



COMISIÓN EUROPEA
DIRECCIONES GENERALES
Política regional y urbana
Empleo, Asuntos Sociales e Igualdad de Oportunidades
Asuntos marítimos

Nota orientativa sobre los métodos de muestreo dirigida a las autoridades responsables de las auditorías

Periodos de programación 2007-2013 y 2014-2020

CLÁUSULA DE EXENCIÓN DE RESPONSABILIDAD: «Este es un documento de trabajo elaborado por los servicios de la Comisión. Sobre la base del Derecho aplicable de la UE, facilita a las autoridades públicas, los profesionales, los beneficiarios o beneficiarios potenciales, así como a los demás organismos que intervienen en el seguimiento, el control o la aplicación de las políticas de cohesión y marítima, información técnica sobre la interpretación y la aplicación de la normativa de la UE en dichos ámbitos. El objetivo del presente documento es aportar explicaciones e interpretaciones de los servicios de la Comisión sobre dichas normas, a fin de facilitar la ejecución de los programas y fomentar las buenas prácticas. Sin embargo, esta nota orientativa deberá entenderse sin perjuicio de las interpretaciones del Tribunal de Justicia y del Tribunal de Primera Instancia y de la práctica decisoria de la Comisión.»

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN	8
2	REFERENCIAS NORMATIVAS	9
3	MODELO DE RIESGO DE AUDITORÍA Y PROCEDIMIENTOS DE AUDITORÍA	9
3.1	MODELO DE RIESGO	9
3.2	NIVEL DE GARANTÍA/CONFIANZA EN LA AUDITORÍA DE LAS OPERACIONES.....	13
3.2.1	<i>Introducción</i>	13
3.2.2	<i>Determinación del nivel de garantía aplicable al agrupar programas</i>	15
4	CONCEPTOS ESTADÍSTICOS RELACIONADOS CON LAS AUDITORÍAS DE LAS OPERACIONES	16
4.1	MÉTODO DE MUESTREO	16
4.2	MÉTODO DE SELECCIÓN	17
4.3	PROYECCIÓN (ESTIMACIÓN).....	18
4.4	PRECISIÓN (ERROR MUESTRAL).....	19
4.5	POBLACIÓN	20
4.6	UNIDADES DE MUESTREO NEGATIVAS	22
4.7	ESTRATIFICACIÓN	25
4.8	UNIDAD DE MUESTREO	26
4.9	MATERIALIDAD	26
4.10	ERROR TOLERABLE Y PRECISIÓN PLANIFICADA	26
4.11	VARIABILIDAD	27
4.12	INTERVALO DE CONFIANZA Y LÍMITE SUPERIOR DE ERROR	29
4.13	NIVEL DE CONFIANZA	30
4.14	ÍNDICE DE ERROR	31
5	TÉCNICAS DE MUESTREO PARA LA AUDITORÍA DE LAS OPERACIONES	31
5.1	RESUMEN	31
5.2	CONDICIONES DE APLICABILIDAD DE LOS DISEÑOS DE MUESTREO	34
5.3	NOTACIÓN	36
6	MÉTODOS DE MUESTREO	38
6.1	MUESTREO ALEATORIO SIMPLE.....	38
6.1.1	<i>Enfoque estándar</i>	38
6.1.1.1	<i>Introducción</i>	38
6.1.1.2	<i>Tamaño de la muestra</i>	38
6.1.1.3	<i>Error proyectado</i>	39
6.1.1.4	<i>Precisión</i>	40
6.1.1.5	<i>Evaluación</i>	41
6.1.1.6	<i>Ejemplo</i>	42
6.1.2	<i>Muestreo aleatorio simple estratificado</i>	48
6.1.2.1	<i>Introducción</i>	48
6.1.2.2	<i>Tamaño de la muestra</i>	49
6.1.2.3	<i>Error proyectado</i>	50
6.1.2.4	<i>Precisión</i>	51
6.1.2.5	<i>Evaluación</i>	52
6.1.2.6	<i>Ejemplo</i>	52
6.1.3	<i>Muestreo aleatorio simple – dos periodos</i>	59

6.1.3.1	Introducción	59
6.1.3.2	Tamaño de la muestra.....	59
6.1.3.3	Error proyectado.....	62
6.1.3.4	Precisión.....	62
6.1.3.5	Evaluación.....	63
6.1.3.6	Ejemplo	63
6.2	ESTIMACIÓN DE LA DIFERENCIA.....	69
6.2.1	<i>Enfoque estándar</i>	69
6.2.1.1	Introducción	69
6.2.1.2	Tamaño de la muestra.....	70
6.2.1.3	Extrapolación	70
6.2.1.4	Precisión.....	71
6.2.1.5	Evaluación.....	71
6.2.1.6	Ejemplo	72
6.2.2	<i>Estimación de la diferencia estratificada</i>	75
6.2.2.1	Introducción	75
6.2.2.2	Tamaño de la muestra.....	75
6.2.2.3	Extrapolación	76
6.2.2.4	Precisión.....	77
6.2.2.5	Evaluación.....	77
6.2.2.6	Ejemplo	78
6.2.3	<i>Estimación de la diferencia – dos periodos</i>	82
6.2.3.1	Introducción	82
6.2.3.2	Tamaño de la muestra.....	82
6.2.3.3	Extrapolación	82
6.2.3.4	Precisión.....	83
6.2.3.5	Evaluación.....	83
6.2.3.6	Ejemplo	84
6.3	MUESTREO DE UNIDAD MONETARIA	89
6.3.1	<i>Enfoque estándar</i>	89
6.3.1.1	Introducción	89
6.3.1.2	Tamaño de la muestra.....	89
6.3.1.3	Selección de la muestra	91
6.3.1.4	Error proyectado.....	92
6.3.1.5	Precisión.....	92
6.3.1.6	Evaluación.....	93
6.3.1.7	Ejemplo	94
6.3.2	<i>Muestreo de unidad monetaria estratificado</i>	99
6.3.2.1	Introducción	99
6.3.2.2	Tamaño de la muestra.....	100
6.3.2.3	Selección de la muestra	101
6.3.2.4	Error proyectado.....	102
6.3.2.5	Precisión.....	103
6.3.2.6	Evaluación.....	104
6.3.2.7	Ejemplo	104
6.3.3	<i>Muestreo de unidad monetaria – dos periodos</i>	109
6.3.3.1	Introducción	109
6.3.3.2	Tamaño de la muestra.....	110
6.3.3.3	Selección de la muestra	112
6.3.3.4	Error proyectado.....	113
6.3.3.5	Precisión.....	114
6.3.3.6	Evaluación.....	115
6.3.3.7	Ejemplo	115
6.3.4	<i>Muestreo de unidad monetaria estratificado en dos periodos</i>	123

6.3.4.1	Introducción	123
6.3.4.2	Tamaño de la muestra.....	123
6.3.4.3	Selección de la muestra	126
6.3.4.4	Error proyectado.....	127
6.3.4.5	Precisión.....	128
6.3.4.6	Evaluación.....	129
6.3.4.7	Ejemplo	129
6.3.5	<i>Enfoque conservador</i>	142
6.3.5.1	Introducción	142
6.3.5.2	Tamaño de la muestra.....	142
6.3.5.3	Selección de la muestra	144
6.3.5.4	Error proyectado.....	144
6.3.5.5	Precisión.....	145
6.3.5.6	Evaluación.....	146
6.3.5.7	Ejemplo	147
6.4	MUESTREO NO ESTADÍSTICO	152
6.4.1	<i>Introducción</i>	152
6.4.2	<i>Muestreo no estadístico estratificado y no estratificado</i>	153
6.4.3	<i>Tamaño de la muestra</i>	155
6.4.4	<i>Selección de la muestra</i>	156
6.4.5	<i>Proyección</i>	157
6.4.5.1	Selección con probabilidad igual.....	157
6.4.5.2	Selección con probabilidad igual estratificada	158
6.4.5.3	Selección con probabilidad proporcional al gasto	158
6.4.5.4	Selección con probabilidad proporcional al gasto estratificada	159
6.4.6	<i>Evaluación</i>	160
6.4.7	<i>Ejemplo 1 – Muestreo con probabilidad proporcional al tamaño</i>	160
6.4.8	<i>Ejemplo 2 – Muestreo con probabilidad igual</i>	163
6.4.9	<i>Muestreo no estadístico – dos periodos</i>	165
6.4.9.1	Muestreo no estadístico – dos periodos – selección con probabilidad igual	166
6.4.9.2	Muestreo no estadístico – dos periodos – selección con PPT	170
6.4.10	<i>Muestreo en dos etapas (submuestreo) en los métodos de muestreo no estadístico</i>	175
6.5	MÉTODOS DE MUESTREO PARA PROGRAMAS DE COOPERACIÓN TERRITORIAL EUROPEA (CTE)..	176
6.5.1	<i>Introducción</i>	176
6.5.2	<i>Unidad de muestreo</i>	176
6.5.3	<i>Metodología de muestreo</i>	177
6.5.3.1	Muestreo en dos etapas y tres etapas (submuestreo).....	179
6.5.3.2	Principales configuraciones potenciales de las unidades de muestreo en el muestreo en dos etapas y en tres etapas	181
6.5.3.3	Un enfoque posible en el muestreo en dos etapas (operación como unidad de muestreo y submuestra de socios del proyecto donde se selecciona el socio principal y una muestra de socios del proyecto) 186	
7	SELECCIÓN DE TEMAS	191
7.1	CÓMO DETERMINAR EL ERROR ANTICIPADO.....	191
7.2	MUESTREO ADICIONAL	193
7.2.1	<i>Muestreo complementario (por cobertura insuficiente de sectores de riesgo elevado)</i> ...	193
7.2.2	<i>Muestreo adicional (por resultados no concluyentes de la auditoría)</i>	194
7.3	MUESTREO REALIZADO DURANTE EL AÑO	195
7.3.1	<i>Introducción</i>	195
7.3.2	<i>Notas adicionales sobre muestreo de múltiples periodos</i>	197
7.3.2.1	Presentación	197
7.3.2.2	Ejemplo	199

