61	3,00	2,31	1,90	1,61	1,39	1,21	0,92	0,70

Tableau 4: facteurs de fiabilité en fonction du niveau de confiance.

Le facteur d'extension EF , est un facteur utilisé dans les calculs d'échantillonnage en unités monétaires lorsque des erreurs sont prévisibles. Il est fondé sur le risque d'acceptation incorrecte et réduit l'erreur d'échantillonnage. Si aucune erreur n'est attendue, l'erreur anticipée AE sera nulle et le facteur d'extension ne sera pas utilisé. Les valeurs à appliquer pour le facteur d'extension figurent dans le tableau suivant.

Niveau de confiance	99 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Facteur d'extension (EF)	1,9	1,6	1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	1,1	1,0

Tableau 5: facteurs d'extension en fonction du niveau de confiance.

La formule utilisée pour le calcul de la taille d'échantillon explique pour quels motifs cette approche est qualifiée de «conservative». En fait, la taille de l'échantillon n'est ni fonction de la taille de la population ni de la variabilité de la population. En conséquence, cette formule vise à couvrir tout type de population indépendamment de toute caractéristique particulière, de sorte que les tailles d'échantillon produites sont généralement plus grandes que celles exigées dans la pratique.

6.3.5.3 Sélection de l'échantillon

Une fois la taille de l'échantillon définie, la sélection s'effectue à l'aide d'un échantillonnage avec une probabilité de sélection proportionnelle à la taille, c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_i . Pour réaliser cette sélection, l'une des pratiques courantes consiste à recourir à une sélection systématique, en utilisant un intervalle d'échantillonnage égal au total des dépenses (BV), divisé par la taille de l'échantillon (n), soit:

$$SI = \frac{BV}{n}$$

L'échantillon est généralement sélectionné à partir d'une liste randomisée de tous les éléments contenant la x^e unité monétaire, **x étant la tranche correspondant à la valeur comptable divisée par la taille de l'échantillon**, c.-à-d. l'intervalle d'échantillonnage.

Certains éléments peuvent faire l'objet d'une sélection multiple (si leur valeur est supérieure à la taille de l'intervalle d'échantillonnage). Le cas échéant, l'auditeur créera une strate exhaustive contenant tous les éléments dont la valeur comptable est supérieure à l'intervalle d'échantillonnage. Comme à l'accoutumée, la procédure d'extrapolation de l'erreur sera différente pour cette strate.

6.3.5.4 Erreur prévue

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population suit la procédure décrite dans le cadre de l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires. Ici également, l'extrapolation s'effectue différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans la strate exhaustive ou d'éléments figurant dans la strate non exhaustive.

Dans le cas de la strate exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à l'intervalle d'échantillonnage, $BV_i > \frac{BV}{n}$, l'erreur prévue correspond simplement à la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de la strate:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Dans le cas de la strate non exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à l'intervalle d'échantillonnage, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, l'erreur prévue sera:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Pour déterminer cette erreur prévue, il convient de:

- 1) calculer, pour chaque unité de l'échantillon, le taux d'erreur, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) additionner les différents taux d'erreur calculés pour chaque unité de l'échantillon;
- 3) multiplier le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage (SI).

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.5.5 Précision

La précision, qui consiste à mesurer l'erreur d'échantillonnage, comporte deux composantes: la précision de base, BP , et la tolérance incrémentielle, IA .

La précision de base correspond simplement au produit de l'intervalle d'échantillonnage par le facteur de fiabilité (déjà utilisé pour le calcul de la taille d'échantillon):

$$BP = SI \times RF.$$

La tolérance incrémentielle est calculée pour chaque unité d'échantillonnage appartenant à la strate non exhaustive et contenant une erreur.

Premièrement, les éléments présentant des erreurs doivent être classés selon la valeur décroissante de l'erreur prévue.

Deuxièmement, une tolérance incrémentielle est calculée pour chacun de ces éléments (présentant des erreurs), à l'aide de la formule:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}.$$

où $RF(n)$ représente le facteur de fiabilité pour l'erreur apparaissant à la n^{th} position selon un niveau de confiance donné (généralement celui utilisé pour le calcul de la taille de l'échantillon) et où $RF(n - 1)$ représente le facteur de fiabilité pour l'erreur apparaissant à la $(n - 1)^{th}$ position selon un niveau de confiance donné. Par exemple, si le niveau de confiance est de 90 %, le tableau de correspondance des facteurs de fiabilité se présentera comme suit:

Position de l'erreur	Facteur de fiabilité (RF)	$RF(n) - RF(n - 1) - 1$
Position zéro	2,31	
1 ^{re}	3,89	0,58
2 ^e	5,33	0,44

3 ^e	6,69	0,36
4 ^e	8,00	0,31
...		

Tableau 7: facteurs de fiabilité selon la position de l'erreur.

Par exemple, si l'erreur prévue la plus élevée de l'échantillon est égale à 10 000 EUR (soit 25 % des dépenses de 40 000 EUR) et que l'intervalle d'échantillonnage est de 200 000 EUR, la tolérance incrémentielle spécifique pour cette erreur sera égale à $0,58 \times 0,25 \times 200\,000 \text{ EUR} = 29\,000 \text{ EUR}$

Un tableau reprenant les facteurs de fiabilité selon les différents niveaux de confiance et le nombre d'erreurs constatées dans l'échantillon est disponible en annexe.

Enfin, la tolérance incrémentielle correspond à la somme des tolérances incrémentielles respectives des éléments:

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i.$$

La précision globale (SE) sera égale à la somme des deux composantes: la précision de base (BP) et la tolérance incrémentielle (IA):

$$SE = BP + IA$$

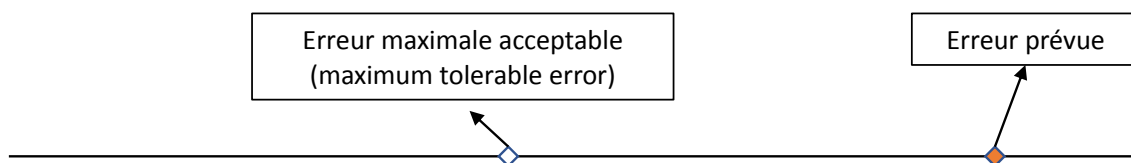
6.3.5.6 Évaluation

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision globale de l'extrapolation, soit:

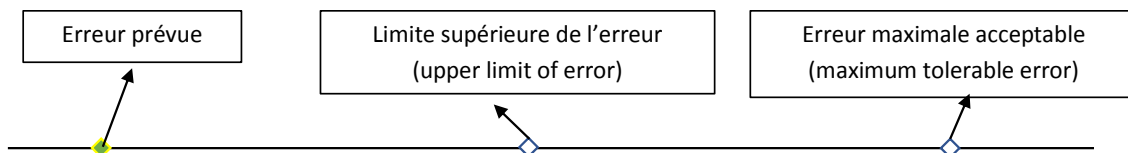
$$ULE = EE + SE$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable aux fins des conclusions d'audit:

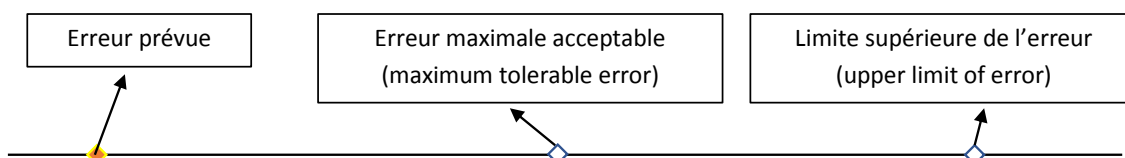
- si l'erreur prévue est supérieure à l'erreur maximale acceptable, l'auditeur conclura à l'existence suffisante d'éléments probants démontrant que les erreurs au niveau de la population excèdent le seuil d'erreur significative:



- si la limite supérieure de l'erreur est inférieure à l'erreur maximale acceptable, l'auditeur conclura dès lors que les erreurs au niveau de la population sont en deçà du seuil d'erreur significative:



Si l'erreur prévue est inférieure à l'erreur maximale acceptable mais que la limite supérieure de l'erreur est supérieure, il y a lieu de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.3.5.7 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission au cours d'une année donnée, relatives aux opérations d'un programme. Les audits de système réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance faible. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 90 %.

Les caractéristiques de cette population sont résumées dans le tableau suivant:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

où BV représente la valeur comptable totale de la population, à savoir le total des dépenses déclarées à la Commission dans la période de référence; RF représente le facteur de fiabilité correspondant à un niveau de confiance de 90 % (soit 2,31); et EF , représente le facteur d'extension correspondant au niveau de confiance dans le cas

d'erreurs attendues (soit 1,5). Concernant cette population spécifique, l'autorité d'audit a décidé, sur la base de l'expérience des années précédentes et étant informée des améliorations apportées au système de gestion et de contrôle, qu'un taux d'erreur prévu de 0,2 % est fiable. Nous obtenons donc:

$$n = \frac{4,199,882,024 \times 2.31}{0.02 \times 4,199,882,024 - (0.002 \times 4,199,882,024 \times 1.5)} \approx 136$$

La sélection de l'échantillon s'effectue à l'aide d'un échantillonnage fondé sur une probabilité de sélection proportionnelle à la taille, c.-à-d. proportionnelle aux valeurs comptables des éléments BV_i . Une sélection systématique sera ainsi réalisée, en utilisant un intervalle d'échantillonnage égal au total des dépenses (BV), divisé par la taille de l'échantillon (n), soit:

$$SI = \frac{BV}{n} = \frac{4,199,882,024}{136} = 30,881,485$$

Un fichier contenant les 3 852 opérations de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée.

L'échantillon est prélevé à partir de cette liste randomisée et contenant toutes les opérations, en sélectionnant chaque élément contenant la 30 881 485^e unité monétaire.

Opération	Valeur comptable (BV)	Valeur comptable cumulée
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR
2327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR
5009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR
1491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR
(...)	(...)	(...)

Une valeur aléatoire comprise entre 0 et l'intervalle d'échantillonnage, en l'occurrence 30 881 485, est générée (16 385 476). Le premier élément à sélectionner est celui contenant la 16 385 476^e unité monétaire. La deuxième sélection correspond à la première opération du fichier dont la valeur comptable cumulée est supérieure ou égale à 16 385 476 + 30 881 485, et ainsi de suite.

Opération	Valeur comptable (BV)	Valeur comptable cumulée	Échantillon
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR	Non
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR	Oui
2327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR	Oui
5009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR	Oui

1491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR	Oui
(...)	(...)	(...)	(...)
2596	8 912 999 EUR	307 654 321 EUR	Oui
779	26 009 790 EUR	333 664 111 EUR	Non
1250	264 950 EUR	333 929 061 EUR	Non
3895	30 949 004 EUR	364 878 065 EUR	Oui
2011	617 668 EUR	365 495 733 EUR	Non
4796	335 916 EUR	365 831 649 EUR	Non
3632	7 971 113 EUR	373 802 762 EUR	Non
2451	17 470 048 EUR	391 272 810 EUR	Oui
(...)	(...)	(...)	(...)

24 opérations affichent une valeur comptable supérieure à l'intervalle d'échantillonnage, de sorte que chacune d'elles sera sélectionnée au moins à une reprise (par exemple, l'opération 1 491 sera sélectionnée 3 fois; voir le tableau précédent). La valeur comptable de ces 24 opérations s'élève à 1 375 130 377 EUR. Sur ces 24 opérations, 4 contiennent des erreurs totalisant un montant d'erreur de 7 843 574 EUR.

Pour l'échantillon restant, le traitement des erreurs est différent. La procédure suivante sera utilisée pour les opérations de cet échantillon:

- 1) calculer, pour chaque unité de l'échantillon, le taux d'erreur, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) additionner les différents taux d'erreur calculés pour chaque unité de l'échantillon;
- 3) multiplier le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage (SI).

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Opération	Valeur comptable (BV)	Valeur comptable correcte (CBV)	Erreur	Taux d'erreur
2596	8 912 999 EUR	8 912 999 EUR	- EUR	-
459	869 080 EUR	869 080 EUR	- EUR	-
2073	859 992 EUR	859 992 EUR	- EUR	-
239	10 173 875 EUR	9 962 918 EUR	210 956 EUR	0,02
989	394 316 EUR	394 316 EUR	- EUR	-
65	25 234 699 EUR	25 125 915 EUR	108 784 EUR	0,00
5010	34 595 201 EUR	34 595 201 EUR	- EUR	-
...
3632	7 971 113 EUR	7 971 113 EUR	- EUR	-

3672	624 882 EUR	624 882 EUR	- EUR	-
2355	343 462 EUR	301 886 EUR	41 576 EUR	0,12
959	204 847 EUR	204 847 EUR	- EUR	-
608	15 293 716 EUR	15 293 716 EUR	- EUR	-
4124	6 773 014 EUR	6 773 014 EUR	- EUR	-
262	662 EUR	662 EUR	- EUR	-
Total				1,077

$$EE_s = 30,881,485 \times 1.077 = 33,259,360$$

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = 7,843,574 + 33,259,360 = 41,102,934$$

ce qui correspond à un taux d'erreur prévu de 0,98 %.

Pour pouvoir établir la limite supérieure de l'erreur, il y a lieu de calculer les deux composantes de la précision, à savoir la précision de base, BP , et la tolérance incrémentielle, IA .

La précision de base correspond simplement au produit de l'intervalle d'échantillonnage par le facteur de fiabilité (déjà utilisé pour le calcul de la taille d'échantillon):

$$BP = 30,881,485 \times 2.31 = 71,336,231$$

La tolérance incrémentielle est calculée pour chaque unité d'échantillonnage appartenant à la strate non exhaustive et contenant une erreur.

Premièrement, les éléments présentant des erreurs doivent être classés selon la valeur décroissante de l'erreur prévue. Deuxièmement, une tolérance incrémentielle est calculée pour chacun de ces éléments (présentant des erreurs), à l'aide de la formule:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

où $RF(n)$ représente le facteur de fiabilité pour l'erreur apparaissant à la n^{th} position selon un niveau de confiance donné (généralement celui utilisé pour le calcul de la taille d'échantillon) et où $RF(n - 1)$ représente le facteur de fiabilité pour l'erreur apparaissant à la $(n - 1)^{th}$ position selon un niveau de confiance donné (voir tableau en annexe).

Enfin, la tolérance incrémentielle correspond à la somme des tolérances incrémentielles respectives des éléments:

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i.$$

Le tableau ci-après résume ces résultats pour les 16 opérations contenant des erreurs:

Position	Erreur (A)	Taux d'erreur (B):=(A)/BV	Erreur prévue:=(B)*SI	RF(n)	(RF(n)-RF(n-1))-1	IA _i
0				2,30		
1	4 705 321 EUR	0,212	6 546 875 EUR	3,89	0,59	3 862 656 EUR
(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
12	12 332 EUR	0,024	741 156 EUR	17,78	0,18	133 408 EUR
13	6 822 EUR	0,02	617 630 EUR	18,96	0,18	111 173 EUR
14	7 706 EUR	0,012	370 578 EUR	20,13	0,17	62 998 EUR
15	4 787 EUR	0,008	247 052 EUR	21,29	0,16	39 528 EUR
16	26 952 EUR	0,001	29 488 EUR	22,45	0,16	4 718 EUR
Total		1,077	38 264 277 EUR			14 430 761 EUR

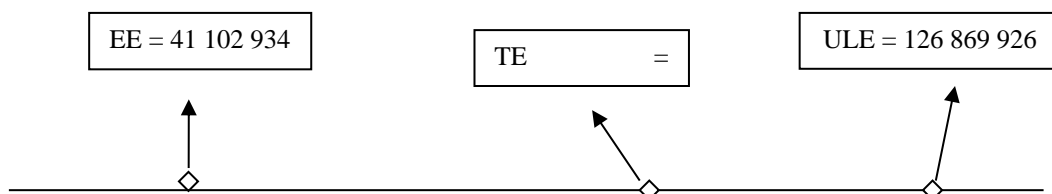
La précision globale (*SE*) sera égale à la somme des deux composantes: la précision de base (*BP*) et la tolérance incrémentielle (*IA*):

$$SE = 71,336,231 + 14,430,761 = 85,766,992$$

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision globale de la projection, soit:

$$ULE = 41,102,933 + 85,766,992 = 126,869,926$$

L'erreur maximale acceptable, $TE = 2\% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$ EUR, doit à présent être comparée à l'erreur prévue ainsi qu'à la limite supérieure de l'erreur. L'erreur maximale acceptable est supérieure à l'erreur prévue mais inférieure à la limite supérieure de l'erreur. Le lecteur est prié de se reporter au point 4.12 pour plus de détails sur l'analyse à réaliser.



6.4 Échantillonnage non statistique

6.4.1 Introduction

Une méthode d'échantillonnage non statistique peut être utilisée à l'appréciation professionnelle de l'autorité d'audit dans des cas dûment justifiés, conformément aux normes d'audit internationales et, en tout cas, lorsque le nombre d'opérations est insuffisant pour permettre l'utilisation d'une méthode statistique.

Ainsi que cela a été expliqué au point 5.2 ci-dessus, il convient en règle générale de recourir à un échantillonnage statistique pour contrôler les dépenses déclarées et émettre des conclusions sur le montant de l'erreur dans une population. L'échantillonnage non statistique ne permet pas le calcul de la précision de sorte que le risque d'audit n'est soumis à aucun contrôle. Il ne devrait donc être utilisé que dans des cas où il n'est pas possible de mettre en œuvre un échantillonnage statistique.

En pratique, les situations particulières qui peuvent justifier l'utilisation d'une méthode d'échantillonnage non statistique sont liées à la taille de la population. Il peut ainsi arriver que la taille de la population observée soit extrêmement réduite, et même insuffisante pour permettre l'utilisation de méthodes statistiques (la population est plus petite ou très proche de la taille d'échantillon recommandée).

En résumé, il est considéré que l'échantillonnage non statistique est approprié lorsqu'il n'est pas possible d'obtenir la taille d'échantillon qui serait nécessaire pour réaliser un échantillonnage statistique. Il n'est pas possible de déterminer avec exactitude la taille de la population en dessous de laquelle un échantillonnage non statistique est nécessaire étant donné que ce plafond est fonction de plusieurs caractéristiques de la population, mais ce plafond se situe en général entre 50 et 150 unités d'échantillonnage. **La décision finale doit bien entendu prendre en considération le rapport coûts/bénéfices de chaque méthode. Il est recommandé à l'autorité d'audit de demander conseil à la Commission avant de décider d'appliquer l'échantillonnage non statistique dans un cas particulier lorsque le plafond de 150 unités est dépassé.** La Commission peut donner son accord à l'utilisation de l'échantillonnage non statistique sur la base d'une analyse au cas par cas.

Pour la période 2014-2020, le règlement impose par ailleurs des critères à respecter lorsqu'un échantillonnage non statistique est utilisé, qui consistent à couvrir au minimum 5 % des opérations et 10 % des dépenses déclarées (article 127, paragraphe 1, RDC). En pratique, cette obligation peut aboutir à des tailles d'échantillon similaires à celles obtenues au moyen de méthodes d'échantillonnage statistiques. Dans un tel cas, les autorités d'audit doivent plutôt choisir une méthode statistique.

Même lorsque l'autorité d'audit utilise une méthode d'échantillonnage non statistique, l'échantillon doit être sélectionné au moyen d'une méthode aléatoire^{37, 38}. La taille de l'échantillon doit être déterminée en tenant compte du niveau d'assurance garanti par le système et elle doit être suffisante pour que l'autorité d'audit puisse formuler un avis d'audit valable sur la légalité et la régularité des dépenses. L'autorité d'audit doit être en mesure d'extrapoler les résultats à la population à partir de laquelle l'échantillon a été prélevé.

Si elle applique un échantillonnage non statistique, l'autorité d'audit doit envisager de stratifier la population en la divisant en sous-populations, qui constituent chacune un groupe d'unités d'échantillonnage ayant des caractéristiques similaires, notamment en termes de risque ou de taux d'erreur attendu, ou dans lequel la population comprend des types d'opérations spécifiques (des instruments financiers, par exemple). La stratification est un outil d'une grande efficacité pour améliorer la qualité des projections et il est fortement recommandé d'appliquer une certaine forme de stratification dans le cadre d'un échantillonnage non statistique.

6.4.2 Échantillonnage non statistique stratifié et non stratifié

L'échantillonnage non statistique stratifié doit être la première option que l'autorité d'audit envisage lorsqu'elle est confrontée à l'impossibilité d'utiliser un échantillonnage statistique. Ainsi que cela a été expliqué au sujet de la stratification des plans d'échantillonnage statistique, les critères applicables à la stratification sont liés aux attentes de l'auditeur en ce qui concerne sa contribution à l'explication du niveau d'erreur dans la population. Lorsqu'un niveau d'erreur différent est escompté pour différents groupes d'une population donnée, le recours à la stratification est recommandé.

Avec une méthode d'égalité des probabilités de sélection (dans laquelle chaque unité d'échantillonnage a la même probabilité d'être sélectionnée, quel que soit le montant des dépenses déclarées pour cette unité), la stratification par niveau de dépenses peut être recommandée en ce sens qu'elle offre un outil très efficace pour améliorer la qualité des estimations. Il convient par ailleurs de remarquer que même si cette stratification

³⁷ Autrement dit, en utilisant une méthode statistique (probabiliste). Voir les points 4.1 et 4.2 pour la distinction entre une méthode d'échantillonnage et une méthode de sélection. Rappelons en outre la règle générale qui fixe à 30 unités la taille minimale de l'échantillon dans le cas d'un échantillonnage statistique.

³⁸ L'échantillonnage non aléatoire (par exemple, basé sur les risques) non statistique ne peut être utilisé que pour l'échantillon complémentaire prévu à l'article 17 (paragraphe 5 et 6) du règlement (CE) n° 1828/2006 (période 2007-2013) et à l'article 28 du règlement (UE) n° 480/2014 (période 2014-2020).

n'est pas obligatoire, un plan de ce type peut aussi aider l'autorité d'audit à garantir la couverture des dépenses déclarées requise pour la période de programmation 2014-2020.

Aux fins de cette stratification (qui peut être utilisée aussi bien avec la méthode d'égalité des probabilités de sélection que de probabilité proportionnelle à la taille):

- il convient de déterminer la valeur seuil des dépenses pour les éléments à inclure dans la strate de valeur élevée. Il n'existe pas de règle universelle permettant de définir cette valeur seuil. Il est courant de fixer la valeur seuil au niveau de l'erreur maximale acceptable (2 % des dépenses totales), mais cette pratique ne doit être perçue que comme un point de départ, qui doit être adapté aux caractéristiques de la population. Ce seuil peut et doit être adapté en fonction des caractéristiques de la population. En résumé, la valeur seuil doit être essentiellement définie sur la base d'une appréciation professionnelle. Dès lors qu'il peut recenser un certain nombre d'éléments comprenant des dépenses sensiblement plus élevées que celles observées pour les éléments restants, l'auditeur doit envisager la création d'une strate contenant ces éléments. Il lui est en outre conseillé d'utiliser plus de deux strates basées sur les dépenses si la répartition en deux strates ne paraît pas suffisante pour atteindre le niveau d'homogénéité souhaitable à l'intérieur de chacune d'elles;
- le contrôle exhaustif est toujours la méthode privilégiée pour les éléments de valeur élevée. Dans la pratique, il peut toutefois arriver que la valeur seuil déterminée engendre une strate de valeur élevée trop importante, qui peut difficilement faire l'objet d'un tel contrôle. Il est également possible, dans un tel cas, d'observer la strate de valeur élevée par le biais d'un échantillonnage, mais en principe, le taux d'échantillonnage (c.-à-d. la proportion d'unités et de dépenses de cette strate incluse dans l'échantillon) doit être supérieur ou égal à celui utilisé pour la strate de faible valeur;
- la taille d'échantillonnage à allouer à la strate non exhaustive correspond à la différence entre la taille totale de l'échantillon et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) constituant la strate de valeur élevée. Si l'autorité d'audit souhaite également appliquer une stratification aux unités de faible valeur, la taille d'échantillon calculée doit être répartie entre les différentes strates conformément aux méthodes décrites au point 6.1.2.2 (si la sélection est basée sur l'égalité des probabilités) ou 6.3.2.2 (si la sélection est basée sur une probabilité proportionnelle à la taille).

S'il n'est pas possible d'identifier de critères de stratification (qui, aux yeux de l'auditeur, permettraient la formation de sous-populations plus homogènes dans leurs erreurs attendues ou leurs taux d'erreur) et, en particulier, si aucune variabilité significative ne peut être observée dans les dépenses des éléments de la population, une solution peut consister à utiliser un plan d'échantillonnage non statistique non stratifié.

L'échantillon est alors sélectionné directement à partir de l'ensemble de la population sans prendre en considération de quelconques sous-populations.

6.4.3 Taille de l'échantillon

Dans l'échantillonnage non statistique, la taille d'échantillon est calculée sur la base d'une appréciation professionnelle et en tenant compte du niveau d'assurance fourni par les audits de systèmes. Le but ultime est d'obtenir une taille d'échantillon suffisante pour que l'autorité d'audit puisse formuler des conclusions valables sur la population et produire un avis d'audit valable (voir l'article 127, paragraphe 1, du RDC).

En ce qui concerne la période de programmation 2014-2020, comme le prévoit l'article 127, paragraphe 1, du RDC, un échantillon non statistique doit couvrir au minimum 5 % des opérations³⁹ et 10 % des dépenses. Étant donné que le règlement établit une couverture minimale, ces seuils correspondent au «scénario idéal» d'une assurance élevée fournie par le système. Conformément à l'annexe 3 de l'ISA 530, plus l'évaluation de l'auditeur du risque d'anomalies significatives est élevée, plus la taille de l'échantillon sera grande. L'exigence de 10 % des dépenses déclarées (article 127, paragraphe 1, du RDC) fait référence aux dépenses comprises dans l'échantillon, indépendamment d'un éventuel sous-échantillonnage. L'échantillon doit donc représenter au moins 10 % des dépenses déclarées, mais lorsqu'un sous-échantillonnage est pratiqué, les dépenses réellement contrôlées peuvent être moindres pour autant que l'autorité d'audit puisse produire un avis d'audit valable (voir le point 6.4.10).

Aucune règle absolue ne définit comment sélectionner la taille d'échantillon sur la base du niveau d'assurance des audits de systèmes, mais à titre de référence, l'autorité d'audit peut s'appuyer sur les seuils indicatifs suivants⁴⁰ pour définir la taille d'échantillon dans le cas d'un échantillonnage non statistique:

Niveau d'assurance résultant des audits des systèmes	Couverture recommandée	
	des opérations	des dépenses déclarées

³⁹ Pour la période de programmation 2007-2013, la Commission maintient que dans le cas d'un échantillonnage non statistique, la taille d'échantillon doit couvrir au minimum 10 % des opérations (voir le point 7.4.1 du guide sur les méthodes d'échantillonnage COCOF_08-0021-03_EN du 4.4.2013).

⁴⁰ L'autorité d'audit peut naturellement modifier ces valeurs de référence selon son appréciation professionnelle et toute information complémentaire dont elle peut disposer sur le risque d'anomalies significatives.

Niveau d'assurance résultant des	Couverture recommandée	
Fonctionnement correct. Aucune amélioration, ou seules de petites améliorations sont nécessaires.	5 %	10 %
Fonctionnement moyen. Une ou plusieurs améliorations sont nécessaires.	Entre 5 % et 10 % (à définir par l'AA selon son appréciation professionnelle)	10 %
Fonctionnement partiel. Des améliorations substantielles améliorations sont nécessaires.	Entre 10 % et 15 % (à définir par l'AA selon son appréciation professionnelle)	Entre 10 % et 20 % (à définir par l'AA selon son appréciation professionnelle)
Mauvais fonctionnement général.	Entre 15 % et 20 % (à définir par l'AA selon son appréciation professionnelle)	Entre 10 % et 20 % (à définir par l'AA selon son appréciation professionnelle)

Tableau 6: couverture recommandée en cas d'échantillonnage non statistique

6.4.4 Sélection de l'échantillon

L'échantillon doit être sélectionné parmi la population positive au moyen d'une méthode aléatoire. Plus particulièrement, le choix peut s'effectuer en utilisant:

- soit une sélection avec égale probabilité (où chaque unité d'échantillonnage a la même probabilité d'être sélectionnée, quel que soit le montant des dépenses déclarées pour cette unité), comme dans l'échantillonnage aléatoire simple (voir les points 6.1.1 et 6.1.2 pour la description de l'échantillonnage aléatoire simple et de l'échantillonnage aléatoire simple stratifié);
- soit une sélection avec probabilité proportionnelle à la taille (dépenses) (où une sélection aléatoire est opérée pour le premier élément de l'échantillon, puis les éléments suivants sont sélectionnés en appliquant un intervalle jusqu'à l'obtention de la taille d'échantillon souhaitée, l'unité monétaire étant utilisée en tant que variable auxiliaire pour l'échantillonnage), comme dans le cas de l'échantillonnage en unités monétaires (voir les points 6.3.1 et 6.3.2 pour la description de l'échantillonnage en unités monétaires et de l'échantillonnage en unités monétaires stratifié).

6.4.5 Extrapolation

Il convient de remarquer que l'utilisation de l'échantillonnage non statistique n'élimine pas la nécessité d'extrapoler les erreurs observées dans l'échantillon à la population. L'extrapolation doit prendre en considération le plan d'échantillonnage, c'est-à-dire l'existence d'une stratification ou non, le type de sélection (égalité des probabilités ou probabilité proportionnelle à la taille et toute autre caractéristique pertinente de la méthode appliquée. Il n'est possible d'utiliser des statistiques d'échantillon simples (comme le taux d'erreur de l'échantillon) que dans des circonstances très spécifiques dans lesquelles l'échantillonnage est compatible avec ce type de statistiques. Le taux d'erreur de l'échantillon ne peut par exemple être utilisé pour extrapoler les erreurs à la population qu'à condition d'avoir appliqué un procédé sans stratification, basé sur l'égalité des probabilités et l'estimation par le quotient. La seule différence notable entre l'échantillonnage statistique et non statistique tient donc à ce que dans le cas du second, le niveau de précision et, par conséquent, la limite supérieure de l'erreur ne sont pas calculés.

6.4.5.1 Sélection fondée sur l'égalité des probabilités

Si les unités ont été sélectionnées sur la base d'une égalité des probabilités, l'erreur prévue doit être extrapolée selon l'une des méthodes décrites au point 6.1.1.3, à savoir l'estimation par la moyenne ou par le quotient.

Estimation par la moyenne (erreurs absolues)

La multiplication de l'erreur moyenne par opération observée dans l'échantillon par le nombre d'opérations constitutives de la population fournit l'extrapolation de l'erreur:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

Estimation par le quotient (taux d'erreur)

Le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon est multiplié par la valeur comptable affichée par la population:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Le taux d'erreur de l'échantillon figurant dans la formule ci-dessus correspond simplement au quotient du montant total de l'erreur de l'échantillon par le montant total des dépenses des unités reprises dans l'échantillon (dépenses contrôlées).

Il est suggéré que le choix entre les deux méthodes d'extrapolation s'appuie sur la recommandation émise au point 6.1.1.3 au sujet de l'échantillonnage aléatoire simple.

6.4.5.2 Sélection fondée sur l'égalité des probabilités avec stratification

Sur la base de H échantillons d'opérations sélectionnées de façon aléatoire (H strates), l'erreur prévue au niveau de la population peut à nouveau être calculée à l'aide des deux méthodes habituelles: l'estimation par la moyenne et l'estimation par le quotient. L'extrapolation est exécutée selon le procédé décrit au point 6.1.2.3 pour l'échantillonnage aléatoire simple stratifié.

Estimation par la moyenne

Dans chaque groupe de la population (strate), l'erreur moyenne par opération observée dans l'échantillon est multipliée par le nombre d'opérations contenues dans la strate (N_h); ensuite, tous les résultats obtenus pour chaque strate sont additionnés, produisant ainsi l'erreur prévue:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

Estimation par le quotient

Dans chaque groupe de la population (strate), le taux d'erreur moyen observé dans l'échantillon est multiplié par la valeur comptable de la population au niveau de la strate (BV_h):

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

Il est suggéré que le choix entre les deux méthodes repose sur le même raisonnement que celui décrit pour la méthode non stratifiée.

Si une strate soumise à un contrôle exhaustif a été envisagée et soustraite au préalable de la population, le montant total de l'erreur observée dans cette strate exhaustive sera alors ajouté à la valeur estimée ci-dessus EE_1 ou EE_2 de manière à obtenir l'extrapolation finale du montant de l'erreur pour l'ensemble de la population.

6.4.5.3 Sélection fondée sur la probabilité proportionnelle aux dépenses

Dans le cas d'une probabilité de sélection proportionnelle à la valeur des dépenses, l'erreur prévue doit être extrapolée selon la méthode décrite au point 6.3.1.4 (échantillonnage en unités monétaires).

Dans le cas de la strate exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_i > \frac{BV}{n}$,

l'erreur prévue correspond simplement à la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de la strate:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Dans le cas de la strate non exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, l'erreur prévue sera:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.4.5.4 *Sélection fondée sur la probabilité proportionnelle aux dépenses avec stratification*

Dans le cas où une probabilité de sélection proportionnelle à la valeur des dépenses a été appliquée et où la population est stratifiée sur la base de critères spécifiques quels qu'ils soient, l'erreur prévue doit être extrapolée selon la méthode décrite au point 6.3.2.4 (échantillonnage en unités monétaires stratifié).

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population doit s'effectuer différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans les groupes exhaustifs ou d'éléments figurant dans les groupes non exhaustifs.

Dans le cas de groupes exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces groupes:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$

Dans le cas de groupes non exhaustifs, à savoir les groupes contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$, l'erreur prévue sera:

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{sh}}{n_{sh}} \sum_{i=1}^{n_{sh}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.4.6 *Évaluation*

Dans toutes les stratégies énumérées ci-dessus, l'erreur prévue est finalement comparée à l'erreur maximale acceptable (seuil d'erreur significative multiplié par le total des dépenses de la population):

- si elle est inférieure à l'erreur acceptable, nous pouvons dès lors en conclure que la population ne présente pas d'erreur significative;
- si elle est supérieure à l'erreur acceptable, nous pouvons dès lors en conclure que la population présente une erreur significative.

Malgré les contraintes (en effet, il n'est pas possible de calculer la limite supérieure de l'erreur de sorte qu'il n'y a pas de contrôle du risque d'audit), le taux d'erreur prévu constitue la meilleure estimation de l'erreur au niveau de la population. Il peut ainsi être comparé au seuil d'erreur significative afin de tirer des conclusions quant à la présence ou à l'absence d'inexactitudes significatives dans la population.

6.4.7 *Exemple 1 – échantillonnage avec PPS*

Supposons une population positive de 36 opérations pour lesquelles des dépenses s'élevant à 22 031 228 EUR ont été déclarées.

La taille de cette population semble être insuffisante aux fins d'un audit par échantillonnage statistique. De plus, il n'est pas possible d'échantillonner les demandes de paiement pour augmenter la taille de la population. L'autorité d'audit décide donc d'adopter une approche non statistique. Compte tenu de la forte variabilité des dépenses contenues dans cette population, elle décide en outre de prélever l'échantillon en recourant à une méthode avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille.

L'autorité d'audit estime par ailleurs que le système de gestion et de contrôle présente un «*mauvais fonctionnement général*» de sorte qu'elle décide d'opter pour une taille d'échantillon égale à 20 % de la population des opérations, soit en l'espèce $20\% \times 36 = 7,2$ arrondi à l'unité supérieure, c.-à-d. 8 unités.

Bien que la couverture des dépenses ne puisse être consultée qu'après la sélection de l'échantillon, le fait que 20 % des unités de la population soient sélectionnées, en conjonction avec le choix d'une méthode de sélection proportionnelle à la taille, devrait aboutir à une couverture des dépenses d'au moins 20 %.

Premièrement, il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV) et la taille d'échantillon prévue (n). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_i > BV/n$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à $22\,031\,228 \text{ EUR} / 8 = 2\,753\,904 \text{ EUR}$ ⁴¹.

Le tableau suivant résume ces résultats:

Dépenses déclarées dans la période de référence	22 031 228 EUR
Taille de la population (nombre d'opérations)	36
Seuil d'erreur significative (maximum 2 %)	2 %
Erreur maximale acceptable (TE)	440 625 EUR
Valeur seuil	2 753 904 EUR
Nombre d'unités au-delà de la valeur seuil	4
Valeur comptable de la population au-delà de la valeur seuil	12 411 965 EUR
Taille de la population restante (nombre d'opérations)	32
Valeur de la population restante	9 619 263,00 EUR

L'autorité d'audit a placé dans une strate isolée toutes les opérations affichant une valeur comptable supérieure à 2 753 904 EUR, soit 4 opérations totalisant 12 411 965 EUR. Le montant de l'erreur constatée dans ces quatre opérations s'élève à:

$$EE_e = 80,028.$$

⁴¹ Il convient de remarquer que l'autorité d'audit pourrait également décider d'appliquer une valeur seuil inférieure à celle calculée sur la base du rapport entre la population positive et le nombre d'opérations à sélectionner de façon à accroître la couverture des dépenses déclarées.

L'intervalle d'échantillonnage pour le reste de la population est égal à la valeur comptable de la strate non exhaustive (BV_s) (c.-à-d. la différence entre la valeur comptable totale et la valeur comptable des quatre opérations appartenant à la strate supérieure) divisée par le nombre d'opérations à sélectionner (8 moins les 4 opérations de la strate supérieure).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{22,031,228 - 12,411,965}{4} = 2,404,816^{42}$$

Un fichier contenant les 32 opérations restantes de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. L'échantillon est prélevé en sélectionnant chaque élément contenant la 2 404 816^e unité monétaire⁴³.

Les dépenses contrôlées incluent la valeur comptable totale des projets de valeur élevée, 12 411 965 EUR, plus les dépenses contrôlées dans l'échantillon du reste de la population, 1 056 428 EUR. Elles atteignent donc un montant total de 13 468 393 EUR, ce qui représente 61,1 % du total de dépenses déclarées, conformément aux prescriptions. Eu égard au niveau d'assurance du système de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit estime que cette proportion de dépenses contrôlées est plus que suffisante pour garantir la fiabilité des conclusions de l'audit.

La valeur de l'erreur prévue pour la strate de faible valeur se présente comme suit:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_{si}}{BV_{si}}$$

où BV_s représente la valeur comptable totale du reste de la population et n_s la taille de l'échantillon correspondant. Il convient de noter que cette erreur prévue est égale à la

⁴² Il peut arriver en pratique qu'après le calcul de l'intervalle d'échantillonnage sur la base des dépenses et de la taille de l'échantillon de la strate d'échantillonnage, certaines unités de la population présentent encore des dépenses supérieures à cet intervalle d'échantillonnage BV_s/n_s (même si leurs dépenses n'étaient auparavant pas supérieures à la valeur seuil BV/n). Tous les éléments dont la valeur comptable reste supérieure à cet intervalle ($BV_i > BV_s/n_s$) doivent en fait également être ajoutés à la strate de valeur élevée. Dans ce cas, l'intervalle d'échantillonnage doit être recalculé, après le déplacement des nouveaux éléments dans la strate de valeur élevée, pour que la strate d'échantillonnage prenne en considération les nouvelles valeurs pour le ratio BV_s/n_s . Il est possible que ce processus itératif doive être répété plusieurs fois avant qu'aucune unité ne présente plus de dépenses supérieures à l'intervalle d'échantillonnage.

⁴³ Si une ou plusieurs opérations sélectionnées devaient être remplacées en raison des limitations imposées par les dispositions de l'article 148, la ou les nouvelles opérations devraient être sélectionnées selon une méthode de probabilité proportionnelle à la taille. Voir le point 7.10.3.1 pour un exemple de remplacement de ce type.

somme des taux d'erreur multipliée par l'intervalle d'échantillonnage. La somme des taux d'erreur équivaut à 0,0272:

$$EE_s = \frac{9,619,623}{4} \times 0.0272 = 65,411.$$

L'erreur totale prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s = 80,028 + 65,411 = 145,439$$

L'erreur prévue est finalement comparée à l'erreur maximale acceptable (soit 2 % de 22 031 228 EUR = 440 625 EUR). L'erreur prévue est inférieure au seuil d'erreur significative.