7.4	CAMBIO DE MÉTODO DE MUESTREO DURANTE EL PERIODO DE PROGRAMACIÓN	206
7.5	ÍNDICES DE ERROR	207
7.6	MUESTREO EN DOS ETAPAS (SUBMUESTREO).....	207
7.6.1	Introducción	207
7.6.2	Tamaño de la muestra	211
7.6.3	Proyección.....	212
7.6.4	Precisión.....	213
7.6.5	Ejemplo.....	213
7.7	NUEVO CÁLCULO DEL NIVEL DE CONFIANZA.....	217
7.8	ESTRATEGIAS PARA AUDITORÍA DE GRUPOS DE PROGRAMAS Y PROGRAMAS CON MÚLTIPLES FONDOS	220
7.8.1	Introducción	220
7.8.2	Ejemplo.....	223
7.9	TÉCNICA DE MUESTREO APLICABLE A LAS AUDITORÍAS DE LOS SISTEMAS	231
7.9.1	Introducción	231
7.9.2	Tamaño de la muestra	233
7.9.3	Extrapolación	234
7.9.4	Precisión.....	234
7.9.5	Evaluación.....	234
7.9.6	Métodos especializados de muestreo por atributos	235
7.10	PROPORCIONALIDAD EN MATERIA DE CONTROL EN EL MARCO DEL PERIODO DE PROGRAMACIÓN 2014-2020 – IMPLICACIONES EN EL MUESTREO	236
7.10.1	Restricciones sobre la selección de muestras impuestas por el artículo 148, apartado 1, del RDC	236
7.10.2	Metodología de muestreo con arreglo a la proporcionalidad de los controles.....	238
7.10.3	Ejemplos	244
7.10.3.1	Ejemplos de sustitución de unidades de muestreo en métodos con PPT (MUM y muestreo no estadístico con PPT).....	244
7.10.3.2	Ejemplo de exclusiones de operaciones en la etapa de selección de la muestra en el enfoque estándar del MUM.....	248
7.10.3.3	Ejemplo de exclusiones de operaciones en la etapa de selección de la muestra en el enfoque conservador del MUM	252
7.10.3.4	Ejemplo de exclusión de operaciones en la etapa de selección de la muestra en muestreo aleatorio simple (estimación de la media por unidad y de la ratio)	255

**APÉNDICE 1: PROYECCIÓN DE ERRORES ALEATORIOS CUANDO SE DETECTAN
ERRORES SISTÉMICOS262**

1.	INTRODUCCIÓN	262
2.	MUESTREO ALEATORIO SIMPLE	263
2.2	Estimación de la media por unidad	263
2.3	Estimación de la ratio.....	263
3.	ESTIMACIÓN DE LA DIFERENCIA	264
4.	MUESTREO DE UNIDAD MONETARIA	265
4.1	Enfoque estándar del MUM.....	266
4.2	Estimación de ratios del MUM.....	268
4.3	Enfoque conservador del MUM.....	269
5.	MUESTREO NO ESTADÍSTICO.....	269

APÉNDICE 2: FÓRMULAS PARA MUESTREO DE MÚLTIPLES PERIODOS272

1.	MUESTREO ALEATORIO SIMPLE	272
1.1	TRES PERIODOS.....	272

1.1.1 <i>Tamaño de la muestra</i>	272
1.1.2 <i>Proyección y precisión</i>	273
1.2 CUATRO PERIODOS	274
1.2.1 <i>Tamaño de la muestra</i>	274
1.2.2 <i>Proyección y precisión</i>	276
2. MUESTREO DE UNIDAD MONETARIA	277
2.1 TRES PERIODOS.....	277
2.1.1 <i>Tamaño de la muestra</i>	277
2.1.2 <i>Proyección y precisión</i>	278
2.2 CUATRO PERIODOS	279
2.2.1 <i>Tamaño de la muestra</i>	279
2.2.2 <i>Proyección y precisión</i>	280
APÉNDICE 3: FACTORES DE FIABILIDAD PARA EL MUM.....	281
APÉNDICE 4: VALORES DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTANDARIZADA (Z)	282
APÉNDICE 5: FÓRMULAS DE MS EXCEL DE AYUDA A LOS MÉTODOS DE MUESTREO	283
APÉNDICE 6 – GLOSARIO	284

Lista de siglas

- AA – Autoridad de auditoría
- ICA – Informe anual de control
- AE – Error anticipado
- AR – Riesgo de auditoría
- BP – Precisión básica
- BV – Valor contable (gasto declarado a la Comisión en el periodo de referencia)
- COCOF – Comité de Coordinación de los Fondos
- CR – Riesgo para el control
- DR – Riesgo para la detección
- E_i – Errores individuales en la muestra
- \bar{E} – Error medio de la muestra
- CE – Comunidad Europea
- EE – Error proyectado
- EDR – Índice de desviación extrapolado
- EF – Factor de expansión
- CTE – Cooperación territorial europea
- IA – Tolerancia incremental
- IR – Riesgo inherente
- IT – Tecnologías de la información
- SGC – Sistema de gestión y control
- MUM – Muestreo de unidad monetaria
- PPT – Probabilidad proporcional al tamaño
- RF – Factor de fiabilidad
- SE – (Precisión del) Error muestral (efectivo, es decir, tras la realización de un trabajo de auditoría)
- SI – Intervalo de muestreo
- TE – Error máximo tolerable
- TPE – Error proyectado total (se corresponde con el TPER, siglas utilizadas en el periodo de programación 2007-2013)
- ULD – Límite superior de desviación
- ULE – Límite superior de error

1 Introducción

La presente nota orientativa sobre muestreo con fines de auditoría se ha preparado con el propósito de ofrecer a las autoridades responsables de las auditorías en los Estados miembros una visión general actualizada de los métodos de muestreo más utilizados y adecuados, y de este modo prestarles un apoyo concreto en la aplicación del nuevo marco regulador para el periodo de programación 2007-2013 y, si procede, para el periodo de programación 2014-2020.

Las normas internacionales de auditoría y la actual teoría del muestreo orientan en el uso de muestreos para auditorías y otros medios de selección de los elementos que se examinan para diseñar los procedimientos de auditoría.

Esta nota orientativa sustituye a la anterior sobre el mismo tema (ref. COCOF 08/0021/03-EN de 4.4.2013). El presente documento se entiende sin perjuicio de otras directrices complementarias de la Comisión, a saber:

- Periodo de programación 2007-2013:
 - «Guidance note on annual control reports and opinions», de 18.2.2009, ref. COCOF 09/0004/01-EN y EFFC/0037/2009-EN, de 23.2.2009;
 - «Nota orientativa sobre el tratamiento de los errores comunicados en los informes anuales de control», ref. EGESIF_15-0007-01, de 9.10.2015;
 - «Guidance on a common methodology for the assessment of management and control systems [MCS] in the Member States», ref. COCOF 08/0019/01-EN y EFFC/27/2008, de 12.9.2008.
- Periodo de programación 2014-2020:
 - Guidance for Member States on the Annual Control Report and Audit Opinion (periodo de programación 2014-2020), ref. EGESIF_15-0002-02 final de 9.10.2015;
 - Guidance for the Commission and Member States on a common methodology for the assessment of management and control systems in the Member States (EGESIF_14-0010-final de 18.12.2014).

Así pues, se aconseja la lectura de estos documentos complementarios para tener una visión completa de las directrices relativas a la producción de Informes anuales de control.

2 Referencias normativas

Reglamento	Artículos
Periodo de programación 2007-2013	
Reglamento (CE) n.º 1083/2006	Artículo 62, Funciones de la autoridad de auditoría
Reglamento (CE) n.º 1828/2006	Artículo 17, Muestreo Anexo IV, Parámetros técnicos para el muestreo estadístico aleatorio con arreglo al artículo 17
Reglamento (CE) n.º 1198/2006	Artículo 61, Funciones de la autoridad de auditoría
Reglamento (CE) n.º 498/2007	Artículo 43, Muestreo Anexo IV, Parámetros técnicos
Periodo de programación 2014-2020	
Reglamento (UE) n.º 1303/2013 Reglamento sobre disposiciones comunes (<i>en lo sucesivo RDC</i>)	Artículo 127, apartado 5, Funciones de la autoridad de auditoría Artículo 148, apartado 1, Control proporcional de los programas operativos
Reglamento (UE) n.º 480/2014 Reglamento Delegado de la Comisión (RD)	Artículo 28, Metodología para seleccionar la muestra de operaciones

3 Modelo de riesgo de auditoría y procedimientos de auditoría

3.1 Modelo de riesgo

El **riesgo de auditoría** es el riesgo de que el auditor emita un dictamen sin reservas cuando la declaración de gastos contenga errores significativos.