À la lumière de ces résultats, l'auditeur peut raisonnablement conclure que la population ne présente pas d'erreur significative. Néanmoins, la précision obtenue ne peut être déterminée et le niveau de confiance de la conclusion est inconnu.

Procédure en cas de couverture insuffisante des dépenses

Il convient de remarquer que si le seuil prescrit pour la couverture des dépenses n'a pas été atteint, en raison de caractéristiques spécifiques de la population, l'autorité d'audit doit sélectionner une ou plusieurs opérations supplémentaires en appliquant une méthode de probabilité proportionnelle à la taille. Dans une telle situation, les nouvelles opérations/unités d'échantillonnage qui doivent être contrôlées en complément doivent être sélectionnées parmi la population en excluant les opérations déjà sélectionnées précédemment. L'intervalle appliqué pour cette sélection doit être calculé au moyen de l'intervalle d'échantillonnage $\frac{BV_{s'}}{n_{s'}}$, où $BV_{s'}$ représente la valeur comptable de la strate de faible valeur à l'exclusion des opérations déjà sélectionnées dans cette strate et $n_{s'}$ représente le nombre d'opérations qui doivent être ajoutées à l'audit de la strate de faible valeur.

6.4.8 Exemple 2 – échantillonnage avec égalité des probabilités

Supposons une population positive de 48 opérations pour lesquelles des dépenses s'élevant à 10 420 247 EUR ont été déclarées.

La taille de cette population semble être insuffisante aux fins d'un audit par échantillonnage statistique. De plus, il n'est pas possible d'échantillonner les demandes de paiement pour augmenter la taille de la population. C'est pourquoi l'autorité d'audit a décidé d'adopter une technique d'échantillonnage non statistique avec stratification

des opérations de valeur élevée étant donné la présence d'un certain nombre d'opérations affichant de très hautes dépenses. Elle a en outre décidé d'identifier ces opérations en fixant la valeur seuil à 5 % de 10 420 247 EUR, soit 521 012 EUR

Les caractéristiques de la population sont résumées ci-après:

Dépenses déclarées dans la période de référence	10 420 247 EUR
Taille de la population (nombre d'opérations)	48
Seuil d'erreur significative (maximum 2 %)	2 %
Erreur maximale acceptable (TE)	208 405 EUR
Valeur seuil (5 % de la valeur comptable totale)	521 012 EUR

Le tableau ci-après résume les résultats obtenus:

Nombre d'unités au-delà de la valeur seuil	12
Valeur comptable de la population au-delà de la valeur seuil	8 785 634 EUR
Taille de la population restante (nombre d'opérations)	36
Valeur de la population restante	1 634 613 EUR

Le système de gestion et de contrôle a été classé dans la catégorie 3 «fonctionnement partiel, des améliorations substantielles sont nécessaires», de sorte que l'autorité d'audit décide d'opter pour une taille d'échantillon égale à 15 % de la population des opérations, soit $15\% \times 48 = 7,2$ arrondi à l'unité supérieure, c.-à-d. 8 unités. L'autorité d'audit estime en outre qu'une plus grande proportion d'opérations doit être prélevée dans la strate de valeur élevée et décide de contrôler 50 % des opérations de cette strate, soit 6 opérations. Les autres opérations ($8-6=2$) sont sélectionnées dans le reste de la population. L'autorité d'audit décide néanmoins de porter cet échantillon de 2 à 3 opérations afin que cette strate soit mieux représentée.

Compte tenu de la faible variabilité des dépenses de la population dans chaque strate, l'auditeur décide de prélever l'échantillon selon la méthode de l'égalité des probabilités dans les deux strates.

Bien qu'elle utilise la méthode d'égalité des probabilités, l'autorité d'audit escompte que l'échantillon couvre au moins 20 % des dépenses de la population du fait de la couverture élevée de la strate de valeur élevée. En multipliant la taille de l'échantillon par la valeur comptable moyenne d'une opération dans chaque strate, elle prévoit en effet de contrôler 4 392 817 EUR dans la strate de valeur élevée et 136 218 EUR dans le reste de la population, soit environ 43,5 % des dépenses totales.

Un échantillon de 6 opérations est prélevé de façon aléatoire dans la strate de valeur élevée. Les dépenses contrôlées de cet échantillon se montent à 4 937 894 EUR. Aucune erreur n'a été constatée dans ces 6 opérations.

Un échantillon de 3 opérations est ensuite prélevé dans le reste de la population. Les dépenses contrôlées de cet échantillon se montent à 153 647 EUR. L'erreur totale constatée dans l'échantillon de cette strate s'élève à 4 374 EUR.

Les dépenses totales contrôlées s'élèvent à 153 647 EUR + 4 937 894 EUR = 5 091 541 EUR, ce qui représente 48,9 % du total de dépenses déclarées. Eu égard au niveau d'assurance du système de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit estime que cette proportion de dépenses contrôlées est appropriée pour garantir la fiabilité des conclusions de l'audit.

Afin de décider entre l'utilisation de l'estimation par la moyenne ou par le quotient, l'autorité d'audit a contrôlé dans les données des échantillons si la condition $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$ était remplie, ce qui a été confirmé. Elle a ensuite décidé d'utiliser l'estimation par le quotient.

La valeur de l'erreur extrapolée pour les deux strates se présente comme suit:

$$EE = BV_e \times \frac{\sum_{i=1}^6 E_i}{\sum_{i=1}^6 BV_i} + BV_s \times \frac{\sum_{i=1}^3 E_i}{\sum_{i=1}^3 BV_i} = 0 + 1,634,613 \times \frac{4,374}{153,647} = 46,534.$$

où BV_e et BV_s représentent les valeurs comptables totales des strates de valeur élevée et de faible valeur. Il convient de noter que l'erreur prévue est égale au taux d'erreur de l'échantillon multiplié par la valeur comptable de la strate.

L'erreur prévue est finalement comparée à l'erreur maximale acceptable (soit 2 % de 10 420 247 EUR = 208 405 EUR). L'erreur prévue est inférieure au seuil d'erreur significative.

Il ressort de cet exercice que l'auditeur peut raisonnablement conclure que la population ne contient pas d'erreur significative. Néanmoins, la précision obtenue ne peut être déterminée et le niveau de confiance de la conclusion est inconnu.

6.4.9 Échantillonnage non statistique – deux périodes

Comme elle pourrait le faire dans le cas d'une méthode d'échantillonnage statistique, il se peut que l'autorité d'audit décide d'étaler le processus d'échantillonnage sur plusieurs périodes de l'année (généralement deux semestres) en utilisant une approche d'échantillonnage non statistique. Le principal avantage d'une telle approche n'est pas tant la réduction de la taille de l'échantillon qu'une répartition de la charge de travail.

d'audit tout au long de l'année, de manière à alléger l'effort qui serait imposé en fin d'année du fait d'une observation unique.

Dans cette approche, la population de la période de référence/de l'année comptable est divisée en deux sous-populations, correspondant chacune aux opérations/aux demandes de paiement et aux dépenses de chaque semestre. Des échantillons indépendants sont prélevés pour chaque semestre, en appliquant soit une sélection fondée sur l'égalité des probabilités, soit une sélection à probabilité proportionnelle à la taille (dépenses), appelée ci-après «sélection PPS».

Ci-après, deux exemples (l'un basé sur la sélection à égales probabilités et l'autre sur la sélection PPS) illustrent l'utilisation d'un échantillonnage à deux périodes avec des méthodes d'échantillonnage non statistiques. Il convient de remarquer que les plans d'échantillonnage et les méthodes d'extrapolation utilisés dans le cas d'un échantillonnage à deux périodes sont les mêmes pour un échantillonnage non statistique que pour un échantillonnage statistique, c'est-à-dire l'échantillonnage aléatoire simple pour une sélection fondée sur l'égalité des probabilités et l'échantillonnage par unités monétaires (approche classique) pour une sélection PPS. Les seules différences sont les suivantes:

- la taille de l'échantillon n'est pas calculée au moyen d'une formule spécifique;
- la précision n'est pas calculée.

Il faut toutefois garder à l'esprit l'exigence spécifique que les dispositions législatives imposent à l'échantillonnage non statistique pour la période de programmation 2014-2020 au sujet d'une couverture d'au moins 10 % des dépenses déclarées à la Commission au cours d'un exercice comptable⁴⁴ et 5 % des opérations. Lorsque l'échantillonnage est pratiqué sur une seule période, la sélection à égales probabilités aboutit fréquemment à un taux de couverture des dépenses proche de la fraction d'échantillonnage utilisée pour définir le nombre d'opérations. Lorsque l'échantillonnage est pratiqué sur deux périodes ou davantage, le taux de couverture est généralement plus faible car certaines opérations (les opérations déclarées sur plusieurs périodes d'audit) ne sont contrôlées que sur la partie de leurs dépenses déclarée au cours de l'exercice.

En conséquence, l'utilisation d'un échantillonnage à deux périodes ou à périodes multiples peut nécessiter d'inclure plus d'opérations que dans le cas d'un échantillonnage à période unique afin de respecter le seuil prescrit pour la couverture des dépenses.

Il convient de remarquer qu'étant donné que l'audit des opérations couvre les dépenses déclarées dans une partie de la période de référence, la charge de travail d'audit

⁴⁴ Voir également le point 6.4.3 ci-dessus.

moyenne par opération devrait être plus légère dans le cas d'un échantillonnage à deux ou plusieurs périodes. L'effort total pour un exercice comptable complet pourrait toutefois être augmenté afin d'atteindre la couverture requise des dépenses.

Afin de résoudre ce problème, l'autorité d'audit peut décider d'utiliser une strate de valeur élevée de façon à limiter le nombre d'opérations à contrôler au cours d'un exercice comptable au minimum obligatoire (puisque les opérations dont les dépenses sont plus élevées seront davantage représentées dans l'échantillon).

6.4.9.1 Échantillonnage non statistique – deux périodes – sélection à égalité des probabilités

Afin d'alléger la charge de travail de l'audit après la fin de la période de référence, l'autorité d'audit a décidé de répartir l'effort sur deux périodes. Au terme du premier semestre, elle examine la population, divisée en deux groupes correspondant à chacun des deux semestres. La population au terme du premier semestre peut être résumée comme suit:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	19 930 259 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	41

Sur la base de son expérience, l'autorité d'audit sait qu'en règle générale, les opérations contenues dans le programme au terme de la période de référence ne sont pas toutes actives dans la population du premier semestre. Elle s'attend en outre à ce que les dépenses déclarées au second semestre atteignent le double de celles déclarées au premier semestre. Cette hausse des dépenses d'un semestre au suivant s'accompagne d'une augmentation moindre du nombre d'opérations. L'autorité d'audit prévoit 62 opérations actives pour le second semestre (1 opération sera achevée au premier semestre, les 40 autres opérations du premier semestre se poursuivront au second et des dépenses devraient être déclarées pour 22 nouvelles opérations au second semestre). Une sélection de l'échantillon par demande de paiement ne ferait pas augmenter la taille de la population, car dans notre exemple théorique, en vertu des règles nationales du programme, une seule demande de paiement est introduite à chaque semestre. L'autorité d'audit décide d'utiliser une approche non statistique en sélectionnant l'échantillon par la méthode de l'égalité des probabilités.

Sur la base de ces hypothèses, le tableau suivant donne une description succincte de la population:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	19 930 259 EUR
Dépenses à déclarer au second semestre (prévisions) (19 930 259 EUR*2 = 39 860 518 EUR)	39 860 518 EUR

Total des dépenses prévues pour la période de référence	59 790 777 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	41
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	62 (40+22)
Seuil d'erreur significative (maximum 2 %)	2 %
Erreur acceptable (TE)	1 195 816 EUR

L'autorité d'audit estime que le système de gestion et de contrôle «*fonctionne partiellement, des améliorations substantielles étant nécessaires*» de sorte qu'elle décide d'opter pour une taille d'échantillon égale à 15 % du nombre d'opérations (voir le point 6.4.3). La période de référence compte en l'espèce un total de 63 opérations⁴⁵ pour lesquelles des dépenses ont été déclarées au cours des deux périodes d'échantillonnage (41 opérations qui ont débuté au premier semestre et 22 nouvelles opérations au second semestre). La taille globale de l'échantillon pour l'ensemble de l'année sera donc de:

$$n = 0.15 \times 63 \approx 10$$

La répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{41}{41 + 62} \times 10 \approx 4$$

et

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

L'autorité d'audit a décidé d'utiliser une strate de valeur élevée de façon à limiter le nombre d'opérations à contrôler au cours d'un exercice comptable au minimum obligatoire (puisque les opérations dont les dépenses sont plus élevées seront davantage représentées dans l'échantillon).

S'agissant de la population du premier semestre, il existe dans notre exemple une grande opération d'une valeur totale de 3 388 144 EUR, les 40 autres opérations étant beaucoup plus modestes. Exerçant son appréciation professionnelle, l'autorité d'audit a décidé d'utiliser une strate de valeur élevée contenant 1 opération (à savoir la plus grande opération de la population au premier semestre). Grâce à cette stratification, elle escomptait couvrir au moins 20 % des dépenses totales du premier semestre en contrôlant 4 opérations.

Les 3 autres opérations de l'échantillon ont été sélectionnées de façon aléatoire parmi la population du premier semestre en excluant l'opération de la strate de valeur élevée (c.-à-d. parmi la population de 16 542 115 EUR). La valeur totale de ces 3 opérations s'élevait à 1 150 398 EUR

⁴⁵ 62 opérations actives plus 1 opération achevée au premier semestre.

Ainsi, l'échantillon de 4 opérations du premier semestre couvrait 22,77 % des dépenses déclarées au premier semestre.

L'autorité d'audit a constaté une erreur de 127 EUR⁴⁶ dans l'opération de la strate de valeur élevée et une erreur totale de 4 801 EUR dans les 3 opérations sélectionnées de façon aléatoire.

Au terme du second semestre, un plus grand nombre d'informations sont disponibles. En particulier, le total des dépenses et le nombre d'opérations actives au second semestre sont parfaitement connus.

L'autorité d'audit constate que l'hypothèse émise à la fin du premier semestre quant aux dépenses totales, 39 860 518 EUR, sous-estime légèrement la valeur effective de 40 378 264 EUR. Le nombre d'opérations actives au second semestre est légèrement inférieur à ce qui avait été prévu initialement. En conséquence, l'autorité d'audit ne doit pas modifier la taille de l'échantillon du second semestre puisque le nombre initial d'opérations prévues au second semestre est proche du nombre réel. Le tableau ci-après résume ces chiffres:

Paramètre	Prévisions effectuées au premier semestre	Fin du second semestre
Nombre d'opérations au second semestre	62	61
Dépenses totales au second semestre	39 860 518 EUR	40 378 264 EUR

Eu égard aux caractéristiques de la population, l'autorité d'audit décide d'utiliser à nouveau une stratification par dépenses en définissant une strate de valeur élevée basée sur un seuil de 5 % des dépenses de la population du second semestre. Trois opérations, d'une valeur totale de 6 756 739 EUR, dépassent ce seuil. Les 3 autres opérations (6 opérations devant être couvertes au second semestre moins les 3 opérations de la strate de valeur élevée) sont sélectionnées de façon aléatoire parmi la population de 58 opérations de la strate de faible valeur du second semestre, soit une population de 33 621 525 EUR. L'échantillon aléatoire du second semestre présente une valeur totale de 1 200 987 EUR. L'autorité d'audit a déterminé que la valeur totale de l'échantillon du

⁴⁶ Cette erreur a pu être démontrée en vérifiant toutes les factures (éléments de dépenses) relatives à cette opération de la strate de valeur élevée déclarée au premier semestre. Une autre option aurait pu consister à sélectionner un sous-échantillon d'au moins 30 factures (éléments de dépenses). Dans le cas d'un sous-échantillon d'éléments de dépenses, cette erreur désignerait une erreur extrapolée au niveau d'une opération sur la base des éléments de dépenses sélectionnés. Il doit être garanti que la sélection du sous-échantillon de factures est aléatoire. Une autre option aurait pu également consister à appliquer une stratification au niveau de l'opération, avec un contrôle exhaustif de certaines strates et une sélection aléatoire des éléments de dépenses dans les autres strates.

second semestre (1 200 987+6 756 739=7 957 726 EUR) était légèrement inférieure au seuil de 20 % pour ce semestre. Toutefois, étant donné que la valeur totale de l'échantillon pour les deux semestres dépasse le minimum prescrit de 20 %, elle a conclu qu'un échantillon supplémentaire n'était pas nécessaire pour assurer la couverture des dépenses.

L'autorité d'audit a constaté une erreur de 432 076 EUR dans les 3 opérations de la strate de valeur élevée et une erreur de 5 287 EUR dans la strate de faible valeur.

En considérant la corrélation entre les erreurs de la strate de faible valeur et les dépenses, l'autorité d'audit décide d'extrapoler l'erreur en appliquant la méthode d'estimation par le quotient.

La valeur de l'erreur extrapolée pour les deux semestres au moyen de l'estimation par le quotient⁴⁷ se présente comme suit:

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + BV_{s1} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_{s1}} BV_{s1i}} + BV_{s2} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_{s2}} BV_{s2i}}$$

où:

- EE_{e1} et EE_{e2} représentent les erreurs constatées dans la strate de valeur élevée pour les premier et second semestres;
- BV_{s1} et BV_{s2} représentent les valeurs comptables des strates non exhaustives des premier et second semestres;
- $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_{s1}} BV_{s1i}}$ et $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_{s2}} BV_{s2i}}$ représentent respectivement un taux d'erreur moyen constaté dans les strates non exhaustives des premier et second semestres.

Il convient de remarquer que l'erreur prévue est égale à la somme des erreurs constatées dans les strates de valeur élevée des deux semestres et des taux d'erreur des échantillons aléatoires, multipliée par les valeurs comptables des strates respectives de ces échantillons aléatoires.

En particulier, l'erreur extrapolée au niveau de la population, dans notre exemple, est la suivante:

$$EE = 127 + 432,076 + 16,542,115 \times \frac{4,801}{1,150,398} + 33,621,524 \times \frac{5,287}{1,200,987} = 649\,247,94$$

(soit 1,08 % de la valeur de la population)

⁴⁷ Avec la méthode de l'estimation par la moyenne, la formule serait la suivante:

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + \frac{N_{s1}}{n_{s1}} \sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i} + \frac{N_{s2}}{n_{s2}} \sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}$$

L'erreur prévue est finalement comparée à l'erreur maximale acceptable (soit 2 % de 60 308 523 EUR = 1 206 170 EUR). L'erreur prévue est inférieure au seuil d'erreur significative.

Néanmoins, la précision obtenue ne peut être déterminée et le niveau de confiance de la conclusion est inconnu.

6.4.9.2 Échantillonnage non statistique – deux périodes – sélection PPS

Afin de réduire la charge de travail de l'audit après la fin de la période de référence, l'autorité d'audit a décidé de répartir l'effort sur deux périodes. Au terme du premier semestre, elle examine la population, divisée en deux groupes correspondant à chacun des deux semestres. La population au terme du premier semestre peut être résumée comme suit:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	16 930 259 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	34

Sur la base de son expérience, l'autorité d'audit sait qu'en règle générale, toutes les opérations contenues dans les programmes au terme de la période de référence ne sont pas toutes actives dans la population du premier semestre. Elle s'attend en outre à ce que les dépenses déclarées au second semestre atteignent 2,5 fois celles déclarées au terme du premier semestre. Elle prévoit également une hausse du nombre d'opérations actives au terme du second semestre, quoique dans une mesure moindre que l'augmentation anticipée pour les dépenses. L'autorité d'audit prévoit 52 opérations actives pour le second semestre (2 opérations seront achevées au premier semestre, les 32 autres opérations du premier semestre se poursuivront au second et des dépenses devraient être déclarées pour 20 nouvelles opérations au second semestre). Il n'est pas possible d'échantillonner les demandes de paiement pour augmenter la taille de la population. L'autorité d'audit décide donc d'adopter une approche non statistique.

Sur la base de ces hypothèses, le tableau suivant donne une description succincte de la population:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	16 930 259 EUR
Dépenses à déclarer au second semestre (prévisions) (16 930 259 EUR*2,5 = 42 325 648 EUR)	42 325 648 EUR
Total des dépenses prévues pour l'année	59 255 907 EUR
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	34
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	52 (32+20)
Seuil d'erreur significative (maximum 2 %)	2 %

Erreur acceptable (TE)	1 185 118 EUR
------------------------	---------------

L'autorité d'audit estime que le système de gestion et de contrôle *«fonctionne partiellement, des améliorations substantielles étant nécessaires»*, de sorte qu'elle décide d'opter pour une taille d'échantillon égale à 15 % du nombre d'opérations. Afin de maximiser la couverture des dépenses de l'échantillon aléatoire, l'auditeur décide en outre de sélectionner l'échantillon selon la méthode de la probabilité proportionnelle à la taille. La période de référence compte en l'espèce un total de 54 opérations pour lesquelles des dépenses ont été déclarées au cours des deux périodes d'échantillonnage (34 opérations présentes au premier semestre et 20 nouvelles opérations au second semestre). La taille globale de l'échantillon pour l'ensemble de l'année sera donc de:

$$n = 0.15 \times 54 \approx 9$$

La répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{16,930,259}{16,930,259 + 42,325,648} \times 9 \approx 3$$

et

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

Bien que la couverture des dépenses ne puisse être estimée qu'après la sélection de l'échantillon, le fait que 15 % des opérations soient sélectionnées, en conjonction avec le choix de la méthode de sélection proportionnelle à la taille, devrait aboutir, dans le cas de notre population, à une couverture des dépenses d'au moins 20 %.

Premièrement, il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV_1) et la taille d'échantillon prévue (n_1). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil seront placés dans la strate soumise au contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à 16 930 259 EUR / 3 = 5 643 420 EUR

Aucune opération n'affiche une valeur comptable supérieure à 5 643 420 EUR et, par conséquent, l'intervalle d'échantillonnage correspond à la valeur seuil, soit 5 643 420 EUR

Le tableau suivant résume ces résultats:

Valeur seuil – premier semestre	5 643 420 EUR
Valeur comptable des opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – premier semestre	0
Nombre d'opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – premier semestre	0
BV_{s1} - valeur comptable de la population de la strate non exhaustive	16 930 259 EUR

au premier semestre (étant donné qu'aucune opération ne dépasse la valeur seuil au premier semestre, il s'agit de l'ensemble de la population du premier semestre)	
n_{s1} - taille d'échantillon de la strate non exhaustive du premier semestre	3
SI_{s1} - intervalle d'échantillonnage au premier semestre	5 643 420 EUR

Un fichier contenant les 34 opérations de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. L'échantillon est prélevé en sélectionnant chaque élément contenant la 5 643 420^e unité monétaire.⁴⁸ La valeur de ces 3 opérations est contrôlée. La somme des taux d'erreur pour le premier semestre est de:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} = 0.066$$

Les dépenses contrôlées de l'échantillon s'élèvent à 6 145 892 EUR, ce qui représente 36,3 % du total de dépenses déclarées. Eu égard au niveau d'assurance du système de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit estime que cette proportion de dépenses contrôlées est plus que suffisante pour garantir la fiabilité des conclusions de l'audit.

Au terme du second semestre, un plus grand nombre d'informations sont disponibles. En particulier, le total des dépenses et le nombre d'opérations actives au second semestre sont parfaitement connus.

L'autorité d'audit constate que l'hypothèse émise à la fin du premier semestre quant aux dépenses totales, 42 325 648 EUR, a sous-estimé la valeur effective de 49 378 264 EUR. Le nombre d'opérations actives au second semestre est inférieur à ce qui avait été prévu initialement. Du fait de la diminution du nombre d'opérations, l'échantillon à prélever pour le second semestre a pu être réduit. Le tableau suivant résume la population du second semestre:

Paramètre	Prévisions effectuées au premier semestre	Fin du second semestre
Nombre d'opérations au second semestre	52	46
Dépenses totales au second semestre	42 325 648 EUR	49 378 264 EUR

⁴⁸ Si une ou plusieurs opérations sélectionnées devaient être remplacées en raison des limitations imposées par les dispositions de l'article 148, la ou les nouvelles opérations devraient être sélectionnées selon une méthode de probabilité proportionnelle à la taille. Voir le point 7.10.3.1 pour un exemple de remplacement de ce type.

Le nombre total d'opérations déclarées pour les deux semestres s'élève donc à 48 opérations⁴⁹ (34 actives au premier semestre et 14 qui ont débuté au second semestre).

Compte tenu de cet ajustement, la taille de l'échantillon du second semestre, recalculée en raison du changement du nombre d'opérations, se présente comme suit:

$$n_2 = 0.15 \times 48 - 3 \approx 5$$

Il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure s'élève à 9 875 653 EUR (49 378 264/5)⁵⁰. Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil sont contrôlés. Deux opérations affichent une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil et leur valeur comptable totale s'élève à 21 895 357 EUR. Une erreur totale de 56 823 EUR a été constatée dans ces deux opérations.

La taille d'échantillonnage à allouer à la strate non exhaustive, n_{s2} , correspond à la différence entre n_2 et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) constituant la strate exhaustive (n_{e2}). Dans le cas présent, il s'agit de 3 opérations (5, la taille de l'échantillon, moins les 2 opérations de valeur élevée). C'est pourquoi l'auditeur est tenu de sélectionner l'échantillon aléatoire en utilisant l'intervalle d'échantillonnage suivant:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{49,378,264 - 21,895,357}{3} = 9,160,969^{51}$$

Le tableau suivant résume ces résultats:

Valeur seuil – second semestre	9 875 653 EUR
Nombre d'opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – second semestre	2
Valeur comptable des opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil – second semestre	21 895 357 EUR

⁴⁹ 46 opérations plus 2 opérations achevées au second semestre.

⁵⁰ Il convient de remarquer que l'autorité d'audit pourrait également décider d'appliquer une valeur seuil inférieure à celle calculée sur la base du rapport entre la population du semestre et le nombre d'opérations à sélectionner pour le semestre. Il pourrait en particulier être utile pour l'autorité d'audit d'appliquer une valeur seuil inférieure afin d'accroître le nombre d'opérations incluses dans la strate supérieure si, d'après l'analyse des caractéristiques spécifiques de la population, il apparaît que le seuil prescrit pour la couverture des dépenses pourrait être difficile à atteindre même en utilisant la méthode de sélection PPS.

⁵¹ Il convient de remarquer qu'il peut arriver en pratique qu'après le calcul de l'intervalle d'échantillonnage sur la base des dépenses et de la taille de l'échantillon de la strate d'échantillonnage, certaines unités de la population présentent encore des dépenses supérieures à cet intervalle d'échantillonnage BV_s/n_s (même si leurs dépenses n'étaient auparavant pas supérieures à la valeur seuil BV/n). Tous les éléments dont la valeur comptable reste supérieure à cet intervalle ($BV_i > BV_s/n_s$) doivent en fait également être ajoutés à la strate de valeur élevée. Dans ce cas, l'intervalle d'échantillonnage doit être recalculé, après le déplacement des nouveaux éléments dans la strate de valeur élevée, pour que la strate d'échantillonnage prenne en considération les nouvelles valeurs pour le ratio BV_s/n_s . Il est possible que ce processus itératif doive être répété plusieurs fois avant qu'aucune unité ne présente plus de dépenses supérieures à l'intervalle d'échantillonnage.

BV_{s2} - population d'opérations dont la valeur comptable est inférieure à la valeur seuil (strate non exhaustive) – second semestre	27 482 907 EUR
n_{s2} - taille d'échantillon de la strate non exhaustive du second semestre	3
SI_{s2} - intervalle d'échantillonnage du second semestre	9 160 969 EUR

Un fichier contenant les 43 opérations restantes de la population du second semestre est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 3 opérations est prélevé en appliquant la procédure de sélection systématique proportionnelle à la taille.

La valeur de ces 3 opérations est contrôlée. La somme des taux d'erreur pour le second semestre s'élève à :

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0.0475$$

Les dépenses contrôlées dans l'échantillon du second semestre incluent la valeur comptable totale des projets de valeur élevée, 21 895 357 EUR, plus les dépenses contrôlées dans l'échantillon du reste de la population, 2 245 892 EUR. Les dépenses contrôlées totales du second semestre s'élèvent à 24 141 249 EUR, ce qui représente 48,89 % du total de dépenses déclarées. Eu égard au niveau d'assurance du système de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit estime que cette proportion de dépenses contrôlées est plus que suffisante pour garantir la fiabilité des conclusions de l'audit⁵².

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population s'effectue différemment selon qu'il s'agit d'unités d'échantillonnage (opérations) contenues dans les strates exhaustives ou d'unités figurant dans les strates non exhaustives.

Dans le cas de strates exhaustives, à savoir les strates contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces strates :

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 0 + 56,823 = 56,823$$

Dans la pratique, il convient de :

- 1) recenser, pour chaque semestre t , les unités appartenant au groupe exhaustif et en additionner les erreurs;
- 2) additionner les résultats obtenus pour les deux semestres.

Dans le cas du groupe non exhaustif, à savoir les strates contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue sera :

⁵² Voir l'exemple du point 6.4.7 sur la procédure à appliquer en cas de couverture insuffisante.

$$EE_s = \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

$$= 5,643,420 \times 0.066 + 9,160,969 \times 0.0475 = 807,612$$

Pour déterminer cette erreur prévue, il convient de:

- 1) calculer, dans chaque semestre t , le taux d'erreur pour chaque unité de l'échantillon, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) additionner, dans chaque semestre t , ces taux d'erreur pour l'ensemble des unités de l'échantillon;
- 3) multiplier, dans chaque semestre t , le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage appliqué pour la sélection aléatoire des opérations dans la strate non exhaustive;
- 4) additionner les résultats ainsi obtenus pour chaque semestre.

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s = 56,823 + 807,612 = 864,435$$

(soit 1,30 % de la valeur de la population)

L'erreur prévue est finalement comparée à l'erreur maximale acceptable (soit 2 % de 66 308 523 EUR = 1 326 170 EUR). L'erreur prévue est inférieure au seuil d'erreur significative.

Néanmoins, la précision obtenue ne peut être déterminée et le niveau de confiance de la conclusion est inconnu.

6.4.10 Échantillonnage à deux degrés (sous-échantillonnage) dans les méthodes d'échantillonnage non statistiques

En général, toutes les dépenses déclarées à la Commission dans l'échantillon sont soumises à un contrôle. Toutefois, lorsque les unités d'échantillonnage sélectionnées comprennent un grand nombre de demandes de paiement, de factures ou d'autres éléments de dépenses sous-jacents, l'autorité d'audit peut les contrôler par le biais d'un sous-échantillonnage. Davantage d'informations à ce sujet peuvent être consultées au point 7.6 *Échantillonnage à deux degrés* et au point 6.5.3.1, qui met l'accent sur l'échantillonnage à deux et trois degrés dans les programmes de coopération territoriale européenne.

Il convient de remarquer que les éléments sous-échantillonnés doivent être sélectionnés de façon aléatoire. Un plan de stratification peut également être appliqué au niveau du sous-échantillonnage, les factures ou éléments de dépenses de certaines strates faisant l'objet de contrôles exhaustifs et certaines strates étant contrôlées par la vérification d'une sélection aléatoire d'éléments de dépenses. Une stratification peut typiquement être réalisée sur la base du type de dépenses ou du montant des factures ou

éléments de dépenses (par exemple, avec un contrôle exhaustif de tous les éléments de valeur élevée et un contrôle d'éléments sélectionnés de façon aléatoire dans une strate d'éléments de faible valeur).

Pour la période de programmation 2014-2020, conformément à l'article 28 du RD, lorsqu'un sous-échantillonnage est réalisé et que les factures ou les demandes de paiements sont utilisées comme unités de sous-échantillonnage, l'autorité d'audit doit inclure au moins 30 factures, demandes de paiement ou autres éléments de dépenses. Lorsque d'autres unités de sous-échantillonnage sont utilisées dans un échantillonnage non statistique (par exemple, un projet à l'intérieur d'une opération ou un partenaire de projet dans un programme ETC), l'autorité d'audit peut déterminer la couverture suffisante d'un sous-échantillon selon son appréciation professionnelle. Dans ce cas, il est recommandé que si elle sélectionne moins de 30 unités de sous-échantillonnage, ces unités couvrent au moins 10 % des dépenses de l'unité d'échantillonnage (par exemple, une opération).

6.5 Méthodes d'échantillonnage applicables aux programmes de coopération territoriale européenne (European Territorial Cooperation – ETC)

6.5.1 Introduction

Les programmes de coopération territoriale européenne (European territorial cooperation - ETC) présentent un certain nombre de particularités: il n'est normalement pas possible de les regrouper dans la mesure où chaque système et sous-système est différent et le nombre d'opérations est souvent réduit. Pour chaque opération, il existe généralement un partenaire chef de file [bénéficiaire chef de file au sens de l'article 13 du règlement (UE) n° 1299/2013] et un certain nombre d'autres partenaires du projet [autres bénéficiaires au sens de l'article 13 du règlement (UE) n° 1299/2013]. Les opérations sélectionnées au titre de la coopération transfrontière et transnationale doivent associer des partenaires d'au moins deux pays participants, tandis que les opérations au titre de la coopération interrégionale doivent associer des partenaires d'au moins trois pays [article 12 du règlement (UE) n° 1299/2013].

6.5.2 Unité d'échantillonnage

L'unité d'échantillonnage est déterminée par l'autorité d'audit sur la base d'une appréciation professionnelle. Elle peut être une opération, un projet au sein d'une opération ou une demande de paiement par un bénéficiaire (article 28, paragraphe 6, du règlement délégué (UE) n° 480/2014). Si l'autorité d'audit décide d'utiliser une demande de paiement comme unité d'échantillonnage, elle peut opter soit pour une demande de paiement agrégée, qui inclut plusieurs demandes de paiement individuelles du chef de file et d'autres partenaires du projet, soit pour une demande de paiement d'un partenaire du projet (sans distinguer le chef de file des autres partenaires du projet). Elle pourrait également décider d'utiliser les demandes de paiement groupées d'un partenaire du projet déclarées pour une opération au cours d'une période

d'échantillonnage donnée. L'unité d'échantillonnage est alors constituée par les demandes de paiement groupées émises par le partenaire du projet (dans la suite du présent document, cette unité d'échantillonnage est appelée «partenaire du projet»).

La sélection de l'unité d'échantillonnage détermine l'approche d'extrapolation. Les erreurs sont extrapolées au niveau de la population sur la base des erreurs constatées dans les unités d'échantillonnage sélectionnées. Si l'autorité d'audit ne contrôle pas toutes les dépenses de l'unité d'échantillonnage choisie (elle applique un sous-échantillonnage), elle doit donc extrapoler les erreurs constatées dans le sous-échantillon au niveau de l'unité d'échantillonnage avant l'extrapolation au niveau de la population.

En particulier, si l'autorité d'audit décide d'utiliser les opérations comme unités d'échantillonnage, avec un sous-échantillon de partenaires du projet, elle doit extrapoler les erreurs constatées dans les dépenses des partenaires sélectionnés au niveau de l'opération avant l'extrapolation au niveau de la population.

À l'inverse, l'utilisation des partenaires du projet⁵³ (ou des demandes de paiement des partenaires du projet) comme unités d'échantillonnage permettrait une approche plus simple de l'extrapolation. Ce choix permet d'extrapoler directement les erreurs constatées dans les dépenses déclarées par les partenaires du projet sélectionnés (ou dans les demandes de paiement sélectionnées des partenaires du projet) au niveau de la population de toutes les dépenses déclarées à la Commission, sans passer par le double degré d'extrapolation décrit ci-dessus. (Étant donné que l'opération ne constitue pas l'unité d'échantillonnage dans une telle situation, il n'est pas nécessaire d'extrapoler les erreurs constatées au niveau de l'opération.)

Même s'il peut exister d'autres possibilités, les services de la Commission recommandent spécialement d'utiliser l'une des unités d'échantillonnage suivantes dans les programmes ETC lors de l'élaboration de la méthode d'échantillonnage:

- a) la demande de paiement d'un partenaire du projet (individuel);
- b) un partenaire du projet (c.-à-d. toutes les demandes de paiement introduites par un partenaire du projet dans le cadre d'une opération au cours d'une période d'échantillonnage donnée); ou
- c) l'opération.

Toutes ces unités d'échantillonnage pourraient être utilisées aussi bien dans une méthode d'échantillonnage statistique que non statistique. Avec une méthode d'échantillonnage statistique, l'utilisation des opérations comme unités d'échantillonnage pourrait toutefois entraîner une lourde charge de travail dans le cadre de programmes ETC par rapport aux deux autres unités citées. Avec une méthode

⁵³ Sans qu'il soit nécessaire de distinguer le partenaire chef de file et les autres partenaires du projet.

d'échantillonnage non statistique, il est donc recommandé d'utiliser l'opération comme unité d'échantillonnage.

Le point 6.5.3 ci-après fournit davantage de précisions, dans le cadre d'un échantillonnage à deux ou trois degrés, sur les unités d'échantillonnage et de sous-échantillonnage possibles dans les programmes ETC, ainsi qu'une série de remarques complémentaires sur les contraintes et les répercussions pertinentes sur le plan méthodologique.

6.5.3 *Méthodologie d'échantillonnage*

Les méthodologies d'échantillonnage générales, telles qu'elles sont décrites dans les points pertinents du présent guide, sont applicables aux procédures d'échantillonnage tant statistiques que non statistiques dans le cadre des programmes ETC. Le présent point procure des explications complémentaires dans la perspective des particularités des programmes ETC.

Il peut arriver que le seuil de 50 à 150 opérations ne soit pas atteint dans des programmes ETC qui se caractérisent par de petites tailles de population, notamment au début de la période de mise en œuvre. Toutefois, même si ce seuil est atteint, il n'est pas forcément rentable d'utiliser un échantillonnage statistique dans le cadre de programmes ETC compte tenu de leur configuration spécifique. L'autorité d'audit pourrait donc, sur la base de son appréciation professionnelle, utiliser un échantillonnage non statistique pour les programmes ETC, dans les conditions de l'article 127, paragraphe 1, du RDC, en respectant la couverture minimale de 5 % des opérations et 10 % des dépenses. Le raisonnement et les choix effectués par l'autorité d'audit doivent apparaître dans sa stratégie d'audit, qui doit être remise à jour tous les ans, comme l'exige l'article 127, paragraphe 4, du RDC.

L'utilisation d'une méthode d'échantillonnage statistique permet le calcul de la précision, de sorte que le risque d'audit peut être soumis à un contrôle. Lorsqu'une opération est l'unité d'échantillonnage, l'application de méthodologies d'échantillonnage statistiques peut engendrer des coûts élevés pour l'audit de programmes ETC en raison de leur configuration spécifique. Il est donc recommandé aux autorités d'audit d'utiliser d'autres unités d'échantillonnage (un partenaire ou une demande de paiement d'un partenaire du projet individuel), de façon à faire baisser les coûts des procédures de contrôle en cas d'échantillonnage statistique. Cette approche est facilitée lorsque le système de suivi [prévu à l'article 24 du règlement (UE) n° 480/2014] permet de ventiler les données relatives aux dépenses entre les partenaires du projet.

Il convient en outre de remarquer que pour la période de programmation 2014-2020, les dispositions de l'article 127 du règlement (UE) n° 1303/2013 prescrivent une couverture

d'au moins 5 % des opérations et 10 % des dépenses déclarées si une méthode d'échantillonnage non statistique est appliquée. Étant donné que cette exigence ne s'applique pas dans le cas d'un échantillonnage statistique, l'autorité d'audit doit garder à l'esprit qu'une méthode d'échantillonnage statistique peut, dans certaines situations, donner lieu à un travail d'audit équivalent ou même allégé (par rapport à un échantillonnage non statistique), en particulier si elle utilise les demandes de paiement des partenaires du projet comme unités d'échantillonnage et qu'elle applique un échantillonnage aléatoire simple. Si les coûts et le travail d'audit sont similaires, il est conseillé à l'autorité d'audit d'opter pour un échantillonnage statistique.

Enfin, eu égard au système de contrôle spécifique utilisé dans les programmes ETC (systèmes décentralisés au lieu de centralisés, par exemple), l'autorité d'audit peut envisager une stratification (en utilisant par exemple les résultats d'audits des systèmes) pour pouvoir formuler des conclusions par strate au besoin. Elle peut ainsi envisager une stratification par État membre a priori ou a posteriori (par exemple, si le taux d'erreur est supérieur à 2 %) afin de pouvoir déterminer l'origine de l'erreur. La méthodologie d'échantillonnage peut prendre en considération à cette fin la «stratégie ascendante» décrite au point 7.8 du présent guide.

6.5.3.1 Échantillonnage à deux degrés et à trois degrés (sous-échantillonnage)

Sans distinction qu'elle utilise une méthode d'échantillonnage statistique ou non statistique, l'autorité d'audit doit établir les erreurs au niveau des unités d'échantillonnage choisies, puis extrapoler les erreurs constatées dans l'échantillon à l'ensemble de la population. En règle générale, toutes les dépenses déclarées à la Commission dans l'échantillon doivent être soumises à un contrôle. Toutefois, lorsque les unités d'échantillonnage sélectionnées comprennent un grand nombre de demandes de paiement ou de factures sous-jacentes, l'autorité d'audit peut les contrôler par le biais d'un sous-échantillonnage. Dans de tels cas, elle doit extrapoler les erreurs constatées dans le sous-échantillon au niveau de l'unité d'échantillonnage afin de déterminer l'erreur au niveau des unités d'échantillonnage sélectionnées. Les erreurs des unités d'échantillonnage sélectionnées (déterminées sur la base d'un sous-échantillon) doivent ensuite être extrapolées à la population des opérations ou des demandes de paiement afin de calculer l'erreur prévue dans la population.

Unités de sous-échantillonnage

Tant avec un échantillonnage statistique que non statistique, l'autorité d'audit peut utiliser différentes unités de sous-échantillonnage dans un plan d'échantillonnage à deux ou trois degrés, comme les factures, les projets relevant d'une opération, les demandes de paiement agrégées, y compris les demandes de paiement individuelles du chef de file et des autres partenaires du projet, les demandes de paiement des partenaires individuels du projet ou les partenaires du projet.

En raison de la configuration des opérations dans les programmes ETC, l'autorité d'audit applique couramment un plan d'échantillonnage à deux ou trois degrés, dans lequel un partenaire du projet ou une demande de paiement d'un partenaire du projet peut constituer une unité d'échantillonnage à l'un des degrés de l'échantillonnage.

Si l'unité d'échantillonnage est une opération, l'autorité d'audit peut opter pour un modèle d'échantillonnage comprenant la sélection d'un sous-échantillon de demandes de paiement de partenaires individuels du projet (échantillonnage à deux degrés). Un autre type de modèle d'échantillonnage à deux degrés, qui est le plus souvent utilisé dans le cadre des programmes ETC, consiste à grouper toutes les demandes de paiement des partenaires individuels du projet par partenaire du projet et à sélectionner un sous-échantillon de partenaires du projet parmi l'opération sélectionnée. Dans ce cas, les erreurs constatées au niveau des demandes de paiement/des partenaires du projet doivent d'abord être extrapolées au niveau de l'opération avant l'extrapolation finale des erreurs au niveau de la population des opérations.

Choix des factures comme unités de sous-échantillonnage

Si certaines unités d'échantillonnage du sous-échantillon sélectionné (demandes de paiement/partenaires) contiennent un grand nombre de factures ou d'autres éléments de dépenses, l'autorité d'audit peut décider de les contrôler sur la base d'un échantillon, appliquant ainsi un plan d'échantillonnage à trois degrés. Dans ce cas, l'erreur constatée dans le sous-échantillon de factures doit d'abord être extrapolée au niveau d'une demande de paiement ou d'un partenaire et les erreurs déterminées au niveau des demandes de paiement ou des partenaires doivent ensuite être extrapolées au niveau de l'opération comme dans le modèle d'échantillonnage à deux degrés.

L'autorité d'audit peut également utiliser les factures comme unités d'échantillonnage dans un échantillonnage à deux degrés, en particulier si une demande de paiement d'un partenaire individuel du projet ou un partenaire constitue l'unité d'échantillonnage principale. Dans le cas où une opération constitue l'unité d'échantillonnage principale dans un modèle d'échantillonnage à deux degrés, le sous-échantillon de factures doit être sélectionné directement parmi la population de l'ensemble des factures de cette opération, sans le degré intermédiaire d'un sous-échantillon au niveau du partenaire ou de la demande de paiement.

Sélection d'unités de sous-échantillonnage au moyen de méthodes statistiques et non statistiques

Toutes les unités d'échantillonnage de sous-échantillons devraient être sélectionnées de façon aléatoire⁵⁴, y compris si des méthodes d'échantillonnage non statistiques sont utilisées. Dans le cas où une stratification est appliquée au niveau des sous-échantillons, l'autorité d'audit peut toutefois naturellement décider de contrôler toutes les unités d'échantillonnage d'une strate donnée.

Exemple: si l'autorité d'audit décide d'utiliser une opération comme unité d'échantillonnage de l'échantillon principal et les partenaires du projet comme unités de sous-échantillonnage, elle peut:

- *soit réaliser une sélection aléatoire des partenaires du projet (sans distinguer le chef de file et les autres partenaires du projet);*
- *soit appliquer une stratification au niveau d'une opération, en définissant:*
 - *une strate pour les dépenses du partenaire chef de file, et*
 - *une deuxième strate pour les dépenses des autres partenaires du projet.*

Étant donné que dans le second cas, le partenaire chef de file n'est pas sélectionné de façon aléatoire, mais ses dépenses constituent une strate exhaustive, le modèle de prévision doit prendre ce facteur en considération. Afin de calculer l'erreur au niveau de l'opération, les erreurs des autres partenaires du projet sélectionnés de façon aléatoire dans l'opération doivent être extrapolées à la strate des autres partenaires du projet, tandis que l'erreur du partenaire chef de file doit être ajoutée à l'erreur prévue pour déterminer le taux de l'erreur totale prévue de l'opération. Le point 6.5.3.3 ci-après présente un exemple fondé sur un modèle d'échantillonnage de ce type.

Il convient également de rappeler que si un échantillonnage statistique est appliqué pour l'échantillon principal, l'autorité d'audit doit garantir l'application de la méthode d'échantillonnage statistique pour la sélection des unités d'échantillonnage des sous-échantillons à tous les degrés. En particulier, si les opérations sont choisies comme unités d'échantillonnage avec un sous-échantillon de partenaires du projet au deuxième degré et un sous-échantillon de factures au troisième degré, l'autorité d'audit doit assurer l'intégration d'au moins 30 unités à la fois au deuxième degré et au troisième degré. En conséquence, si l'unité de sous-échantillonnage sélectionnée dans une opération est le partenaire du projet, il y a lieu de sélectionner 30 partenaires du projet (les cas d'application seraient rares, voire inexistants). À défaut, cette méthode peut malgré tout être appliquée, mais elle entraînera la sélection de tous les partenaires se rapportant à l'opération, aboutissant dans les faits à l'application d'un échantillonnage à deux degrés (opération au premier degré et facture au deuxième degré) au lieu de trois

⁵⁴ Soit par une méthode d'égalité des probabilités de sélection (dans laquelle chaque unité d'échantillonnage a la même probabilité d'être sélectionnée, quel que soit le montant des dépenses déclarées pour cette unité), soit par une sélection avec probabilité proportionnelle à la taille (dépenses) (où une sélection aléatoire est opérée pour le premier élément de l'échantillon, puis les éléments suivants sont sélectionnés en appliquant un intervalle jusqu'à l'obtention de la taille d'échantillon souhaitée), l'unité monétaire étant utilisée en tant que variable auxiliaire pour l'échantillonnage, comme dans le cas de l'échantillonnage en unités monétaires.

degrés. De même, pour chaque partenaire sélectionné, un contrôle d'un sous-échantillon d'au moins 30 factures doit être assuré si les audits exhaustifs sont trop coûteux.

Pour la période de programmation 2014-2020, conformément à l'article 28 du RD, lorsqu'un sous-échantillonnage est réalisé et que les factures ou les demandes de paiements sont utilisées comme unités de sous-échantillonnage, l'autorité d'audit doit inclure au moins 30 factures, demandes de paiement ou autres éléments de dépenses, y compris dans le cas d'un échantillonnage non statistique. Lorsque d'autres unités de sous-échantillonnage sont utilisées dans un échantillonnage non statistique (par exemple, un projet à l'intérieur d'une opération ou un partenaire de projet), l'autorité d'audit peut déterminer la couverture suffisante d'un sous-échantillon selon son appréciation professionnelle. Dans ce cas, il est recommandé que si elle sélectionne moins de 30 unités de sous-échantillonnage, ces unités couvrent au moins 10 % des dépenses de l'unité d'échantillonnage (par exemple, une opération).

6.5.3.2 Principales configurations potentielles des unités d'échantillonnage dans un échantillonnage à deux et à trois degrés

Le tableau ci-après résume les principales configurations potentielles des unités d'échantillonnage dans un échantillonnage à deux et à trois degrés dans le cadre des programmes ETC. Sur le plan statistique, ces configurations pourraient être appliquées aussi bien dans une méthode d'échantillonnage statistique que non statistique. Comme le précise le tableau, il se peut cependant que certaines configurations citées ne soient pas faisables en raison du coût élevé de l'audit et, dans certains cas, des contraintes méthodologiques empêcheraient leur utilisation dans le cadre de méthodes d'échantillonnage statistiques en raison d'un nombre insuffisant d'unités de sous-échantillonnage dans la pratique. **En particulier, les options 1 et 2 décrites dans le tableau ci-après sont considérées comme les plus rentables dans le cas de méthodes d'échantillonnage statistiques et les options 2 et 3 dans le cas de méthodes d'échantillonnage non statistiques, alors que les autres options pourraient nécessiter des ressources d'audit beaucoup plus importantes et, partant, elles ne sont souvent pas réalisables concrètement.**

6.5.3.2.1 Modèles à deux degrés

Option	Unité d'échantillonnage de l'échantillon principal	Unité de sous-échantillonnage (le cas échéant)	Recommandation d'application en cas de méthode d'échantillonnage statistique ou non statistique	Autres remarques ou contraintes
1.	Demande de paiement d'un partenaire du projet	Facture ou autre élément de dépenses	<i>Échantillonnage statistique: oui</i>	Parmi les modèles d'échantillonnage statistique présentés, il s'agit de la configuration qui requiert les plus faibles ressources d'audit, en permettant en même temps le calcul de la précision et de la limite supérieure de l'erreur, ce qui procure un contrôle

Option	Unité d'échantillonnage de l'échantillon principal	Unité de sous-échantillonnage (le cas échéant)	Recommandation d'application en cas de méthode d'échantillonnage statistique ou non statistique	Autres remarques ou contraintes
				du risque d'audit.
			<i>Échantillonnage non statistique:</i> cette approche est nettement moins rentable par rapport à l'utilisation d'un partenaire du projet comme unité d'échantillonnage principale en raison de l'obligation de couvrir au moins 10 % des dépenses déclarées à la Commission et 5 % des opérations pour chaque exercice comptable. (L'autorité d'audit devrait inclure plus d'unités d'échantillonnage afin de respecter l'obligation de couverture minimale des dépenses.)	Avec une méthode d'échantillonnage non statistique, les options 2 et 3 sont plus économiques.
2.	Partenaire du projet	Facture ou autre élément de dépenses	<i>Échantillonnage statistique:</i> oui	Cette approche est recommandée avec une méthode d'échantillonnage statistique. Elle peut être plus onéreuse que l'option 1.
			<i>Échantillonnage non statistique:</i> oui (L'article 127 du RDC prescrit une couverture d'au moins 5 % des opérations et 10 % des dépenses déclarées.)	Cette approche est recommandée avec une méthode d'échantillonnage non statistique. Il convient de remarquer qu'à la différence d'une autre approche rentable avec un échantillonnage non statistique (à savoir l'option 3 ci-après), l'option 2 ne nécessite pas l'extrapolation des partenaires du projet au niveau de l'opération puisque l'extrapolation au niveau de la population est réalisée directement à partir des partenaires du projet. Dans le cas de partenaires du projet dont les factures ou les éléments de dépenses ne font pas l'objet d'un contrôle exhaustif, l'erreur d'un partenaire serait calculée sur la base d'une extrapolation des erreurs constatées dans le sous-échantillon de factures ou d'autres éléments de dépenses.
3.	Opération	Partenaire du projet ⁵⁵	<i>Échantillonnage statistique:</i> a) Dans le cas où une opération compte au plus 30 partenaires de projet, ce modèle n'est pas appliqué. (Dans le cas de méthodes statistiques, il faudrait contrôler la totalité des partenaires ou au moins 30 partenaires au niveau du sous-échantillon. Si le nombre de partenaires est inférieur ou égal à 30, cette méthode	Avec une méthode d'échantillonnage statistique, les options 1 et 2 sont plus économiques.

⁵⁵ Cette unité de sous-échantillonnage regroupe par partenaire toutes les demandes de paiement introduites par les partenaires du projet dans le cadre d'une opération au cours d'une période d'échantillonnage donnée.

Option	Unité d'échantillonnage de l'échantillon principal	Unité de sous-échantillonnage (le cas échéant)	Recommandation d'application en cas de méthode d'échantillonnage statistique ou non statistique	Autres remarques ou contraintes
			<p>entraînerait la sélection de tous les partenaires existants, revenant à un modèle d'échantillonnage à un seul degré.)</p> <p>b) Dans le cas où les partenaires de projet sont plus de 30, la couverture d'au moins 30 partenaires représenterait un coût d'audit élevé.</p> <p><i>Échantillonnage non statistique:</i> oui (L'article 127 du RDC prescrit une couverture d'au moins 5 % des opérations et 10 % des dépenses déclarées.)</p>	<p>Deux options pourraient être appliquées pour sélectionner les partenaires du projet:</p> <p>a) une sélection aléatoire des partenaires du projet sans distinguer le chef de file et les autres partenaires du projet;</p> <p>b) pour chaque opération sélectionnée, un contrôle des dépenses déclarées par le chef de file et par d'autres partenaires du projet sélectionnés de façon aléatoire.</p> <p>Cette approche requiert l'extrapolation des erreurs des partenaires du projet sélectionnés au niveau de l'opération (voir l'option 2 pour une autre approche rentable en cas d'échantillonnage non statistique, qui ne nécessite pas d'extrapolation du niveau des partenaires au niveau de l'opération).</p> <p>Avec un échantillonnage non statistique, il est recommandé que le sous-échantillon de partenaires du projet couvre au moins 10 % des dépenses de l'opération.</p>
4.	Opération ou demande de paiement agrégée	Facture ou autre élément de dépenses	<p><i>Échantillonnage statistique:</i> Cette configuration n'est pas rentable car elle pourrait exiger le contrôle des dépenses encourues par différents partenaires dans le cadre d'une opération sélectionnée (demande de paiement agrégée). Elle nécessite plus de ressources d'audit que les options 1 et 2.</p> <p><i>Échantillonnage non statistique:</i> cette option n'est généralement pas réalisable en raison du coût élevé de l'audit.</p>	<p>Avec une méthode d'échantillonnage statistique, les options 1 et 2 sont plus économiques.</p> <p>Avec une méthode d'échantillonnage non statistique, les options 2 et 3 sont plus économiques.</p>
5.	Opération	Demande de paiement agrégée	<p><i>Échantillonnage statistique:</i></p> <p>a) Dans le cas d'un nombre maximal de 30 demandes de paiement agrégées, ce modèle exige le contrôle de toutes ces demandes, revenant à un modèle à un seul degré.</p>	<p>Avec une méthode d'échantillonnage statistique, les options 1 et 2 sont plus économiques.</p>

Option	Unité d'échantillonnage de l'échantillon principal	Unité de sous-échantillonnage (le cas échéant)	Recommandation d'application en cas de méthode d'échantillonnage statistique ou non statistique	Autres remarques ou contraintes
			b) Dans le cas où il y a plus de 30 demandes de paiement, la couverture d'au moins 30 demandes de paiement agrégées représenterait un coût d'audit élevé.	
			<i>Échantillonnage non statistique:</i> cette option n'est généralement pas réalisable en raison du coût élevé de l'audit.	Avec une méthode d'échantillonnage non statistique, les options 2 et 3 sont plus économiques.
6.	Opération ou demande de paiement agrégée	Demande de paiement d'un partenaire du projet	<i>Échantillonnage statistique:</i> a) Dans le cas d'un nombre maximal de 30 demandes de paiement de partenaires individuels du projet, ce modèle exige le contrôle de toutes ces demandes, revenant à un modèle d'échantillonnage à un seul degré. b) Dans le cas où il y a plus de 30 demandes de paiement, la couverture d'au moins 30 demandes de paiement de partenaires individuels du projet représenterait un coût d'audit élevé.	Avec une méthode d'échantillonnage statistique, les options 1 et 2 sont plus économiques.
			<i>Échantillonnage non statistique:</i> cette option n'est généralement pas réalisable en raison du coût élevé de l'audit.	Avec une méthode d'échantillonnage non statistique, les options 2 et 3 sont plus économiques.

En pratique, les modèles d'échantillonnage à deux degrés les plus courants dans le cadre des programmes ETC sont les suivants:

- l'utilisation d'une opération comme unité d'échantillonnage et d'un partenaire du projet comme unité de sous-échantillonnage dans le cas d'un échantillonnage non statistique (option 3 ci-dessus);
- l'utilisation d'une demande de paiement d'un partenaire individuel du projet comme unité d'échantillonnage et d'une facture ou d'un autre élément de dépenses comme unité de sous-échantillonnage dans le cas d'un échantillonnage statistique (option 1 ci-dessus).

La configuration d'un partenaire du projet comme unité d'échantillonnage et d'une facture ou d'un autre élément de dépenses comme unité de sous-échantillonnage (option 2 ci-dessus) appartient également aux approches recommandées et peut être rentable tant avec une méthode d'échantillonnage statistique que non statistique. Dans ce cas, l'erreur de chaque partenaire pourrait être calculée sur la base d'une extrapolation des erreurs constatées dans le sous-échantillon de factures. Les erreurs des partenaires seraient ensuite extrapolées directement au niveau de la population (sans qu'il soit nécessaire de calculer l'erreur des opérations pertinentes car l'opération n'est pas l'unité d'échantillonnage dans une telle configuration).

Une attention particulière doit être portée au cas dans lequel l'autorité d'audit décide de choisir une opération comme unité d'échantillonnage dans le cadre d'une méthode d'échantillonnage statistique. Différentes unités de sous-échantillonnage pourraient s'appliquer dans un tel cas, comme une demande de paiement agrégée (option 5 ci-dessus), un partenaire du projet (option 3 ci-dessus) ou une demande de paiement d'un partenaire individuel du projet (option 6 ci-dessus). Avec une méthode d'échantillonnage statistique, il faut toutefois garantir l'intégration d'au moins 30 opérations à chaque degré de l'échantillonnage, ce qui peut exiger le contrôle de toutes les unités du sous-échantillon (car il existe en principe moins de 30 unités de sous-échantillonnage).

Une exception réside dans la sélection d'une opération comme unité d'échantillonnage et d'une facture ou d'un autre élément de dépenses comme unité de sous-échantillonnage (option 4 ci-dessus). Dans ce cas, le sous-échantillon statistique de factures serait sélectionné parmi la population de l'ensemble des factures déclarées pour l'opération au cours de la période d'échantillonnage (autrement dit, en couvrant tous les partenaires du projet qui ont déclaré des dépenses durant cette période). L'effort d'audit serait sensiblement moindre que si les autres unités de sous-échantillonnage citées ci-dessus sont appliquées. Cette configuration exigerait toutefois le plus souvent des ressources d'audit sensiblement plus importantes que si les partenaires du projet ou les demandes de paiement des partenaires du projet étaient utilisés comme unités d'échantillonnage, avec un sous-échantillon de factures (voir les options 1 et 2 ci-dessus).

6.5.3.2.2 Modèles à trois degrés

Unité d'échantillonnage de l'échantillon principal	Unité de sous-échantillonnage	Unité d'échantillonnage du sous-échantillon au degré le plus bas	Remarques
Opération	Partenaire du projet ⁵⁶	Facture ou autre élément de dépenses	Voir l'option 3 du tableau précédent.
Opération	Demande de paiement agrégée	Facture ou autre élément de dépenses	Voir l'option 5 du tableau précédent.
Opération	Demande de paiement d'un partenaire du projet individuel	Facture ou autre élément de dépenses	Voir l'option 6 du tableau précédent.
Demande de paiement agrégée	Demande de paiement d'un partenaire du projet individuel	Facture ou autre élément de dépenses	Voir l'option 6 du tableau précédent.

⁵⁶ Cette unité de sous-échantillonnage regroupe par partenaire toutes les demandes de paiement introduites par les partenaires du projet dans le cadre d'une opération au cours d'une période d'échantillonnage donnée.

Dans le cadre des programmes ETC, le modèle à trois degrés est principalement appliqué avec les méthodes d'échantillonnage non statistiques, dans lesquelles les opérations sont sélectionnées comme unités d'échantillonnage et les partenaires de projet comme unités de sous-échantillonnage et une sélection aléatoire de factures est contrôlée.

6.5.3.3 *Approche possible de l'échantillonnage à deux degrés (opération comme unité d'échantillonnage et sous-échantillon de partenaires du projet, le chef de file et un échantillon d'autres partenaires étant sélectionnés)*

6.5.3.3.1 Modèle d'échantillonnage

Imaginons un cas dans lequel l'autorité d'audit a décidé que, pour les opérations sélectionnées, l'audit du partenaire chef de file doit toujours couvrir les dépenses de ce dernier ainsi que la procédure d'agrégation des demandes de paiement des partenaires du projet. Si le nombre d'autres partenaires du projet est tel qu'il est impossible de tous les contrôler, un échantillon doit être sélectionné de manière aléatoire. L'autorité d'audit a donc opté pour une stratification au niveau de l'unité d'échantillonnage de l'échantillon principal, avec une strate distincte comprenant les dépenses déclarées par le partenaire chef de file et une strate comprenant les dépenses déclarées par les autres partenaires du projet. La taille de l'échantillon combiné partenaire chef de file-partenaires du projet doit être suffisante pour que l'autorité d'audit puisse tirer des conclusions fiables.

Dans ce type de cas, l'extrapolation des erreurs à la population (ou à l'opération correspondante) doit prendre en considération le fait que le partenaire chef de file a été contrôlé alors que les autres partenaires du projet n'ont été contrôlés qu'à travers un échantillonnage.

La méthode suivante, appliquée par l'autorité d'audit dans l'exemple décrit, repose sur les postulats suivants:

- l'utilisation d'un modèle d'échantillonnage non statistique;
- un modèle à deux degrés, dans lequel le premier niveau est la sélection des opérations et le second, la sélection d'un échantillon de partenaires dans chaque opération⁵⁷;
- la sélection de toutes les unités (opérations, partenaires) selon la méthode de l'égalité des probabilités (d'autres méthodes d'échantillonnage sont acceptables);
- le partenaire chef de file est toujours sélectionné dans chaque opération;
- un échantillon de partenaires du projet est sélectionné parmi la liste des partenaires.

Premièrement, il convient de garder à l'esprit qu'au premier degré de la sélection (opérations), le modèle doit respecter l'une des méthodes citées précédemment. À l'intérieur de chaque opération, la stratégie correspond dans sa forme à un modèle stratifié à deux strates:

⁵⁷ Il est également possible de sous-échantillonner les demandes de paiement ou d'autres unités des partenaires sélectionnés si leur nombre est trop élevé pour un contrôle exhaustif.

- la première strate correspond au partenaire chef de file et elle est constituée par une seule unité de population qui doit toujours être sélectionnée dans l'échantillon. Concrètement, cette strate doit être traitée comme une strate exhaustive à l'instar des strates de valeur élevée;
- la deuxième strate correspond à l'ensemble des partenaires du projet et elle est observée à travers un échantillonnage.

Pour une opération spécifique, i , de l'échantillon, l'erreur prévue pour la strate exhaustive (soit le partenaire chef de file) se présente comme suit:

$$EE_e = E_{LP}$$

où E_{LP} est le montant de l'erreur constatée dans les dépenses du partenaire chef de file. En d'autres termes, l'erreur prévue de la strate exhaustive est simplement égale au montant de l'erreur constatée chez le partenaire chef de file.

Il peut être noté qu'il n'est pas obligatoire de soumettre le partenaire chef de file à un contrôle exhaustif, mais qu'un sous-échantillonnage de ses dépenses peut être réalisé si elles comprennent un grand nombre de demandes de paiement (ou d'autres sous-unités). Dans un tel cas, le sous-échantillon de demandes de paiement (ou d'autres sous-unités) doit être utilisé pour extrapoler le montant de l'erreur du partenaire chef de file.

Si un sous-échantillon est utilisé, et en supposant à nouveau une sélection basée sur l'égalité des probabilités et une estimation par le quotient⁵⁸, l'erreur prévue du partenaire chef de file se présente comme suit:

$$EE_{LP} = BV_{LP} \frac{\sum_{j=1}^{n_{LP}} E_j}{\sum_{j=1}^{n_{LP}} BV_j}$$

où BV_{LP} représente les dépenses du partenaire chef de file et n_{LP} la taille de l'échantillon des sous-unités contrôlées pour ce partenaire.

Pour la strate qui contient les autres partenaires du projet, l'erreur doit être extrapolée en gardant à l'esprit que seul un échantillon de ces partenaires a été observé.

À nouveau, si les partenaires ont été sélectionnés selon la méthode de l'égalité des probabilités, et en supposant une estimation par le quotient, l'erreur prévue se présente comme suit:

⁵⁸ Il convient de se rappeler que cette formule doit être adaptée à la sélection et à la méthode d'extrapolation spécifiques qui ont été choisies dans chaque cas. Dans un souci de légèreté, nous omettons la réflexion qui doit être prise en considération pour ces choix, qui ont été décrits en détail dans les points précédents.

$$EE_{PP} = BV_{PP} \frac{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} E_i}{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} BV_i}$$

où BV_{PP} représente les dépenses de l'ensemble des partenaires du projet et $n_{s,PP}$ la taille de l'échantillon de la strate des partenaires du projet.

Cette erreur prévue est égale au taux d'erreur observé dans l'échantillon des partenaires du projet, multiplié par les dépenses de la population de la strate.

Il mérite d'être souligné que dans les cas où les partenaires du projet sélectionnés dans l'échantillon ne sont pas soumis à un contrôle exhaustif, mais seulement contrôlés par le biais d'un sous-échantillon de demandes de paiement (ou d'autres unités), les erreurs E_i doivent être extrapolées comme cela a été expliqué pour le partenaire chef de file.

L'erreur totale prévue pour l'opération I correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE_i = EE_{LP} + EE_{PP}$$

Ce procédé d'extrapolation doit être appliqué pour chaque opération de l'échantillon afin d'obtenir les erreurs prévues pour chaque opération ($EE_i, i = 1, \dots, n$). Lorsque les erreurs prévues de toutes les opérations de l'échantillon ont été calculées, l'extrapolation au niveau de la population s'effectue directement à l'aide des méthodes appropriées décrites aux points précédents.

L'erreur prévue (et la limite supérieure de l'erreur si un modèle statistique a été utilisé) est finalement comparée à l'erreur maximale acceptable (seuil d'erreur significative multiplié par les dépenses de la population) afin de parvenir à une conclusion sur l'existence ou l'absence d'erreur significative dans la population.

6.5.3.3.2 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une période de référence donnée, relatives aux opérations de programmes de la coopération territoriale européenne (ETC). Étant donné que les systèmes de gestion et de contrôle ne sont pas communs à tous les États membres impliqués, ces dépenses ne peuvent être regroupées. De surcroît, étant donné que le nombre d'opérations est extrêmement faible (seulement 47), que chaque opération réunit plusieurs partenaires (le partenaire chef de file et au moins un autre partenaire) et que quelques opérations affichent une valeur comptable extrêmement élevée, l'autorité d'audit a décidé d'utiliser une approche d'échantillonnage non statistique avec une stratification des opérations de valeur élevée.

En particulier, elle a décidé d'identifier ces opérations en fixant la valeur seuil à 3 % de la valeur comptable totale.

Le tableau ci-après résume les informations disponibles sur la population:

Dépenses déclarées dans la période de référence	113 300 285 EUR
Taille de la population (opérations)	47
Seuil d'erreur significative (maximum 2 %)	2 %
Erreur maximale acceptable (TE)	2 266 006 EUR
Valeur seuil (3 % de la valeur comptable totale)	3 399 009 EUR

Le projet de valeur élevée sera exclu de l'échantillonnage et traité séparément. La valeur totale de ce projet s'élève à 4 411 965 EUR. Le montant de l'erreur constatée dans cette opération s'établit comme suit:

$$EE_e = 80,328.$$

Le tableau suivant résume ces résultats:

Nombre d'unités au-delà de la valeur seuil	1
Valeur comptable de la population au-delà de la valeur seuil	4 411 965 EUR
Montant de l'erreur constatée dans les opérations affichant une valeur comptable supérieure à la valeur seuil	80 328 EUR
Taille du reste de la population (nombre d'opérations)	46
Valeur de la population restante	108 888 320 EUR

L'autorité d'audit estime par ailleurs que le système de gestion et de contrôle présente un «*mauvais fonctionnement général*» de sorte qu'elle décide d'opter pour une taille d'échantillon égale à 20 % de la population des opérations, soit $20\% \times 47 = 9,4$ arrondi à l'unité supérieure, c.-à-d. 10 unités. Compte tenu de la faible variabilité des dépenses contenues dans cette population, l'auditeur décide de prélever l'échantillon dans le reste de la population selon la méthode de l'égalité des probabilités. Bien que les probabilités soient égales, il est prévu que cet échantillon couvre au moins 20 % de la strate des dépenses de la population (voir le point 6.4.3).

Un échantillon de 9 opérations (10 moins l'opération de valeur élevée) est prélevé de façon aléatoire. La totalité des dépenses se rapportant au partenaire chef de file a été contrôlée et deux erreurs ont été constatées.

Identificatio	Dépenses du partenaire chef de file
---------------	-------------------------------------

n de l'opération	Valeur comptable	Dépenses auditées	Montant de l'erreur
864	890 563 EUR	890 563 EUR	0 EUR
12895	1 278 327 EUR	1 278 327 EUR	0 EUR
6724	658 748 EUR	658 748 EUR	5 274 EUR
763	234 739 EUR	234 739 EUR	20 327 EUR
65	987 329 EUR	987 329 EUR	0 EUR
3	1 045 698 EUR	1 045 698 EUR	0 EUR
65	895 398 EUR	895 398 EUR	0 EUR
567	444 584 EUR	444 584 EUR	0 EUR
24	678 927 EUR	678 927 EUR	0 EUR
Total	7 114 313 EUR		

En ce qui concerne les dépenses déclarées par les autres partenaires du projet, l'autorité d'audit décide de sélectionner de façon aléatoire, pour chaque opération, un partenaire du projet qui sera soumis à un contrôle exhaustif.

Identification de l'opération	Dépenses des partenaires du projet				
	Nombre de partenaires contrôlés	Valeur comptable (pour tous les partenaires du projet de la strate de faible valeur)	Dépenses auditées	Montant de l'erreur	Erreur prévue
864	1	234 567 EUR	37 147 EUR	0 EUR	0 EUR
12895	1	834 459 EUR	164 152 EUR	0 EUR	0 EUR
6724	1	766 567 EUR	152 024 EUR	23 EUR	116 EUR
763	1	666 578 EUR	83 384 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1	245 538 EUR	56 318 EUR	127 EUR	554 EUR
3	1	344 765 EUR	101 258 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1	678 927 EUR	97 656 EUR	0 EUR	0 EUR
567	1	1 023 346 EUR	213 216 EUR	1 264 EUR	6 067 EUR
24	1	789 491 EUR	137 311 EUR	0 EUR	0 EUR
Total		5 584 238 EUR			

L'autorité d'audit extrapole l'erreur pour chaque opération au moyen de l'estimation par le quotient. Par exemple, l'erreur prévue de l'opération 65 résulte du taux d'erreur de l'échantillon ($127/56\ 318 \times 100 \% = 0,23 \%$) multiplié par la valeur comptable des partenaires du projet de l'opération ($0,23 \% \times 245\ 538 \text{ EUR} = 554 \text{ EUR}$).

Pour chaque opération de l'échantillon, l'erreur prévue est égale à l'erreur prévue pour les partenaires du projet augmentée de l'erreur constatée chez le partenaire chef de file.

Identification de l'opération	Valeur comptable totale	Erreur prévue (partenaire chef de file)	Erreur prévue (autres partenaires du projet)	Erreur totale prévue par opération
864	1 125 130 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
12895	2 112 786 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
6724	1 425 315 EUR	5 274 EUR	116 EUR	5 390 EUR
763	901 317 EUR	20 327 EUR	0 EUR	20 327 EUR
65	1 232 867 EUR	0 EUR	554 EUR	554 EUR
3	1 390 463 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1 574 325 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
567	1 467 930 EUR	0 EUR	6 067 EUR	6 067 EUR
24	1 468 418 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
Total	12 698 551 EUR			32 338 EUR

L'erreur prévue pour l'ensemble de la strate de faible valeur est obtenue par la somme des erreurs prévues par opération (32 338 EUR) divisée par la valeur comptable totale des opérations échantillonnées ($7\ 114\ 313 \text{ EUR} + 5\ 584\ 238 \text{ EUR} = 12\ 698\ 551 \text{ EUR}$), ce qui aboutit à un taux d'erreur de l'échantillon de 0,25 % au niveau de la strate de faible valeur. À nouveau, en utilisant la technique de l'estimation par le quotient, ce taux d'erreur de l'échantillon appliqué à la valeur comptable de la strate de faible valeur, 108 888 320 EUR, révèle une erreur prévue de 277 294 EUR au niveau de la strate de faible valeur.

L'autorité d'audit peut obtenir l'erreur totale prévue en additionnant l'erreur prévue pour les strates de valeur élevée et de faible valeur.

$$EE = EE_e + EE_s = 80,328 + 277,294 = 357,622 \text{ €}$$

Enfin, elle comparera l'erreur prévue au seuil d'erreur significative (2 266 006 EUR), comme à l'accoutumée, et elle pourra ainsi conclure que l'erreur prévue est inférieure à ce seuil.

7 Sélection de thèmes

7.1 Comment déterminer l'erreur anticipée

L'erreur anticipée peut être définie comme le montant d'erreur que l'auditeur s'attend à trouver dans la population. Les facteurs dont il doit tenir compte à cet égard comprennent les résultats du test des contrôles, les résultats des procédures d'audit appliquées pendant la période antérieure et les résultats d'autres procédures de corroboration. Il convient de tenir compte du fait que plus l'erreur anticipée diffère de l'erreur réelle, plus le risque d'obtenir des résultats non concluants au terme de l'audit est élevé (erreur prévue < 2 % et limite supérieure de l'erreur > 2 %).

Lors de la fixation de la valeur de l'erreur anticipée, l'auditeur doit tenir compte de ce qui suit:

1. si l'auditeur dispose d'informations sur les taux d'erreur des années antérieures, l'erreur anticipée sera, en principe, fondée sur l'erreur prévue obtenue au cours de l'année précédente; néanmoins, si l'auditeur a reçu des informations concernant une évolution de la qualité des systèmes de contrôle, ces informations peuvent être utilisées pour réduire ou augmenter l'erreur anticipée. Ainsi, si le taux d'erreur prévu de l'année dernière était de 0,7 % et qu'aucune nouvelle information n'est disponible, cette valeur peut être attribuée au taux d'erreur anticipée. Si, au contraire, l'auditeur dispose d'éléments probants attestant d'une amélioration des systèmes de contrôle et suffisants pour le convaincre raisonnablement d'une diminution du taux d'erreur pour l'année courante, ces informations peuvent être utilisées pour réduire l'erreur anticipée à une valeur plus petite, par exemple 0,4 %;
2. en l'absence de données historiques relatives aux taux d'erreur, l'auditeur peut recourir à un échantillon préliminaire/pilote afin d'obtenir une première estimation du taux d'erreur de la population. Le taux d'erreur anticipée est considéré comme étant égal à l'erreur prévue obtenue à partir de cet échantillon préliminaire. Si un échantillon préliminaire est déjà sélectionné afin de calculer les écarts types à introduire dans les formules pour le calcul de la taille d'échantillon, ce même échantillon préliminaire peut être utilisé également pour calculer une projection initiale du taux d'erreur et, partant, de l'erreur anticipée;
3. en l'absence de données historiques permettant de produire une erreur anticipée et dans l'impossibilité de recourir à un échantillon préliminaire en raison de facteurs contraignants non maîtrisables, l'auditeur devra fixer une valeur d'erreur anticipée en se fondant sur son expérience et sur son appréciation en

qualité de professionnel. Cette valeur doit refléter avant tout les prévisions de l'auditeur quant au niveau d'erreur réel attendu dans la population.

En résumé, l'auditeur doit s'appuyer sur des données historiques, des données auxiliaires, son appréciation en qualité de professionnel ou sur une combinaison des éléments précédents afin de choisir, pour l'erreur anticipée, une valeur aussi réaliste que possible.

Une erreur anticipée fondée sur des données quantitatives objectives est généralement plus précise et permet d'éviter des travaux d'audit complémentaires au cas où les résultats ne seraient pas concluants. Par exemple, si l'auditeur fixe l'erreur anticipée à un taux de 10 % du seuil d'erreur significative, soit 0,2 % des dépenses, et qu'au terme de l'audit, il obtient une erreur prévue de 1,5 %, les résultats seront très probablement non concluants dans la mesure où la limite supérieure de l'erreur sera plus élevée que le taux d'erreur significative. Pour éviter de telles situations, l'auditeur doit utiliser comme erreur anticipée, lors des futurs exercices d'échantillonnage, la mesure la plus réaliste possible de l'erreur réelle observée dans la population.

Une situation particulière peut se présenter lorsque le taux d'erreur anticipée est de l'ordre de 2 % (voir la figure 6). Ainsi, si l'erreur anticipée est de 1,9 % et que le niveau de confiance est élevé (par exemple 90 %), il se peut que la taille d'échantillon générée soit démesurée et difficile à obtenir. Ce phénomène est commun à toutes les méthodes d'échantillonnage et se rencontre lorsque la précision attendue est particulièrement réduite (0,1 % dans l'exemple)⁵⁹. Dans une telle situation, il est notamment recommandé de diviser la population en deux sous-populations différentes lorsque l'auditeur s'attend à des niveaux d'erreur différents. S'il est possible de recenser une sous-population avec une erreur attendue inférieure à 2 % et une autre sous-population pour laquelle l'erreur attendue excède 2 %, l'auditeur peut envisager en toute sécurité deux échantillons différents pour ces sous-populations, sans le risque d'être confronté à des tailles d'échantillon démesurées.

Enfin, l'autorité d'audit doit programmer les travaux d'audit à réaliser de manière à obtenir une précision suffisante de l'erreur la plus probable (MLE) même lorsque l'erreur anticipée est nettement supérieure au seuil d'erreur significative (c.-à-d. égale ou supérieure à 4,0 %). Le cas échéant, il est souhaitable d'utiliser dans les formules de calcul de la taille d'échantillon une erreur anticipée générant une précision maximale attendue de 2,0 %, en postulant que l'erreur anticipée serait égale à 4,0 % (voir la figure 6).

Lorsque les données historiques sur les contrôles d'opérations et, éventuellement, les résultats des audits de systèmes donnent lieu à un très faible taux d'erreur anticipée,

⁵⁹ Il faut se rappeler que la précision prévue est une fonction de l'erreur anticipée et qu'elle est égale à la différence entre l'erreur maximale acceptable et l'erreur anticipée.

l'auditeur peut décider d'utiliser ces données historiques ou toute erreur supérieure comme erreur anticipée dans un souci de prudence à l'égard de la précision réelle (par exemple, au cas où le taux d'erreur réel est plus élevé que prévu).