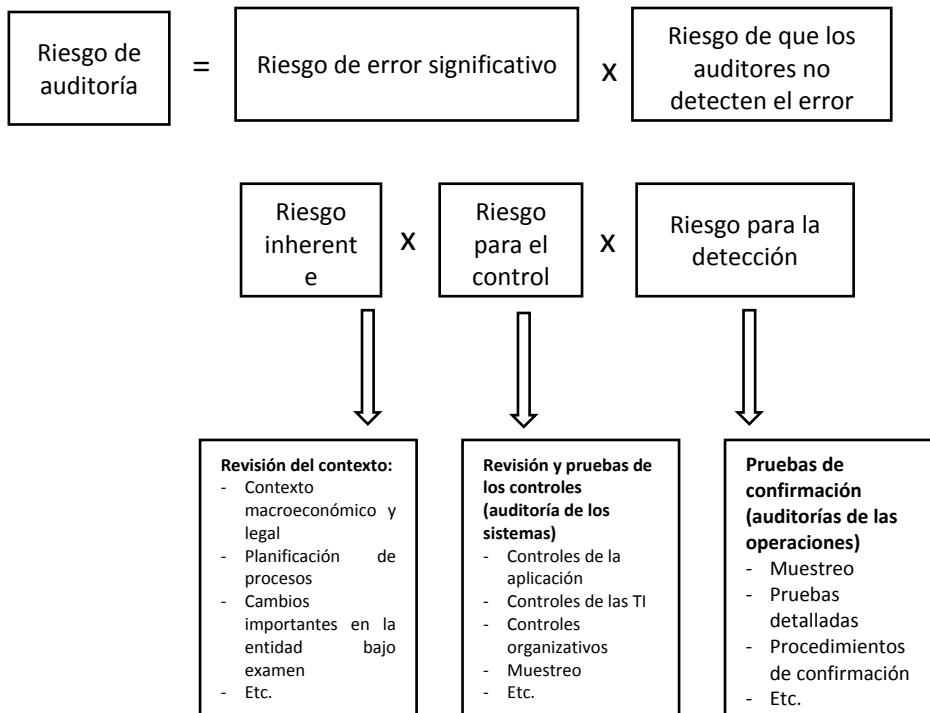


Figura 1. Modelo de riesgo de auditoría

Los tres componentes del riesgo de auditoría son el riesgo inherente (*IR*), el riesgo para el control (*CR*) y el riesgo para la detección (*DR*). El modelo de riesgo de auditoría así obtenido es:

$$AR = IR \times CR \times DR$$

donde:

- *IR*, el riesgo inherente, es el nivel percibido de riesgo de que se produzca un error significativo en las declaraciones de gastos enviadas a la Comisión o en los niveles ordinarios de agregación, a falta de procedimientos de control interno. El riesgo inherente está relacionado con el tipo de actividades de la entidad auditada y dependerá de factores externos (culturales, políticos, económicos, actividades empresariales, clientes y proveedores, etc.) e internos (tipo de organización, procedimientos, competencia del personal, modificaciones recientes de los procesos o de los puestos de gestión, etc.). El *IR* se ha de evaluar antes de que empiecen los procedimientos de auditoría detallados (entrevistas con la dirección y el personal clave, análisis de la información contextual, como organigramas, manuales y documentación interna y externa). En el caso de los Fondos Estructurales y de Pesca, el riesgo inherente se suele establecer en un porcentaje elevado.
- *CR*, el riesgo para el control, es el nivel percibido de riesgo de que los procedimientos de control interno de la dirección no prevengan, detecten y corrijan un error significativo en las declaraciones de gastos enviadas a la Comisión o en los niveles ordinarios de agregación. Como tales, los riesgos para el control están relacionados con la calidad de la gestión (control) de los riesgos inherentes y dependen del sistema de control interno, incluidos los controles de

la aplicación, los controles de las TI y los controles organizativos, por ejemplo. Los riesgos para el control se pueden evaluar por medio de **auditorías de los sistemas** (exámenes detallados de los controles y presentación de informes, con el objetivo de demostrar la eficacia del diseño y el funcionamiento de un sistema de control a la hora de evitar o detectar errores significativos y la capacidad de la organización de registrar, tratar, resumir y comunicar los datos).

El producto del riesgo inherente por el riesgo para el control (es decir, $IR \times CR$) es el **riesgo de errores significativos**. El riesgo de errores significativos está relacionado con el resultado de las **auditorías de los sistemas**.

- *DR*, el riesgo para la detección, es el nivel percibido de riesgo de que el auditor no detecte un error significativo en las declaraciones de gastos enviadas a la Comisión o en los niveles ordinarios de agregación. Los riesgos para la detección están relacionados con la calidad de la auditoría, lo que incluye la metodología de muestreo, la competencia del personal, las técnicas aplicadas, las herramientas utilizadas, etc. Además, los riesgos para la detección están relacionados con la realización de auditorías de las operaciones. Esto incluye las pruebas de confirmación de los detalles o transacciones relativos a las operaciones de un programa, que se suelen basar en el muestreo de las operaciones.

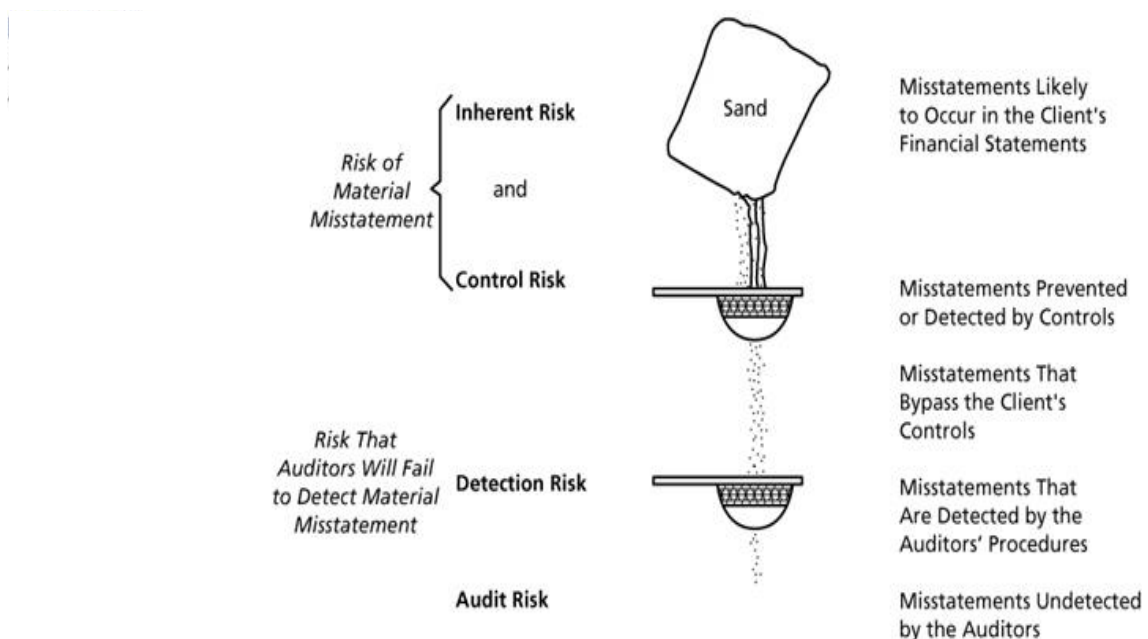


Figura 2: Ilustración del riesgo de auditoría (adaptada de fuente desconocida)

El modelo de garantía es lo contrario del modelo de riesgo. Si se considera que el riesgo de auditoría es del 5 %, entonces la garantía de la auditoría es del 95 %.

El uso del modelo de riesgo/garantía de auditoría está relacionado con la planificación y la correspondiente asignación de recursos en un programa operativo determinado o en diferentes programas operativos, y tiene dos fines:

- Aportar un nivel de garantía elevado: se proporciona cierto nivel de garantía, por ejemplo, para una garantía del 95 %, el riesgo de auditoría es del 5 %.
- Realizar auditorías eficaces: dado un nivel de garantía de, por ejemplo, el 95 %, el auditor debería desarrollar los procedimientos de auditoría teniendo en cuenta el *IR* y el *CR*. De este modo, el equipo de auditoría podrá reforzar el esfuerzo en algunos ámbitos y centrar las auditorías en ámbitos donde el riesgo es mayor.

Obsérvese que el nivel de detección, que a su vez controla el tamaño de la muestra en el muestreo de las operaciones, es un resultado directo, siempre y cuando el *IR* y el *CR* se hayan evaluado previamente. En efecto:

$$AR = IR \times CR \times DR \Rightarrow DR = \frac{AR}{IR \times CR}$$

donde, por lo general, se toma un *AR* del 5 %, y el auditor evalúa *IR* y *CR*.