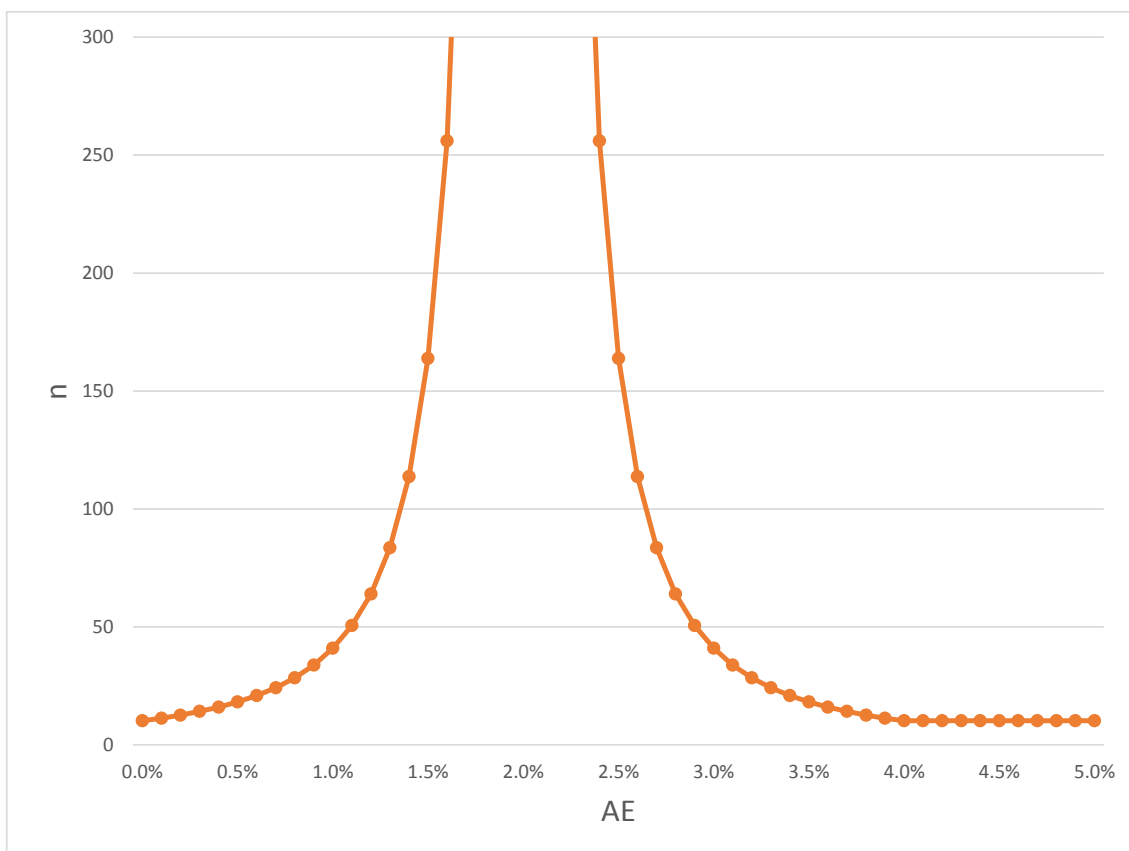


Figure 6: taille d'échantillon en fonction de l'erreur anticipée

7.2 Échantillonnage supplémentaire

7.2.1 Échantillonnage complémentaire (en raison d'une couverture insuffisante des domaines à haut risque)

Pour la période de programmation 2007-2013, l'article 17, paragraphe 5, du règlement (CE) n° 1828/2006 de la Commission (pour le FEDER, le Fonds de cohésion et le FSE) ainsi que l'article 43, paragraphe 5, du règlement (CE) n° 498/2007 de la Commission (pour le Fonds européen pour la pêche) font référence à l'échantillonnage complémentaire.

Une disposition similaire figure à l'article 28, paragraphe 12, du règlement (UE) n° 480/2014 pour la période de programmation 2014-2020: «Si des irrégularités ou un risque d'irrégularités ont été décelés, l'autorité d'audit décide, sur la base de son appréciation professionnelle, s'il est nécessaire de contrôler un échantillon

supplémentaire d'autres opérations ou parties d'opérations qui n'ont pas été vérifiées dans l'échantillon aléatoire, afin de tenir compte des facteurs de risque spécifiques mis en évidence.»

L'assurance de l'audit doit s'appuyer sur les travaux de l'autorité d'audit sur les audits des systèmes ainsi que sur les audits des opérations et tout audit complémentaire que l'autorité estime nécessaire à la lumière de son évaluation des risques, en tenant compte du travail d'audit accompli au cours de la période de programmation.

Les résultats de l'échantillonnage statistique aléatoire doivent être évalués par rapport aux résultats de l'analyse de risques de chaque programme. Chaque fois que cette comparaison conduit à la conclusion que l'échantillon statistique aléatoire ne rend pas compte de certains domaines à haut risque, celui-ci doit être complété par une nouvelle sélection d'opérations, c'est-à-dire par un échantillon complémentaire.

L'autorité d'audit doit procéder régulièrement à cette évaluation pendant la période de mise en œuvre.

Dans ce cadre, les résultats des contrôles réalisés sur l'échantillon complémentaire sont analysés séparément des résultats relatifs à l'échantillon aléatoire. En particulier, les irrégularités décelées dans l'échantillon complémentaire ne sont pas prises en compte dans le calcul du taux d'erreur afférent à l'échantillon aléatoire. Pour autant, une analyse précise devra également être faite des erreurs détectées dans l'échantillon complémentaire afin d'identifier leur nature et de formuler des recommandations pour y remédier.

Les résultats de l'échantillon complémentaire doivent être transmis à la Commission et consignés dans le rapport annuel de contrôle dès l'achèvement de l'audit d'un échantillon complémentaire.

7.2.2 Échantillonnage supplémentaire (en raison de résultats d'audit non concluants)

Lorsque les résultats de l'audit ne sont pas concluants et que les possibilités suggérées au point 7.7 confirment la nécessité de réaliser des travaux complémentaires (en général lorsque l'erreur prévue est inférieure au seuil d'erreur significative mais que la limite supérieure excède ce seuil), la sélection d'un échantillon supplémentaire est une option envisageable. À cet effet, l'erreur prévue issue de l'échantillon initial doit se substituer, dans les formules de calcul de la taille de l'échantillon, à l'erreur anticipée (en effet, l'erreur prévue constitue, à ce stade, la meilleure estimation de l'erreur au niveau de la population). De la sorte, une nouvelle taille d'échantillon peut être calculée sur la base des nouvelles informations provenant de l'échantillon initial. La taille de l'échantillon

supplémentaire nécessaire peut être calculée en soustrayant la taille d'échantillon initiale à la nouvelle taille. Enfin, un nouvel échantillon peut être sélectionné (en utilisant la même méthode que celle adoptée pour l'échantillon initial), les deux échantillons sont regroupés et un nouveau calcul des résultats (erreur prévue et précision) doit être réalisé à l'aide des données provenant de l'échantillon final consolidé.

Imaginons que l'échantillon initial, dont la taille équivaut à 60 opérations, ait donné lieu à un taux d'erreur prévu de 1,5 %, avec une précision de 0,9 %. La limite supérieure pour le taux d'erreur sera dès lors de $1,5 + 0,9 = 2,4$ %. Dans une telle situation, le taux d'erreur prévu est inférieur au seuil d'erreur significative de 2 % mais la limite supérieure excède ce seuil. L'auditeur est donc confronté à une situation dans laquelle des travaux complémentaires s'avèrent nécessaires aux fins des conclusions d'audit (voir, à cet égard, le point 4.12). L'une des options envisageables consiste à réaliser de nouveaux contrôles à l'aide d'un échantillonnage supplémentaire. Si tel est le choix, le taux d'erreur prévu de 1,5 % remplacera l'erreur anticipée dans la formule de calcul de l'échantillon. Le nouveau calcul de la taille d'échantillon qui s'ensuivra générera, dans notre exemple, une nouvelle taille d'échantillon de $n = 78$. Étant donné que la taille de l'échantillon initial était de 60 opérations, cette valeur doit être soustraite de la nouvelle taille, soit $78 - 60 = 18$ nouvelles observations. Il y a donc lieu à présent de prélever dans la population un échantillon supplémentaire de 18 opérations en appliquant la même méthode que celle utilisée pour l'échantillon initial (par exemple, l'échantillonnage en unités monétaires). Au terme de cette sélection, les deux échantillons sont regroupés de manière à former un nouvel échantillon consolidé de $60 + 18 = 78$ opérations. Cet échantillon global sera finalement utilisé pour recalculer l'erreur prévue ainsi que la précision de l'extrapolation à l'aide des formules habituelles.

7.3 Échantillonnage réalisé pendant l'année

7.3.1 Introduction

Il se peut que l'autorité d'audit décide d'étaler le processus d'échantillonnage sur plusieurs périodes de l'année (généralement deux semestres). Cette approche n'a pas pour objectif la réduction de la taille globale de l'échantillon. En général, la somme des tailles d'échantillon obtenues pour plusieurs périodes d'observation sera plus élevée que la taille d'échantillon générée par un échantillonnage couvrant une seule période et effectué en fin d'année. Cependant, si les calculs sont fondés sur des hypothèses réalistes, la somme des tailles d'échantillon partielles ne devrait pas excéder sensiblement la taille générée par une observation unique. Le principal avantage de cette approche n'est pas tant la réduction de la taille de l'échantillon que la répartition de la

charge de travail d'audit tout au long de l'année, de manière à alléger l'effort qui serait imposé en fin d'année du fait d'une observation unique.

Dans une telle approche, certaines hypothèses doivent être émises lors de la première période d'observation concernant les périodes d'observation ultérieures (généralement le semestre suivant). Par exemple, il se peut que l'auditeur soit dans l'obligation d'estimer les dépenses globales attendues dans la population du semestre suivant. L'application d'une telle méthode n'est donc pas exempte de tout risque étant donné les éventuelles erreurs d'estimation afférentes aux périodes suivantes. Si, lors de ces dernières, les caractéristiques de la population diffèrent sensiblement des hypothèses émises, une augmentation de la taille d'échantillon devra éventuellement être envisagée pour la période suivante de sorte que la taille globale de l'échantillon (toutes périodes confondues) pourrait, in fine, être plus grande que celle attendue et programmée.

Le chapitre 6 des présentes lignes directrices fournit une orientation détaillée ainsi que les formules spécifiques à utiliser en vue de la réalisation d'un échantillonnage sur deux périodes d'observation au cours d'une même année. Il convient de noter que cette approche peut être adoptée indépendamment de la méthode d'échantillonnage privilégiée par l'auditeur, avec ou sans stratification. Il est également possible de traiter les différentes périodes de l'année comme des populations distinctes à partir desquelles différents échantillons sont programmés et extraits⁶⁰. Cette procédure n'est pas examinée dans les méthodes proposées au chapitre 6 dans la mesure où son application est explicite et fait simplement appel aux formules classiques utilisées dans les différentes méthodes d'échantillonnage. Dans cette approche, la seule tâche supplémentaire consiste à additionner, en fin d'année, les erreurs prévues partielles.

L'autorité d'audit s'efforcera d'appliquer, pour une période de référence donnée, une même et seule méthode d'échantillonnage. Le recours à des méthodes d'échantillonnage multiples au cours d'une même période de référence n'est pas recommandé dans la mesure où une telle démarche imposerait l'utilisation de formules plus complexes lors de l'extrapolation de l'erreur pour l'année en question. Des mesures de la précision globale peuvent effectivement être générées, pour autant que l'échantillonnage statistique ait été réalisé au cours de la même période de référence. Ces formules plus complexes ne sont toutefois pas examinées dans le présent document. Dès lors, si l'autorité d'audit utilise différentes méthodes d'échantillonnage au cours d'une même année, celle-ci devra mobiliser l'expertise nécessaire afin de garantir un calcul correct du taux d'erreur prévu.

Si l'autorité d'audit décide d'utiliser un modèle d'échantillonnage à trois ou quatre périodes, il convient de se reporter à l'annexe 2, où les formules pertinentes sont présentées.

⁶⁰ Une telle démarche générerait naturellement des tailles d'échantillon plus grandes que celles proposées par l'approche décrite au chapitre 6.

7.3.2 Notes complémentaires sur l'échantillonnage à périodes multiples

7.3.2.1 Présentation

Les méthodologies décrites précédemment pour l'échantillonnage à deux ou plusieurs périodes commencent toujours par le calcul de la taille d'échantillon globale (pour l'année entière), qui est ensuite répartie entre les différentes périodes.

Dans le cas d'un échantillonnage en unités monétaires à deux périodes, par exemple, on calcule d'abord la taille d'échantillon comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

puis on la répartit entre les deux périodes par les formules:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

et

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

Le calcul de la taille d'échantillon et sa répartition reposent sur certaines hypothèses relatives à des paramètres de la population (dépenses, écarts types, etc.) qui ne seront connus qu'au terme de la période d'audit suivante.

En conséquence, il peut se révéler nécessaire de recalculer la taille d'échantillon au terme du semestre suivant si les paramètres de la population, désormais connus, s'écartent sensiblement des hypothèses. Il a donc été suggéré de recalculer la taille d'échantillon pour le second semestre en appliquant cette formule:

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

Cette approche recommandée n'exclut pas l'utilisation d'autres méthodes permettant de recalculer la taille d'échantillon, qui peuvent rester appropriées pour garantir la précision requise au terme de l'année de programmation. L'approche suggérée a en fait été élaborée pour éviter la nécessité de recalculer la taille d'échantillon pour la première période (déjà contrôlée) et, partant, éviter la nécessité de sélectionner un échantillon

supplémentaire pour cette période. Si cette option paraît souhaitable aux yeux de l'autorité d'audit⁶¹, il est néanmoins possible de recalculer la taille d'échantillon globale (après l'audit de l'échantillon de la première période) et la répartition proportionnelle par période en scindant la correction entre les échantillons des première et seconde périodes.

À cette fin, la procédure suivante pourrait être suivie. Après l'audit de l'échantillon de la première période, la taille d'échantillon globale est recalculée par la formule:

$$n' = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente la moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour chaque semestre, le poids de chaque semestre étant égal au rapport entre la valeur comptable du semestre (BV_t) et la valeur comptable de l'ensemble de la population (BV).

$$\sigma_w^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

Il peut être remarqué que dans ce calcul, la variance s_{r1}^2 a déjà pu être obtenue à partir de l'échantillon du premier semestre (déjà audité), tandis que σ_{r2}^2 est une simple approximation de la variance des taux d'erreur du second semestre, qui se fonde comme à l'accoutumée sur des données historiques, un échantillon préliminaire ou, simplement, l'appréciation professionnelle de l'auditeur.

La valeur comptable de la population (BV) utilisée dans cette formule peut en outre être différente de celle utilisée pour la première période. De fait, si le nouveau calcul est réalisé au terme de la seconde période, les dépenses des deux semestres sont parfaitement connues. Au premier semestre, par contre, seule la valeur comptable de la première période était connue et la valeur comptable du second semestre reposait sur une prévision de l'auditeur.

Après que la taille d'échantillon a été recalculée pour l'année complète, sa répartition entre les deux semestres doit être revue à l'aide de l'approche habituelle:

$$n'_1 = \frac{BV_1}{BV} n'$$

et

$$n'_2 = \frac{BV_2}{BV} n'$$

⁶¹ Cette stratégie alternative peut être employée afin d'éviter que les corrections à apporter à la taille d'échantillon en raison de prévisions initiales incorrectes sur les paramètres de la population soient intégralement concentrées dans la dernière période de l'audit.

L'équilibre de cette répartition peut par ailleurs s'écarter de celui d'origine puisque BV_2 est désormais connu et n'est plus une pure prévision.

Enfin, un échantillon de taille n'_2 est sélectionné parmi les dépenses de la seconde période et audité. De plus, si la nouvelle taille d'échantillon recalculée n'_1 est supérieure à la taille n_1 planifiée à l'origine, un échantillon supplémentaire de taille $n'_1 - n_1$, doit être sélectionné parmi les dépenses du premier semestre et audité. Cet échantillon supplémentaire est joint à l'échantillon de la première période sélectionné initialement et il est ensuite utilisé à des fins de projection à l'aide de la méthodologie générale exposée au point 7.2.2.

7.3.2.2 Exemple

Afin d'anticiper la charge de travail de l'audit qui se concentre généralement à la fin de l'année concernée, l'autorité d'audit a décidé de répartir l'effort sur deux périodes. Au terme du premier semestre, l'autorité d'audit examine la population, divisée en deux groupes correspondant à chacun des deux semestres. Au terme du premier semestre, la population présente les caractéristiques suivantes:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	1 827 930 259 EUR
Taille de la population (opérations – premier semestre)	2 344

Sur la base de son expérience, l'autorité d'audit sait qu'en règle générale, toutes les opérations contenues dans les programmes au terme de la période de référence sont déjà actives dans la population du premier semestre. De plus, selon les estimations, les dépenses déclarées au terme du premier semestre représentent quelque 35 % du total des dépenses déclarées au terme de la période de référence. Sur la base de ces hypothèses, le tableau suivant donne une description succincte de la population:

Dépenses déclarées au terme du premier semestre	1 827 930 259 EUR
Dépenses déclarées au terme du second semestre (prévisions) 1 827 930 259 EUR / 0,35 - 1 827 930 259 EUR = 3 394 727 624 EUR	3 394 727 624 EUR
Total des dépenses prévues pour l'année	5 222 657 883 EUR
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	2 344
Taille de la population (opérations – second semestre, prévisions)	2 344

L'autorité d'audit a décidé d'utiliser un modèle d'échantillonnage en unités monétaires classique, en divisant les dépenses déclarées selon le semestre durant lequel elles ont été transmises. Pour la première période, la taille globale de l'échantillon (pour l'ensemble des deux semestres) se calcule comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_{rw}^2 représente la moyenne pondérée des variances des taux d'erreur pour chaque semestre, le poids de chaque semestre étant égal au rapport entre la valeur comptable du semestre (BV_t) et la valeur comptable de l'ensemble de la population (BV):

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

et σ_{rt}^2 représente la variance des taux d'erreur définis pour chaque semestre. Cette variance est calculée pour chaque semestre à l'aide de la formule:

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Étant donné que ces variances sont inconnues, l'autorité d'audit a décidé de prélever un échantillon préliminaire de 20 opérations au terme du premier semestre de l'année courante. L'écart type des taux d'erreur dans cet échantillon préliminaire s'élève, pour le premier semestre, à 0,12. Sur la base de son appréciation professionnelle et sachant qu'en général, les dépenses au second semestre sont plus élevées qu'au premier semestre, l'autorité d'audit a prévu pour le second semestre, à titre préliminaire, un écart type des taux d'erreur plus élevé de 110 % par rapport au premier semestre, soit 0,25. La moyenne pondérée des variances des taux d'erreur est dès lors de:

$$\begin{aligned} \sigma_{rw}^2 &= \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.12^2 \\ &+ \frac{3,394,727,624}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.25^2 = 0.0457 \end{aligned}$$

Au premier semestre, l'autorité d'audit estime qu'étant donné la qualité de fonctionnement du système de gestion et de contrôle, un niveau de confiance de 60 % semble approprié. La taille globale de l'échantillon pour l'ensemble de l'année sera donc de:

$$n = \left(\frac{0.842 \times (1,827,930,259 + 3,394,727,624) \times \sqrt{0.0457}}{104,453,158 - 20,890,632} \right)^2 \approx 127$$

où z s'élève à 0,842 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 60 %), TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable. La valeur comptable totale comprend la valeur comptable réelle au terme du premier semestre ainsi que la valeur comptable prévue pour le second semestre (3 394 727 624 EUR), de sorte que l'erreur acceptable s'élève à

$2\% \times 5\,222\,657\,883 \text{ EUR} = 104,453,158 \text{ EUR}$ L'audit réalisé l'année précédente prévoyait un taux d'erreur de 0,4 %. Ainsi, AE , l'erreur anticipée s'élève à $0,4\% \times 5\,222\,657\,883 \text{ EUR} = 20\,890\,632 \text{ EUR}$

La répartition de l'échantillon par semestre se présente comme suit:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 127 \approx 45$$

et

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

Au terme du second semestre, un plus grand nombre d'informations sont disponibles. Ainsi, le total des dépenses des opérations actives au second semestre est parfaitement connu, la variance des taux d'erreurs de l'échantillon s_{r1} calculée à partir de l'échantillon du premier semestre peut désormais être disponible et l'écart type des taux d'erreur pour le second semestre σ_{r2} peut à présent être évalué avec plus de précision à l'aide d'un échantillon préliminaire constitué de données réelles.

L'autorité d'audit constate que l'hypothèse émise à la fin du premier semestre quant aux dépenses totales, 3 394 727 624 EUR, a surestimé la valeur réelle de 2 961 930 008 EUR Il y a également deux paramètres supplémentaires pour lesquels des chiffres actualisés doivent être utilisés.

L'estimation de l'écart type des taux d'erreur fondée sur l'échantillon de 45 opérations du premier semestre a conclu à une valeur de 0,085. Cette nouvelle valeur doit à présent être utilisée pour réévaluer la taille de l'échantillon prévue. De surcroît, un échantillon préliminaire constitué de 20 opérations contenues dans la population du second semestre a abouti à une estimation préliminaire de l'écart type des taux d'erreur de 0,32, ce qui est éloigné de la valeur initiale de 0,25. Les chiffres actualisés de l'écart type des taux d'erreur pour les deux semestres s'écartent sensiblement des estimations initiales. L'échantillon pour le second semestre sera donc revu.

Paramètre	Prévisions effectuées au premier semestre	Fin du second semestre
Écart type des taux d'erreur au premier semestre	0,12	0,085
Écart type des taux d'erreur au second semestre	0,25	0,32
Dépenses totales au second semestre	3 394 727 624 EUR	2 961 930 008 EUR

L'approche classique, pour recalculer la taille d'échantillon (voir le point 6.3.3.7), consisterait à recalculer la taille d'échantillon pour le second semestre sur la base des paramètres actualisés de la population. L'autorité d'audit opte néanmoins pour l'approche alternative fondée sur un nouveau calcul de la taille d'échantillon globale et une nouvelle répartition entre les deux semestres. La taille d'échantillon globale est recalculée comme suit:

$$n' = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2,$$

où σ_{rw}^2 a été défini précédemment, mais repose sur les valeurs parfaitement connues BV_1 , BV_2 et BV et la variance s_{r1}^2 a été obtenue à partir de l'échantillon du premier semestre (déjà audité), tandis que σ_{r2}^2 est une simple approximation de la variance des taux d'erreur du second semestre fondée sur un échantillon préliminaire de la population du second semestre:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2.$$

En conséquence:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{1,827,930,259}{4,789,860,267} \times 0.085^2 + \frac{2,961,930,008}{4,789,860,267} \times 0.32^2 = 0.066,$$

et

$$n' = \left(\frac{0.842 \times 4,789,860,267 \times 0.2571}{95,797,205 - 19,159,441} \right)^2 \approx 183.$$

Après que la taille d'échantillon a été recalculée pour l'année complète, sa répartition entre les deux semestres doit être revue à l'aide de l'approche habituelle:

$$n'_1 = \frac{1,827,930,259}{4,789,860,267} \times 183 \approx 70$$

et

$$n'_2 = 183 - 70 = 113$$

Le nouveau calcul de la taille d'échantillon implique que l'échantillon du premier semestre soit augmenté de 25 opérations. Afin de prélever un échantillon complémentaire, l'autorité d'audit extrait les opérations échantillonnées précédemment, d'un montant de 1 209 191 248 EUR, de la population du premier semestre. Le reste de

la population affiche une valeur comptable totale de 618 739 011 EUR. À nouveau, lorsque l'autorité d'audit calcule la nouvelle valeur seuil (le quotient de la valeur comptable de la population restante, 618 739 011 EUR, par la taille d'échantillon, 25), il apparaît que 2 opérations ont une valeur comptable supérieure à ce seuil. La valeur comptable de ces 2 opérations s'élève à 83 678 923 EUR. Après l'exclusion de ces 2 opérations, l'autorité d'audit obtient la population finale à soumettre à l'échantillonnage selon la méthode des unités monétaires en utilisant l'intervalle d'échantillonnage suivant:

$$SI'_{s1} = \frac{BV'_{s1}}{n'_{s1}} = \frac{618,739,011 - 83,678,923}{23} = 27,263,482.$$

Aucune erreur n'a été constatée dans les 2 opérations dont la valeur comptable était supérieure à la valeur seuil. Ces unités d'échantillonnage doivent néanmoins être regroupées avec les unités déjà incluses dans la strate de valeur élevée de l'échantillon initial du premier semestre. Sur les 45 opérations sélectionnées au premier semestre, 11 appartiennent à la strate de valeur élevée et leur erreur totale se monte à 19 240 855 EUR.

Un fichier contenant les opérations restantes (2 344 – 45 opérations déjà sélectionnées au premier semestre – 2 opérations d'une valeur comptable supérieure à la valeur seuil) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 23 opérations est prélevé en appliquant la procédure de sélection systématique proportionnelle à la taille.

La valeur des 23 opérations est contrôlée. La somme des taux d'erreur dans l'ensemble des 57 opérations de l'échantillon de la strate non exhaustive (34 au premier semestre + 23 au second) pour le premier semestre est calculée comme suit:

$$\sum_{i=1}^{57} \frac{E_{is1}}{BV_{is1}} = 0.8391.$$

L'écart type du taux d'erreur dans cet échantillon s'élève à 0,059.

Pour ce qui est des travaux relatifs au second semestre, il convient en premier lieu de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV_2) et la taille d'échantillon prévue (n_2). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_{i2} > BV_2/n_2$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à 26 211 770 EUR et 6 opérations affichent une valeur comptable supérieure à cette dernière. Leur valeur comptable totale s'élève à 415 238 983 EUR.

La taille d'échantillonnage à allouer à la strate non exhaustive, n_{s2} , correspond à la différence entre n_2 et le nombre d'unités d'échantillonnage (par exemple, des opérations) contenues dans la strate exhaustive (n_{e2}), à savoir 107 opérations (soit 113 opérations — la taille de l'échantillon — diminuées des 6 opérations de valeur élevée). C'est pourquoi l'auditeur est tenu d'effectuer sa sélection dans l'échantillon en utilisant l'intervalle d'échantillonnage suivant:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{2,961,930,008 - 415,238,983}{107} = 23,800,851$$

La valeur comptable affichée par la strate non exhaustive (BV_{s2}) correspond simplement à la différence entre la valeur comptable totale et la valeur comptable des six opérations appartenant à la strate de valeur élevée.

Sur les 6 opérations dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, 4 présentent des erreurs. L'erreur totale constatée dans cette strate s'élève à 9 340 755 EUR

Un fichier contenant les 2 338 opérations restantes de la population du second semestre est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 107 opérations est prélevé en appliquant la procédure de sélection systématique proportionnelle à la taille.

La valeur de ces 107 opérations est contrôlée. La somme des taux d'erreur pour le second semestre s'élève à:

$$\sum_{i=1}^{107} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0.2875.$$

L'écart type des taux d'erreur obtenu pour l'échantillon de la population non exhaustive du second semestre est de:

$$s_{rs2} = \sqrt{\frac{1}{107 - 1} \sum_{i=1}^{107} (r_{is2} - \bar{r}_{s2})^2} = 0.129$$

où \bar{r}_{s2} est égal à la moyenne simple des taux d'erreur observés dans l'échantillon du groupe non exhaustif du second semestre.

L'extrapolation des erreurs à l'ensemble de la population s'effectue différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans les strates exhaustives ou d'éléments figurant dans les strates non exhaustives.

Dans le cas de strates exhaustives, à savoir les strates contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue représente la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de ces strates:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19,240,855 + 9,340,755 = 28,581,610$$

Dans la pratique, il convient de:

- 1) recenser, pour chaque semestre t , les unités appartenant au groupe exhaustif et en additionner les erreurs;
- 2) additionner les résultats obtenus pour les deux semestres.

Dans le cas du groupe non exhaustif, à savoir les strates contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est inférieure ou égale à la valeur seuil, $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, l'erreur prévue sera:

$$\begin{aligned} EE_s &= \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} \\ &= \frac{1,827,930,259 - 891,767,519 - 83,678,923}{57} \times 0.8391 \\ &\quad + \frac{2,546,691,025}{107} \times 0.2875 = 19,392,204 \end{aligned}$$

Pour déterminer cette erreur prévue, il convient de:

- 1) calculer, dans chaque semestre t , le taux d'erreur pour chaque unité de l'échantillon, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) additionner, dans chaque semestre t , ces taux d'erreur pour l'ensemble des unités de l'échantillon;
- 3) multiplier, dans chaque semestre t , le résultat obtenu par les dépenses totales affichées par la population du groupe non exhaustif (BV_{st}); ces dépenses seront également égales au total des dépenses du semestre diminuées des dépenses des éléments appartenant au groupe exhaustif;
- 4) diviser, dans chaque semestre t , le résultat ainsi obtenu par la taille de l'échantillon contenu dans le groupe non exhaustif (n_{st});
- 5) additionner les résultats ainsi obtenus pour chaque semestre.

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = EE_e + EE_s = 28,581,610 + 19,392,204 = 47,973,814$$

ce qui correspond à un taux d'erreur prévu de 1,0 %.

La précision est une mesure de l'incertitude liée à l'extrapolation. La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$\begin{aligned}
 SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{s1}^2}{n_{s1}} \times s_{rs1}^2 + \frac{BV_{s2}^2}{n_{s2}} \times s_{rs2}^2} \\
 &= 0.842 \\
 &\times \sqrt{\frac{(1,827,930,259 - 891,767,519 - 83,678,923)^2}{57} \times 0.059^2 + \frac{2,546,691,025^2}{107} \times 0.129^2} \\
 &= 27,323,507
 \end{aligned}$$

où s_{rst} représente l'écart type des taux d'erreur déjà calculés.

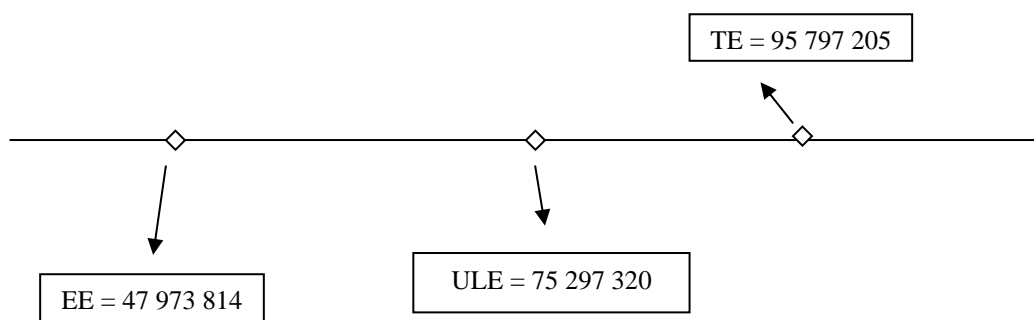
L'erreur d'échantillonnage n'est calculée que pour les strates non exhaustives étant donné l'absence d'erreur d'échantillonnage dans les groupes exhaustifs.

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur ULE doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue EE proprement dite et de la précision de l'extrapolation SE , soit:

$$ULE = EE + SE = 47,973,814 + 27,323,507 = 75,297,320$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable TE aux fins des conclusions d'audit.

Dans ce cas particulier, l'erreur prévue et la limite supérieure de l'erreur sont inférieures à l'erreur maximale acceptable. En conséquence, l'auditeur conclura à la présence d'éléments probants démontrant que les erreurs au niveau de la population se situent en deçà du seuil d'erreur significative:



7.4 Changement de méthode d'échantillonnage pendant la période de programmation

Si l'autorité d'audit estime que la méthode d'échantillonnage initialement adoptée n'est pas la plus judicieuse, elle peut décider d'en changer. Toutefois, cette décision doit être notifiée à la Commission dans le cadre du rapport annuel de contrôle ou dans une stratégie d'audit révisée.

7.5 Taux d'erreur

Les formules et la méthodologie présentées au chapitre 6 pour le calcul de l'erreur prévue et de la précision correspondante sont conçues pour des erreurs exprimées sous la forme d'unités monétaires, c.-à-d. comme la différence entre la valeur comptable de la population (les dépenses déclarées) et la valeur comptable correcte/auditée. Néanmoins, il est de pratique courante de produire des résultats sous la forme de taux d'erreur qui, en raison de leur interprétation intuitive, revêtent un caractère plus attractif. La conversion d'erreurs en taux d'erreur, simple et directe, est commune à l'ensemble des méthodes d'échantillonnage.

Le taux d'erreur prévu correspond simplement au quotient de l'erreur prévue par la valeur comptable de la population:

$$EER = \frac{EE}{BV}$$

De même, la précision pour l'estimation du taux d'erreur est égale au quotient de la précision de l'erreur prévue par la valeur comptable:

$$SER = \frac{SE}{BV}$$

7.6 Échantillonnage à deux degrés (sous-échantillonnage)

7.6.1 Introduction

En principe, toutes les dépenses déclarées à la Commission pour la totalité des opérations sélectionnées dans l'échantillon doivent être vérifiées. Néanmoins, lorsque les opérations sélectionnées englobent un grand nombre de demandes de paiement ou de factures, l'autorité d'audit peut appliquer un échantillonnage à deux degrés, en choisissant les demandes/factures sur la base des mêmes principes que ceux utilisés

pour la sélection des opérations⁶². La charge de travail liée à l'audit peut ainsi être sensiblement allégée tout en maintenant le contrôle de la fiabilité des conclusions. Dès lors qu'une telle approche est adoptée, la méthodologie d'échantillonnage doit être consignée dans le rapport d'audit ou dans les documents de travail. Il importe de souligner que seules les dépenses des unités secondaires sélectionnées dans le sous-échantillon sont contrôlées, ce qui signifie que dans le rapport annuel de contrôle, les dépenses auditées se limitent à celles sélectionnées dans l'échantillon et n'incluent pas les dépenses totales de l'opération sélectionnée.

L'illustration suivante fait apparaître le processus de sélection sur la base d'un modèle à deux degrés. Le premier degré représente la sélection des opérations et le second la sélection des éléments de dépenses à l'intérieur de chaque opération échantillonnée.

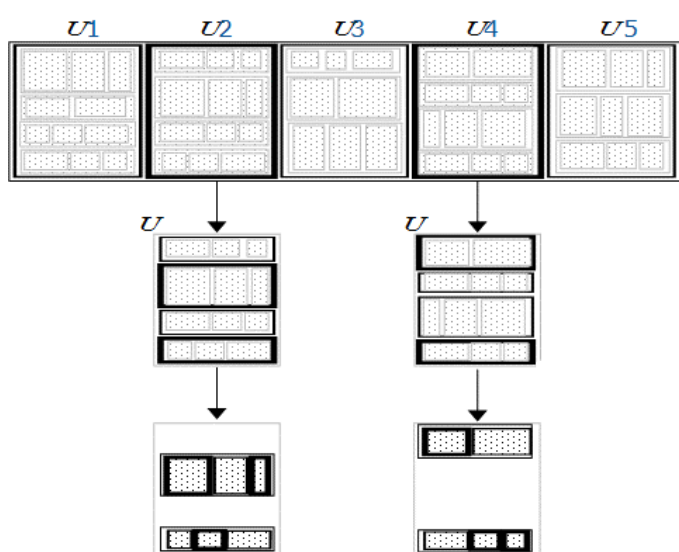


Figure 7: illustration de l'échantillonnage à deux degrés

Dans ce cas, des tailles d'échantillon appropriées doivent être calculées au sein de chaque opération. Une approche extrêmement simple pour déterminer des tailles de sous-échantillon consiste à utiliser à nouveau les formules de calcul de la taille d'échantillon qui ont été suggérées pour l'échantillon principal dans les différents modèles d'échantillonnage et qui s'appuient sur des paramètres compatibles avec les

⁶² En théorie, l'opération peut être soumise à un sous-échantillonnage quel que soit le nombre de demandes ou de factures. À l'évidence, si le calcul de la taille du sous-échantillon donne un nombre proche de la taille de la population (opération), la stratégie de sous-échantillonnage ne réduira pas sensiblement l'effort d'audit. Le seuil qui se prête à un sous-échantillonnage au niveau de l'opération résulte donc simplement d'une évaluation subjective faite par l'autorité d'audit quant au bénéfice (diminution de l'effort d'audit) que procurerait cette stratégie.

caractéristiques attendues de l'opération. Ce faisant, il convient de garder à l'esprit que la population de référence est désormais l'opération à l'intérieur de laquelle le sous-échantillon est sélectionné et que les paramètres de la population utilisés pour déterminer la taille des sous-échantillons doit dans la mesure du possible refléter les caractéristiques de l'opération correspondante. Indépendamment de la méthodologie d'échantillonnage appliquée pour la définition des tailles d'échantillon, il est généralement recommandé de ne jamais utiliser des tailles d'échantillon inférieures à 30 observations (en l'occurrence, des factures ou des demandes de paiement présentées par les bénéficiaires).

L'autorité d'audit est libre de privilégier une quelconque méthode d'échantillonnage statistique pour la sélection des demandes de paiement ou des factures au sein des opérations. La méthode d'échantillonnage appliquée au niveau des sous-échantillons ne doit en effet pas être identique à celle appliquée pour l'échantillon principal. Il est possible, par exemple, de composer un échantillon d'opérations par échantillonnage en unités monétaires et un sous-échantillon de factures au sein d'une opération par échantillonnage aléatoire simple. Toute la gamme des méthodes d'échantillonnage (y compris la stratification des demandes ou des factures par niveau de dépenses, la sélection fondée sur la probabilité proportionnelle à la taille comme dans l'échantillonnage en unités monétaires ou la sélection à égalité des probabilités) peut donc être appliquée à ce niveau de sous-échantillonnage. La stratégie de sous-échantillonnage (échantillonnage à l'intérieur de l'unité primaire) doit toutefois toujours être statistique (excepté si l'échantillonnage des unités primaires lui-même n'était pas statistique). Le choix parmi les méthodes possibles s'opère aux mêmes conditions d'applicabilité que celles énoncées au point 5.2. S'il est prévu, par exemple, qu'une opération présente une forte variabilité des dépenses parmi les éléments de dépenses sous-échantillonnés et qu'une corrélation positive soit constatée entre les erreurs et les dépenses, il peut être souhaitable de sélectionner les éléments de dépenses sur la base des unités monétaires. Si un échantillonnage aléatoire simple (simple random sampling, SRS) est utilisé, il peut arriver que quelques unités se distinguent au sein de l'opération en raison d'un niveau élevé de dépenses. Dans ce cas, il est vivement conseillé d'utiliser un SRS stratifié, en constituant une strate pour les éléments de valeur élevée (qui est typiquement soumise à une observation exhaustive).

Nonobstant les considérations sur le choix du modèle d'échantillonnage le plus approprié, il faut se souvenir que dans de nombreuses situations (principalement en raison de contraintes opérationnelles), le procédé le plus facile pour sélectionner l'échantillon du second degré (demandes ou factures) est l'échantillonnage aléatoire simple. Bien souvent, l'autorité d'audit souhaite en effet sélectionner les éléments de dépenses sur le vif (au moment de l'audit) car il est plus difficile de déployer des modèles plus sophistiqués (surtout s'ils reposent sur une sélection dans laquelle les probabilités sont inégales).

Une fois que le sous-échantillon a été sélectionné et audité, les erreurs constatées doivent être extrapolées à l'opération concernée selon une méthode compatible avec le modèle d'échantillonnage choisi. Par exemple, si les éléments de dépenses ont été choisis sur la base d'une égalité des probabilités, l'erreur peut être extrapolée au niveau de l'opération selon la technique habituelle de l'estimation par la moyenne ou par le quotient. Il convient de remarquer que les erreurs constatées dans un sous-échantillon ne doivent faire l'objet d'AUCUN autre traitement (elles ne doivent notamment pas être considérées comme systémiques à moins qu'elles ne possèdent réellement une nature systémique, c.-à-d. si l'erreur constatée est systémique dans l'ensemble de la population auditée et peut être parfaitement délimitée par l'autorité d'audit).

Enfin, une fois que les erreurs ont été extrapolées pour toutes les opérations de l'échantillon qui ont été sous-échantillonnées, l'extrapolation à l'ensemble de la population suit la procédure habituelle (comme si la totalité des dépenses de l'opération avaient été observées). À titre d'exemple, supposons qu'une opération de l'échantillon comporte une dépense de 2 500 000 EUR et 400 factures. Il est décidé de sélectionner un échantillon de 40 factures sur la base de l'égalité des probabilités et sans stratification et d'appliquer une estimation par le quotient. Imaginons que les dépenses totales et l'erreur totale s'élèvent respectivement à 290 000 EUR et 9 280 EUR. Le taux d'erreur estimé pour l'opération sera de $3,2\% = (9\,280\text{ EUR} / 290\,000\text{ EUR})$ et l'erreur prévue de l'opération sera de 80 000 EUR, soit $3,2\% * 2\,500\,000\text{ EUR}$.

Il y a lieu de noter que le point 6.5.3 contient des observations complémentaires sur l'échantillonnage à deux et trois degrés dans le cadre des programmes ETC.

7.6.2 Taille de l'échantillon

Il existe des procédés formels pour calculer la taille d'échantillon à chaque degré simultanément en utilisant des formules d'échantillonnage à degrés multiples. Les autorités d'audit qui ont les capacités d'élaborer des méthodes de ce type ne doivent pas hésiter à le faire.

Toutefois, comme cela a déjà été expliqué, la taille d'échantillon peut être calculée en deux phases indépendantes en appliquant l'approche simple proposée:

- première phase: calculer la taille d'échantillon au niveau des opérations en utilisant les formules et les paramètres appropriés habituels (la taille doit toujours être au moins égale à 30);
- seconde phase: pour chaque opération soumise à un sous-échantillonnage, calculer la taille d'échantillon en utilisant à nouveau les formules habituelles (appropriées pour le type de sélection pratiqué au second degré). Les paramètres doivent être compatibles avec ceux utilisés dans la première phase, même si certains peuvent être adaptés pour refléter la réalité de l'opération de référence (par exemple, si des données historiques sont disponibles sur le niveau de variance des erreurs au sein de l'opération, il faut utiliser cette variance plutôt que la variance des erreurs utilisée pour calculer la taille d'échantillon au premier degré). La taille d'échantillon doit également être au moins égale à 30 à ce stade.

Si, au second degré, la sélection est basée sur l'égalité des probabilités, la taille d'échantillon est obtenue par la formule suivante:

$$n_i = \left(\frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

où l'indice i représente l'opération, N_i est la taille de l'opération, σ_{ei} l'écart type des erreurs au niveau de l'opération, et TE_i et AE_i , respectivement, l'erreur acceptable et l'erreur anticipée au niveau de l'opération. Il convient de noter que la taille de la population doit être adaptée au niveau de l'opération et que l'écart type des erreurs et l'erreur anticipée peuvent également être adaptés à la lumière de données historiques et d'une appréciation professionnelle s'il existe des informations ou des prévisions qui justifient d'adapter ces paramètres à la réalité de l'opération.

Si, au second degré, la sélection est basée sur l'échantillonnage en unités monétaires, la taille d'échantillon est obtenue par la formule suivante:

$$n_i = \left(\frac{z \times BV_i \times \sigma_{ri}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

où l'indice i représente l'opération, BV_i les dépenses de l'opération, σ_{ri} l'écart type des taux d'erreur au niveau de l'opération, et TE_i et AE_i , respectivement, l'erreur acceptable et l'erreur anticipée au niveau de l'opération. À nouveau, la valeur comptable doit être adaptée au niveau de l'opération et l'écart type des taux d'erreur et de l'erreur anticipée peuvent également être adaptés en fonction de données historiques ou d'une appréciation professionnelle.

7.6.3 Extrapolation

À l'instar du calcul de la taille d'échantillon, l'extrapolation est également réalisée en deux phases. D'abord, les sous-échantillons constitués au sein des opérations sont utilisés pour extrapoler les erreurs contenues dans ces opérations. Ensuite, lorsque les erreurs des opérations sont extrapolées (estimées), elles sont traitées comme si elles constituaient les erreurs «réelles» des opérations et elles sont intégrées dans le processus ordinaire d'extrapolation fondé sur l'échantillon principal.

En résumé:

- il faut, pour chaque opération soumise à un sous-échantillonnage, estimer son erreur (ou son taux d'erreur) à l'aide de l'échantillon des unités secondaires;
- lorsque les erreurs ont été estimées pour toutes les opérations, il faut utiliser l'échantillon d'opérations pour extrapoler l'erreur totale de la population;
- dans les deux cas, l'extrapolation doit reposer sur les formules qui correspondent aux modèles d'échantillons qui ont été utilisés pour sélectionner les unités.

À titre d'exemple, une stratégie typique consiste à sélectionner les opérations par un échantillonnage en unités monétaires et les sous-échantillons d'éléments de dépenses sur la base de l'égalité des probabilités. Les erreurs sont alors extrapolées comme suit:

Niveau des sous-échantillons

Estimation par la moyenne

$$EE_{1i} = N_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{n_i}.$$

ou

Estimation par le quotient

$$EE_{2i} = BV_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_i} BV_{ij}}$$

où tous les paramètres ont leur signification habituelle, i représente l'opération et j représente le document à l'intérieur de l'opération.

Niveau de l'échantillon principal

L'extrapolation est réalisée à l'aide des formules habituelles de l'échantillonnage en unités monétaires. La seule différence par rapport à l'échantillonnage en unités monétaires classique tient à ce qu'une partie des erreurs E_i sera basée sur une observation exhaustive des opérations alors que les autres auront été extrapolées sur la base d'un sous-échantillon d'éléments de dépenses. Cet état de fait n'est pas abordé plus en profondeur car toutes les erreurs sont traitées comme s'il s'agissait des erreurs «réelles» des opérations, sans distinction qu'elles aient été observées dans leur intégralité ou obtenues par le biais d'un sous-échantillon.

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$
$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

7.6.4 Précision

La précision est calculée comme à l'accoutumée, c'est-à-dire en utilisant les formules qui correspondent au modèle d'échantillonnage utilisé pour le premier degré d'échantillonnage et en ignorant l'existence d'un sous-échantillonnage. Les erreurs des opérations sont introduites dans les formules de calcul de la précision quelle que soit leur nature (soit les erreurs réelles en cas de contrôle exhaustif, soit les erreurs estimées en cas de sous-échantillonnage).

7.6.5 Exemple

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une année donnée. Les audits de système réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance faible. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 90 %. Ce programme se caractérise en outre par des opérations qui comprennent un grand nombre d'éléments de dépenses de soutien. L'autorité d'audit envisage la possibilité de contrôler cette population par le biais d'un sous-échantillonnage, ou en d'autres termes, de ne contrôler qu'un nombre limité de demandes de paiement de chaque opération que l'échantillon contient. Compte tenu de la variabilité des erreurs escomptée dans la population, elle décide en outre de sélectionner les opérations au premier degré en recourant à une méthode avec probabilité proportionnelle à la taille (échantillonnage en unités monétaires).

Les principales caractéristiques de la population sont résumées dans le tableau suivant:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_r représente l'écart type des taux d'erreur produit à partir d'un échantillon issu de l'échantillonnage en unités monétaires. Afin d'obtenir une estimation de cet écart type, l'autorité d'audit a décidé d'utiliser l'écart type de l'année précédente. L'échantillon de l'année précédente était constitué de 50 opérations, dont 5 affichaient une valeur comptable supérieure à l'intervalle d'échantillonnage.

Sur la base de cet échantillon préliminaire, l'écart type des taux d'erreur, σ_r , correspond à 0,087.

Eu égard aux estimations relatives à l'écart type des taux d'erreur, à l'erreur maximale acceptable et à l'erreur anticipée, nous sommes désormais en mesure de calculer la taille de l'échantillon. En supposant une erreur acceptable de 2 % de la valeur comptable totale, soit 2 % x 4 199 882 024 EUR = 83 997 640 EUR (seuil d'erreur significative fixé par le règlement), et un taux d'erreur anticipée de 0,4 %, soit 0,4 % x 4 199 882 024 EUR = 16 799 528 EUR (correspondant à un niveau d'estimation fiable de la part de l'autorité d'audit fondé sur les informations de l'année dernière et sur les résultats du rapport d'évaluation des systèmes de gestion et de contrôle), nous obtenons:

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.085}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 77$$

Dans un premier temps, il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population présentant une valeur élevée, lesquelles seront contenues dans une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV) et la taille d'échantillon prévue (n). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_i > BV/n$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à 4 199 882 024 EUR / 77 = 54 593 922 EUR

L'autorité d'audit place dans une strate isolée toutes les opérations affichant une valeur comptable supérieure à 54 593 922 EUR, soit 8 opérations totalisant 786 837 081 EUR. Comme cela a déjà été mentionné, ce programme comporte un grand nombre de demandes de paiement ayant une faible valeur comptable pour chaque opération. Les 8 opérations isolées représentent ainsi plus de 14 000 demandes de paiement. L'autorité d'audit décide donc de prélever un échantillon de demandes de paiement dans chacune de ces 8 opérations. Cet exercice nécessite de définir la taille d'échantillon au niveau d'une opération, ce qui est réalisé, selon la méthode de l'égalité des probabilités, par la formule suivante:

$$n_i = \left(\frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

où l'indice i représente l'opération, N_i est la taille de l'opération, σ_{ei} l'écart type des erreurs au niveau de l'opération, et TE_i et AE_i , respectivement, l'erreur acceptable et l'erreur anticipée au niveau de l'opération. Il convient de noter que la taille de la population doit être adaptée au niveau de l'opération et que l'écart type des erreurs et l'erreur anticipée peuvent également être adaptés à la lumière de données historiques et d'une appréciation professionnelle s'il existe des informations ou des prévisions qui justifient d'adapter ces paramètres à la réalité de l'opération.

Les informations préalables et l'expérience récoltée lors des audits des années précédentes suggèrent un écart type des erreurs d'environ 8 800 EUR. En utilisant le même niveau de confiance et le même taux d'erreur prévu qu'au niveau de la population, soit respectivement 90 % et 0,4 %, l'autorité d'audit peut calculer, par exemple, la taille d'échantillon pour l'opération 243:

$$n_i = \left(\frac{629 \times 1.645 \times 8,800}{1,802,856 - 360,571} \right)^2 \approx 40,$$

l'échantillon étant constitué selon une méthode d'égalité des probabilités de sélection (échantillonnage aléatoire simple). Étant donné que les conditions exposées au point 6.1.1.3 sont remplies, l'estimation par le quotient est choisie comme méthode d'extrapolation. Le tableau ci-après résume les résultats obtenus:

Identific ation de l'opérati on	Valeur comptable	Nombre de demandes de paiement	Dépenses auditées	Montant de l'erreur dans les demandes de paiement échantillo nnées	Erreur prévue (estimation par le quotient)
243	90 142 818 EUR	629	7 829 EUR	845 EUR	9 729 299 EUR

6324	89 027 451 EUR	1239	1 409 EUR	76 EUR	4 802 048 EUR
734	79 908 909 EUR	729	56 729 EUR	1 991 EUR	2 804 538 EUR
451	79 271 094 EUR	769	48 392 EUR	3 080 EUR	5 045 358 EUR
95	89 771 154 EUR	2839	3 078 EUR	81 EUR	2 362 399 EUR
9458	100 525 834 EUR	4818	67 128 EUR	419 EUR	627 463 EUR
849	165 336 715 EUR	1972	12 345 EUR	1 220 EUR	16 339 473 EUR
872	92 853 106 EUR	1256	29 735 EUR	1 544 EUR	4 821 429 EUR
Total	786 837 081 EUR	14251	226 645 EUR	9 256 EUR	46 532 007 EUR

L'erreur prévue pour cette strate d'audit exhaustive s'élève à 46 532 007 EUR

L'intervalle d'échantillonnage pour le reste de la population est égal à la valeur comptable de la strate non exhaustive (BV_s) (c.-à-d. la différence entre la valeur comptable totale et la valeur comptable des huit opérations appartenant à la strate supérieure) divisée par le nombre d'opérations à sélectionner (77 moins les 8 opérations de la strate supérieure).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{69} = 49,464,419$$

L'échantillon est sélectionné à partir d'une liste randomisée d'opérations, en choisissant chaque élément contenant la 49 464 419^e unité monétaire.

Un fichier contenant les 3 844 opérations restantes (3 852 – 8 opérations de valeur élevée) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 69 opérations (soit 77 opérations moins 8 opérations de valeur élevée) est prélevé en suivant un algorithme de sélection systématique tel que décrit au point 6.3.1.3. L'autorité d'audit détermine la taille d'échantillon des demandes de paiement qui doivent être contrôlées dans chaque opération sélectionnée exactement comme cela a été fait auparavant.

Le tableau suivant résume les résultats de l'audit des 69 opérations sélectionnées au premier degré:

Valeur comptable	Nombre de demandes de paiement	Dépenses auditées	Montant de l'erreur dans les demandes de paiement échantillonnées	Erreur prévue	Taux d'erreur
901 818 EUR	689	616 908 EUR	58 889 EUR	86 086 EUR	0,0955

		R		R	
89 251 EUR	1989	59 377 EUR	4 784 EUR	7 191 EUR	0,0806
799 909 EUR	799	308 287 EUR	17 505 EUR	45 421 EUR	0,0568
792 794 EUR	369	504 EUR		0 EUR	0,0000
8 971 154 EUR	1839	8 613 633 EUR	406 545 EUR	423 419 EUR	0,0472
...
1 525 348 EUR	5618	1 483 693 EUR	74 604 EUR	76 699 EUR	0,0503
1 653 365 EUR	1272	82 240 EUR	1 565 EUR	31 461 EUR	0,0190
853 106 EUR	1396	69 375 EUR		0 EUR	0,0000
...
Total					1,034

En ce qui concerne l'échantillon restant, le traitement de l'erreur est différent. Pour les opérations de cet échantillon, la procédure suivante s'applique:

- 1) calculer, pour chaque unité de l'échantillon, le taux d'erreur, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives $\frac{E_i}{BV_i}$; en l'espèce, les taux d'erreur ont été calculés au moyen de sous-échantillons des demandes de paiement, mais aux fins de l'extrapolation, ils sont traités comme s'il s'agissait des taux réels;
- 2) additionner les différents taux d'erreur calculés pour chaque unité de l'échantillon;
- 3) multiplier le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage (SI).

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

$$EE_s = 49,464,419 \times 1.034 = 51,146,209$$

L'erreur prévue au niveau de la population correspond simplement à la somme de ces deux composantes:

$$EE = 46,532,007 + 51,146,209 = 97,678,216$$

Le taux d'erreur prévu correspond au rapport entre l'erreur prévue et le total des dépenses, soit:

$$r = \frac{97,678,216}{4,199,882,024} = 2.33 \%$$

Étant donné que l'erreur prévue est supérieure à l'erreur maximale acceptable, l'autorité d'audit peut conclure que la population présente une erreur significative.

7.7 Nouveau calcul du niveau de confiance

Si, au terme de l'audit, l'autorité compétente constate que l'erreur prévue est inférieure au seuil d'erreur significative mais que la limite supérieure excède ce seuil, il se peut qu'elle souhaite calculer un nouveau niveau de confiance susceptible de générer des résultats concluants (c.-à-d. une erreur prévue et une limite supérieure en deçà du seuil d'erreur significative).

Si ce nouveau niveau de confiance est toujours compatible avec l'évaluation de la qualité des systèmes de gestion et de contrôle (voir, à cet effet, le tableau figurant au point 3.2), il peut être conclu sans nul risque que la population ne présente pas d'inexactitudes significatives, même en l'absence de travaux d'audit complémentaires. En conséquence, seules les situations dans lesquelles le nouveau niveau de confiance est inacceptable (non conforme à l'évaluation des systèmes) imposeront la réalisation des travaux d'audit complémentaires visés au point 4.12.

Le nouveau calcul de l'intervalle de confiance s'effectue comme suit:

- calculer la valeur du seuil d'erreur significative, en multipliant ce seuil (2 %) par la valeur comptable totale de la population;
- soustraire l'erreur prévue (EE) de cette valeur significative;
- diviser le résultat obtenu par la précision de l'extrapolation (SE). Cette précision est fonction de la méthode d'échantillonnage appliquée et est décrite dans les points consacrés à la présentation des méthodes;
- multiplier le résultat ci-dessus par le paramètre z utilisé à la fois pour la taille de l'échantillon et pour le calcul de la précision, de manière à obtenir une nouvelle valeur; z^*

$$z^* = z \times \frac{(0.02 \times BV) - EE}{SE}$$

- rechercher le niveau de confiance associé à ce nouveau paramètre (z^*) dans le tableau des valeurs de référence de la loi normale (en annexe). Une autre option consiste à appliquer la formule Excel suivante: «=1-(1-NORMSDIST(z^*))*2».

Exemple: après avoir contrôlé une population affichant une valeur comptable de 1 858 233 036 EUR et un niveau de confiance de 90 % (correspondant à $z = 1.645$; voir le point 5.3), nous avons obtenu les résultats suivants:

Caractéristique	Valeur
BV	1 858 233 036 EUR
Seuil d'erreur significative (2 % de la valeur comptable)	37 164 661 EUR
Erreur prévue EE	14 568 765 EUR (0,8 %)
Précision SE	26 195 819 EUR (1,4 %)
Limite supérieure de l'erreur ULE	40 764 584 EUR (2,2 %)

Le nouveau paramètre z^* est obtenu comme suit:

$$z^* = 1.645 \times \frac{37,164,661 \text{ €} - 14,568,765 \text{ €}}{26,195,819 \text{ €}} = 1.419$$

L'application de la formule MS Excel «=1-(1-NORMSDIST(1.419))*2» donne un nouveau niveau de confiance de 84,4 %.

Ce nouveau niveau de confiance étant compatible avec l'évaluation de la qualité des systèmes de gestion et de contrôle, il peut être conclu que la population ne présente pas d'inexactitudes significatives.

7.8 Stratégies applicables à l'audit de groupes de programmes et de programmes plurifonds

7.8.1 Introduction

Souvent, les autorités d'audit décident de regrouper deux ou plusieurs programmes opérationnels (PO) qui partagent un système commun afin de pouvoir sélectionner un seul échantillon représentatif de leurs populations cumulées.

Dans certains cas, un programme opérationnel peut en outre être financé par plusieurs fonds. Il est alors permis de sélectionner un seul échantillon et d'extrapoler les résultats obtenus pour le groupe d'opérations.

Dans ces deux situations, un seul avis doit être émis pour le groupe de PO ou les différents fonds, mais différentes stratégies d'échantillonnage s'offrent pour parvenir à cet objectif et la stratégie choisie peut prendre en considération l'hétérogénéité inhérente à ces populations. Ainsi, il est possible de pratiquer une stratification (par PO ou par fonds) et de tenir compte des niveaux de représentativité souhaités lorsque les tailles d'échantillons sont définies.

Les deux stratégies possibles sont typiquement les suivantes:

- sélectionner un seul échantillon;
- utiliser des échantillons différents (liés à des strates différentes) pour chaque PO ou chaque fonds.

Si un échantillon unique est utilisé, sa taille est calculée pour le groupe tout entier (sans distinction entre les PO ou les fonds). Cette approche, dite descendante, permet une taille d'échantillon plus réduite, mais la représentativité de l'échantillon n'est garantie que pour la population «groupée», de sorte que les résultats fondés sur l'échantillon peuvent être extrapolés au groupe complet des PO ou des fonds, mais ne permettent généralement pas une extrapolation au niveau des fonds ou des programmes individuels. Même s'il s'agit uniquement de représenter la population combinée, il est conseillé que l'échantillon soit stratifié par fonds (ou par PO). Dans ce cas, la taille globale de l'échantillon est d'abord calculée, puis répartie entre les différentes strates après cette étape de calcul. Le calcul de la taille d'échantillon et sa répartition obéissent aux stratégies habituelles qui ont été décrites précédemment pour les différents modèles d'échantillonnage stratifié.

L'illustration suivante résume cette stratégie:

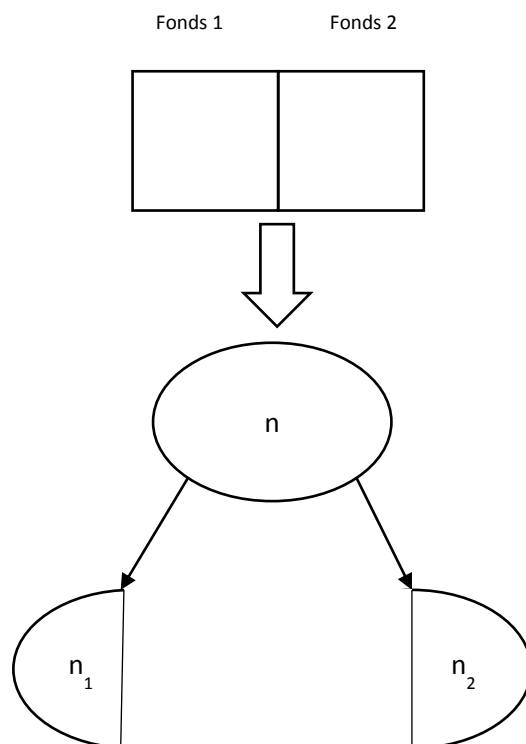


Figure 8: stratégie descendante

Si différents échantillons sont utilisés (un pour chaque PO ou chaque fonds), leur taille est calculée séparément pour chaque strate (PO ou fonds). Cette approche, dite ascendante, produit une plus grande taille d'échantillon (puisque plusieurs échantillons doivent être sélectionnés), mais il est garanti que l'échantillon est représentatif non seulement de la population «groupée», mais aussi de chaque strate (PO ou fonds). Ainsi, les résultats fondés sur l'échantillon peuvent être extrapolés au groupe complet des PO ou des fonds et ils peuvent également être extrapolés au niveau des fonds ou des programmes individuels, permettant donc d'obtenir des résultats concluants au niveau des strates. Ces échantillons doivent naturellement être stratifiés par fonds (ou par PO). Dans cette stratégie, la taille globale de l'échantillon correspond simplement à la somme des tailles d'échantillon obtenues pour le calcul au niveau de chaque strate.

L'illustration suivante résume cette stratégie:

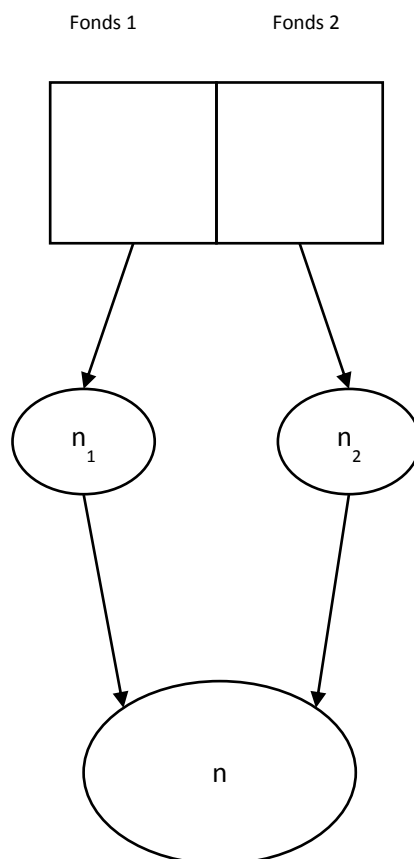


Figure 9: stratégie ascendante

À la lumière des descriptions données, il peut être déduit que l'approche fondée sur un seul échantillon (approche descendante) a pour principal avantage qu'elle permet une taille d'échantillon plus petite, mais pour principal inconvénient qu'elle ne garantit pas a priori la représentativité par strate (autrement dit, il n'est pas toujours possible de formuler des conclusions distinctes pour chaque strate). Si l'autorité d'audit estime qu'il ne sera pas nécessaire d'extrapoler les résultats au niveau des strates, cette solution peut assurément être recommandée.

La stratégie fondée sur plusieurs échantillons permet une extrapolation au niveau des strates, mais elle implique une taille d'échantillon sensiblement plus grande. Elle est donc souhaitable s'il est prévu que les résultats diffèrent fortement entre les PO ou les fonds de façon à assurer la représentativité des résultats pour chaque strate et, partant, des conclusions différenciées.

Il importe par ailleurs de remarquer que même si l'échantillon a seulement été conçu pour assurer la représentativité de la population «groupée», il reste parfois possible d'extrapoler les résultats par strate, ou au moins pour certaines strates, si les conditions suivantes sont réunies:

- chaque strate compte au moins 30 observations (il est conseillé de prévoir d'emblée cette taille d'échantillon);

- la précision dans chaque strate est appropriée pour aboutir à des résultats concluants (rapport entre la limite supérieure de l'erreur et le seuil de 2 %).

Lorsque cette stratégie est utilisée et que les calculs sont exécutés a posteriori, les résultats sont souvent représentatifs pour certaines strates (en général, les plus grandes), mais pas pour d'autres (en général, les plus petites), ou en d'autres termes, ils ne permettent la réalisation d'extrapolations concluantes que pour une partie des strates. Si, par exemple, la population est cofinancée par deux fonds et la majorité des dépenses relèvent d'un de ces fonds, l'échantillon est typiquement représentatif de ce fonds plus important, mais pas de l'autre. Dans cette situation, c'est-à-dire si les résultats sont concluants (représentatifs) pour certaines strates mais pas pour d'autres, il existe toujours une possibilité de mener des travaux complémentaires afin d'obtenir des résultats représentatifs pour toutes les strates. Un échantillon complémentaire peut notamment être sélectionné pour la strate pour laquelle les résultats ne sont pas représentatifs et, en combinaison avec l'échantillon initial, il fournira des résultats concluants. Cette stratégie n'est pas différente de celle déjà décrite au point 7.2. Le nouveau calcul du niveau de confiance (point 7.7) peut également apporter une solution pour obtenir des résultats représentatifs au niveau des strates.

En résumé, la stratégie suivante peut être recommandée:

- si l'autorité d'audit a l'intention d'extrapoler les résultats au niveau des strates, elle doit appliquer l'approche ascendante;
- si l'autorité d'audit a l'intention d'extrapoler les résultats au niveau de la population (pour le groupe de PO ou de fonds) et pense qu'une extrapolation au niveau des strates ne sera pas nécessaire, elle peut appliquer l'approche descendante;
- si l'autorité d'audit ne poursuit pas de perspectives claires, elle peut appliquer l'approche descendante, mais ajouter un certain «suréchantillonnage» des plus petites strates, en réunissant au moins 30 observations pour ces strates. Elle augmentera ainsi la probabilité d'aboutir à des résultats représentatifs. De surcroît, si les résultats ne sont pas représentatifs, l'autorité d'audit aura, grâce à l'échantillonnage supplémentaire des plus petites strates, réduit la quantité de travail supplémentaire à accomplir afin d'être à même d'émettre des conclusions sur ces strates.

7.8.2 *Exemple*

Supposons une population de dépenses déclarées à la Commission pour une période de référence donnée, relatives aux opérations d'un groupe de programmes. Le système de gestion et de contrôle est commun au groupe de programmes et les audits de systèmes effectués par l'autorité d'audit ont donné lieu à un niveau d'assurance modéré. C'est pourquoi l'autorité d'audit a décidé de mener des contrôles d'opérations en appliquant

un niveau de confiance de 80 %. L'autorité d'audit ne prévoit d'émettre qu'un seul avis sur la population groupée, de sorte qu'elle décide d'utiliser une approche descendante, c'est-à-dire un échantillon stratifié par programme, mais en garantissant uniquement la représentativité au niveau agrégé.

L'autorité d'audit a des raisons de penser qu'il existe de sérieux risques d'erreur pour les opérations de valeur élevée, indépendamment du programme dont elles relèvent. En outre, il y a lieu de s'attendre à des taux d'erreur différents selon les programmes. Compte tenu de toutes ces informations, l'autorité d'audit décide de stratifier la population par programme et par dépenses (en isolant dans une strate à échantillonnage exhaustif toutes les opérations dont la valeur comptable excède une valeur seuil de 3 % du total des dépenses).

Le tableau ci-après résume les informations disponibles.

Taille de la population (nombre d'opérations)	6 723
Taille de la population – strate 1 (nombre d'opérations dans le programme 1)	4 987
Taille de la population – strate 2 (nombre d'opérations dans le programme 2)	1 728
Taille de la population – strate 3 (nombre d'opérations dont la valeur comptable excède le taux d'erreur significative)	9
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	123 987 653 EUR
Valeur comptable – strate 1 (total des dépenses dans le programme 1)	85 672 981 EUR
Valeur comptable – strate 2 (total des dépenses dans le programme 2)	19 885 000 EUR
Valeur comptable – strate 3 (total des dépenses des opérations dont la valeur comptable excède le seuil d'erreur significative)	18 429 672 EUR

Les projets de valeur élevée seront exclus de l'échantillonnage et traités séparément. Le montant de l'erreur constatée dans ces 8 opérations s'élève à 2 975 EUR

Taille de la population (nombre d'opérations)	6 723
Valeur comptable (total des dépenses déclarées dans la période de référence)	123 987 653 EUR
Valeur seuil	3 719 630
Nombre d'unités au-delà de la valeur seuil	9
Valeur comptable de la population au-delà de la valeur seuil	18 429 672 EUR
Taille du reste de la population (nombre d'opérations)	6 715
Valeur de la population restante	105 557 981 EUR

La première étape consiste à calculer la taille d'échantillon requise à l'aide de la formule ci-après:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

où z est égal à 1,282 (coefficient correspondant à un niveau de confiance de 80 %) et TE , l'erreur acceptable, est de 2 % (seuil d'erreur significative maximal fixé par le règlement) de la valeur comptable, soit 2 % x 123 987 653 EUR = 2 479 753 EUR Sur la base de l'expérience de l'année précédente et des conclusions du rapport relatives aux systèmes de gestion et de contrôle, l'autorité d'audit prévoit un taux d'erreur maximal de 1,4 %. Ainsi, AE , l'erreur anticipée, sera de 1,4 % des dépenses totales, soit 1,4 % x 123 987 653 EUR = 1 735 827 EUR

Un échantillon préliminaire de 20 opérations prélevé dans le programme 1 a donné, pour l'écart type des erreurs, une valeur estimée préliminaire de 1 008 EUR La même procédure a été suivie pour la population du programme 2 et l'écart type des erreurs a été estimé à 876 EUR

La moyenne pondérée des variances des erreurs de ces deux strates est dès lors de:

$$\sigma_w^2 = \frac{4,987}{6,715} 1,008^2 + \frac{1,728}{6,715} 876^2 = 950,935$$

La taille de l'échantillon est obtenue comme suit:

$$n = \left(\frac{6,715 \times 1.282 \times \sqrt{950,935}}{2,479,753 - 1,735,827} \right)^2 \approx 128$$

La taille globale de l'échantillon correspond à ces 128 opérations auxquelles s'ajoutent les 8 opérations de la strate à échantillonnage exhaustif, soit 136 opérations au total.

La répartition de l'échantillon par strate s'effectue comme suit:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{4,987}{6,715} \times 128 \approx 95,$$

$$n_2 = n - n_1 = 33$$

et

$$n_3 = N_3 = 5$$

Le contrôle de 95 opérations dans le programme 1, de 33 opérations dans le programme 2 et des 8 opérations de la strate 3 fournira à l'auditeur une erreur totale pour les opérations échantillonnées. Les échantillons préliminaires précédents de 20 unités prélevées respectivement dans les programmes 1 et 2 font partie intégrante de l'échantillon principal. C'est pourquoi il ne reste à l'auditeur qu'à sélectionner de

manière aléatoire 75 opérations complémentaires dans le programme 1 et 13 dans le programme 2. Afin de déterminer si l'estimation par la moyenne ou par le quotient est la meilleure méthode d'estimation, l'AA calcule le ratio de covariance entre les erreurs et les valeurs comptables par rapport à la variance des valeurs comptables des opérations échantillonnées, qui est égal à 0,0109, pour le programme 1. Étant donné que ce ratio est inférieur à la moitié du taux d'erreur de l'échantillon, l'autorité d'audit peut être assurée que la méthode d'estimation par la moyenne est fiable. Ce constat a également été confirmé pour la strate du programme 2.

Le tableau suivant illustre les résultats de l'échantillon pour les opérations contrôlées:

Résultats de l'échantillon – programme 1		
A	Valeur comptable de l'échantillon	1 667 239 EUR
B	Erreur totale de l'échantillon	47 728 EUR
C	Erreur moyenne de l'échantillon (C=B/95)	502,4 EUR
D	Écart type des erreurs de l'échantillon	674 EUR
Résultats de l'échantillon – programme 2		
E	Valeur comptable de l'échantillon	404 310 EUR
F	Erreur totale de l'échantillon	3 298 EUR
G	Erreur moyenne de l'échantillon (G=F/33)	100 EUR
H	Écart type des erreurs de l'échantillon	1 183 EUR
Résultats de l'échantillon – strate exhaustive		
I	Valeur comptable de l'échantillon	18 429 672
J	Erreur totale de l'échantillon	2 975 EUR

L'extrapolation de l'erreur pour les deux strates d'échantillonnage est effectuée en multipliant l'erreur moyenne de l'échantillon par la taille de la population. La somme de ces deux montants doit être ajoutée à l'erreur constatée dans la strate à échantillonnage exhaustif, de manière à extrapoler l'erreur à l'ensemble de la population:

$$EE = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 4,987 \times 502 + 1,728 \times 100 + 2,975 = 2,681,139$$

Le taux d'erreur prévu est calculé comme étant le rapport entre l'erreur prévue et la valeur comptable de la population (dépenses totales). Dans le cas d'une estimation par la moyenne, le taux d'erreur prévu est de:

$$r_1 = \frac{2,681,139}{123,987,653} = 2.16 \%$$

L'erreur prévue est supérieure au seuil d'erreur significative. L'autorité d'audit peut donc raisonnablement conclure que la population contient une erreur significative. À la lumière du travail d'audit, elle soupçonne toutefois que les erreurs pourraient se concentrer particulièrement dans l'un des programmes. Plus précisément, elle pense que ce résultat est imputable au programme 1. Elle décide par conséquent d'examiner les résultats au niveau des programmes. Le tableau suivant résume les caractéristiques de la population au niveau des programmes:

		Programme 1	Programme 2
(A)	Valeur comptable totale (dépenses déclarées dans la strate de faible valeur au cours de la période de référence)	85 672 981 EUR	19 885 000 EUR
(B)	Valeur comptable totale (dépenses déclarées dans la strate de valeur élevée au cours de la période de référence)	12 286 448 EUR	6 143 224 EUR
(C)	Taille de la population (nombre d'opérations dans la strate de faible valeur)	4987	1728
(D)	Taille de la population (nombre d'opérations dans la strate de valeur élevée)	6	2

Le tableau suivant résume les résultats obtenus pour l'échantillon total par programme:

		Programme 1 (strate de faible valeur)	Programme 2 (strate de faible valeur)
(E)	Dépenses auditées	1 667 239 EUR	404 310 EUR
(F)	Taille de l'échantillon (nombre d'opérations)	95	33
(G)	Erreur totale de l'échantillon	47 728 EUR	3 298 EUR
(H)	Erreur moyenne de l'échantillon	502,4 EUR	100 EUR
(I)	Écart type des erreurs de l'échantillon	674 EUR	1 183 EUR

En marge des informations se rapportant à la strate de faible valeur, l'autorité d'audit doit examiner les informations relatives à la strate exhaustive. Le tableau ci-après résume les résultats obtenus:

		Programme 1 (strate exhaustive)	Programme 2 (strate exhaustive)
(J)	Dépenses auditées	12 286 448 EUR	6 143 224 EUR
(K)	Erreur totale de l'échantillon	1 983 EUR	992 EUR

À l'aide de ces données, l'autorité d'audit peut extrapoler les taux d'erreur et calculer la précision au niveau des programmes. Le tableau suivant résume les résultats obtenus à l'issue de l'estimation par la moyenne:

		Programme 1	Programme 2
(L)	Précision = $(C) \times 1.282 \times \frac{(I)}{\sqrt{(F)}}$	442 105 EUR	456 204 EUR
(M)	Erreur prévue (estimation par la moyenne) = $(C) \times (H) + (K)$	2 507 452 EUR	173 687 EUR
(N)	Limite supérieure de l'erreur = $(M) + (L)$	2 949 557 EUR	629 892 EUR
(O)	Taux d'erreur extrapolé (en %) = $\frac{(M)}{(A)+(B)}$	2,56 %	0,67 %
(P)	Limite supérieure du taux d'erreur extrapolé = $\frac{(N)}{(A)+(B)}$	2,90 %	2,42 %

Les résultats relatifs au programme 1 semblent concluants puisque l'erreur prévue est supérieure à l'erreur maximale acceptable (calculée au niveau du programme, soit 2 % de 97 959 429 EUR). Cette conclusion saute aux yeux à la simple lecture du taux d'erreur prévu (plus de 2 % du seuil d'erreur significative). Les résultats relatifs au programme 2 ne sont en revanche pas tout à fait concluants. En effet, bien que l'erreur prévue soit inférieure au seuil d'erreur significative (2 % de 26 028 224 EUR), la limite maximale de l'erreur dépasse ce seuil, indiquant clairement que des analyses complémentaires seraient nécessaires pour aboutir à une conclusion ferme. À l'aide des données du programme 2, soit 33 opérations échantillonnées (2 opérations de la strate exhaustive étant exclues), l'autorité d'audit décide de constituer l'échantillon approprié. Le tableau suivant résume les informations requises pour définir la taille d'échantillon:

	Programme 2
Valeur comptable totale (dépenses déclarées au cours de la période de référence hors opérations de la strate exhaustive)	19 885 000 EUR (hors dépenses des 2 opérations de la strate exhaustive)
Taille de la population (nombre d'opérations, strate exhaustive incluse)	1 728 (hors 2 opérations de la strate exhaustive)
Seuil d'erreur significative	2 %
Erreur maximale acceptable (maximum tolerable error)	397 700 EUR
Taux d'erreur attendu	0,6 %
Erreur attendue	119 310 EUR
Écart type des erreurs de l'échantillon	1 183 EUR

La taille d'échantillon planifiée pour obtenir des résultats fiables est donc la suivante:

$$n = \left(\frac{1,728 \times 1.282 \times 1,183}{397,700 - 149,138} \right)^2 \approx 89$$

L'autorité d'audit peut parvenir à des résultats fermes au sujet du programme 2 en utilisant les 33 opérations précédentes et en prélevant un échantillon complémentaire de 56 opérations. Le tableau suivant résume les résultats obtenus pour l'ensemble des 89 opérations (les 33 opérations du premier échantillon étant incluses):

		Programme 2 (strate de faible valeur)
(E1)	Dépenses auditées	1 236 789 EUR
(F1)	Taille de l'échantillon (nombre d'opérations)	89
(G1)	Erreur totale de l'échantillon	8 278 EUR
(H1)	Erreur moyenne de l'échantillon	93 EUR
(I1)	Écart type des erreurs de l'échantillon	1 122 EUR

Les calculs effectués par l'audit sont exposés dans le tableau suivant:

		Programme 2
(L1)	Précision (estimation par la moyenne) = $(C) \times 1.282 \times \frac{(I1)}{\sqrt{(F1)}}$	263 469 EUR
(M1)	Erreur prévue (estimation par la moyenne) = $(H1) \times (C) + (K)$	161 715 EUR
(N1)	Limite supérieure de l'erreur = $(M1) + (L1)$	425 184 EUR
(O1)	Taux d'erreur extrapolé (en %) = $\frac{(M1)}{(A)+(B)}$	0,62 %
(P1)	Limite supérieure du taux d'erreur extrapolé = $\frac{(N1)}{(A)+(B)}$	1,63 %

À la lumière des résultats de cet échantillon étendu (89 opérations), l'autorité d'audit peut conclure que la population des dépenses déclarées au titre du programme 2 ne présente pas d'inexactitudes significatives.

7.9 Techniques d'échantillonnage applicables aux audits de systèmes

7.9.1 Introduction

L'article 62 du règlement (CE) n° 1083/2006 du Conseil dispose: «L'autorité d'audit d'un programme opérationnel est chargée en particulier: a) de s'assurer que des audits sont réalisés en vue de vérifier le fonctionnement efficace du système de gestion et de

contrôle du programme opérationnel (...)). Ces audits sont appelés «audits de systèmes». Ils ont pour objectif de tester l'efficacité des contrôles du système de gestion et de contrôle et de permettre de tirer des conclusions sur le niveau d'assurance que l'on peut en attendre. La question d'un recours ou non à l'échantillonnage statistique pour tester ces contrôles relève de la faculté d'appréciation du professionnel, qui déterminera le moyen le plus efficace pour obtenir des informations probantes suffisantes et adéquates dans une situation donnée.

Une démarche non statistique peut être indiquée puisque, pour un audit de système, l'analyse de l'auditeur sur la nature et la cause des erreurs revêt une importance primordiale, de même que la seule absence ou présence d'erreurs. Dans ce cas, l'auditeur peut choisir une taille fixe pour l'échantillon d'opérations à tester pour chaque contrôle important. Il n'en demeure pas moins qu'il faudra faire appel au professionnel pour sélectionner les facteurs pertinents⁶³ à prendre en compte. Si une démarche non statistique est adoptée, les résultats ne pourront être extrapolés.