Ilustración

Garantía de control reducida: Dado un riesgo de auditoría deseado y aceptado del 5 %, si el riesgo inherente (= 100 %) y el riesgo para el control (= 50 %) son elevados (lo que significa que, cuando los procedimientos de control interno no son adecuados para gestionar los riesgos, el riesgo es elevado), el auditor debería procurar que el riesgo para la detección fuera muy reducido, del 10 %. Para obtener un riesgo para la detección reducido se ha de aumentar la cantidad de pruebas de confirmación y, por lo tanto, el tamaño de la muestra.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,5} = 0,1$$

Garantía de control elevada: En otro contexto, si el riesgo inherente es elevado (100 %) pero se han establecido controles adecuados, se puede valorar un riesgo para el control del 12,5%. Para alcanzar un nivel de riesgo de auditoría del 5 %, el nivel de riesgo para la detección puede ser del 40 %, con lo que el auditor podrá asumir más riesgos reduciendo el tamaño de la muestra. Al final, esto supondrá una auditoría menos detallada y menos costosa.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,125} = 0,4$$

Nótese que en ambos casos se alcanza un mismo riesgo de auditoría del 5 % en diferentes entornos.

Para planificar el trabajo de auditoría se deberá aplicar una secuencia de valoración de los diferentes niveles de riesgo. Primero se calculará el riesgo inherente, y, en función de este, se revisará el riesgo para el control. A partir de estos dos factores, el equipo de auditoría podrá establecer el riesgo para la detección y se elegirán los procedimientos de auditoría que se aplicarán en las pruebas detalladas.

Si bien el modelo de riesgo de auditoría brinda un marco de reflexión para la elaboración del plan de auditoría y la asignación de los recursos, en la práctica puede resultar difícil cuantificar con exactitud el riesgo inherente y el riesgo para el control.

Los niveles de garantía/confianza de la auditoría de las operaciones dependen principalmente de la calidad del sistema de controles internos. Los auditores evalúan los componentes del riesgo a partir de sus conocimientos y su experiencia, utilizando términos como BAJO, MODERADO/MEDIO o ELEVADO en lugar de recurrir a las probabilidades. Si durante la auditoría de los sistemas se detectan debilidades importantes, el riesgo para el control es elevado y el nivel de garantía obtenido del sistema será bajo. Si no existen deficiencias importantes, el riesgo para el control es bajo, y si el riesgo inherente también es bajo, el nivel de garantía obtenido del sistema será elevado.

Como se ha indicado previamente, si durante la auditoría de los sistemas se detectan deficiencias importantes, se puede decir que el riesgo de errores significativos es elevado (riesgos para el control combinados con riesgos inherentes) y, por lo tanto, el nivel de garantía será bajo. El anexo IV de los Reglamentos indica que si el nivel de garantía obtenido del sistema es bajo, el nivel de confianza utilizado en el muestreo no debe ser inferior al 90 %.

Si en el sistema no hay deficiencias importantes, el riesgo de errores significativos es bajo y el nivel de garantía dado por el sistema será elevado, lo que significa que el nivel de confianza utilizado en el muestreo de las operaciones no debe ser inferior al 60 %.

En la sección 3.2 se facilita un marco detallado para la elección del nivel de garantía/confianza en las auditorías de las operaciones.

3.2 Nivel de garantía/confianza en la auditoría de las operaciones

3.2.1 Introducción

Se deben realizar pruebas de confirmación con muestras cuyo tamaño dependerá de un nivel de confianza establecido de acuerdo con el nivel de garantía obtenido en la auditoría de los sistemas, como sigue:

- no inferior al 60 % si la garantía es elevada;
- garantía media (para este nivel de garantía, el Reglamento de la Comisión no especifica ningún porcentaje, si bien se aconseja entre un 70 % y un 80 %);
- no inferior al 90 % si la garantía es baja.

La autoridad de auditoría debe establecer los criterios que se aplicarán en las auditorías de los sistemas para determinar la fiabilidad de los sistemas de gestión y control. Estos criterios incluirán una evaluación cuantificada de todos los elementos clave de los sistemas (requisitos clave) y englobarán las principales autoridades y organismos intermedios que participen en la gestión y el control del programa operativo.

La Comisión ha desarrollado una nota orientativa sobre la metodología de evaluación de los sistemas de gestión y control¹. Esta metodología es aplicable tanto a los programas principales como a los de CTE. Se recomienda que la AA tenga en cuenta dicha metodología.

En esta metodología se prevén cuatro niveles de fiabilidad:

- Funciona bien. No son necesarias mejoras o solo son necesarias mejoras poco significativas.
- Funciona. Son necesarias algunas mejoras.
- Funciona parcialmente. Son necesarias mejoras sustanciales.
- Esencialmente no funciona.

El nivel de confianza para el muestreo se determina según el nivel de fiabilidad obtenido en las auditorías de los sistemas.

Se podrían considerar tres niveles de garantía en los sistemas: alto, medio y bajo. El nivel medio corresponde en la práctica a las categorías segunda y tercera de la metodología de evaluación de los sistemas de gestión y control, que establece una diferenciación más refinada entre los dos extremos (alto/«funciona bien» y bajo/«no funciona»).

La relación recomendada se muestra en el cuadro siguiente:

<p>Nivel de garantía establecido de acuerdo con las auditorías de los sistemas</p>	<p>Fiabilidad correspondiente prevista en el Reglamento/garantía del sistema</p>	<p>Nivel de confianza</p>	<p>Riesgo para la detección</p>
---	---	----------------------------------	--

¹ COCOF 08/0019/01-EN de 6.6.2008; EGESIF_14-0010 de 18.12.2014.

1. Funciona bien. No son necesarias mejoras o solo son necesarias mejoras poco significativas.	Elevada	No menos del 60 %	Inferior o igual al 40 %
2. Funciona. Son necesarias algunas mejoras.	Media	70 %	30 %
3. Funciona parcialmente. Son necesarias mejoras sustanciales.	Media	80 %	20 %
4. Esencialmente no funciona.	Baja	Superior o igual al 90 %	No más del 10 %

Cuadro 1. Nivel de confianza de la auditoría de las operaciones de acuerdo con la garantía del sistema

Se prevé que al principio del periodo de programación el nivel de garantía será bajo, pues no se habrá realizado ninguna auditoría de los sistemas, o solo se habrá realizado un número reducido de ellas. Por lo tanto, el nivel de confianza que se deberá usar no será inferior al 90 %. Sin embargo, si los sistemas no se han modificado desde el periodo de programación anterior y hay pruebas de auditoría fiables de la garantía que proporcionan, el Estado miembro podrá utilizar otro nivel de confianza (entre el 60 % y el 90 %). El nivel de confianza también se puede reducir durante un periodo de programación si no se encuentran errores significativos o si existen pruebas de que los sistemas se han mejorado. La metodología aplicada para determinar este nivel de confianza se deberá explicar en la estrategia de auditoría, donde también se habrá de mencionar la prueba de auditoría utilizada para determinar el nivel de confianza.

Establecer un nivel de confianza apropiado es una cuestión crítica en la auditoría de las operaciones, pues el tamaño de la muestra depende en gran medida de dicho nivel (cuanto más elevado es el nivel de confianza, mayor es el tamaño de la muestra). Así pues, los Reglamentos brindan la posibilidad de reducir el nivel de confianza y, por consiguiente, la carga de trabajo de auditoría de los sistemas que tienen un índice de error bajo (y por lo tanto una garantía elevada), manteniendo al mismo tiempo el requisito de un nivel de confianza elevado (y, por consiguiente, un mayor tamaño de la muestra) en caso de sistemas con índice de error potencialmente elevado (y, por lo tanto, con garantía baja).

Se recomienda a la AA utilizar de forma activa parámetros de muestreo que se correspondan con la realidad del funcionamiento de los sistemas, evitando sobredimensionar las muestras de auditoría y la respectiva carga de trabajo, al tiempo que se garantiza la adecuada precisión.

3.2.2 Determinación del nivel de garantía aplicable al agrupar programas

En caso de agrupación de programas, la autoridad de auditoría deberá aplicar **un** nivel de garantía.

Si las auditorías del sistema revelan diferencias en las conclusiones sobre el funcionamiento de los diferentes programas del grupo de programas, existen diversas opciones:

- Crear dos (o más) grupos, por ejemplo, el primero para programas con nivel de garantía bajo (nivel de confianza del 90 %), el segundo para programas con nivel de garantía elevado (nivel de confianza del 60 %), etc. Los dos grupos se tratarán como dos poblaciones diferentes. Por consiguiente, se tendrán que realizar más controles, pues se habrá de tomar una muestra de cada grupo.
- Aplicar a todo el grupo de programas el nivel de garantía más bajo obtenido en los programas individuales. El grupo de programas se tratará como una única población. En este caso, las conclusiones de la auditoría se referirán a todo el grupo de programas. En consecuencia, normalmente no será posible extraer conclusiones acerca de cada programa individual.