L'échantillonnage par attributs est une technique statistique pouvant aider l'auditeur à déterminer le niveau d'assurance du système et à évaluer la fréquence d'apparition des erreurs dans un échantillon. En audit, il est appliqué le plus souvent pour tester la fréquence des écarts par rapport à un contrôle prescrit afin d'étayer l'évaluation faite par l'auditeur du risque de contrôle. Ses résultats peuvent ensuite être extrapolés à la population.

En tant que méthode générique englobant plusieurs variables, l'échantillonnage par attributs constitue la méthode statistique de base qu'il conviendra d'appliquer aux audits de systèmes; toute autre méthode susceptible d'être appliquée à ce type d'audits reposera sur les concepts développés plus loin.

L'échantillonnage par attributs traite de problèmes binaires tels que oui/non, élevé/faible, vrai/faux. Grâce à cette méthode, l'information concernant l'échantillon est extrapolée à la population afin de voir de quelle catégorie celle-ci relève.

Le règlement n'oblige nullement à appliquer une technique statistique pour l'échantillonnage aux fins d'essais de contrôle dans le cadre d'un audit de systèmes. Ce chapitre et les annexes y relatives ne sont dès lors inclus qu'à titre d'information et ne seront pas développés plus avant.

Pour plus de précisions et d'exemples sur les techniques d'échantillonnage applicables aux audits de systèmes, veuillez consulter la littérature spécialisée consacrée à l'échantillonnage de contrôle.

⁶³ Pour plus de précisions ou d'exemples, voir l'ouvrage «Audit Guide on Sampling», American Institute of Certified Public Accountants («Institut américain des experts-comptables», 1.4.2001.

Dans un échantillonnage par attributs réalisé dans le cadre d'un audit de système, il convient d'appliquer la procédure générique suivante en six étapes:

1. définir les objectifs du test: par exemple, déterminer si la fréquence d'erreur dans une population satisfait aux critères imposés par un niveau d'assurance élevé;
2. définir la population et l'unité d'échantillonnage: par exemple, les factures imputées à un programme;
3. définir les critères de l'écart: il s'agit de l'attribut à évaluer, par exemple l'apposition d'une signature sur les factures imputées à une opération dans le cadre d'un programme;
4. déterminer la taille de l'échantillon, en fonction de la méthode d'échantillonnage appliquée;
5. sélectionner l'échantillon et réaliser l'audit (la sélection de l'échantillon doit être aléatoire);
6. évaluer et justifier les résultats.

7.9.2 Taille de l'échantillon

Le calcul de la taille d'échantillon n dans le cadre de l'échantillonnage par attributs fait appel aux informations suivantes:

- le niveau de confiance et le coefficient z correspondant issu de la loi normale (voir le point 5.3);
- le taux d'écart maximal acceptable T , défini par l'auditeur; les niveaux d'acceptabilité sont fixés par l'autorité d'audit de l'État membre (par exemple, le nombre de signatures manquantes sur les factures en dessous duquel l'auditeur estime que la situation est acceptable);
- le taux d'écart anticipé de la population p , estimé ou observé à partir d'un échantillon préliminaire. Il convient de noter que le taux d'écart acceptable doit être plus élevé que le taux d'écart anticipé de la population. En effet, si tel n'était pas le cas, le test n'aurait pas de sens (ainsi, si vous prévoyez un taux d'erreur de 10 %, la fixation d'un taux d'erreur acceptable de 5 % serait vide de sens puisque vous vous attendez à constater dans la population un nombre d'erreurs plus grand que celui que vous êtes disposé à accepter).

La taille de l'échantillon est calculée comme suit⁶⁴:

⁶⁴ Dans le cas d'une population de petite taille, c.-à-d. lorsque la taille d'échantillon finale représente une grande proportion de la population (en règle générale, plus de 10 % de la population), une formule plus exacte peut être utilisée, à savoir $n = \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{T^2} / \left(1 + \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{N \cdot T^2}\right)$:

$$n = \frac{z^2 \times p \times (1 - p)}{T^2}$$

Exemple: en supposant un niveau de confiance de 95 % ($z = 1.96$), un taux d'écart acceptable T de 12 % et un taux d'écart anticipé de la population (p) de 6 %, la taille d'échantillon minimale serait de:

$$n = \frac{1.96^2 \times 0.06 \times (1 - 0.06)}{0.12^2} \approx 16.$$

Il y a lieu de noter que la taille de la population n'a pas d'effet sur la taille de l'échantillon; le calcul ci-dessus surévalue légèrement la taille d'échantillon requise pour de petites populations, ce qui est autorisé. Il est notamment possible de réduire la taille d'échantillon requise en diminuant le niveau de confiance (c.-à-d. en augmentant la probabilité que l'évaluation du risque d'audit soit trop basse) et en relevant le taux d'écart acceptable.

7.9.3 *Extrapolation*

Le nombre d'écarts observés dans l'échantillon divisé par le nombre d'éléments constitutifs de l'échantillon (c.-à-d. la taille de l'échantillon) correspond au taux d'écart de l'échantillon:

$$EDR = \frac{\# \text{ of deviations in the sample}}{n}$$

Il s'agit également du meilleur estimateur du taux d'écart extrapolé (extrapolated deviation rate – EDR) que l'on puisse obtenir à partir de l'échantillon.

7.9.4 *Précision*

Rappelons que la précision (erreur d'échantillonnage) est une mesure de l'incertitude liée à la projection (extrapolation). La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \frac{p_s \times (1 - p_s)}{\sqrt{n}}$$

où p_s représente le rapport entre le nombre d'écarts observés dans l'échantillon et la taille de l'échantillon, à savoir le taux d'écart de l'échantillon.

7.9.5 Évaluation

La limite supérieure de l'écart (upper limit of deviation – ULD) obtenue est un chiffre théorique, fonction de la taille de l'échantillon et du nombre d'erreurs relevées:

$$ULD = EDR + SE.$$

Cette limite représente le taux d'erreur maximal de la population selon le niveau de confiance défini et résulte de tables binomiales. Par exemple, pour une taille d'échantillon de 150 unités et un nombre d'écarts observés de 3 (taux d'écart de l'échantillon de 2 %), le taux d'écart maximal (ou la limite supérieure de l'écart obtenue), compte tenu d'un niveau de confiance de 95 %, sera:

$$ULD = \frac{3}{150} + 1.96 \times \frac{\frac{3}{150} \times \left(1 - \frac{3}{150}\right)}{\sqrt{150}} = 0.023.$$

Par exemple, pour une taille d'échantillon de 150 unités et un nombre d'écarts observés de 3 (taux d'écart de l'échantillon de 2 %), le taux d'écart maximal (ou la limite supérieure de l'écart obtenue), compte tenu d'un niveau de confiance de 95 %, sera: Si le pourcentage obtenu est supérieur au taux d'écart acceptable, l'échantillon ne respecte pas le taux d'erreur de la population attendu et supposé pour ce niveau de confiance. Dès lors, la conclusion logique est que la population ne satisfait pas au critère fixé pour prétendre à un niveau d'assurance élevé et doit être jugée comme une population présentant un niveau d'assurance moyen ou faible. Veuillez noter qu'il appartient à l'autorité d'audit de définir le seuil auquel un niveau d'assurance faible, moyen ou élevé est atteint.

7.9.6 Méthodes particulières d'échantillonnage par attributs

Étant donné que l'échantillonnage par attributs constitue une méthode générique, un certain nombre de variantes ont été conçues afin de répondre à des objectifs spécifiques. Parmi celles-ci, l'échantillonnage par découverte et l'échantillonnage de dépistage permettent de répondre à des besoins particuliers.

L'échantillonnage par découverte a pour objectif le contrôle d'opérations dans lesquelles la présence d'une seule erreur serait critique; cette méthode est donc généralement réservée à la détection de cas de fraude ou de pratiques destinées à éviter les contrôles. S'inspirant de l'échantillonnage par attributs, cette technique suppose un taux d'erreur nul (ou pour le moins très faible) et n'est pas indiquée pour la projection de résultats à l'ensemble de la population en cas d'erreurs dans l'échantillon. L'échantillonnage par découverte permet à l'auditeur de déterminer, sur la base d'un échantillon, si le taux d'erreur nul ou très faible, supposé caractériser la population,

constitue une hypothèse valable. Cette méthode ne convient pas à l'évaluation du niveau d'assurance des contrôles internes et ne peut donc s'appliquer dans les audits de systèmes.

L'échantillonnage de dépistage résulte de la fréquente nécessité de réduire, autant que possible, la taille de l'échantillon. Dans cette méthode, l'objectif est de déterminer si le taux d'erreur de la population est inférieur à un seuil prédéfini, selon un niveau de confiance donné, en examinant aussi peu d'éléments que possible – l'échantillonnage prend fin dès que le résultat attendu est atteint. Cette méthode n'est pas non plus indiquée pour la projection de résultats à l'ensemble de la population bien qu'elle puisse s'avérer utile pour l'évaluation de conclusions d'audits de systèmes. Elle peut en effet être utilisée dans le cas d'une remise en question des résultats d'audits de systèmes, afin de s'assurer que le critère visé est effectivement atteint en fonction du niveau d'assurance fourni.

7.10 Dispositions relatives au contrôle proportionnel pour la période de programmation 2014-2020 – implications pour l'échantillonnage

7.10.1 Restrictions à la sélection d'échantillons imposées par l'article 148, paragraphe 1, du RDC

Les dispositions relatives au contrôle proportionnel établies à l'article 148, paragraphe 1, du RDC sont destinées à alléger le fardeau administratif pour les bénéficiaires et à empêcher qu'ils soient contrôlés à plusieurs reprises par différents organismes, y compris parfois pour les mêmes dépenses. Ces dispositions, résumées ci-après, s'accompagnent d'implications pour le travail des autorités d'audit:

- a) dans le cas d'opérations pour lesquelles le total des dépenses éligibles n'excède pas **200 000 EUR (FEDER et Fonds de cohésion), 150 000 EUR (FSE) ou 100 000 EUR (FEAMP)**, un seul audit peut être mené par l'autorité d'audit ou la Commission avant la présentation des comptes dans lesquels figurent les dépenses finales de l'opération menée à bien;
- b) dans le cas d'opérations pour lesquelles le total des dépenses éligibles excède **200 000 EUR (FEDER et Fonds de cohésion), 150 000 EUR (FSE) ou 100 000 EUR (FEAMP)**, un audit par exercice comptable peut être mené par l'autorité d'audit ou la Commission avant la présentation des comptes dans lesquels figurent les dépenses finales de l'opération menée à bien;
- c) un audit ne peut être mené par la Commission ou l'autorité d'audit durant un exercice donné si la Cour des comptes européenne a déjà effectué un audit au cours de l'exercice concerné, à condition que les résultats du travail d'audit réalisé par la Cour des comptes européenne quant aux opérations concernées

puissent être utilisés par l'autorité d'audit ou la Commission en vue de l'exécution de leurs missions respectives.

Afin de déterminer si cet article est applicable, le niveau des «dépenses totales éligibles de l'opération» doit être évalué sur la base du montant figurant dans l'accord de subvention puisque les dépenses précises qui seront déclarées au cours de la période de programmation ne sont pas connues à l'avance.

L'article 148, paragraphe 4, du RDC dispose que l'autorité d'audit et la Commission peuvent malgré tout procéder à des audits sur des opérations qui remplissent les conditions précitées lorsqu'une évaluation des risques ou un audit de la Cour des comptes européenne établit un risque spécifique d'irrégularité ou de fraude, en présence d'éléments probants concernant des insuffisances graves dans le bon fonctionnement du système de gestion et de contrôle du programme opérationnel concerné et pendant la période visée à l'article 140, paragraphe 1. **Il en résulte en particulier, pour l'autorité d'audit, que les dispositions de l'article 148, paragraphe 1, ne s'appliquent pas dans le cas d'échantillons d'audit complémentaires fondés sur les risques.**

L'article 148, paragraphe 1, du RDC soulève certaines difficultés pratiques pour le travail des autorités d'audit, notamment en ce qui concerne la stratégie à adopter pour sélectionner l'échantillon, en gardant à l'esprit la règle générale établie à l'article 127, paragraphe 1, du RDC. Aux termes de cette disposition, l'autorité d'audit doit faire en sorte que des contrôles soient réalisés «sur un échantillon approprié d'opérations, sur la base des dépenses déclarées» et que, si un échantillonnage non statistique est utilisé, la taille de l'échantillon soit suffisante pour lui permettre de produire un avis d'audit valable. Le point 7.10.2 ci-après fournit des éclaircissements sur les ajustements qui doivent être réalisés dans la méthodologie d'échantillonnage conformément aux dispositions de l'article 148.

L'autorité d'audit pourrait procéder à son audit au sujet d'un exercice comptable soit au terme de cet exercice en appliquant une procédure d'échantillonnage à une seule période, soit par phases en appliquant un plan d'échantillonnage à deux ou plusieurs périodes.

Dans le cas d'un échantillonnage à une seule période, le fait que l'autorité d'audit (ou la Commission) contrôle, durant un exercice, des opérations inférieures aux seuils précités a pour conséquence que ces opérations ne peuvent plus faire l'objet d'un audit par l'autorité au cours des exercices ultérieurs avant la présentation des comptes dans lesquels figurent les dépenses finales de l'opération menée à bien, excepté si l'article 148, paragraphe 4, du RDC est applicable.

Dans le cas d'un échantillonnage à périodes multiples pour un exercice comptable, si les dépenses de la même opération sont sélectionnées plusieurs fois pour cet exercice, l'autorité d'audit peut considérer que l'audit d'une opération individuelle s'effectue en deux phases (ou davantage). En d'autres termes, si une opération a été sélectionnée pour

l'échantillonnage au cours d'une période d'échantillonnage de l'exercice comptable, l'autorité d'audit maintient cette opération dans la population soumise à un échantillonnage et à un audit lors des périodes d'échantillonnage ultérieures du même exercice comptable. Il ne saurait être question d'un remplacement ou d'une exclusion d'opération dans ces circonstances puisqu'un seul audit est exécuté, bien que ses travaux soient étalés sur différentes périodes se rapportant au même exercice. Étant donné qu'après la sélection de l'échantillon pour la première période d'échantillonnage, l'autorité d'audit ne peut prédire si les opérations sélectionnées seront à nouveau sélectionnées aux fins d'un audit des dépenses lors d'une quelconque autre période d'échantillonnage du même exercice comptable, il est recommandé que l'autorité informe les bénéficiaires concernés que leurs opérations ont été sélectionnées pour un audit relatif à l'exercice comptable en question et qu'il est possible que les opérations soient auditées en plusieurs phases. Une explication s'impose à cette fin dans la lettre annonçant à l'autorité de gestion/au bénéficiaire que l'opération a été sélectionnée pour l'audit⁶⁵.

L'article 148, paragraphe 1, du RDC indique qu'il peut être procédé à un audit par exercice comptable pour les opérations qui excèdent les seuils fixés. Cette disposition doit être interprétée dans le sens d'un audit portant sur les dépenses déclarées durant un exercice comptable, et non d'un audit au cours d'une période d'un exercice comptable.

Afin d'éviter qu'un bénéficiaire subisse le fardeau administratif de plusieurs visites sur place pour la même opération, l'autorité d'audit peut décider de poursuivre les phases ultérieures de l'audit, après les premières vérifications, au niveau de l'autorité de gestion/de l'organisme intermédiaire pour autant que les pièces justificatives puissent être contrôlées dans les dossiers tenus par ces instances.

Opérations auditées par la Cour des comptes européenne (CCE)

En complément aux deux premières conditions qu'il établit, l'article 148, paragraphe 1, du RDC dispose ensuite que l'autorité d'audit ne peut procéder à un audit sur une opération si celle-ci a déjà fait l'objet d'un audit par la CCE au cours du même exercice et que l'autorité d'audit peut utiliser les conclusions de ses travaux.

Cette disposition érige également des difficultés pratiques pour l'autorité d'audit, notamment si les résultats de l'audit mené par la CCE sur les opérations sélectionnées ne sont pas disponibles en temps utile pour que l'autorité d'audit puisse les examiner et

⁶⁵ Il est recommandé aux autorités d'audit d'inclure la mention suivante (ou une mention similaire) dans les courriers signalant un audit dans le cadre de plans d'échantillons à deux ou plusieurs périodes: «Votre opération a été sélectionnée pour faire l'objet d'un audit par l'autorité d'audit du programme au sujet des dépenses que les autorités nationales ont déclarées à la Commission européenne au cours de l'exercice comptable de juillet 20xx à juin 20xx. Cet audit peut s'étaler sur plusieurs phases au cours des prochains mois. Il vous sera précisé ultérieurement si l'audit sera limité aux dépenses déclarées pour le premier semestre (*autre période d'échantillonnage*) ou s'il portera également sur les dépenses encourues au second semestre (*autre période d'échantillonnage*).»

déterminer s'ils peuvent être utilisés aux fins de la production de son avis d'audit. Il peut également arriver que les conclusions de la CCE portent sur une période de référence de dépenses déclarées qui est différente de celle pour laquelle l'autorité d'audit doit produire un avis d'audit, de sorte que les résultats de l'audit de la CCE ne sont pas exploitables à cette fin.

Si des conclusions de la CCE sur l'audit de l'opération sélectionnée par l'autorité d'audit sont effectivement disponibles en temps utile pour que l'autorité d'audit puisse produire l'avis d'audit requis, cette autorité utilise les résultats du travail réalisé par la CCE pour déterminer l'erreur relative à l'opération concernée si elle approuve ces conclusions, et ce sans que la procédure d'audit doive être répétée.

7.10.2 Méthodologie d'échantillonnage en vertu des dispositions relatives au contrôle proportionnel

Sélection de l'échantillon

L'article 28, paragraphe 8, du RD, dispose ce qui suit: *«Lorsque les conditions du contrôle proportionnel prévu à l'article 148, paragraphe 1, du règlement (UE) n° 1303/2013 s'appliquent, l'autorité d'audit peut exclure de la population à échantillonner les éléments visés à cet article. Si l'opération concernée a déjà été retenue dans l'échantillon, l'autorité d'audit la remplace au moyen d'une sélection aléatoire appropriée.»*

Ainsi qu'on peut le déduire de cet article, l'autorité d'audit peut utiliser, aux fins de la sélection de l'échantillon, soit la population positive initiale des dépenses déclarées, soit une population réduite, c'est-à-dire dont les unités d'échantillonnage relevant de l'article 148 du RDC sont exclues.

En cas de remplacement, les opérations ou les autres unités d'échantillonnage concernées doivent être remplacées dans l'échantillon en sélectionnant un échantillon complémentaire d'une taille correspondant au nombre d'opérations remplacées. Les «unités de remplacement» doivent être sélectionnées selon la même méthodologie que l'échantillon initial. En particulier, dans le cadre de méthodes PPS (c.-à-d. un échantillonnage non statistique en unités monétaires et PPS), il convient de sélectionner les unités d'échantillonnage complémentaires selon la méthode de probabilité proportionnelle à la taille. Le point 7.10.3.1 présente des exemples de sélection.

En cas de conjonction d'un remplacement et d'une exclusion, la taille d'échantillon est calculée sur la base des paramètres de la population (tels que la valeur comptable et le nombre d'unités d'échantillonnage) qui correspondent à la population initiale (c.-à-d. la population incluant les opérations ou autres unités d'échantillonnage relevant de l'article 148, paragraphe 1, du RDC). Les formules standard respectives permettant de calculer la taille d'échantillon (décrites au point 6 du présent guide) sont en outre applicables.

L'autorité d'audit doit décider de recourir à l'exclusion ou au remplacement d'unités d'échantillonnage sur la base de son appréciation professionnelle. Elle peut juger plus commode d'opter pour le remplacement d'opérations dans des populations dont un petit nombre d'unités d'échantillonnage (échantillonnage aléatoire simple) ou une petite partie des dépenses (échantillonnage en unités monétaires) relèvent de l'article 148 car la probabilité de sélection de telles unités (et les implications techniques connexes d'un remplacement) est faible. Dans le cas de populations dont un grand nombre d'unités d'échantillonnage ou de dépenses relèvent de l'article 148, le remplacement serait au contraire plus fréquent et il devrait parfois être répété à plusieurs reprises. En conséquence, l'autorité d'audit pourrait alors estimer plus facile d'exclure les unités de la population relevant de l'article 148 du RDC de la population à échantillonner de façon à éviter les remplacements d'unités d'échantillonnage.

Extrapolation des erreurs

Conformément à l'article 127, paragraphe 1, du RDC, l'autorité d'audit doit produire un avis d'audit sur le total des dépenses déclarées. Par conséquent, même si la population dont l'échantillon a été extrait correspond aux dépenses déclarées diminuées des dépenses relatives aux opérations relevant de l'article 148, il reste indispensable de calculer l'erreur totale pour les dépenses déclarées aux fins de la production de l'avis d'audit sur ces dépenses.

Deux techniques s'offrent à cette fin. D'une part, dans les formules d'extrapolation, la taille de la population $N_{(h)}$ et la valeur comptable de la population $BV_{(h)}$ correspondent à la population d'origine (c.-à-d. la population incluant les unités d'échantillonnage relevant de l'article 148). L'erreur est alors extrapolée à la population d'origine (par strate) et aucune autre mesure ne doit être prise. Cette approche est en particulier recommandée dans le cas du remplacement des opérations ou autres unités d'échantillonnage.

D'autre part, il est possible de passer par deux étapes: premièrement, dans les formules d'extrapolation, la taille de la population $N_{(h)}$ et la valeur comptable de la population $BV_{(h)}$ correspondent à la population réduite (c.-à-d. la population obtenue après la déduction des unités relevant de l'article 148 du RDC). Deuxièmement, après que l'erreur a été extrapolée selon cette formule, l'erreur prévue doit être multipliée par le rapport entre les dépenses déclarées dans la population d'origine et les dépenses déclarées dans la population réduite $\frac{BV_{(h) \text{ original population}}}{BV_{(h) \text{ reduced population}}}$ pour obtenir l'erreur totale

prévue de la population d'origine (typiquement, dans un échantillonnage en unités monétaires et un échantillonnage aléatoire simple, au moyen d'une estimation par le quotient). Cette extrapolation de la population réduite à la population originale peut également être réalisée en multipliant l'erreur de la population réduite par le rapport entre la taille de la population originale et la taille de la population réduite $\frac{N_{(h) \text{ original population}}}{N_{(h) \text{ reduced population}}}$ (typiquement, dans un échantillonnage aléatoire simple, au moyen

d'une estimation par la moyenne). Cette procédure en deux étapes est en particulier recommandée dans le cas de l'exclusion d'opérations ou autres unités d'échantillonnage.

D'une manière similaire, la précision pourrait aussi être calculée par rapport à la population originale $SE_{(h) \text{ original}}$ ou à la population réduite $SE_{(h) \text{ reduced}}$ (voir toutefois les restrictions décrites dans les tableaux ci-après). Si la précision est calculée pour la population réduite, elle doit être adaptée à l'étape suivante afin de refléter la population originale.

Comme dans le cas de l'extrapolation de l'erreur, cette adaptation est réalisée en multipliant la précision relative à la population réduite par le rapport $\frac{BV_{(h) \text{ original population}}}{BV_{(h) \text{ reduced population}}}$ (dans le cas d'un échantillonnage en unités monétaires et d'un échantillonnage aléatoire simple avec estimation par le quotient) ou par le rapport $\frac{N_{(h) \text{ original population}}}{N_{(h) \text{ reduced population}}}$ (dans le cas d'un échantillonnage aléatoire simple avec estimation par la moyenne).

Aucune méthodologie n'est plus appropriée que les autres dans toutes les circonstances (par exemple, l'extrapolation et le calcul de la précision par rapport à la population originale ou réduite) car certaines méthodes d'échantillonnage peuvent comporter différentes restrictions techniques.

Les tableaux ci-après montrent un résumé d'approches applicables à la sélection d'un échantillon, à l'extrapolation des erreurs et au calcul de la précision d'un échantillon, en précisant les restrictions imposées par les dispositions relatives au contrôle proportionnel.

a) Approche classique dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires

Modèle d'échantillonnage	Échantillonnage en unités monétaires classique: exclusion d'unités d'échantillonnage	Échantillonnage en unités monétaires classique: remplacement d'unités d'échantillonnage
<i>Paramètres utilisés pour le calcul de la taille d'échantillon</i>	Correspondent à la population originale.	Correspondent à la population originale.
<i>Population utilisée pour la sélection de l'échantillon</i>	Population réduite	Population originale
<i>Approche recommandée pour l'extrapolation des erreurs et le calcul de la précision</i>	Extrapolation de l'erreur et calcul de la précision pour la population réduite, puis à l'étape suivante, ajustement pour refléter la population originale. L'ajustement peut être réalisé en multipliant l'erreur prévue et la précision par le rapport entre les dépenses $BV_{(h) \text{ original}}$ de la population originale et les dépenses $BV_{(h) \text{ reduced}}$ de la	Extrapolation de l'erreur et calcul de la précision pour la population originale. Les unités de la strate de valeur élevée (ou d'une autre strate exhaustive quelconque) qui ont été exclues des procédures d'audit en raison des dispositions de l'article 148 doivent être

	<p>population réduite.</p> <p>Dans le cas d'unités de la strate de valeur élevée relevant de l'article 148 (ou d'une autre strate exhaustive quelconque), il pourrait être nécessaire de calculer l'erreur pour la strate de valeur élevée et d'extrapoler cette erreur aux unités qui n'ont pas été auditées dans cette strate en utilisant la formule $EE_e = EE_{e\ reduced} \times \frac{BV_{e\ original}}{BV_{e\ reduced}}$ (où $EE_{e\ reduced}$ représente le montant de l'erreur dans les unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée, $BV_{e\ original}$ désigne la valeur comptable de la strate de valeur élevée originale et $BV_{e\ reduced}$ désigne la valeur comptable des éléments de la strate de valeur élevée qui ont été soumis à l'audit).</p>	<p>remplacées par les unités d'échantillonnage de la strate de faible valeur. Dans ce cas, il pourrait être nécessaire de calculer l'erreur pour la strate de valeur élevée et d'extrapoler cette erreur aux unités qui n'ont pas été auditées dans cette strate en utilisant la formule $EE_e = EE_{e\ reduced} \times \frac{BV_{e\ original}}{BV_{e\ reduced}}$ (où $EE_{e\ reduced}$ représente le montant de l'erreur dans les unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée, $BV_{e\ original}$ désigne la valeur comptable de la strate de valeur élevée originale et $BV_{e\ reduced}$ désigne la valeur comptable des éléments de la strate de valeur élevée qui ont été soumis à l'audit).</p>
--	---	--

b) Approche conservatrice dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires

Modèle d'échantillonnage	Échantillonnage en unités monétaires conservatif: exclusion d'unités d'échantillonnage	Échantillonnage en unités monétaires conservatif: remplacement d'unités d'échantillonnage
<i>Paramètres utilisés pour le calcul de la taille d'échantillon</i>	N/A (la taille d'échantillon reste identique sans distinction qu'elle ait été calculée au moyen de paramètres relatifs à la population originale ou réduite)	N/A (la taille d'échantillon reste identique sans distinction qu'elle ait été calculée au moyen de paramètres relatifs à la population originale ou réduite)
<i>Population utilisée pour la sélection de l'échantillon</i>	Population réduite	Population originale
<i>Approche recommandée pour l'extrapolation des erreurs et le calcul de la précision</i>	<p>Extrapolation de l'erreur et calcul de la précision pour la population réduite, puis à l'étape suivante, ajustement pour refléter la population originale.</p> <p>L'ajustement peut être réalisé en multipliant l'erreur prévue et la précision par le rapport entre les dépenses $BV_{(h)\ original}$ de la population originale et les dépenses $BV_{(h)\ reduced}$ de la population réduite.</p> <p>Dans le cas d'unités de la strate de valeur élevée relevant de l'article 148, il pourrait être nécessaire de calculer l'erreur pour la strate de valeur élevée et d'extrapoler cette erreur aux unités qui n'ont pas été auditées dans cette strate en utilisant la formule $EE_e =$</p>	<p>Eu égard aux difficultés techniques liées à l'extrapolation des erreurs et au calcul de la précision dans le cas du remplacement d'unités d'échantillonnage dans l'approche conservatrice de l'échantillonnage en unités monétaires, il est recommandé d'opter pour l'exclusion des unités d'échantillonnage si l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires est utilisée⁶⁶.</p>

⁶⁶ Si l'autorité d'audit a décidé d'opter pour le remplacement avec l'approche conservatrice de l'échantillonnage en unités monétaires, elle peut demander conseil à la Commission pour déterminer les formules spécifiques à appliquer et obtenir des informations techniques sur la sélection de l'échantillon et l'extrapolation.

	$EE_{e\ reduced} \times \frac{BV_{e\ original}}{BV_{e\ reduced}}$ (où $EE_{e\ reduced}$ représente le montant de l'erreur dans les unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée, $BV_{e\ original}$ désigne la valeur comptable de la strate de valeur élevée originale et $BV_{e\ reduced}$ désigne la valeur comptable des éléments de la strate de valeur élevée qui ont été soumis à l'audit).	
--	--	--

c) Échantillonnage aléatoire simple

Modèle d'échantillonnage	Échantillonnage aléatoire simple: exclusion d'unités d'échantillonnage	Échantillonnage aléatoire simple: remplacement d'unités d'échantillonnage
<i>Paramètres utilisés pour le calcul de la taille d'échantillon</i>	Correspondent à la population originale.	Correspondent à la population originale.
<i>Population utilisée pour la sélection de l'échantillon</i>	Population réduite	Population originale
<i>Approche recommandée pour l'extrapolation des erreurs et le calcul de la précision</i>	<p>Extrapolation de l'erreur et calcul de la précision pour la population réduite, puis à l'étape suivante, ajustement pour refléter la population originale.</p> <p>Si l'estimation par la moyenne est utilisée, l'ajustement peut être réalisé en multipliant l'erreur prévue et la précision par le rapport entre la taille $N_{(h)\ original}$ de la population originale et la taille $N_{(h)\ reduced}$ de la population réduite.</p> <p>Si l'estimation par le quotient est utilisée, l'ajustement peut être réalisé en multipliant l'erreur prévue et la précision par le rapport entre les dépenses $BV_{(h)\ original}$ de la population originale et les dépenses $BV_{(h)\ reduced}$ de la population réduite.</p> <p>L'erreur peut également être extrapolée directement à la population originale à la fois en cas d'estimation par le quotient et en cas d'estimation par la moyenne.</p> <p>La précision ne doit pas être calculée directement pour la population originale dans le cas d'une estimation par le quotient; ce n'est possible que dans le cas de l'estimation par la moyenne. La précision calculée pour la population réduite selon l'estimation par le quotient doit être ajustée à la population originale en multipliant la précision de la population réduite par le rapport $\frac{BV_{(h)\ original\ population}}{BV_{(h)\ reduced\ population}}$.</p>	<p>Extrapolation de l'erreur à la population originale (à la fois en cas d'estimation par le quotient et en cas d'estimation par la moyenne).</p> <p>Dans le cas d'une estimation par la moyenne, la précision est calculée pour la population originale. Dans le cas d'une estimation par le quotient, la précision doit être calculée pour la population réduite (population dont tous les éléments d'échantillonnage relevant de l'article 148 ont été déduits). Elle doit ensuite être adaptée à l'étape suivante afin de refléter la population originale. Cela peut être réalisé en multipliant la précision de la population réduite par le rapport entre les dépenses $BV_{(h)\ original}$ de la population originale et les dépenses $BV_{(h)\ reduced}$ de la population réduite. Il convient par ailleurs de remarquer que même si l'autorité d'audit n'a pas sélectionné dans son échantillon d'éléments d'échantillonnage relevant de l'article 148, dans le cas d'une estimation par le quotient, la précision doit également être calculée pour la population réduite, puis adaptée à l'aide de la formule précitée.</p> <p>Dans le cas d'unités de la strate de valeur élevée (ou d'une autre strate exhaustive quelconque) relevant de l'article 148, il pourrait être nécessaire</p>

Modèle d'échantillonnage	Échantillonnage aléatoire simple: exclusion d'unités d'échantillonnage	Échantillonnage aléatoire simple: remplacement d'unités d'échantillonnage
	<p>Dans le cas d'unités de la strate de valeur élevée (ou d'une autre strate exhaustive quelconque) relevant de l'article 148, il pourrait être nécessaire de calculer une erreur pour la strate de valeur élevée et d'extrapoler cette erreur aux unités qui n'ont pas été auditées dans cette strate. En cas d'estimation par le quotient, cela serait réalisé en utilisant la formule $EE_e = EE_e \text{ reduced} \times \frac{BV_e \text{ original}}{BV_e \text{ reduced}}$, où $EE_e \text{ reduced}$ représente le montant de l'erreur dans les unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée, $BV_e \text{ original}$ désigne la valeur comptable de la strate de valeur élevée originale et $BV_e \text{ reduced}$ désigne la valeur comptable des éléments de la strate de valeur élevée qui ont été soumis à l'audit. En cas d'estimation par la moyenne, cela serait réalisé en utilisant la formule $EE_e = EE_e \text{ reduced} \times \frac{N_e \text{ original}}{N_e \text{ reduced}}$, où $EE_e \text{ reduced}$ représente le montant de l'erreur dans les unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée, $N_e \text{ original}$ désigne le nombre d'unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée originale et $N_e \text{ reduced}$ désigne le nombre d'unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée.</p>	<p>de calculer une erreur pour la strate de valeur élevée et d'extrapoler cette erreur aux unités qui n'ont pas été auditées dans cette strate. En cas d'estimation par le quotient, cela serait réalisé en utilisant la formule $EE_e = EE_e \text{ reduced} \times \frac{BV_e \text{ original}}{BV_e \text{ reduced}}$, où $EE_e \text{ reduced}$ représente le montant de l'erreur dans les unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée, $BV_e \text{ original}$ désigne la valeur comptable de la strate de valeur élevée originale et $BV_e \text{ reduced}$ désigne la valeur comptable des éléments de la strate de valeur élevée qui ont été soumis à l'audit. En cas d'estimation par la moyenne, cela serait réalisé en utilisant la formule $EE_e = EE_e \text{ reduced} \times \frac{N_e \text{ original}}{N_e \text{ reduced}}$, où $EE_e \text{ reduced}$ représente le montant de l'erreur dans les unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée, $N_e \text{ original}$ désigne le nombre d'unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée originale et $N_e \text{ reduced}$ désigne le nombre d'unités d'échantillonnage de la strate de valeur élevée auditée.</p>

7.10.3 Exemples

7.10.3.1 Exemples de remplacement d'unités d'échantillonnage dans le cadre de méthodes PPS (échantillonnage non statistique en unités monétaires et PPS)

Ainsi que cela a été expliqué au point précédent, dans le cadre de méthodes PPS (c.-à-d. un échantillonnage non statistique en unités monétaires et PPS), les unités d'échantillonnage relevant de l'article 148 doivent être remplacées en sélectionnant de nouvelles unités selon la méthode de la probabilité proportionnelle à la taille.

Il convient de remarquer que la procédure de sélection de nouvelles unités d'échantillonnage selon la méthode d'échantillonnage non statistique PPS est la même que dans le cas de l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires. Des exemples communs illustrent donc le remplacement d'unités d'échantillonnage dans ces deux méthodes. Les deux exemples décrits ci-après illustrent respectivement:

- a) le remplacement d'unités d'échantillonnage dans une strate de faible valeur dans le cas de l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires et d'un échantillonnage non statistique PPS;
- b) le remplacement d'unités d'échantillonnage dans une strate de valeur élevée dans le cas de l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires et d'un échantillonnage non statistique PPS.

a) *Remplacement d'unités d'échantillonnage dans une strate de faible valeur – Approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires et échantillonnage non statistique PPS*

Supposons une population positive de dépenses déclarées à la Commission pour une période de référence donnée, relatives aux opérations d'un programme.

Les caractéristiques de cette population sont résumées dans le tableau ci-après:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

La taille d'échantillon s'élève à 30 opérations (telle que calculée pour l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires sur la base des paramètres pertinents pour l'échantillon ou de la couverture recommandée des opérations pour la sélection non statistique PPS fondée sur le niveau d'assurance résultant des audits des systèmes). La strate de valeur élevée compte 8 opérations au-delà de la valeur seuil de 139 996 067,47 EUR, pour une valeur totale de 1 987 446 254 EUR. L'intervalle d'échantillonnage est donc de 100 565 262 EUR:

$$\text{Sampling interval (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254}{22 \text{ (i. e. } 30 - 8)} = 100,565,262$$

Les 22 opérations sélectionnées par l'autorité d'audit à partir de la strate de faible valeur en appliquant l'intervalle précité affichent une valeur de 65 550 000 EUR. Cet échantillon comprend deux opérations auditées par les services de la Commission, qui représentent des dépenses déclarées de 950 000 EUR. Ces opérations sont remplacées, conformément à l'article 148, en sélectionnant une unité de remplacement selon la méthode de la probabilité proportionnelle à la taille.

Les nouvelles unités d'échantillonnage doivent être sélectionnées à partir de la population restante de la strate de faible valeur, c'est-à-dire un dossier contenant

3 822 unités d'échantillonnage (3 852 opérations de la population moins 30 opérations sélectionnées initialement)⁶⁷, en utilisant l'intervalle de 1 073 442 885 EUR:

$$\text{Sampling interval used for replacement (SI')} = \frac{BV_{SI'}}{n_{SI'}} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254 - 65,550,000}{2} = 1\,073\,442\,885$$

Dans l'échantillon original, les opérations relevant de l'article 148 sont remplacées par les deux opérations nouvellement sélectionnées. L'extrapolation est réalisée comme à l'accoutumée en utilisant les paramètres de la population et de l'échantillon BV_s et n_s , ou en d'autres termes, les erreurs de la strate de valeur élevée sont additionnées et les erreurs de la strate de faible valeur sont extrapolées selon la formule suivante:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

où $BV_s = 2\,212\,435\,770$ (4,199,882,024 - 1,987,446,254) et $n_s=22$.

En supposant que la somme des taux d'erreur de toutes les unités de la strate de faible valeur ($\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$) s'élève à 0,52, l'erreur extrapolée pour la strate de faible valeur se monte à 52 293 936 EUR

L'autorité d'audit a constaté des erreurs d'un montant total de 692 EUR dans la strate de valeur élevée. L'erreur extrapolée dans la population s'établit donc à 52 294 628 EUR (52 293 936 + 692), soit 1,25 % de la valeur de la population.

En cas d'application d'un échantillonnage non statistique PPS, l'autorité d'audit estimerait qu'il n'existe pas suffisamment d'éléments probants pour conclure que la population présente une erreur significative. Néanmoins, la précision obtenue ne peut être déterminée et le niveau de confiance de la conclusion est inconnu.

En cas d'application de l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires, pour estimer la limite supérieure de l'erreur, l'autorité d'audit calculerait la précision au moyen de la formule classique:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

où $BV_s = 2\,212\,435\,770$ (4,199,882,024 - 1,987,446,254) et $n_s = 22$.

⁶⁷ L'autorité d'audit pourrait également décider d'enlever du dossier toutes les autres unités d'échantillonnage relevant de l'article 148 et de sélectionner les nouvelles unités d'échantillonnage uniquement parmi la population de la strate de faible valeur qui n'est pas affectée par l'article 148. Cette solution éviterait le risque de devoir procéder plusieurs fois à une sélection pour cause de remplacement, ce qui serait nécessaire si les nouveaux éléments sélectionnés relèvent également de l'article 148.

b) Remplacement d'unités d'échantillonnage dans une strate de valeur élevée – Approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires et échantillonnage non statistique PPS

Supposons une population positive de dépenses déclarées à la Commission pour une période de référence donnée, relatives aux opérations d'un programme.

Les caractéristiques de cette population sont résumées dans le tableau ci-après:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

La taille d'échantillon s'élève à 30 opérations (telle que calculée pour l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires sur la base des paramètres pertinents pour l'échantillon ou de la couverture recommandée des opérations pour la sélection non statistique PPS fondée sur le niveau d'assurance résultant des audits des systèmes). La strate de valeur élevée compte 8 opérations au-delà de la valeur seuil de 139 996 067,47 EUR, pour une valeur totale de 1 987 446 254 EUR

Après que l'autorité d'audit a déterminé les opérations/les unités d'échantillonnage appartenant à la strate de valeur élevée selon l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires et l'échantillonnage non statistique PPS, il est recommandé qu'avant de sélectionner l'échantillon dans la strate de faible valeur, elle vérifie si la strate de valeur élevée contient des unités d'échantillonnage relevant de l'article 148. Dans notre exemple, si les 8 opérations de la strate de valeur élevée comprennent une opération relevant de l'article 148, la taille d'échantillon à affecter à la strate de faible valeur s'établit à 23 (30 moins 7), garantissant l'audit de 30 opérations. Dans un tel cas, il n'est pas nécessaire de procéder à une sélection spécifique d'unités d'échantillonnage afin de remplacer l'opération faisant l'objet de l'article 148 dans la strate de valeur élevée.

Toutefois, dans le cas où l'autorité d'audit découvrirait, après la sélection de la strate de faible valeur de 22 opérations (30 moins 8), qu'une opération de la strate de valeur élevée relève de l'article 148, l'unité d'échantillonnage supplémentaire de la strate de faible valeur destinée à remplacer l'unité d'échantillonnage de la strate de valeur élevée serait sélectionnée selon la méthode de la probabilité proportionnelle à la taille. (Étant donné qu'il ne reste pas d'autres unités disponibles pour le remplacement dans la strate de valeur élevée, afin d'éviter une réduction artificielle de la taille d'échantillon due à cette restriction, un élément de la strate de faible valeur serait sélectionné aux fins du remplacement, assurant ainsi la couverture de 30 opérations.)

À l'origine, l'autorité d'audit a sélectionné les 22 opérations d'un montant total de 65 550 000 EUR parmi la strate de faible valeur en utilisant l'intervalle de 100 565 262 EUR:

$$\text{Sampling interval (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254}{22 \text{ (i. e. } 30 - 8)} = 100,565,262$$

La nouvelle unité d'échantillonnage de la strate de faible valeur destinée à remplacer l'unité d'échantillonnage de la strate de valeur élevée doit être sélectionnée à partir de la population restante de la strate de faible valeur, c'est-à-dire un dossier contenant 3 822 unités d'échantillonnage (3 852 opérations de la population moins 30 opérations sélectionnées initialement)⁶⁸, en utilisant l'intervalle de 2 146 885 770,00 EUR:

$$\text{Sampling interval used for replacement (SI')} = \frac{BV_{SI'}}{n_{SI'}} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254 - 65,550,000}{1} = 2\,146\,885\,770,00$$

En conséquence, l'audit couvre 7 opérations dans la strate de valeur élevée et 23 opérations dans la strate de faible valeur.

L'extrapolation des erreurs dans la strate de faible valeur repose sur la formule classique suivante:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

où $BV_s = 2\,212\,435\,770$ ($4,199,882,024 - 1,987,446,254$) et $n_s = 23$.

En supposant que la somme des taux d'erreur de toutes les unités de la strate de faible valeur ($\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$) s'élève à 0,52, l'erreur extrapolée pour la strate de faible valeur se monte à 50 020 287 EUR

L'autorité d'audit a constaté des erreurs d'un montant total de 420 EUR dans les 7 opérations de la strate de valeur élevée qui ont été soumises à l'audit. L'erreur de la strate de valeur élevée devrait être calculée à l'aide de la formule suivante:

$$EE_{e \text{ original}} = EE_{e \text{ reduced}} \times \frac{BV_{e \text{ original}}}{BV_{e \text{ reduced}}}$$

où:

⁶⁸ Voir également la note en bas de page ci-dessus expliquant que l'autorité d'audit pourrait décider de sélectionner les nouvelles unités d'échantillonnage uniquement parmi la population qui n'est pas affectée par l'article 148.

- $EE_{e\ reduced}$ désigne le montant de l'erreur constatée dans les opérations de la strate de valeur élevée qui ont été soumises à l'audit (les opérations relevant de l'article 148 étant exclues);
- $BV_{e\ original}$ désigne la valeur comptable totale de la strate de valeur élevée, y compris les opérations relevant de l'article 148; et
- $BV_{e\ reduced}$ désigne la valeur comptable de la strate de valeur élevée à l'exclusion des opérations relevant de l'article 148.

En supposant que, dans notre exemple, un montant de 290 309 600 EUR a été déclaré pour l'opération soumise à l'article 148 dans la strate de valeur élevée, l'erreur de la strate de valeur élevée s'établirait à 492 EUR:

$$EE_{e\ original} = 420 \times \frac{1,987,446,254}{1,697,136,654} = 492$$

En conséquence, l'erreur extrapolée au niveau de la population atteindrait 50 020 779 EUR (soit 1,19 % de la valeur de la population):

$$EE = 50,020,287 + 492 = 50,020,779$$

En cas d'application d'un échantillonnage non statistique PPS, l'autorité d'audit estimerait qu'il n'existe pas suffisamment d'éléments probants pour conclure que la population présente une erreur significative. Néanmoins, la précision obtenue ne peut être déterminée et le niveau de confiance de la conclusion est inconnu.

En cas d'application de l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires, pour estimer la limite supérieure de l'erreur, l'autorité d'audit calculerait la précision au moyen de la formule classique:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

où $BV_s = 2\,212\,435\,770$ ($4,199,882,024 - 1,987,446,254$) et $n_s = 23$.

7.10.3.2 Exemple d'exclusion d'opérations au stade de la sélection de l'échantillon dans l'approche classique de l'échantillonnage en unités monétaires

Supposons une population de dépenses déclarées transmises à la Commission pour une période de référence donnée, relatives aux opérations d'un programme. Les audits de système réalisés par l'autorité d'audit ont conclu à un niveau d'assurance faible. Aussi l'échantillonnage de ce programme peut-il être réalisé avec un niveau de confiance de 90 %.

Les caractéristiques de cette population sont résumées dans le tableau ci-après:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (total des dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

Il existe 4 opérations affectées par les dispositions de l'article 148, paragraphe 1, du RDC et leur valeur comptable atteint au total 12 706 417 EUR. Elles seront exclues de la population à échantillonner.

La taille de l'échantillon est calculée comme suit:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

où σ_r représente l'écart type des taux d'erreur résultant d'un échantillon composé par échantillonnage en unités monétaires et BV représente les dépenses totales de l'année de référence, qui incluent les 4 opérations précédentes. Sur la base d'un échantillon préliminaire de 20 opérations, l'autorité d'audit estime l'écart type des taux d'erreur à 0,0935.

Eu égard à ces estimations relatives à l'écart type des taux d'erreur, à l'erreur maximale acceptable et à l'erreur anticipée, nous pouvons désormais calculer la taille de l'échantillon. En supposant une erreur acceptable de 2 % de la valeur comptable totale, $2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$ (seuil d'erreur significative fixé par le règlement), et un taux d'erreur anticipée de 0,4 %, $0,4 \% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$:

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.0935}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 93$$

Premièrement, il y a lieu de recenser les (éventuelles) unités de population de valeur élevée, lesquelles constitueront une strate de valeur élevée soumise à un contrôle exhaustif. La valeur seuil à prendre en compte pour constituer cette strate supérieure équivaut au rapport entre la valeur comptable (BV), à l'exclusion des 4 opérations déjà mentionnées (d'un montant total de 12 706 417 EUR), et la taille de l'échantillon prévue (n). Tous les éléments affichant une valeur comptable supérieure à cette valeur seuil (si $BV_i > BV/n$) seront placés dans la strate soumise à un contrôle exhaustif. Dans le cas présent, la valeur seuil s'élève à $4\,187\,175\,607 \text{ EUR} / 93 = 45\,023\,394 \text{ EUR}$.

L'autorité d'audit place dans une strate isolée toutes les opérations affichant une valeur comptable supérieure à 45 023 394 EUR, soit 6 opérations totalisant 586 837 081 EUR.

L'intervalle d'échantillonnage pour le reste de la population est égal à la valeur comptable de la strate non exhaustive (BV_s) (c.-à-d. la différence entre la valeur

comptable totale dont les opérations exclues ont été déduites et la valeur comptable des 6 opérations appartenant à la strate supérieure), divisée par le nombre d'opérations à sélectionner (93 moins les 6 opérations de la strate supérieure).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,187,175,607 - 586,837,081}{87} = 41,383,201$$

L'AA a contrôlé qu'aucune opération ne présentait une valeur comptable supérieure à l'intervalle et la strate supérieure ne contient donc que les 6 opérations ayant une valeur comptable supérieure à la valeur seuil. L'échantillon est sélectionné à partir d'une liste randomisée d'opérations, en choisissant chaque élément contenant la 41 383 201^e unité monétaire.

Un fichier contenant les 3 842 opérations restantes (3 852 – 4 opérations exclues et 6 opérations de valeur élevée) de la population est trié de manière aléatoire et une variable séquentielle fondée sur la valeur comptable cumulée est constituée. Un échantillon de 87 opérations (soit 93 opérations moins 6 opérations de valeur élevée) est prélevé selon une sélection systématique.

Après avoir contrôlé les 93 opérations, l'autorité d'audit est en mesure d'extrapoler l'erreur.

Sur les 6 opérations de valeur élevée (totalisant une valeur comptable de 586 837 081 EUR), 3 opérations contiennent des erreurs totalisant un montant d'erreur de 7 616 805 EUR

En ce qui concerne l'échantillon restant, le traitement de l'erreur est différent. Pour les opérations de cet échantillon, la procédure suivante s'applique:

- 1) calculer, pour chaque unité de l'échantillon, le taux d'erreur, c.-à-d. le rapport entre l'erreur observée et les dépenses respectives; $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) additionner les différents taux d'erreur calculés pour chaque unité de l'échantillon;
- 3) multiplier le résultat obtenu par l'intervalle d'échantillonnage (SI)

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

où BV_s et n_s désignent, respectivement, la valeur comptable utilisée pour calculer l'intervalle d'échantillonnage (4 187 175 607 EUR – 586 837 081 EUR = 3 600 338 526 EUR) et 87.

$$EE_s = 41,383,201 \times 1.026 = 42,459,164$$

Pour extrapoler l'erreur (en EUR) de la strate d'échantillonnage à la population positive originale des dépenses déclarées à la Commission, l'erreur prévue doit être multipliée par le rapport entre les dépenses originales de la strate (sans déduction des unités exclues) et les dépenses réduites de la strate (après déduction des unités exclues).

$$EE_{s,original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times EE_s = \frac{3,613,044,943}{3,600,338,526} \times 42,459,164 = 42,609,012$$

L'erreur constatée dans la strate de valeur élevée ne doit pas être extrapolée à la population originale car les dépenses des 4 unités exclues sont inférieures à la valeur seuil.

L'erreur prévue au niveau de la population originale correspond simplement à la somme des deux composantes (strate de valeur élevée et strate d'échantillonnage):

$$EE_{original} = 7,616,805 + 42,609,012 = 50,225,817$$

Le taux d'erreur prévu correspond au rapport entre l'erreur prévue et le total des dépenses de la population originale, soit:

$$r = \frac{50,225,817}{4,199,882,024} = 1.20 \%$$

L'écart type des taux d'erreur dans la strate d'échantillonnage s'élève à 0,0832.

La précision est obtenue à l'aide de la formule suivante:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1.645 \times \frac{3,600,338,526}{\sqrt{87}} \times 0.0832 = 52,829,067$$

Pour extrapoler cette précision à la population originale (y compris les unités exclues), la valeur obtenue doit être multipliée par le rapport entre les dépenses originales de la strate d'échantillonnage et les dépenses réduites de la strate d'échantillonnage (dont les unités exclues ont été déduites).

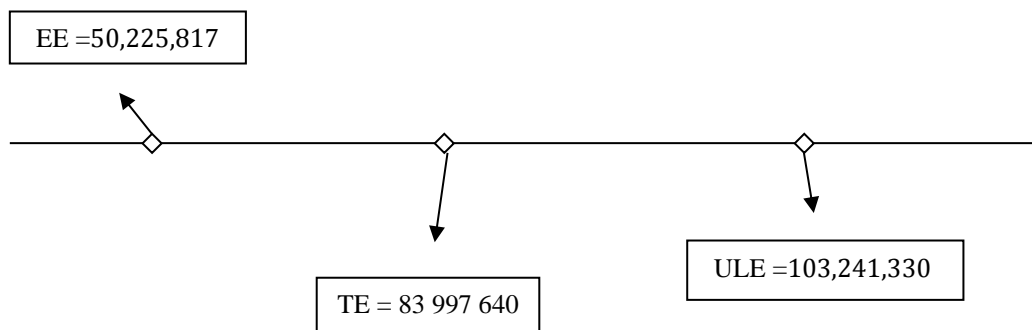
$$SE_{original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times SE = \frac{3,613,044,943}{3,600,338,526} \times 52,829,067 = 53,015,513$$

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur (ULE) doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = 50,225,817 + 53,015,513 = 103,241,330$$

L'erreur prévue et la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à l'erreur maximale acceptable TE, à savoir 83 997 640 EUR, aux fins des conclusions d'audit.

Dans la mesure où l'erreur maximale acceptable est supérieure à l'erreur prévue mais inférieure à la limite supérieure de l'erreur, les résultats de l'échantillonnage ne sont peut-être pas concluants. Pour plus d'explications, voir le point 4.12.



7.10.3.3 Exemple d'exclusion d'opérations au stade de la sélection de l'échantillon dans l'approche conservatrice de l'échantillonnage en unités monétaires

Supposons une population de 3 857 opérations totalisant des dépenses déclarées à la Commission de 4 207 500 608 EUR pour une période de référence donnée (population de montants positifs). L'autorité d'audit a décidé d'appliquer l'approche conservatrice en utilisant l'opération comme unité d'échantillonnage. De plus, conformément à l'article 28, paragraphe 8, du RD, elle a décidé d'exclure de la population à échantillonner les opérations visées à l'article 148, paragraphe 1, du RDC.

Parmi la population, 5 opérations, d'un montant total de 7 618 584 EUR, étaient concernées par les dispositions de l'article 148 du RDC et ont été exclues de l'échantillon avant la sélection de l'échantillon. L'échantillon a donc été sélectionné parmi la population de 3 852 opérations totalisant des dépenses de 4 199 882 024 EUR.

Les caractéristiques de la population hors opérations concernées par l'article 148 sont résumées dans le tableau suivant:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 852
Valeur comptable (dépenses dans la période de référence)	4 199 882 024 EUR

La taille d'échantillon correspondant au niveau de confiance de 90 % et au seuil d'erreur significative de 2 % s'élève à 136

$$(n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)} = \frac{4,207,500,608 \times 2.31}{0.02 \times 4,207,500,608 - (0.002 \times 4,207,500,608 \times 1.5)} \approx 136).$$

L'échantillon est sélectionné selon la méthode de la probabilité de sélection proportionnelle à la taille en appliquant l'intervalle de 30 881 485 ($SI = \frac{BV}{n} = \frac{4\,199\,882\,024}{136} = 30,881,485$).

Dans la population, 24 opérations présentent une valeur comptable supérieure à l'intervalle d'échantillonnage. Ces opérations, d'une valeur comptable totale de 1 375 130 377 EUR, constitueront la strate de valeur élevée (45 occurrences car certaines opérations ont été citées à plusieurs reprises). La taille d'échantillon de la strate de faible valeur s'élève à 91 opérations, pour un montant total de 301 656 001 EUR

L'extrapolation de l'erreur dans la strate de faible valeur est réalisée comme à l'accoutumée selon la formule suivante:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

où

$$SI = \frac{BV}{n}$$

désigne l'intervalle utilisé pour la sélection de l'échantillon, c'est-à-dire sur la base de la valeur de la population réduite ($BV = 4\,199\,882\,024$) et de la taille d'échantillon (nombre d'occurrences $n = 136$).

En supposant que la somme des taux d'erreur dans l'échantillon de faible valeur ($(\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i})$) s'élève à 1,077, l'erreur extrapolée pour la strate de faible valeur se monte à 33 259 360 EUR:

$$EE_s = 30\,881\,485 \times 1,077 = 33\,259\,360$$

Pour extrapoler l'erreur (en EUR) de la strate d'échantillonnage à la population positive originale des dépenses déclarées à la Commission, l'erreur prévue doit être multipliée par le rapport entre les dépenses originales de la strate (sans déduction des unités exclues) et les dépenses réduites de la strate (après déduction des unités exclues). Dans notre exemple, les 5 opérations concernées par l'article 148 font partie de la strate de faible valeur.

$$EE_{s,original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times EE_s = \frac{2\,832\,370\,231}{2\,824\,751\,647} \times 33\,259\,360 = 33\,349\,063$$

L'erreur constatée dans la strate de valeur élevée ne doit pas être extrapolée à la population originale car les dépenses des 5 opérations exclues sont inférieures à la valeur seuil.

L'erreur prévue au niveau de la population originale correspond simplement à la somme de l'erreur constatée dans la strate de valeur élevée et de l'erreur prévue dans la strate de faible valeur (corrigée pour la population originale). En supposant que l'autorité d'audit a constaté une erreur totale de 7 843 574 EUR dans la strate de valeur élevée, l'erreur prévue au niveau de la population originale serait la suivante:

$$EE_{original} = 7\,843\,574 + 33\,349\,063 = 41\,192\,637$$

(soit un taux d'erreur prévu de 0,98 %).

La précision globale (SE) pour la population réduite sera calculée comme à l'accoutumée en additionnant deux composantes: la précision de base ($BP = SI \times RF$) et la tolérance incrémentielle ($(IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i)$), la tolérance incrémentielle étant calculée pour chaque unité d'échantillonnage appartenant à la strate non exhaustive et contenant une erreur au moyen de la formule standard suivante:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

Dans notre exemple, la précision de base s'établira à 71 336 231:

$$BP = 30\,881\,485 \times 2,31 = 71\,336\,231$$

En supposant que IA se monte à 14 430 761 (valeur calculée en utilisant l'intervalle de 30 881 485 comme SI), la précision globale de la population réduite s'établirait à 85 766 992 (la somme de 71 336 231 et 14 430 761).

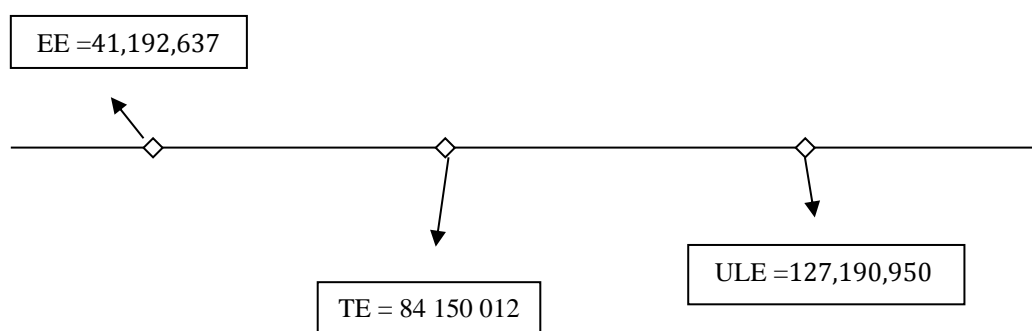
Pour extrapoler cette précision à la population originale (qui inclut les opérations concernées par l'article 148), la valeur obtenue doit être multipliée par le rapport entre les dépenses originales de la strate d'échantillonnage et les dépenses réduites de la strate d'échantillonnage (dont les opérations concernées par l'article 148 ont été déduites).

$$SE_{original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times SE_{reduced} = \frac{2\,832\,370\,231}{2\,824\,751\,647} \times 85\,766\,992 \approx 85\,998\,313$$

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, la limite supérieure de l'erreur (ULE) doit être calculée. Celle-ci est égale à la somme de l'erreur prévue *EE* proprement dite et de la précision de l'extrapolation, soit:

$$ULE = 41\,192\,637 + 85\,998\,313 = 127\,190\,950$$

L'erreur prévue et la limite supérieure doivent ensuite toutes deux être comparées à l'erreur maximale acceptable, à savoir 84 150 012 EUR, (2 % de 4 207 500 608). Dans notre exemple, l'erreur maximale acceptable est supérieure à l'erreur prévue mais inférieure à la limite supérieure de l'erreur.



7.10.3.4 Exemple d'exclusion d'opérations au stade de la sélection de l'échantillon dans l'échantillonnage aléatoire simple (estimation par la moyenne et par le quotient)

Supposons une population de 3 520 opérations totalisant des dépenses déclarées à la Commission de 2 301 882 970 EUR pour une période de référence donnée (population de montants positifs). L'autorité d'audit a décidé d'appliquer un modèle d'échantillonnage reposant sur un échantillonnage aléatoire simple en conjonction avec une stratification par niveau de dépenses par opération, qui constituera l'unité d'échantillonnage. De plus, conformément à l'article 28, paragraphe 8, du RD, elle a décidé d'exclure de la population à échantillonner les opérations visées à l'article 148, paragraphe 1, du RDC.

Parmi la population, 6 opérations, d'un montant total de 93 598 481 EUR, étaient concernées par les dispositions de l'article 148 du RDC et ont été exclues de l'échantillon avant la sélection de l'échantillon. L'échantillon a donc été sélectionné parmi la population de 3 514 opérations totalisant des dépenses de 2 208 284 489 EUR

Eu égard aux caractéristiques de la population, l'autorité d'audit a appliqué une valeur seuil de 3 % de la population positive (réduite) ($3\% \times 2\,208\,284\,489 = 66\,248\,535$). Deux opérations présentaient des dépenses supérieures à ce seuil, pour un montant total

de 203 577 481 EUR En conséquence, la strate d'éléments de faible valeur comprenait 3 512 opérations, pour un montant total de 2 004 707 008 EUR

La population positive réduite, à l'exclusion des 6 opérations relevant de l'article 148, est résumée dans le tableau suivant:

Taille de la population sans les 6 opérations relevant de l'article 148 (nombre d'opérations)	3 514
Valeur comptable totale sans les 6 opérations précitées (population positive des dépenses de la période de référence)	2 208 284 489 EUR
Valeur seuil (3 % de la valeur de la population)	66 248 535 EUR
Strate supérieure (2 opérations)	203 577 481 EUR
Strate des opérations de faible valeur sans les 5 opérations relevant de l'article 148 (3 512 opérations)	2 004 707 008 EUR

La population positive originale déclarée à la Commission est résumée ci-après:

Taille de la population (nombre d'opérations)	3 520
Valeur comptable totale (population positive des dépenses de la période de référence)	2 301 882 970 EUR
Strate supérieure (3 opérations)	295 006 242 EUR
Strate des opérations de faible valeur (3 517 opérations)	2 006 876 728 EUR

Pour calculer la taille d'échantillon, l'autorité d'audit applique la formule standard:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

en utilisant, conformément à l'explication donnée ci-dessus, les paramètres d'échantillonnage correspondant à la population complète (y compris les opérations exclues pour la sélection de l'échantillon sur la base des dispositions de l'article 148).

En particulier, la taille d'échantillon a été calculée sur la base des paramètres suivants:

1) $z - 1,036$

Coefficient correspondant à un niveau de confiance de 70 % déterminé sur la base des audits des systèmes, à l'occasion desquels il a été estimé que l'assurance fournie par les systèmes est moyenne (catégorie 2)

2) $AE - 13\,811\,297,82$ EUR

L'autorité d'audit a décidé d'utiliser des données historiques pour déterminer l'erreur anticipée. Un taux d'erreur anticipée de 0,6 % a été appliqué (le taux d'erreur résultant de l'exercice d'audit précédent des opérations), aboutissant à une AE de 13 811 297,82 (0,006 × 2 301 882 970 EUR, soit la valeur totale de la population positive – le montant

total de la strate supérieure et de la strate de faible valeur, comprenant les opérations exclues à un stade ultérieur conformément aux dispositions de l'article 148).

3) TE – 46 037 659,40 EUR

2 % de la valeur totale de la population, soit le seuil maximal d'erreur significative tel que prévu à l'article 28, paragraphe 11, du RD

4) σ_e – 58 730

L'autorité d'audit a décidé d'utiliser des données historiques pour déterminer l'écart type des erreurs. Sur la base de son appréciation professionnelle, elle a en outre décidé d'appliquer un écart type moyen résultant des 3 exercices d'échantillonnage précédents, à savoir 34 973, 97 654 et 97 654 et 43 564:

$$\sigma_e = \left(\frac{34\,973 + 97\,654 + 43\,564}{3} \approx \right) 58\,730$$

5) N – 3 517

N = 3 512 + 5 (taille de la population de la strate de faible valeur, comprenant également les opérations relevant de l'article 148 de la strate de faible valeur, qui ont été exclues de la procédure de sélection de l'échantillon, sachant que dans notre cas, sur 6 opérations exclues, 5 se situaient en deçà de la valeur seuil)

À partir des paramètres précités, il a été déterminé que la taille d'échantillon de la strate de faible valeur devait s'élever à 45 opérations:

$$n = \left(\frac{3\,517 \times 1,036 \times 58\,730}{0,02 \times 2\,301\,882\,970 - 0,006 \times 2\,301\,882\,970} \right)^2 \approx 45$$

En conséquence, notre échantillon comptera au total 47 opérations, dont 2 opérations de la strate supérieure et 45 opérations de la strate de faible valeur.

Aux fins de la sélection de l'échantillon dans la strate de faible valeur, l'autorité d'audit a créé un fichier de 3 512 opérations en excluant de la population à échantillonner les opérations concernées par l'article 148 et en excluant également les opérations de la strate de valeur élevée. Un échantillon de 45 opérations a ensuite été sélectionné de façon aléatoire parmi cette population, pour un montant total de 23 424 898 EUR

Lors de l'audit des opérations de la strate supérieure, une erreur de 469 301 EUR a été constatée dans l'une des deux opérations contrôlées. Étant donné qu'aucune dépense irrégulière n'a été constatée dans l'autre opération de cette strate, le montant total de l'erreur dans la strate de valeur élevée contrôlée s'élevait à 469 301 EUR

Lors de l'audit de l'échantillon restant de 45 opérations sélectionnées de façon aléatoire, une erreur totale de 378 906 EUR a été constatée.

Estimation par la moyenne

Eu égard aux résultats obtenus, l'autorité d'audit a décidé d'appliquer l'estimation par la moyenne pour extrapoler les erreurs à la population. Elle a en outre décidé d'extrapoler l'erreur constatée dans la strate de faible valeur directement au niveau de la population originale⁶⁹.

$$EE_{low-value\ stratum} = N_{low-value\ stratum\ of\ original\ population} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}$$

$$EE_{low-value\ stratum} = N \times \frac{\sum_{i=1}^{45} E_i}{n} = 3\,517 \times \frac{378\,906}{45} \approx 29\,613\,608,93\ \text{EUR}$$

Pour calculer l'erreur totale de la population selon les procédures SRS standard, l'autorité d'audit doit ajouter cette erreur extrapolée de la strate de faible valeur à l'erreur de la strate supérieure. Il convient toutefois de remarquer que dans notre cas, une opération de la strate supérieure a été exclue de la procédure d'audit conformément aux dispositions de l'article 148. En conséquence, l'autorité d'audit doit extrapoler l'erreur déterminée dans la strate supérieure qui n'incluait pas cette opération à l'ensemble de la strate de valeur élevée. En l'espèce, l'erreur de la strate de valeur élevée serait calculée selon la formule suivante:

$$EE_{original\ high-value\ stratum} = \frac{N_{high-value\ stratum\ of\ original\ population}}{N_{high-value\ stratum\ of\ reduced\ population}} \times \sum_{i=1}^2 E_i = \frac{3}{2} \times 469\,301 = 703\,951,5$$

Pour calculer l'erreur totale de la population originale, l'autorité d'audit doit ajouter l'erreur extrapolée de la strate de faible valeur à l'erreur de la strate de valeur élevée originale.

$$EE = 29\,613\,608,93 + 703\,951,5 = 30\,317\,560,43$$

L'erreur la plus probable de 30 317 560,43 représente donc 1,32 % des dépenses de la population originale.

⁶⁹ L'autorité d'audit pourrait également calculer l'erreur pour la population réduite et l'ajuster ensuite pour la population originale. Cet ajustement pourrait être réalisé en multipliant l'erreur de la population réduite par le rapport $\frac{N_{low-value\ stratum\ of\ original\ population}}{N_{low-value\ stratum\ of\ reduced\ population}}$. Ce calcul aboutirait au même résultat final que dans le cas d'un calcul de l'erreur par extrapolation directe au niveau de la population originale, comme cet exemple le montre.

La précision pour la population originale peut être calculée au moyen de la formule standard suivante⁷⁰:

$$SE_{original} = N_{original} \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

où $N_{original} = 3\,517$ (c'est-à-dire toutes les opérations de faible valeur de la population originale). En supposant que s_e se monte à 28 199, la précision au niveau de la population originale s'élèverait à 15 316 501,38:

$$SE_{original} = 3\,517 \times 1,036 \times \frac{28\,199}{\sqrt{45}} \approx 15\,316\,501,38$$

Sur la base de ce calcul, la limite supérieure de l'erreur s'établit à 45 634 061,81 (30 317 560,43 + 15 316 501,38) et elle est donc inférieure au seuil d'erreur significative de 2 % de la population originale (46 037 659).

Estimation par le quotient

Afin d'illustrer le calcul de l'erreur prévue pour l'estimation par le quotient, supposons qu'eu égard aux résultats obtenus, l'autorité d'audit a appliqué l'estimation par le quotient.

Pour obtenir l'erreur de la strate de faible valeur au niveau de la population réduite, l'autorité d'audit applique la formule standard suivante:

$$EE_{low-value stratum of reduced population} = BV_{low-value stratum of reduced population} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Dans notre exemple, nous utiliserons les données suivantes pour calculer l'erreur prévue dans la strate de faible valeur de la population réduite⁷¹ sur la base des résultats décrits plus haut:

$$BV_{strate de faible valeur de la population réduite} - 2\,004\,707\,008$$

$$\sum_{i=1}^n E_i - 378\,906 \text{ (montant total des erreurs constatées dans la strate de faible valeur)}$$

$$\sum_{i=1}^n BV_i - 23\,424\,898 \text{ (montant total des dépenses déclarées pour 45 opérations contrôlées dans l'échantillon aléatoire de la strate de faible valeur)}$$

⁷⁰ L'autorité d'audit pourrait également calculer la précision pour la population réduite et l'ajuster ensuite pour la population originale. Cet ajustement pourrait être réalisé en multipliant la précision de la population réduite par le rapport $\frac{N_{low-value stratum of original population}}{N_{low-value stratum of reduced population}}$. Ce calcul aboutirait au même résultat final que dans le cas d'un calcul de la précision directement au niveau de la population originale, comme cet exemple le montre.

⁷¹ Comme cela a été expliqué au point 7.10.2 ci-dessus, l'erreur prévue dans la strate pourrait également être calculée directement au niveau de la population originale (le résultat serait identique). Dans ce cas, la formule suivante pourrait être utilisée:

$$EE_{original low-value stratum} = BV_{original low-value stratum} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

$$EE_{low\text{-value stratum of reduced population}} = 2\,004\,707\,008 \times \frac{378\,906}{23\,424\,898} \approx 32\,426\,844,02$$

L'erreur prévue dans la strate de faible valeur de la population originale peut être calculée au moyen de la formule suivante:

$$EE_{original\ low\text{-value stratum}} = EE_{reduced\ low\text{-value stratum}} \times \frac{BV_{low\text{-value stratum of original population}}}{BV_{low\text{-value stratum of reduced population}}}$$

$$EE_{low\ value\ stratum\ of\ original\ population} = 32,426,844.02 \times \frac{2,006,876,728}{2,004,707,008} \approx 32\,461\,940,01$$

Pour calculer l'erreur totale de la population selon les procédures SRS standard, l'autorité d'audit doit ajouter cette erreur extrapolée de la strate de faible valeur à l'erreur de la strate supérieure. Il convient toutefois de remarquer que dans notre cas, une opération de la strate supérieure a été exclue de la procédure d'audit conformément aux dispositions de l'article 148. En conséquence, l'autorité d'audit doit extrapoler l'erreur déterminée dans la strate supérieure qui n'incluait pas cette opération à la valeur totale de la strate supérieure, y compris cette opération. En l'espèce, l'erreur de la strate de valeur élevée serait calculée selon la formule suivante:

$$EE_{e\ original} = \sum_{i=1}^2 E_i \times \frac{BV_{e\ original}}{BV_{e\ reduced}} = 469\,301 \times \frac{295\,006\,242}{203,577,481} = 680\,068,95$$

Pour calculer l'erreur totale de la population originale, l'autorité d'audit doit ajouter l'erreur extrapolée de la strate de faible valeur originale à l'erreur de la strate de valeur élevée originale.

$$EE = 32\,461\,940,01 + 680\,068,95 = 33\,142\,008,96$$

Cette erreur extrapolée de la population originale représente 1,44 % de la valeur de la population originale.

La précision pour la population réduite est calculée au moyen de la formule standard suivante (comme cela a été expliqué au point 7.10.2 ci-dessus, il n'est pas possible de calculer la précision directement pour la population originale dans le cas de l'estimation par le quotient):

$$SE_{reduced\ population} = N_{low\text{-value stratum of reduced population}} \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}}$$

Dans notre exemple, nous utiliserions les données suivantes pour calculer la précision pour la population réduite:

$$N_{population\ réduite\ de\ la\ strate\ de\ faible\ valeur} = 3\,512$$

$z - 1,036$

$n - 45$

s_q représente l'écart type de l'échantillon de la variable q :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

où:

$\sum_{i=1}^n E_i - 378\,906$ (montant total des erreurs constatées dans la strate de faible valeur)

$\sum_{i=1}^n BV_i - 23\,424\,898$ (montant total des dépenses déclarées pour 45 opérations contrôlées dans l'échantillon aléatoire de la strate de faible valeur)

La précision pour la population originale devrait être ajustée sur la base de la formule suivante:

$$SE_{original\ population} = SE_{reduced\ population} \times \frac{BV_{low\ value\ stratum\ of\ original\ population}}{BV_{low\ value\ stratum\ of\ reduced\ population}} = SE_{reduced\ population} \times \frac{2,006,876,728}{2,004,707,008} = SE_{reduced\ population} \times 1.0011$$

Pour calculer la limite supérieure de l'erreur, l'autorité d'audit devrait additionner l'erreur la plus probable de la population originale (dans notre cas, 33 142 008,96) et la précision calculée pour la population originale (dans notre exemple, $SE_{reduced\ population} \times 1.0011$). Cette limite supérieure de l'erreur devrait ensuite être comparée au seuil d'erreur significative (2 % de la population originale, soit 46 037 659) pour formuler les conclusions de l'audit.

Annexe 1 – extrapolation des erreurs aléatoires en présence d’erreurs systémiques

1. Introduction

Cette annexe a pour objectif de clarifier le calcul des erreurs aléatoires prévues lorsque des erreurs systémiques sont décelées. La détection d’une erreur systémique potentielle implique la réalisation des tâches complémentaires nécessaires à l’appréciation de l’ampleur totale de l’erreur et à sa quantification ultérieure. Cela signifie que toutes les situations susceptibles de contenir une erreur du même type que celui détecté dans l’échantillon doivent être recensées, de manière à pouvoir circonscrire l’effet total de l’erreur au sein de la population. Si cette délimitation n’est pas effectuée avant la communication du rapport annuel de contrôle, les erreurs systémiques doivent être traitées comme des erreurs aléatoires aux fins du calcul de l’erreur aléatoire prévue.

Le taux d’erreur total (TER) correspond à la somme des erreurs suivantes: les erreurs aléatoires prévues, les erreurs systémiques et les anomalies non corrigées.

Dans ce contexte, lors de l’extrapolation des erreurs aléatoires constatées dans l’échantillon à l’ensemble de la population, l’autorité d’audit doit déduire le montant de l’erreur systémique de la valeur comptable (total des dépenses déclarées au cours de la période de référence) dès lors que cette valeur est utilisée dans la formule d’extrapolation, comme expliqué ci-dessous.

En ce qui concerne l’estimation par la moyenne⁷² et l’estimation par la différence, aucune modification n’est apportée aux formules présentées dans ce guide relatives à l’extrapolation des erreurs aléatoires. Quant à l’échantillonnage en unités monétaires, cette annexe décrit deux approches possibles (la première ne modifie pas la formule d’extrapolation tandis que la seconde exige des formules plus complexes afin d’obtenir une meilleure précision). Quant à l’estimation par le quotient, l’extrapolation des erreurs aléatoires et le calcul de la précision (SE) impliquent l’utilisation de la valeur comptable totale diminuée des erreurs systémiques.

Dans toutes les méthodes d’échantillonnage statistique, lorsque des erreurs systémiques ou des anomalies non corrigées sont présentes, la limite supérieure de l’erreur (ULE) correspond à la somme du TER et de la précision (SE). En présence uniquement d’erreurs aléatoires, la limite supérieure de l’erreur ULE équivaut à la somme des erreurs aléatoires prévues et de la précision.

Les points suivants fournissent des explications plus détaillées sur l’extrapolation des erreurs aléatoires en présence d’erreurs systémiques pour les principales techniques d’échantillonnage.

⁷² Voir le point du guide relatif à l’«échantillonnage aléatoire simple».

2. Échantillonnage aléatoire simple

2.2 Estimation par la moyenne

L'extrapolation des erreurs aléatoires et le calcul de la précision s'effectuent de manière traditionnelle:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

où E_i représente le montant de l'erreur aléatoire constatée dans chaque unité d'échantillonnage et s_e correspond, comme à l'accoutumée, à l'écart type des erreurs aléatoires de l'échantillon.

L'erreur totale prévue équivaut à la somme des erreurs aléatoires prévues, des erreurs systémiques et des anomalies non corrigées.

La limite supérieure de l'erreur (ULE) est égale à la somme de l'erreur totale prévue, TPE , et de la précision de l'extrapolation:

$$ULE = TPE + SE$$

2.3 Estimation par le quotient

L'extrapolation de l'erreur aléatoire s'effectue comme suit:

$$EE_2 = BV' \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$$

où BV' représente la valeur comptable totale de la population diminuée des erreurs systémiques qui ont été délimitées précédemment, $BV' = BV - \text{systemic errors}$, et BV'_i représente la valeur comptable de l'unité i diminuée du montant de l'erreur systémique affectant cette dernière.

Le taux d'erreur de l'échantillon figurant dans la formule ci-dessus correspond simplement au quotient du montant total de l'erreur aléatoire de l'échantillon par le

montant total des dépenses (dont les erreurs systémiques sont déduites) des unités constitutives de l'échantillon (dépenses contrôlées).

La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{S_{q'}}{\sqrt{n}}$$

où $S_{q'}$ représente l'écart type de l'échantillon de la variable q' :

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i} \times BV'_i.$$

Cette variable est calculée, pour chaque unité de l'échantillon, comme étant la différence entre l'erreur aléatoire correspondante et le produit de sa valeur comptable (dont les erreurs systémiques sont déduites) par le taux d'erreur observé dans l'échantillon.

L'erreur totale prévue équivaut à la somme des erreurs aléatoires prévues, des erreurs systémiques et des anomalies non corrigées.

La limite supérieure de l'erreur (ULE) est égale à la somme de l'erreur totale prévue, *TPE*, et de la précision de l'extrapolation:

$$ULE = TPE + SE$$

3. Estimation par la différence

Le calcul de l'erreur aléatoire prévue au niveau de la population peut s'effectuer comme d'habitude en multipliant l'erreur aléatoire moyenne observée pour chaque opération de l'échantillon par le nombre d'opérations constituant la population, de manière à obtenir l'erreur prévue:

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.^{73}$$

Dans une seconde phase, le taux d'erreur total (TER) doit être calculé en ajoutant à l'erreur aléatoire prévue (EE) le montant de l'erreur systémique et des anomalies non corrigées.

⁷³ Une autre option aurait pu consister à calculer l'erreur aléatoire prévue au moyen de la formule indiquée au titre de l'estimation par le quotient: $EE_2 = BV' \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$.

La valeur comptable correcte (c.-à-d. les dépenses correctes qui seraient constatées si toutes les opérations de la population étaient contrôlées) peut être extrapolée en soustrayant le TER de la valeur comptable (BV) de la population (dépenses déclarées sans déduction des erreurs systémiques). L'extrapolation de la valeur comptable correcte (correct book value - CBV) est obtenue comme suit:

$$CBV = BV - TER$$

La précision de l'extrapolation est, comme à l'accoutumée, obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

où s_e représente l'écart type des erreurs aléatoires de l'échantillon.