En este último caso, es posible utilizar un diseño de muestreo estratificado por programa, lo que, por lo general, permitirá reducir el tamaño de la muestra. No obstante, aun recurriendo a la estratificación, se habrá de utilizar un único nivel de garantía y solo se podrán extraer conclusiones de todo el grupo de programas. Véase una presentación pormenorizada de las estrategias para los grupos de auditoría de programas y programas con múltiples fondos en la sección 7.8.

4 Conceptos estadísticos relacionados con las auditorías de las operaciones

4.1 Método de muestreo

El método de muestreo abarca dos elementos: el diseño del muestreo (p. ej., probabilidad igual, probabilidad proporcional al tamaño) y el procedimiento de proyección (estimación). Juntos, estos dos elementos constituyen el marco del cálculo del tamaño de la muestra.

En la sección 5.1 se presentan los métodos de muestreo más conocidos que resultan adecuados para la auditoría de las operaciones. Téngase en cuenta que la primera distinción entre métodos de muestreo es la que se efectúa entre el muestreo estadístico y el muestreo no estadístico.

Los métodos de muestreo estadístico presentan las características siguientes:

- cada ítem de la población tienen una probabilidad de selección conocida y positiva;
- la aleatoriedad se debe asegurar utilizando un software generador de números aleatorios adecuado, especializado o no (por ejemplo, MS Excel genera números aleatorios);
- el tamaño de la muestra se calcula de forma que permita alcanzar un determinado nivel de precisión deseable.

De forma similar, el artículo 28, apartado 4, del Reglamento (UE) n.º 480/2014 establece que «a los efectos de aplicación del artículo 127, apartado 1, del Reglamento (UE) n.º 1303/2013, un método de muestreo es estadístico cuando asegura: i) una selección aleatoria de los elementos de la muestra, ii) el uso de la teoría de la probabilidad para evaluar resultados de la muestra, incluyendo la medición y el control del riesgo de muestreo y de la precisión planificada y lograda.»

Los métodos de muestreo estadísticos permiten seleccionar una muestra «representativa» de la población (esto explica la importancia de la selección estadística). El objetivo final es proyectar (extrapolar o estimar) en la población el valor de un parámetro (la «variable») observado en una muestra, lo que permite establecer si una población contiene o no errores significativos y, en caso de que los contenga, en qué medida (importe del error).

El muestreo no estadístico no permite calcular la precisión, por lo que no se controla el riesgo de auditoría y resulta imposible garantizar que la muestra sea representativa de la población. Así pues, la evaluación del error ha de ser empírica.

Para las pruebas de confirmación (auditoría de las operaciones) durante el periodo de programación 2007-2013, los Reglamentos (CE) n.º 1083/2006 y n.º 1198/2006 del Consejo y los Reglamentos (CE) n.º 1828/2006 y n.º 498/2007 de la Comisión exigen el muestreo estadístico. Durante el periodo de programación 2014-2020, los requisitos pertinentes con respecto a los métodos de muestreo estadísticos se contemplan en el artículo 127, apartado 1, del RDC y en el artículo 28 del RD. La selección no estadística se considera adecuada en los casos en los que la selección estadística sea imposible, por ejemplo, en caso de que las poblaciones o los tamaños de muestra sean muy pequeños (véase la sección 6.4).

4.2 Método de selección

El método de selección puede pertenecer a dos amplias categorías:

- selección estadística o
- selección no estadística.

La selección estadística incluye dos técnicas posibles:

- selección aleatoria,
- selección sistemática.

En la selección aleatoria se generan números para cada unidad de población a fin de seleccionar las unidades que constituirán la muestra.

El muestreo sistemático utiliza un punto de inicio aleatorio y aplica una norma sistemática para seleccionar otros ítems (por ejemplo, cada 20 elementos a partir del inicial, que es aleatorio).

Por lo general, los métodos de probabilidad igual se basan en la selección aleatoria y el MUM se basa en la selección sistemática.

La selección no estadística cubre las posibilidades siguientes (entre otras):

- selección fortuita,
- selección por bloques,
- selección dirigida,
- muestreo basado en el riesgo con combinación de elementos de las tres posibilidades anteriores.

La selección fortuita es una «falsa selección aleatoria», pues se trata de una selección «aleatoria» de los ítems por un individuo, lo que implica la existencia de un sesgo no medido en la selección (por ejemplo, ítems más fáciles de analizar, ítems de fácil evaluación, ítems escogidos de una lista explícitamente visualizada en la pantalla, etc.).

La selección por bloques es similar al muestreo por conglomerados (a partir de grupos de unidades de población), con elección no aleatoria del conglomerado.

La selección dirigida se realiza exclusivamente a discreción del auditor, sea cual sea su fundamento lógico (por ejemplo, elementos con nombres muy similares, o todas las operaciones relacionadas con un ámbito de investigación determinado, etc.).

El muestreo basado en el riesgo es una selección no estadística de ítems basada en diferentes elementos calculados, a menudo seleccionados por los otros tres métodos no estadísticos.

4.3 Proyección (estimación)

Como ya se ha indicado, el objetivo final de la aplicación de un método de muestreo es proyectar (extrapolar o estimar) en el conjunto de la población el nivel de error (inexactitud) observado en la muestra. Este proceso permitirá concluir si una población

contiene o no errores significativos y, en caso de que los contenga, en qué medida (importe de error). Así pues, el nivel de error detectado en la muestra no presenta interés por sí mismo², sino que es meramente instrumental, es decir, un medio por el cual el error se proyecta en la población.

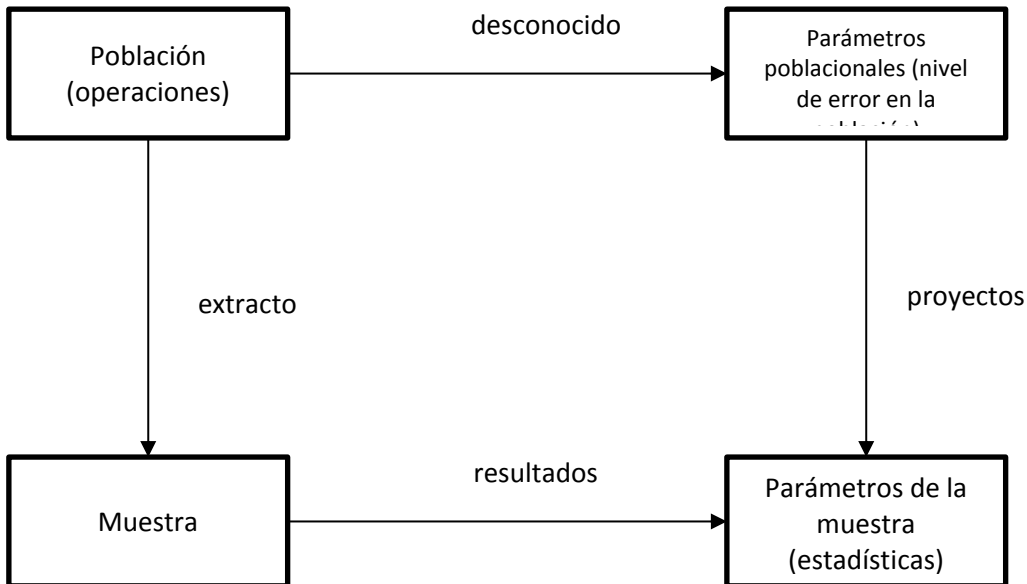


Figura 3 Selección de la muestra y proyección

Los estadísticos de una muestra utilizados para proyectar el error en la población se llaman estimadores; la acción de proyectar se llama estimación, y el valor calculado a partir de la muestra (valor proyectado) se llama estimación. Evidentemente, esta estimación, que solo se basa en una fracción de la población, se ve afectada por el llamado error muestral.

4.4 Precisión (error muestral)

Es el error que surge porque no se observa el conjunto de la población. De hecho, el muestreo conlleva un error de estimación (extrapolación), pues nos basamos en datos muestrales para extrapolar al conjunto de la población. El error muestral es una indicación de la diferencia entre la proyección de la muestra (estimación) y el valor verdadero (desconocido) del parámetro poblacional (valor de error). De hecho, representa la incertidumbre en la proyección de los resultados a la población. La medida de este error se suele llamar **precisión** o exactitud de la estimación. Depende principalmente del **tamaño de la muestra** y la **variabilidad de la población**, así como, en menor medida, del **tamaño de la población**.

² Aunque los errores individuales en la muestra deben corregirse adecuadamente.

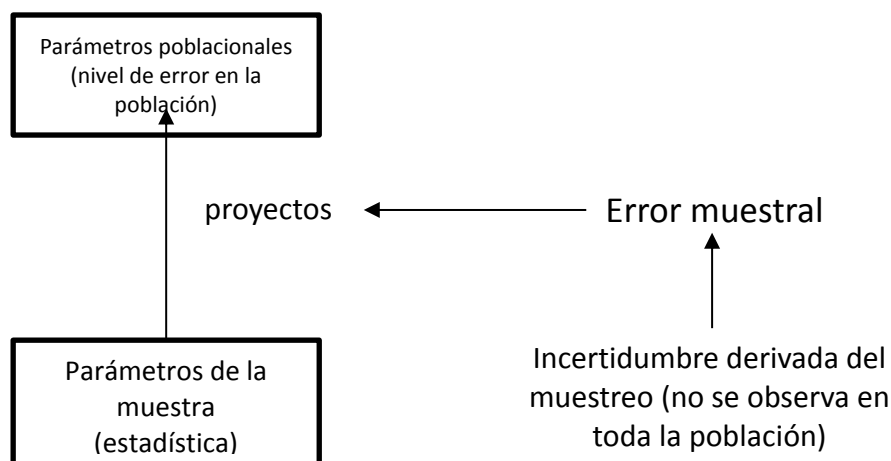


Figura 4 Error muestral

Se ha de distinguir entre precisión planificada y precisión efectiva (SE en las fórmulas de la sección 6). La precisión planificada es el máximo error muestral planificado para determinar el tamaño de la muestra (por lo general, es la diferencia entre el error máximo tolerable y el error anticipado y se debería fijar en un valor inferior al nivel de materialidad), mientras que la precisión efectiva es una indicación de la diferencia entre la proyección de la muestra (estimación) y el valor verdadero (desconocido) del parámetro poblacional (valor de error) y representa la incertidumbre en la proyección de los resultados en la población.

4.5 Población

La población de la que se van a tomar muestras incluye el gasto declarado a la Comisión para operaciones dentro de un programa o grupo de programas en el periodo de referencia, con la salvedad de las unidades de muestreo negativas según se explica a continuación en la sección 4.6. Todas las operaciones incluidas en dicho gasto deben estar incluidas en la población que se incluirá en la muestra, salvo cuando son de aplicación la proporcionalidad en materia de control establecida en el artículo 148, apartado 1, del RDC y en el artículo 28, apartado 8, del Reglamento Delegado (UE) n.º 480/2014 en el contexto del muestreo realizado para el periodo de programación 2014-2020. La exclusión de operaciones de la población que se incluirá en la muestra no es posible con arreglo al marco jurídico³ en 2007-2013, salvo en los casos de «fuerza mayor»⁴.

³ Esto implica que los siguientes ítems de gasto deben quedar incluidos en la población de la que se toma la muestra aleatoria y no deben excluirse en la fase del muestreo: i) operaciones relacionadas con instrumentos de ingeniería financiera (IIF); ii) proyectos considerados «demasiado pequeños»; iii) proyectos auditados en años anteriores o proyectos con un beneficiario auditado en años anteriores; iv) proyectos sujetos a correcciones del tipo fijo.

⁴ Véase la sección 7.6 de la versión actualizada de la nota orientativa sobre el tratamiento de errores (EGESIF_15-0007-01 de 9.10.2015), en relación con el enfoque que debería adoptar la AA en caso de pérdida o daños de los documentos acreditativos debido a situaciones de «fuerza mayor» (por ejemplo, catástrofes naturales).

La AA puede decidir ampliar la auditoría a otros gastos declarados relacionados con las operaciones seleccionadas y con respecto al periodo de referencia anterior, con el fin de mejorar la eficacia de las auditorías. Los resultados de las comprobaciones de gastos adicionales fuera del periodo de referencia no se deberán tener en cuenta para determinar el índice de error total.

En general, se deberá auditar todo el gasto declarado a la Comisión para todas las operaciones seleccionadas en la muestra. Sin embargo, siempre que las operaciones seleccionadas incluyan un número elevado de solicitudes de pago o facturas, **la AA puede aplicar el muestreo en dos etapas**, como se explica en la sección 7.6 siguiente.

Como norma general, la AA debe seleccionar la muestra del **gasto total declarado (es decir, gasto público y privado)**, como se desprende de lo dispuesto en el artículo 17, apartado 3, del Reglamento (CE) n.º 1828/2006⁵ y el artículo 127, apartado 1, del RDC. En cualquier caso, las auditorías de las operaciones deben verificar el gasto total declarado, como se desprende de lo dispuesto en el artículo 16, apartado 2, y el artículo 17, apartado 4, del Reglamento (CE) n.º 1828/2006⁶ y el artículo 27, apartado 2, del RD. Sin embargo, se da la situación de que una AA selecciona la muestra del gasto público declarado, con la justificación de que la contribución del Fondo se paga en base a este gasto. Esta práctica puede implicar una interpretación errónea por parte de la autoridad de certificación, y traducirse en que las solicitudes de gasto presentadas a la Comisión incluyan únicamente el gasto público, mientras que el enfoque correcto es que la autoridad de certificación debe declarar siempre el gasto total aunque la cofinanciación se calcule sobre la base del gasto público⁷.

En esta situación y cuando la AA utiliza el método de muestreo de probabilidad proporcional al tamaño (es decir, el MUM para el muestreo estadístico), se pueden producir dos tipos distintos de cuestiones:

- a) Este proceso puede dar lugar a un sesgo en los resultados del muestreo ya que ciertas unidades de muestreo con una contribución privada comparativamente elevada tienen menos probabilidades de resultar seleccionadas.
- b) El hecho de que la AA audite el gasto total basándose en una muestra extraída únicamente del gasto público puede dar lugar a que la precisión efectiva sea demasiado grande.

⁵ Artículo 43, apartado 3, del Reglamento (CE) n.º 498/2007.

⁶ Artículo 42, apartado 2, y artículo 43, apartado 4, del Reglamento (CE) n.º 498/2007.

⁷ Esto es necesario también a efectos de la pista de auditoría, puesto que el gasto incluido en las auditorías puntuales a escala de beneficiario es el gasto total declarado y no solamente el gasto público; generalmente los ítems de gasto son cofinanciados por fondos públicos y privados y en la práctica se audita la totalidad del gasto.

Con respecto a la letra a) anterior, cuando la AA selecciona la muestra basándose en el gasto público, podría tener en cuenta la necesidad de seleccionar una muestra complementaria de dicha subpoblación:

- si existen unidades de muestreo de valor elevado⁸ que no se han sometido a muestreo (por el problema identificado anteriormente) y
- si existen riesgos asociados al gasto declarado para esas unidades de muestreo.

Con respecto a la letra b) anterior, cuando la AA proyecta los errores sobre el gasto total y el límite superior de error supera la materialidad cuando el error más probable es inferior al 2 %, es un indicio de imprecisión, lo cual puede implicar que los resultados del muestreo no son concluyentes y

- es necesario volver a calcular el nivel de confianza⁹ o, de no ser factible,
- es necesario un muestreo adicional¹⁰, a saber, cuando la precisión efectiva es superior a dos puntos porcentuales¹¹.

Cabe señalar que, como norma general, si la precisión efectiva (UEL-EMP) es inferior a dos puntos porcentuales, consideramos que, en principio y teniendo en cuenta todos los elementos de información para el programa en cuestión, no será necesario trabajo adicional.

4.6 Unidades de muestreo negativas

Puede suceder que existan unidades de muestreo (operaciones o solicitudes de pago) que sean negativas, en concreto debido a las correcciones financieras aplicadas por autoridades nacionales.

En este caso, la unidad de muestreo negativa deberá incluirse en una población aparte y se deberá auditar por separado¹², con el objetivo de verificar si el importe corregido corresponde a lo decidido por el Estado miembro o la Comisión. Si la AA concluye que el importe corregido es inferior a lo decidido, la cuestión se habrá de recoger en el Informe anual de control, en particular cuando esta no conformidad constituya una indicación de debilidad en la capacidad correctiva del Estado miembro.

En este contexto, al calcular el índice de error total, la AA solo tiene en consideración los errores detectados en la población de importes positivos y este es el valor contable que se ha de tener en cuenta tanto en la proyección de errores aleatorios como en el

⁸ Una forma general de definir qué es un «elemento de valor elevado» es cuando el gasto total respectivo declarado es superior al umbral del 2 % del gasto total del programa.

⁹ Véase la sección 7.7 de la presente nota orientativa.

¹⁰ Véase la sección 7.2.2 de la presente nota orientativa.

¹¹ Véase el último párrafo de la sección 7.1 de la presente nota orientativa.

¹² Por supuesto, la AA puede extraer asimismo una muestra de dicha población aparte si contiene unidades demasiado numerosas, lo que se traduce en una elevada carga de trabajo.

índice de error total. Antes de calcular el índice de error proyectado, la AA deberá comprobar que los errores detectados no se hayan corregido ya en el periodo de referencia (es decir, que no se hayan incluido en la población de importes negativos, como ya se ha descrito). En este caso, tales errores no se deberán incluir en el índice de error proyectado¹³.