Afin de tirer des conclusions quant à la valeur significative des erreurs, il y a lieu de calculer au préalable la limite inférieure pour la valeur comptable corrigée. Cette limite inférieure est, comme à l'accoutumée, égale à:

$$LL = CBV - SE$$

L'extrapolation de la valeur comptable correcte ainsi que la limite supérieure sont ensuite toutes deux comparées à la différence entre la valeur comptable (dépenses déclarées) et l'erreur maximale acceptable TE, laquelle correspond au produit du seuil d'erreur significative par le montant de la valeur comptable:

$$BV - TE = BV - 2 \% \times BV = 98 \% \times BV$$

L'évaluation de l'erreur doit être réalisée conformément aux indications du point 6.2.1.5 du présent guide.

4. Échantillonnage en unités monétaires

Dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires, deux approches sont envisageables pour l'extrapolation des erreurs aléatoires et le calcul de la précision en présence d'erreurs systémiques: l'*approche classique* et l'*estimation par le quotient*. Cette dernière fait appel à un calcul plus complexe. Bien que les deux méthodes puissent être utilisées quel que soit le scénario, la seconde méthode produira généralement des résultats plus précis lorsque les erreurs aléatoires présentent une corrélation plus élevée avec les valeurs comptables corrigées (c.-à-d. diminuées des

erreurs systémiques) qu'avec les valeurs comptables initiales. Lorsque, dans une population, le niveau d'erreurs systémiques est faible, le gain de précision généré par la seconde méthode sera généralement très limité, de sorte que la première méthode peut devenir le choix privilégié en raison de la simplicité de son application.

4.1 Approche classique dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires

L'extrapolation des erreurs aléatoires et le calcul de la précision s'effectuent de manière traditionnelle.

L'extrapolation des erreurs aléatoires à l'ensemble de la population doit être réalisée différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans la strate exhaustive ou d'éléments figurant dans la strate non exhaustive.

Dans le cas de la strate exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil ($BV_i > \frac{BV}{n}$), l'erreur prévue correspond simplement à la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de la strate:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Dans le cas de la strate non exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est plus petite ou égale à la valeur seuil ($BV_i \leq \frac{BV}{n}$), l'erreur aléatoire prévue sera:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Il convient de noter que les valeurs comptables présentes dans la formule ci-dessus se réfèrent aux dépenses **sans** déduction du montant de l'erreur systémique. Il s'ensuit que les taux d'erreur, $\frac{E_i}{BV_i}$, doivent être calculés en tenant compte du total des dépenses des unités de l'échantillon indépendamment de la présence ou de l'absence d'une erreur systémique dans chaque unité.

La précision est également obtenue à l'aide de la formule habituelle:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

où s_r représente l'écart type des taux d'erreur aléatoire de l'échantillon de la strate non exhaustive. Ici également, ces taux d'erreur doivent être calculés en tenant compte des valeurs comptables initiales, BV_i , **sans** déduction du montant de l'erreur systémique.

L'erreur totale prévue équivaut à la somme des erreurs aléatoires prévues, des erreurs systémiques et des anomalies non corrigées.

La limite supérieure de l'erreur (ULE) est égale à la somme de l'erreur totale prévue, *TPE*, et de la précision de l'extrapolation:

$$ULE = TPE + SE$$

4.2 Estimation par le quotient dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires

L'extrapolation des erreurs aléatoires à l'ensemble de la population doit, dans ce cas également, être réalisée différemment selon qu'il s'agit d'unités contenues dans la strate exhaustive ou d'éléments figurant dans la strate non exhaustive.

Dans le cas de la strate exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil ($BV_i > \frac{BV}{n}$), l'erreur prévue correspond simplement à la somme des erreurs constatées dans les éléments constitutifs de la strate:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Dans le cas de la strate non exhaustive, à savoir la strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est plus petite ou égale à la valeur seuil ($BV_i \leq \frac{BV}{n}$), l'erreur aléatoire prévue sera:

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

où BV'_s représente la valeur comptable totale de la strate de faible valeur diminuée des erreurs systémiques qui ont été délimitées précédemment dans cette strate, $BV'_s = BV_s - \text{systemic errors in the sampling stratum}$, et BV'_i représente la valeur comptable de l'unité i diminuée du montant de l'erreur systémique affectant cette dernière.

La précision est obtenue à l'aide de la formule:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_{rq}$$

où s_{rq} représente l'écart type des taux d'erreur pour l'**erreur transformée** q' . Avant d'appliquer cette formule, il y a lieu de calculer au préalable les valeurs des **erreurs transformées** pour toutes les unités de l'échantillon:

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}} \times BV'_i.$$

Enfin, l'écart type des taux d'erreur de l'échantillon de la strate non exhaustive (s_{rq}) pour l'erreur transformée q' est obtenu comme suit:

$$s_{rq} = \sqrt{\frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} \left(\frac{q'_i}{BV_i} - \bar{rq}_s \right)^2}$$

où \bar{rq}_s est égal à la moyenne simple des taux d'erreur transformée observés dans l'échantillon de la strate:

$$\bar{rq}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{q'_i}{BV_i}}{n_s}$$

L'erreur totale prévue équivaut à la somme des erreurs aléatoires prévues, des erreurs systémiques et des anomalies non corrigées.

La limite supérieure de l'erreur (ULE) est égale à la somme de l'erreur totale prévue (TPE) et de la précision de l'extrapolation:

$$ULE = TPE + SE$$

4.3 Approche conservatrice dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires

Dans le cadre de l'approche conservatrice de l'échantillonnage en unités monétaires, l'utilisation de l'estimation par le quotient n'est pas recommandée car il n'est pas possible de prendre en considération ses effets sur la précision de l'estimation. Il est donc préférable d'extrapoler les erreurs et de calculer l'erreur prévue et la précision à l'aide des formules habituelles (sans déduire des dépenses le montant affecté par des erreurs systémiques).

5. Échantillonnage non statistique

Si l'extrapolation repose sur une estimation par la moyenne, le calcul est exécuté comme à l'accoutumée.

Si une strate exhaustive a été constituée, à savoir une strate contenant les unités d'échantillonnage dont la valeur comptable est supérieure à la valeur seuil, l'erreur prévue correspondra simplement à la somme des erreurs aléatoires constatées dans ce groupe:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

En ce qui concerne la strate d'échantillonnage, si les unités ont été sélectionnées avec une égale probabilité, l'erreur aléatoire prévue équivaut, comme à l'accoutumée, à:

$$EE_s = N_s \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{n_s}$$

où N_s représente la taille de la population et n_s la taille de l'échantillon de la strate de faible valeur.

En cas d'utilisation d'une estimation par le quotient (en conjonction avec une sélection aléatoire fondée sur l'égalité des probabilités), l'extrapolation de l'erreur aléatoire est réalisée de la même manière qu'elle a été décrite dans le cadre de l'échantillonnage aléatoire simple:

$$EE_{s2} = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{\sum_{i=1}^{n_s} BV'_i}$$

où BV'_s représente la valeur comptable totale de la population de la strate d'échantillonnage dont les erreurs systémiques sont déduites et BV'_i représente la valeur comptable de l'unité i dont le montant de l'erreur systémique affectant cette dernière est déduit.

Si les unités ont été sélectionnées avec une probabilité de sélection proportionnelle à la valeur des dépenses, l'erreur aléatoire prévue pour la strate de faible valeur équivaudra à:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

où BV_s représente la valeur comptable totale (**sans** déduction du montant de l'erreur systémique), BV_i la valeur comptable de l'unité de l'échantillon i (**sans** déduction du montant de l'erreur systémique), et n_s la taille de l'échantillon contenu dans la strate de faible valeur.

À l'instar à ce qui a été décrit pour la méthode d'échantillonnage en unités monétaires, la formule suivante, utilisée dans le cadre de l'estimation par le quotient, peut également être utilisée:

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

À nouveau, BV'_s représente la valeur comptable totale de la strate de faible valeur diminuée des erreurs systémiques qui ont été délimitées précédemment dans cette strate, $BV'_s = BV_s - \text{systemic errors in the sampling stratum}$, et BV'_i représente la valeur comptable de l'unité i diminuée du montant de l'erreur systémique affectant cette dernière.

Le taux d'erreur total (TER) équivaut à la somme des erreurs aléatoires prévues, des erreurs systémiques et des anomalies non corrigées.

Annexe 2 – formules applicables à l'échantillonnage à périodes multiples

1. Échantillonnage aléatoire simple

1.1 Trois périodes

1.1.1 Taille d'échantillon

Première période

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times N_{1+2+3} \times \sigma_{ew1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

où

$$\sigma_{ew1+2+3}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{1+2+3} = N_1 + N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

Deuxième période

$$n_{2+3} = \frac{(z \times N_{2+3} \times \sigma_{ew2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

où

$$\sigma_{ew2+3}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{2+3} = N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3}} n_{2+3}$$

Troisième période

$$n_3 = \frac{(z \times N_3 \times \sigma_{e3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$

Remarques:

Dans chaque période, tous les paramètres de la population doivent être actualisés sur la base des informations les plus précises disponibles.

Si différentes approximations ne peuvent être obtenues ou ne sont pas applicables pour les écarts types de chaque période, la même valeur d'écart type peut être appliquée à toutes les périodes. Dans ce cas, $\sigma_{ew1+2+3}$ correspond simplement à l'écart type unique des erreurs σ_e .

Le paramètre σ désigne l'écart type obtenu à partir de données auxiliaires (p. ex. données historiques) et s désigne l'écart type obtenu à partir de l'échantillon contrôlé. Dans les formules, si le paramètre s n'est pas disponible, il peut être remplacé par σ .

1.1.2 Extrapolation et précision

Estimation par la moyenne

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} \right)}$$

Estimation par le quotient

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

1.2 Quatre périodes

1.2.1 Taille d'échantillon

Première période

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times N_{1+2+3+4} \times \sigma_{ew1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

où

$$\sigma_{ew1+2+3+4}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{1+2+3+4} = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

Deuxième période

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times N_{2+3+4} \times \sigma_{ew2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

où

$$\sigma_{ew2+3+4}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{2+3+4} = N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

Troisième période

$$n_{3+4} = \frac{(z \times N_{3+4} \times \sigma_{ew3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$

où

$$\sigma_{ew3+4}^2 = \frac{N_3}{N_{3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{3+4} = N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{3+4}} n_{3+4}$$

Quatrième période

$$n_4 = \frac{(z \times N_4 \times \sigma_{e4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2 - z^2 \times \frac{N_3^2}{n_3} \times s_{e3}^2}$$

Remarques:

Dans chaque période, tous les paramètres de la population doivent être actualisés sur la base des informations les plus précises disponibles.

Si différentes approximations ne peuvent être obtenues ou ne sont pas applicables pour les écarts types de chaque période, la même valeur d'écart type peut être appliquée à toutes les périodes. Dans ce cas, $\sigma_{ew1+2+3+4}$ correspond simplement à l'écart type unique des erreurs σ_e .

Le paramètre σ désigne l'écart type obtenu à partir de données auxiliaires (p. ex. données historiques) et s désigne l'écart type obtenu à partir de l'échantillon contrôlé. Dans les formules, si le paramètre s n'est pas disponible, il peut être remplacé par σ .

1.2.2 Extrapolation et précision

Estimation par la moyenne

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \frac{N_4}{n_4} \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{e4}^2}{n_4} \right)}$$

Estimation par le quotient

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}} + BV_4 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}}{\sum_{i=1}^{n_4} BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{q4}^2}{n_4} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

2. Échantillonnage en unités monétaires

2.1 Trois périodes

2.1.1 Taille d'échantillon

Première période

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times BV_{1+2+3} \times \sigma_{rw1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

où

$$\sigma_{rw1+2+3}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{1+2+3} = BV_1 + BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

Deuxième période

$$n_{2+3} = \frac{(z \times BV_{2+3} \times \sigma_{rw2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

où

$$\sigma_{rw2+3}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{2+3} = BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3}} n_{2+3}$$

Troisième période

$$n_3 = \frac{(z \times BV_3 \times \sigma_{r3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$

Remarques:

Dans chaque période, tous les paramètres de la population doivent être actualisés sur la base des informations les plus précises disponibles.

Si différentes approximations ne peuvent être obtenues ou ne sont pas applicables pour les écarts types de chaque période, la même valeur d'écart type peut être appliquée à toutes les périodes. Dans ce cas, $\sigma_{rw1+2+3}$ correspond simplement à l'écart type unique des taux d'erreur σ_r .

Le paramètre σ désigne l'écart type obtenu à partir de données auxiliaires (p. ex. données historiques) et s désigne l'écart type obtenu à partir de l'échantillon contrôlé. Dans les formules, si le paramètre s n'est pas disponible, il peut être remplacé par σ .

2.1.2 Extrapolation et précision

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2}$$

2.2 Quatre périodes

2.2.1 Taille d'échantillon

Première période

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times BV_{1+2+3+4} \times \sigma_{rw1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

où

$$\sigma_{rw1+2+3+4}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{1+2+3+4} = BV_1 + BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

Deuxième période

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times BV_{2+3+4} \times \sigma_{rw2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

où

$$\sigma_{rw2+3+4}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{2+3+4} = BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

Troisième période

$$n_{3+4} = \frac{(z \times BV_{3+4} \times \sigma_{rw3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$

où

$$\sigma_{rw3+4}^2 = \frac{BV_3}{BV_{3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{3+4} = BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{3+4}} n_{3+4}$$

Quatrième période

$$n_4 = \frac{(z \times BV_4 \times \sigma_{r4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2 - z^2 \times \frac{BV_3^2}{n_3} \times s_{r3}^2}$$

Remarques:

Dans chaque période, tous les paramètres de la population doivent être actualisés sur la base des informations les plus précises disponibles.

Si différentes approximations ne peuvent être obtenues ou ne sont pas applicables pour les écarts types de chaque période, la même valeur d'écart type peut être appliquée à toutes les périodes. Dans ce cas, $\sigma_{rw1+2+3+4}$ correspond simplement à l'écart type unique des taux d'erreur σ_r .

Le paramètre σ désigne l'écart type obtenu à partir de données auxiliaires (p. ex. données historiques) et s désigne l'écart type obtenu à partir de l'échantillon contrôlé. Dans les formules, si le paramètre s n'est pas disponible, il peut être remplacé par σ .

2.2.2 Extrapolation et précision

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}} + \frac{BV_{4s}}{n_{4s}} \times \sum_{i=1}^{n_{4s}} \frac{E_{4i}}{BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2 + \frac{BV_{4s}^2}{n_{4s}} \times s_{r4s}^2}$$

Annexe 3 – facteurs de fiabilité utilisés dans le cadre de l'échantillonnage en unités monétaires

Nombre d'erreurs	Risque d'acceptation incorrecte									
	1 %	5 %	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %	37 %	40 %	50 %
0	4,61	3,00	2,30	1,90	1,61	1,39	1,20	0,99	0,92	0,69
1	6,64	4,74	3,89	3,37	2,99	2,69	2,44	2,14	2,02	1,68
2	8,41	6,30	5,32	4,72	4,28	3,92	3,62	3,25	3,11	2,67
3	10,05	7,75	6,68	6,01	5,52	5,11	4,76	4,34	4,18	3,67
4	11,60	9,15	7,99	7,27	6,72	6,27	5,89	5,42	5,24	4,67
5	13,11	10,51	9,27	8,49	7,91	7,42	7,01	6,49	6,29	5,67
6	14,57	11,84	10,53	9,70	9,08	8,56	8,11	7,56	7,34	6,67
7	16,00	13,15	11,77	10,90	10,23	9,68	9,21	8,62	8,39	7,67
8	17,40	14,43	12,99	12,08	11,38	10,80	10,30	9,68	9,43	8,67
9	18,78	15,71	14,21	13,25	12,52	11,91	11,39	10,73	10,48	9,67
10	20,14	16,96	15,41	14,41	13,65	13,02	12,47	11,79	11,52	10,67
11	21,49	18,21	16,60	15,57	14,78	14,12	13,55	12,84	12,55	11,67
12	22,82	19,44	17,78	16,71	15,90	15,22	14,62	13,88	13,59	12,67
13	24,14	20,67	18,96	17,86	17,01	16,31	15,70	14,93	14,62	13,67
14	25,45	21,89	20,13	19,00	18,13	17,40	16,77	15,97	15,66	14,67
15	26,74	23,10	21,29	20,13	19,23	18,49	17,83	17,02	16,69	15,67
16	28,03	24,30	22,45	21,26	20,34	19,57	18,90	18,06	17,72	16,67
17	29,31	25,50	23,61	22,38	21,44	20,65	19,96	19,10	18,75	17,67
18	30,58	26,69	24,76	23,50	22,54	21,73	21,02	20,14	19,78	18,67
19	31,85	27,88	25,90	24,62	23,63	22,81	22,08	21,17	20,81	19,67
20	33,10	29,06	27,05	25,74	24,73	23,88	23,14	22,21	21,84	20,67
21	34,35	30,24	28,18	26,85	25,82	24,96	24,20	23,25	22,87	21,67
22	35,60	31,41	29,32	27,96	26,91	26,03	25,25	24,28	23,89	22,67
23	36,84	32,59	30,45	29,07	28,00	27,10	26,31	25,32	24,92	23,67
24	38,08	33,75	31,58	30,17	29,08	28,17	27,36	26,35	25,95	24,67
25	39,31	34,92	32,71	31,28	30,17	29,23	28,41	27,38	26,97	25,67
26	40,53	36,08	33,84	32,38	31,25	30,30	29,46	28,42	28,00	26,67
27	41,76	37,23	34,96	33,48	32,33	31,36	30,52	29,45	29,02	27,67
28	42,98	38,39	36,08	34,57	33,41	32,43	31,56	30,48	30,04	28,67
29	44,19	39,54	37,20	35,67	34,49	33,49	32,61	31,51	31,07	29,67
30	45,40	40,69	38,32	36,76	35,56	34,55	33,66	32,54	32,09	30,67
31	46,61	41,84	39,43	37,86	36,64	35,61	34,71	33,57	33,11	31,67
32	47,81	42,98	40,54	38,95	37,71	36,67	35,75	34,60	34,14	32,67
33	49,01	44,13	41,65	40,04	38,79	37,73	36,80	35,63	35,16	33,67
34	50,21	45,27	42,76	41,13	39,86	38,79	37,84	36,66	36,18	34,67
35	51,41	46,40	43,87	42,22	40,93	39,85	38,89	37,68	37,20	35,67
36	52,60	47,54	44,98	43,30	42,00	40,90	39,93	38,71	38,22	36,67
37	53,79	48,68	46,08	44,39	43,07	41,96	40,98	39,74	39,24	37,67
38	54,98	49,81	47,19	45,47	44,14	43,01	42,02	40,77	40,26	38,67
39	56,16	50,94	48,29	46,55	45,20	44,07	43,06	41,79	41,28	39,67
40	57,35	52,07	49,39	47,63	46,27	45,12	44,10	42,82	42,30	40,67
41	58,53	53,20	50,49	48,72	47,33	46,17	45,14	43,84	43,32	41,67
42	59,71	54,32	51,59	49,80	48,40	47,22	46,18	44,87	44,34	42,67
43	60,88	55,45	52,69	50,87	49,46	48,27	47,22	45,90	45,36	43,67
44	62,06	56,57	53,78	51,95	50,53	49,32	48,26	46,92	46,38	44,67
45	63,23	57,69	54,88	53,03	51,59	50,38	49,30	47,95	47,40	45,67
46	64,40	58,82	55,97	54,11	52,65	51,42	50,34	48,97	48,42	46,67
47	65,57	59,94	57,07	55,18	53,71	52,47	51,38	49,99	49,44	47,67
48	66,74	61,05	58,16	56,26	54,77	53,52	52,42	51,02	50,45	48,67
49	67,90	62,17	59,25	57,33	55,83	54,57	53,45	52,04	51,47	49,67
50	69,07	63,29	60,34	58,40	56,89	55,62	54,49	53,06	52,49	50,67

Annexe 4 – valeurs de référence issues de la loi normale réduite (z)

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.998650	0.998694	0.998736	0.998777	0.998817	0.998856	0.998893	0.998930	0.998965	0.998999
3.1	0.999032	0.999064	0.999096	0.999126	0.999155	0.999184	0.999211	0.999238	0.999264	0.999289
3.2	0.999313	0.999336	0.999359	0.999381	0.999402	0.999423	0.999443	0.999462	0.999481	0.999499
3.3	0.999517	0.999533	0.999550	0.999566	0.999581	0.999596	0.999610	0.999624	0.999638	0.999650
3.4	0.999663	0.999675	0.999687	0.999698	0.999709	0.999720	0.999730	0.999740	0.999749	0.999758
3.5	0.999767	0.999776	0.999784	0.999792	0.999800	0.999807	0.999815	0.999821	0.999828	0.999835
3.6	0.999841	0.999847	0.999853	0.999858	0.999864	0.999869	0.999874	0.999879	0.999883	0.999888
3.7	0.999892	0.999896	0.999900	0.999904	0.999908	0.999912	0.999915	0.999918	0.999922	0.999925
3.8	0.999928	0.999930	0.999933	0.999936	0.999938	0.999941	0.999943	0.999946	0.999948	0.999950
3.9	0.999952	0.999954	0.999956	0.999958	0.999959	0.999961	0.999963	0.999964	0.999966	0.999967
4.0	0.999968	0.999970	0.999971	0.999972	0.999973	0.999974	0.999975	0.999976	0.999977	0.999978

Annexe 5 – formules MS Excel utiles dans le cadre de l'échantillonnage

Les formules énumérées ci-dessous peuvent être utilisées avec le logiciel MS Excel afin de faciliter le calcul des divers paramètres requis par les méthodes et concepts développés dans ce guide. Pour plus d'informations sur l'utilisation de ces formules, veuillez consulter le fichier d'«aide» d'Excel dans lequel sont détaillées les formules mathématiques sous-jacentes.

Dans les formules présentées ci-dessus, (.) représente une plage dans laquelle figure l'adresse des cellules contenant les valeurs de l'échantillon ou de la population:

- =AVERAGE(.): moyenne d'un ensemble de données;
- =VAR.S(.): variance d'un ensemble d'arguments d'un échantillon;
- =VAR.P(.): variance d'un ensemble d'arguments d'une population;
- =STDEV.S(.): écart type d'un ensemble d'arguments d'un échantillon;
- =STDEV.P(.): écart type d'un ensemble d'arguments d'une population;
- =COVARIANCE.S(.): covariance entre deux variables d'un échantillon
- =COVARIANCE.P(.): covariance entre deux variables d'un échantillon dans une population
- =RAND(.): nombre aléatoire de distribution normale compris entre 0 et 1;
- =SUM(.): somme d'un ensemble de données.

Annexe 6 – glossaire

Terme	Définition
Erreur occasionnelle	L'anomalie est une erreur/inexactitude manifestement non représentative de la population. Un échantillon statistique est représentatif de la population et les erreurs occasionnelles ne doivent donc être admises que de manière tout à fait exceptionnelle et dûment motivée.
Erreur anticipée (AE)	L'erreur anticipée est le montant de l'erreur que l'auditeur prévoit de constater dans la population (au terme de l'audit). Aux fins de la planification de la taille d'échantillon, le taux d'erreur anticipée est fixé à un maximum de 4,0 % de la valeur comptable de la population.
Échantillonnage par attributs	L'échantillonnage par attributs est une technique statistique pouvant aider l'auditeur à déterminer le niveau d'assurance du système et à évaluer la fréquence d'apparition des erreurs dans un échantillon. En audit, il est appliqué le plus souvent pour tester la fréquence des écarts par rapport à un contrôle prescrit afin d'étayer l'évaluation faite par l'auditeur du risque de contrôle.
Assurance de l'audit	Le modèle d'assurance est l'opposé du modèle de risque: si le risque d'audit est estimé à 5 %, le niveau d'assurance de l'audit sera de 95 %. L'application du modèle d'assurance s'inscrit dans le cadre de l'organisation de l'audit et de l'affectation des ressources nécessaires pour un ou plusieurs programmes opérationnels.
Risque d'audit (AR)	Le risque d'audit représente le risque que l'auditeur émette un avis sans réserve lorsque la déclaration des dépenses contient des erreurs significatives.
Précision de base (BP)	La précision de base est utilisée dans l'approche conservatrice de l'échantillonnage en unités monétaires et correspond au produit de l'intervalle d'échantillonnage par le facteur de fiabilité RF (utilisé au préalable pour le calcul de la taille de l'échantillon).

Terme	Définition
Valeur comptable (<i>BV</i>)	Il s'agit des dépenses déclarées à la Commission d'un élément (opération/demande de paiement), $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$. La valeur comptable totale d'une population correspond à la somme des valeurs comptables des différents éléments constitutifs de la population.
Intervalle de confiance	L'intervalle de confiance contient la valeur réelle (inconnue) de la population (en règle générale, le montant de l'erreur ou le taux d'erreur) selon une certaine probabilité (appelée niveau de confiance).
Niveau de confiance	Le niveau de confiance exprime la probabilité qu'un intervalle de confiance généré par les données d'un échantillon contienne l'erreur réelle (inconnue) de la population.
Risque de contrôle (<i>CR</i>)	Le risque de contrôle, est le risque perçu qu'une erreur significative dans les états financiers du client, ou dans les niveaux d'agrégation sous-jacents, ne puisse pas être évitée, détectée ni corrigée par les procédures de contrôle interne.
Valeur comptable correcte (<i>CBV</i>)	Il s'agit de la valeur correcte des dépenses qui serait constatée si la totalité des opérations/demandes de paiement contenues dans la population étaient contrôlées et s'il n'existait aucune erreur dans la population.
Risque de détection	Le risque de détection est le risque perçu qu'une erreur significative dans les états financiers du client, ou dans les niveaux d'agrégation sous-jacents, ne puisse pas être détectée par l'auditeur. Les risques de détection sont liés à la réalisation des contrôles d'opérations.
Estimation par la différence	Il s'agit d'une méthode d'échantillonnage statistique fondée sur une sélection avec égale probabilité. Cette méthode repose sur l'extrapolation de l'erreur observée dans l'échantillon. L'erreur extrapolée est soustraite du total des dépenses déclarées affichées par la population dans le but d'évaluer les dépenses correctes de la population (c.-à-d. les dépenses qui seraient obtenues si la totalité des opérations de la population étaient contrôlées).

Terme	Définition
Erreur (<i>E</i>)	<p>Aux fins du présent guide, une erreur constitue une surévaluation quantifiable des dépenses déclarées à la Commission. Elle se définit comme la différence entre la valeur comptable du <i>i</i>ème élément inclus dans l'échantillon et la valeur comptable correcte respective, $E_i = BV_i - CBV_i$, $i = 1, 2, \dots, N$.</p> <p>En cas de stratification de la population, un indice <i>h</i> est utilisé en référence à la strate respective: $E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}$, where $i = 1, 2, \dots; N_h, h = 1, 2, \dots, H$ et <i>H</i> représente le nombre de strates.</p>
Facteur d'extension (<i>EF</i>)	<p>Le facteur d'extension EF est un facteur utilisé dans les calculs effectués dans le cadre de l'approche conservative de l'échantillonnage en unités monétaires lorsque des erreurs sont attendues. Il est fondé sur le risque d'acceptation incorrecte et vise à réduire l'erreur d'échantillonnage. Si aucune erreur n'est attendue, l'erreur anticipée AE sera nulle et le facteur d'extension ne sera pas utilisé. Les valeurs de référence pour le facteur d'extension figurent au point 6.3.4.2 du présent guide.</p>
Tolérance incrémentielle (<i>IA</i>)	<p>La tolérance incrémentielle mesure l'incrément dans le niveau de précision introduit par chaque erreur constatée dans l'échantillon. Cette tolérance est utilisée dans l'approche conservative de l'échantillonnage en unités monétaires et doit être ajoutée à la valeur de la précision de base dès lors que des erreurs sont constatées dans l'échantillon (voir le point 6.3.4.5 du présent guide).</p>

Terme	Définition
Risque inhérent (<i>IR</i>)	<p>Le risque inhérent est le risque perçu qu'il puisse exister une erreur significative dans les états financiers du client (s'agissant des Fonds structurels, dans les états déclarés à la Commission), ou dans les niveaux d'agrégation sous-jacents, en l'absence de procédures de contrôle interne.</p> <p>Le risque inhérent doit être évalué préalablement aux procédures d'audit détaillé en organisant des entretiens avec la direction et le personnel clé, et en analysant des informations contextuelles (organigrammes, manuels, documents internes/externes, etc.).</p>
Irrégularité	Même signification qu'«erreur».
Erreur connue	<p>Une erreur constatée dans l'échantillon peut amener l'auditeur à détecter une ou plusieurs erreur(s) en dehors de cet échantillon. Ces erreurs recensées hors échantillon sont qualifiées d'«erreurs connues».</p> <p>L'erreur constatée dans l'échantillon est considérée comme une erreur aléatoire et est incluse dans l'extrapolation. L'erreur de l'échantillon ayant conduit à l'identification des erreurs connues doit dès lors être extrapolée à l'ensemble de la population au même titre que toute autre erreur aléatoire.</p>
Erreur significative	<p>Les erreurs sont dites «significatives» lorsqu'elles dépassent un certain niveau d'erreur supérieur à une valeur considérée comme acceptable. Le seuil d'erreur significative d'un maximum de 2 % est applicable aux dépenses déclarées à la Commission pendant la période de référence. L'autorité d'audit peut envisager de réduire le seuil d'erreur significative à des fins de programmation (erreur acceptable). L'erreur significative est utilisée comme seuil de comparaison pour l'erreur prévue au niveau des dépenses.</p>

Terme	Définition
Erreur maximale acceptable (<i>TE</i>)	Il s'agit de l'erreur maximale acceptable que l'on peut constater dans une population pour une année donnée, c.-à-d. le niveau au-delà duquel une population est considérée comme présentant des inexactitudes significatives. Compte tenu d'un seuil d'erreur significative de 2 %, cette erreur maximale acceptable correspond donc à 2 % des dépenses déclarées à la Commission dans la période de référence concernée.
Inexactitude	Même signification qu'«erreur».
Échantillonnage en unités monétaires (MUS)	Cette méthode d'échantillonnage statistique utilise l'unité monétaire comme variable auxiliaire pour l'échantillonnage. L'approche adoptée repose généralement sur un échantillonnage systématique avec une probabilité de sélection proportionnelle à la taille (PPS), c.-à-d. proportionnelle à la valeur monétaire de l'unité d'échantillonnage (les éléments de valeur élevée ayant donc une plus grande probabilité de sélection).
Échantillonnage à degrés multiples	Un échantillon qui est sélectionné par degrés, les unités d'échantillonnage étant soumises à chaque degré à un sous-échantillonnage à partir des unités (plus grandes) choisies au degré précédent. Les unités d'échantillonnage se rapportant au premier degré sont appelées unités primaires ou de premier degré. Il en est ensuite de même pour les unités de deuxième degré, etc.
Population	La population à des fins d'échantillonnage inclut les dépenses déclarées à la Commission pour les opérations au titre d'un programme ou d'un groupe de programmes au cours de la période de référence, excepté pour les unités d'échantillonnage négatives (comme expliqué au point 4.6) et lorsque les dispositions relatives au contrôle proportionnel établies à l'article 148, paragraphe 1, du RDC et à l'article 28, paragraphe 8, du règlement délégué (UE) n° 480/2014 s'appliquent dans le contexte de l'échantillonnage pratiqué pour la période de programmation 2014-2020.

Terme	Définition
Taille de la population (N)	<p>Il s'agit du nombre d'opérations ou de demandes de paiement comprises dans les dépenses déclarées à la Commission au cours de la période de référence.</p> <p>En cas de stratification de la population, un indice h est utilisé en référence à la strate respective, $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ où H correspond au nombre de strates.</p>
Précision prévue	<p>Il s'agit de l'erreur d'échantillonnage maximale prévue pour la détermination de la taille d'échantillon, c.-à-d. l'écart maximal entre la valeur réelle au niveau de la population et la valeur estimée produite à partir des données de l'échantillon.</p> <p>En règle générale, la précision prévue représente la différence entre l'erreur maximale acceptable et l'erreur anticipée, et sa valeur doit être fixée à un niveau inférieur (ou égal) au seuil d'erreur significative.</p>
Précision (réelle) (SE)	<p>Cette erreur naît de l'observation partielle de la population. En effet, l'échantillonnage suppose toujours une erreur d'estimation (extrapolation) étant donné que l'auditeur fonde l'extrapolation à l'ensemble de la population sur les données de l'échantillon. Cette erreur d'échantillonnage réelle est une indication de la différence entre l'extrapolation de l'échantillon (valeur estimée) et le paramètre réel (inconnu) de la population (valeur de l'erreur). Elle représente l'incertitude de l'extrapolation des résultats à l'ensemble de la population.</p>
Erreur prévue/extrapolée (EE)	<p>L'erreur prévue/extrapolée représente l'effet estimé des erreurs aléatoires au niveau de la population.</p>
Erreur aléatoire prévue	<p>L'erreur aléatoire prévue est le résultat de l'extrapolation des erreurs aléatoires constatées dans l'échantillon (lors du contrôle des opérations) à l'ensemble de la population. La procédure d'extrapolation/projection dépend de la méthode d'échantillonnage appliquée.</p>

Terme	Définition
Erreur aléatoire	Les erreurs non considérées comme des erreurs systémiques ou connues ou des anomalies sont qualifiées d'erreurs aléatoires. Ce concept présuppose que des erreurs aléatoires constatées dans l'échantillon audité sont également présentes dans la population non contrôlée. Il y a lieu d'inclure ces erreurs dans le calcul d'extrapolation des erreurs.
Période de référence	<p>La période de référence désigne la période pour laquelle l'AA doit fournir une assurance.</p> <p>Pour la période de programmation 2007-2013, elle correspond à l'année N, qui est couverte par le rapport annuel de contrôle soumis à la fin de l'année N+1. Une exception à cette règle s'applique pour le premier rapport annuel de contrôle et le rapport de contrôle final, qui doit être présenté pour le 31 mars 2017 (voir les orientations sur la clôture).</p> <p>Pour la période de programmation 2014-2020, la période de référence correspond à l'exercice comptable, qui s'étend du 1^{er} juillet N au 30 juin N+1 et qui est couvert par le rapport annuel de contrôle soumis pour le 15 février de l'année N+2.</p>
Facteur de fiabilité (<i>RF</i>)	Le facteur de fiabilité RF est une constante issue de la distribution de Poisson, appliquée pour une erreur prévisible nulle, et est fonction du niveau de confiance. Ce facteur est fonction du niveau de confiance et les valeurs à utiliser dans chaque situation figurent au point 6.3.4.2 du présent guide.
Risque d'erreur significative	Le risque d'erreur significative est le produit du risque inhérent par le risque de contrôle. Il est lié aux résultats de l'audit de systèmes.
Taux d'erreur de l'échantillon	Le taux d'erreur de l'échantillon correspond au rapport entre le montant des irrégularités détectées par les contrôles d'opérations et la valeur des dépenses auditées.

Terme	Définition
Taille de l'échantillon (n)	<p>Il s'agit du nombre d'unités/éléments constitutifs de l'échantillon.</p> <p>Si la population est stratifiée, un indice h est utilisé en référence à la strate concernée, $n_h, h = 1, 2, \dots, H$ et H représente le nombre de strates.</p>
Erreur d'échantillonnage	Même signification que «précision».
Intervalle d'échantillonnage (SI)	<p>L'intervalle d'échantillonnage représente l'intervalle de sélection utilisé dans les méthodes d'échantillonnage fondées sur la sélection systématique. Dans le cas de méthodes reposant sur une probabilité de sélection proportionnelle aux dépenses (telles l'échantillonnage en unités monétaires), l'intervalle d'échantillonnage correspond au rapport entre la valeur comptable totale de la population et la taille de l'échantillon.</p>
Méthode d'échantillonnage	<p>La méthode d'échantillonnage englobe deux éléments: le plan d'échantillonnage (par exemple: plan avec égale probabilité de sélection, plan avec probabilité de sélection proportionnelle à la taille) et la procédure d'extrapolation (ou d'estimation). Ensemble, ces deux éléments déterminent le cadre pour le calcul de la taille d'échantillon et pour l'extrapolation de l'erreur.</p>
Période d'échantillonnage	<p>Dans le cadre d'un échantillonnage à deux périodes ou à périodes multiples, la ou les périodes d'échantillonnage désignent une partie de la période de référence (en principe un trimestre, un quadrimestre ou un semestre).</p> <p>La période d'échantillonnage peut également être identique à la période de référence.</p>
Unité d'échantillonnage	<p>Une unité d'échantillonnage est une des unités dans lesquelles une population est divisée aux fins de l'échantillonnage.</p> <p>L'unité d'échantillonnage peut être une opération, un projet à l'intérieur d'une opération ou une demande de paiement déposée par un bénéficiaire.</p>

Terme	Définition
Échantillonnage aléatoire simple	L'échantillonnage aléatoire simple est une méthode d'échantillonnage statistique. L'unité statistique à échantillonner est l'opération (ou la demande de paiement, comme expliqué ci-dessus). Les unités de l'échantillon sont sélectionnées de manière aléatoire selon une égale probabilité.
Écart type (σ ou s)	Il s'agit d'une mesure de la variabilité de la population autour de sa moyenne. Il peut être calculé au moyen des erreurs ou des valeurs comptables. Selon qu'il est calculé au niveau de la population ou de l'échantillon, il sera généralement représenté par σ ou par s . La population (ou l'échantillon) sera d'autant plus hétérogène que l'écart type est élevé.
Stratification	La stratification consiste à subdiviser une population en plusieurs groupes (appelés «strates») sur la base de la valeur d'une variable auxiliaire (généralement la variable objet de l'audit, à savoir la valeur des dépenses par opération au sein du programme audité). Dans un échantillonnage stratifié, des échantillons indépendants sont prélevés dans chaque strate. L'objectif principal de la stratification est double: il s'agit, d'une part, de permettre une amélioration de la précision (pour une même taille d'échantillon) ou une réduction de la taille d'échantillon (pour un même niveau de précision); et, d'autre part, de garantir la représentation dans l'échantillon des sous-populations correspondant à chaque strate.
Erreur systématique	Les erreurs systématiques sont des erreurs constatées dans l'échantillon contrôlé et ayant une incidence sur la population non contrôlée. Elles se produisent dans des circonstances bien déterminées et comparables. Ces erreurs présentent généralement une caractéristique commune (par exemple, le type d'opération, l'emplacement ou la période de temps). Elles sont généralement révélatrices de procédures de contrôle inefficaces au sein (d'une partie) des systèmes de gestion et de contrôle.

Terme	Définition
Erreur acceptable	L'erreur acceptable est le taux d'erreur maximal acceptable pouvant être constaté dans une population. Compte tenu d'un seuil d'erreur significative de 2 %, l'erreur acceptable sera d'au maximum 2 % des dépenses déclarées à la Commission pour la période de référence.
Inexactitude acceptable	Même signification qu'«erreur acceptable».
Valeur comptable totale	Il s'agit du total des dépenses déclarées à la Commission pour un programme ou groupe de programmes, correspondant à la population d'origine de l'échantillon.
Taux d'erreur total (<i>TER</i>)	Le taux d'erreur total équivaut à la somme des erreurs suivantes: les erreurs aléatoires prévues, les erreurs systémiques et les anomalies non corrigées. Toutes ces erreurs doivent être quantifiées par l'autorité d'audit et incluses dans le taux d'erreur total, à l'exception des anomalies corrigées. Même signification que «taux d'erreur total prévu» (total projected error rate, TPER) ou «inexactitude totale prévue».
Échantillonnage à deux degrés	Un échantillon qui est sélectionné en deux degrés, les unités d'échantillonnage du deuxième degré (unités de sous-échantillonnage) étant choisies parmi les unités d'échantillonnage de l'échantillon principal. Dans le cas d'audits de Fonds ESI, un exemple typique de plan d'échantillonnage à deux degrés consiste à utiliser comme unité de sous-échantillonnage, au premier degré, les opérations et, au deuxième degré, les factures.
Limite supérieure de l'erreur (<i>ULE</i>)	Cette limite supérieure est égale à la somme de l'erreur prévue et de la précision de l'extrapolation. Elle revêt la même signification que la limite supérieure de l'intervalle de confiance, la limite supérieure de l'inexactitude au niveau de la population et la limite supérieure de l'inexactitude.
Variance (σ^2)	La variance correspond au carré de l'écart type.

Terme	Définition
Z	Il s'agit d'un paramètre issu de la loi normale selon un certain niveau de confiance déterminé à partir des audits de systèmes. Les différentes valeurs de z susceptibles d'être utilisées sont présentées au point 5.3 du présent guide.