En concreto, la AA ha de identificar en la población total de unidades de muestreo (es decir, las operaciones o solicitudes de pago) que se someterán a muestreo, aquellas con un saldo negativo, y debe auditarlas como población aparte. Utilizando la operación como unidad de muestreo, el proceso se ilustra de la siguiente forma (el mismo razonamiento se aplica a las solicitudes de pago si se utilizan como unidad de muestreo):

- Operación X: 100 000 € (no se aplicaron correcciones durante el periodo de referencia);
- Operación Y: 20 000 € => si este importe es el resultado de 25 000 € menos 5 000 € (debido a correcciones/deducciones aplicadas durante el periodo de referencia), la AA no tiene que tener en cuenta los 5 000 € en la población aparte de importes negativos;
- Operación Z: - 5 000 € (resultante de 10 000 € de nuevo gasto en el periodo de referencia menos 15 000 € de corrección) => se ha de incluir en la población aparte de importes negativos;
- Gasto total declarado para el programa (importe neto): 115 000 € (= 120 000 - 5 000);
- Población de la que se debe seleccionar la muestra aleatoria: todas las operaciones con importes positivos = X + Y (en el anterior caso, sería 120 000 €, considerando, para simplificar, que el programa estuviera constituido por las tres operaciones antes mencionadas). La operación Z sería auditada aparte.

El enfoque explicado implica que la AA no está obligada a identificar los importes negativos dentro de la unidad de muestreo como población aparte. No sería eficiente en términos de costes en la mayoría de los casos¹⁴. Por tanto, en el caso de la operación Y, la AA podría incluir el importe de 5 000 € en la población negativa (lo que se traduciría en la inclusión de 25 000 € en la población positiva) o, como en el ejemplo anterior, incluir 20 000 € en la población positiva. Otro enfoque sería deducir de la población positiva las correcciones financieras/otros importes negativos que guardan referencia con el periodo de muestreo actual a fin de obtener el importe neto e incluir el importe de

¹³ Véase asimismo la nota orientativa sobre el tratamiento de errores, que presenta otros casos que justifican que no se incluyan algunos errores en el índice de error total.

¹⁴ La identificación de los importes negativos en la unidad de muestreo es menos recomendable aun cuando se aplica el submuestreo (o muestreo en dos etapas) ya que esto supondría tener que identificar todos los importes negativos de todas las unidades de muestreo de cada submuestra.

las correcciones/otros importes negativos relacionados con los periodos de muestreo anteriores en la población de importes negativos.

En concreto, si la operación Y representa una unidad de muestreo en el periodo de muestreo actual, y el importe negativo de 5 000 € deducido del periodo de muestreo actual del gasto declarado incluye:

- 4 000 € de correcciones financieras relacionadas con el gasto declarado en los periodos de muestreo anteriores,
 - 700 € de correcciones financieras relacionadas con el gasto declarado en el periodo de muestreo actual,
 - 300 € que corrigen un error administrativo a la vista del exceso de declaración de gastos en los periodos de muestreo anteriores,
- la AA podría incluir 24 300 € (= 25 000 € – 700 €) en la población positiva y el importe de 4 300 € (representativo de las correcciones financieras/unidades de muestreo negativas artificiales que guardan relación con los periodos de muestreo anteriores) en la población negativa.

En resumen, existen tres enfoques con respecto a la separación entre unidades de muestreo positivas y negativas:

- 1) Se incluyen los importes negativos dentro de la población positiva si la suma de los importes negativos y positivos de la unidad de muestreo es positiva.
- 2) Se incluyen todos los importes positivos en la población positiva y todos los importes negativos en la población negativa.
- 3) Los importes negativos relacionados con los periodos de muestreo anteriores (como correcciones de importes declarados en ejercicios anteriores) se incluyen en la población negativa, mientras que los importes negativos que corrigen/ajustan los importes positivos en la población positiva del periodo de muestreo actual se incluyen dentro de la población positiva.

Para la Comisión, las opciones 2 y 3 son recomendables. La opción 1 sería aceptable pero entraña el riesgo de que las operaciones o solicitudes de pago sujetas a correcciones en el periodo de referencia con relación al gasto declarado en ejercicios anteriores tienen menos probabilidades de quedar incluidas en la muestra o selección.

Cuando los sistemas informáticos de los Estados miembros están configurados de forma que incluyen los importes negativos dentro de la unidad de muestreo, corresponde a la AA tener en cuenta si es necesario aplicar este nivel de detalle al enfoque de muestreo para mitigar el riesgo identificado en el párrafo anterior.

Si la AA así lo considera, debido a la metodología anterior, el riesgo señalado **debe mencionarse en el ICA**. Este riesgo puede evaluarse durante la auditoría de los importes negativos y la conclusión es que existe un número significativo de ítems con gasto positivo incluidos en las unidades de muestreo negativas. Sobre la base de su

criterio profesional, la AA debe evaluar la necesidad de una muestra complementaria (correspondiente al gasto positivo) para mitigar este riesgo.

A los efectos del «Cuadro del gasto declarado y las auditorías de muestras» incluido en el ICA, la AA deberá presentar la población de importes positivos en la columna «Gasto declarado en el periodo de referencia». La AA deberá presentar en el ICA una conciliación del gasto declarado (importe neto) con la población de la que se extrajo la muestra aleatoria de importes positivos.

Las unidades de muestreo negativas artificiales [errores administrativos, entradas de inversión en las cuentas no correspondientes a correcciones financieras, ingresos de proyectos generadores de ingresos y traspaso de operaciones de un programa a otro (o en el mismo programa) no relacionadas con irregularidades detectadas en esa operación] no deben quedar excluidas de los procedimientos de muestreo. La AA podría optar por darles un tratamiento similar al caso de las correcciones financieras e incluirlas en la población negativa. De forma alternativa, podría seleccionarse una muestra de esas unidades de una población específica de unidades de muestreo negativas artificiales. La autoridad de certificación deberá registrar la naturaleza de las unidades de muestreo negativas (en concreto, de forma que se permita la distinción entre correcciones financieras resultantes de irregularidades y unidades de muestreo negativas artificiales) de forma habitual con el fin de garantizar que solo se incluyan correcciones financieras en los informes anuales sobre importes retirados y recuperados con arreglo al artículo 20 del Reglamento (CE) n.º 1828/2006 (para 2014-2020, esta información se incluye en las cuentas). Por lo tanto, la auditoría de las unidades de muestreo negativas deberá incluir la verificación de la exactitud de dicho registro para las unidades seleccionadas.

También conviene señalar que no se espera que la AA calcule un índice de error basándose en los resultados de la auditoría de unidades de muestreo negativas. Sin embargo, se recomienda seleccionar de forma aleatoria las unidades de muestreo negativas. Las correcciones financieras derivadas de las irregularidades detectadas por la AA o la CE que son supervisadas constantemente por la AA podrían excluirse de la muestra aleatoria de las unidades negativas. Si la AA considera que a la luz de problemas específicos sería preferible optar por un enfoque basado en el riesgo, se recomienda aplicar un enfoque mixto con al menos una parte de las unidades de muestreo negativas seleccionadas de forma aleatoria.

La auditoría de unidades de muestreo negativas puede incluirse en la auditoría de cuentas en el periodo de programación 2014-2020.

4.7 Estratificación

La estratificación se produce cuando la población está dividida en subpoblaciones llamadas estratos y de cada estrato se extraen muestras independientes.

El principal objetivo de la estratificación es doble: por una parte, en general permite mejorar la precisión (para una muestra de igual tamaño) o reducir el tamaño de la muestra (para un mismo nivel de precisión); por otra, garantiza la representación en la muestra de las subpoblaciones correspondientes a cada estrato.

Cuando se prevea un nivel de error (inexactitud) diferente para los diferentes grupos de la población (por ejemplo, por programa, región, organismo intermedio o riesgo de la operación), esta clasificación será una buena candidata para la estratificación.

Se pueden aplicar diferentes métodos de muestreo a los diferentes estratos. Por ejemplo, se suele aplicar una auditoría del 100 % a los ítems de valor elevado y un método de muestreo estadístico para auditar una muestra de los ítems de valor inferior restantes incluidos en los estratos adicionales. Esto resulta útil en caso de que la población incluya pocos ítems de valor bastante elevado, pues reduce la variabilidad en cada estrato y, por lo tanto, permite mejorar la precisión (o reducir el tamaño de la muestra).

4.8 Unidad de muestreo

En el periodo de programación 2014-2020, la determinación de la unidad de muestreo se regula en el Reglamento Delegado n.º 480/2013 de la Comisión. En concreto, su artículo 28 establece:

«La autoridad de auditoría determinará la unidad de muestreo sobre la base de un criterio profesional. La unidad de muestreo podrá ser una operación o un proyecto dentro de una operación o una reclamación de pago de un beneficiario...»

En los casos en los que la AA decidió utilizar una operación como unidad de muestreo y el número de operaciones de un periodo de referencia no es suficiente para permitir el uso del método estadístico (este umbral se encuentra entre 50 y 150 unidades de población), la aplicación de la solicitud de pago como unidad de muestreo podría ayudar a incrementar el tamaño de la población al umbral que permite al uso del método de muestreo estadístico.

Visto el marco legal previsto para el periodo de programación 2014-2020, la AA puede asimismo optar por usar bien las operaciones (proyectos) o las solicitudes de pago de un beneficiario como unidad de muestreo en el periodo de programación 2007-2013.

4.9 Materialidad

Al gasto declarado a la Comisión en el periodo de referencia (población positiva) se le puede aplicar un nivel de materialidad máximo del 2 %. La AA puede considerar la posibilidad de reducir la materialidad con fines de planificación (error tolerable). La materialidad se utiliza:

- como umbral para comparar el error proyectado en el gasto;

- para definir el error tolerable/aceptable utilizado a la hora de determinar el tamaño de la muestra.

4.10 Error tolerable y precisión planificada

El error tolerable es el índice de error aceptable máximo que se puede encontrar en la población de un periodo de referencia determinado. Por lo tanto, un nivel de materialidad del 2 % significa que el error máximo tolerable es el 2 % del gasto declarado a la Comisión para ese periodo de referencia.

La precisión planificada es el error muestral máximo aceptado para la proyección de errores en un periodo de referencia determinado, es decir, la desviación máxima entre el error real de la población y la proyección realizada a partir de los datos muestrales. El auditor deberá establecerlo en un valor inferior al error tolerable, pues en caso contrario los resultados del muestreo de las operaciones presentarían un riesgo elevado de no ser concluyentes y podría ser necesaria una muestra complementaria o adicional.

Por ejemplo, para una población con un valor contable total de 10 000 000 €, el error tolerable correspondiente será de 200 000 € (el 2 % del valor contable total). Si el error proyectado es de 5 000 € y el auditor establece la precisión en 200 000 € exactamente (este error surge porque el auditor solo está observando una pequeña parte de la población, la muestra), el límite superior de error (límite superior del intervalo de confianza) estará en torno a 205 000 €. Este resultado no es concluyente, pues el error proyectado es muy pequeño, pero el límite superior supera el umbral de materialidad.

La manera más adecuada de establecer la precisión planificada es igualarla a la diferencia entre el error tolerable y el error anticipado (el error proyectado que el auditor espera obtener al final de la auditoría). Naturalmente, este error anticipado se basará en el criterio profesional del auditor, respaldado por las pruebas reunidas en las actividades de auditoría realizadas en años anteriores para la misma población o una similar o en la muestra preliminar/piloto.

Téngase en cuenta la importancia de la elección de un error anticipado realista, pues el tamaño de la muestra depende en gran medida del valor elegido para este error. Véase también la sección 7.1.

En la sección 6 se presentan las fórmulas detalladas que se han de utilizar en el proceso de determinación del tamaño de la muestra.

4.11 Variabilidad

La variabilidad de la población es un parámetro de gran influencia en el tamaño de la muestra. La variabilidad se suele medir mediante un parámetro llamado desviación estándar¹⁵ y se suele representar como σ . Por ejemplo, para una población de 100 operaciones en la que todas las operaciones presenten un mismo nivel de error de 1 000 000 € (error medio de $\mu = 1\,000\,000$ €), no habrá variabilidad (de hecho, la desviación estándar de los errores es cero). En cambio, con una población de 100 operaciones en la que 50 compartan un error de 0 € y las 50 restantes compartan un error de 2 000 000 € (el mismo error medio de $\mu = 1\,000\,000$ €), la desviación estándar de los errores será alta (1 000 000 €).

El tamaño de la muestra que se necesita para auditar una población de variabilidad baja es inferior al que se necesita para auditar una población de variabilidad alta. En el caso extremo del primer ejemplo (varianza 0), el tamaño de la muestra de una operación sería suficiente para proyectar el error poblacional con exactitud.

La medida más habitual de la variabilidad es la desviación estándar (s), que resulta más fácil de entender que la varianza (s^2). De hecho, la desviación estándar se expresa en las mismas unidades que la variable cuya variabilidad se pretende medir; en cambio, la varianza se expresa en el cuadrado de las unidades de la variable cuya variabilidad se mide y es la media simple de los cuadrados de los valores de la desviación de la variable en torno a la media¹⁶:

$$\text{Varianza: } s^2 = \frac{1}{\text{número de unidades}} \sum_{i=1}^{\text{número de unidades}} (V_i - \bar{V})^2$$

donde V_i representa los valores individuales de la variable V y $\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{\text{número de unidades}} V_i}{\text{número de unidades}}$ representa el error medio.

La desviación estándar es simplemente la raíz cuadrada de la varianza:

$$s = \sqrt{s^2}$$

La desviación estándar de los errores de los ejemplos mencionados al principio de esta sección se puede calcular como:

¹⁵ La desviación estándar es una medida de la variabilidad de la población en torno a su media. Se puede calcular a partir de errores o de valores contables. Cuando se calcula respecto de la población, se suele representar como σ ; cuando se calcula respecto de la muestra, se representa como s . Cuanto mayor es la desviación estándar, más heterogénea es la población (o la muestra). La varianza es el cuadrado de la desviación estándar.

¹⁶ Siempre que se calcule la varianza con datos muestrales, debe incluirse la fórmula alternativa $s^2 = \frac{1}{\text{número de unidades}-1} \sum_{i=1}^{\text{número de unidades}} (V_i - \bar{V})^2$ que se debe usar para compensar el grado de libertad perdido en la estimación.

a) Caso 1

a. N=100

b. Todas las operaciones tienen un mismo nivel de error de 1 000 000 €

c. Error medio

$$\frac{\sum_{i=1}^{100} 1,000,000}{100} = \frac{100 \times 1,000,000}{100} = 1,000,000$$

d. Desviación estándar de los errores

$$s = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (1,000,000 - 1,000,000)^2} = 0$$

b) Caso 2

a. N=100

b. 50 operaciones tienen error 0 y 50 operaciones tienen error 2 000 000 €

c. Error medio

$$\frac{\sum_{i=1}^{50} 0 + \sum_{i=1}^{50} 2,000,000}{100} = \frac{50 \times 2,000,000}{100} = 1,000,000$$

d. Desviación estándar de los errores

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{100} \left(\sum_{i=1}^{50} (0 - 1,000,000)^2 + \sum_{i=1}^{50} (2,000,000 - 1,000,000)^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{50 \times 1,000,000^2 + 50 \times 1,000,000^2}{100}} \\ &= \sqrt{1,000,000^2} = 1,000,000 \end{aligned}$$

4.12 Intervalo de confianza y límite superior de error

El intervalo de confianza es el intervalo que contiene el valor (error) real de la población (desconocido) con una probabilidad determinada (llamada nivel de confianza). La fórmula general del intervalo de confianza es la siguiente:

$$[EE - SE; EE + SE]$$

donde

- EE representa el error proyectado o extrapolado; también corresponde al error más probable (EMP) en la terminología del MUM;
- SE representa la precisión (error muestral).

El error proyectado/extrapolado (EE) y el límite superior de error (EE + SE) son los dos instrumentos más importantes para determinar si una población de operaciones contiene

o no errores significativos¹⁷. Naturalmente, el ULE solo se puede calcular cuando se utiliza muestreo estadístico; por lo tanto, en el muestreo no estadístico el EE es siempre la mejor estimación del error en la población.

Cuando se utiliza muestreo estadístico, pueden darse las siguientes situaciones:

- Si EE es mayor que el umbral de materialidad (en adelante, el 2 %, para simplificar), la AA concluye que hay errores significativos.
- Si EE es inferior al 2 %, y el ULE es inferior al 2 %, la AA concluye que la población no contiene inexactitudes superiores al 2 % en el nivel especificado de riesgo de muestreo.
- Si EE es inferior al 2 % pero el ULE es superior al 2 %, la AA concluye que es necesario el trabajo adicional. De acuerdo con la directriz n.º 23 de la INTOSAI¹⁸, el trabajo adicional puede incluir:
 - *«pedir a la entidad fiscalizada que investigue los errores/excepciones encontrados y la posibilidad de que existan más errores/excepciones. Esto puede dar lugar a una serie de ajustes convenidos en los estados financieros;*
 - *llevar a cabo más pruebas con objeto de reducir el riesgo del muestreo y así también el margen que hay que añadir a la evaluación de los resultados;*
 - *emplear procedimientos de fiscalización alternativos para obtener una confirmación complementaria.»*

La AA debe seguir su criterio profesional para seleccionar una de las opciones indicadas anteriormente e indicarlo en el ICA.

Cabe señalar que, en la mayoría de los casos en los que el ULE se encuentra muy por encima del 2 %, si al calcular el tamaño original de la muestra la AA considera un error anticipado realista, esto se podría evitar o minimizar (véanse más detalles en la sección 7.1 y 7.2.2).

Siguiendo la tercera opción (error proyectado inferior al 2 %, pero ULE superior al 2 %), en algunos casos la AA podrá encontrar que los resultados continúan siendo concluyentes para un nivel de confianza menor que el planeado. **Si este nuevo nivel de confianza sigue siendo compatible con una evaluación de la calidad de los sistemas de gestión y control, será seguro concluir que la población no contiene errores significativos aun sin llevar a cabo un trabajo de auditoría adicional.** Véase, en la sección 7.7, una explicación del nuevo cálculo de los niveles de confianza.

¹⁷ Los métodos estadísticos nos permiten también calcular el límite inferior de error, que es de menor importancia para la evaluación de resultados. Por este motivo otros modelos estadísticos pueden centrarse más específicamente en el error proyectado (el más probable) y en el límite superior de error.

¹⁸ Véase http://www.eca.europa.eu/Lists/ECADocuments/GUIDELINES/GUIDELINES_ES.PDF

4.13 Nivel de confianza

En el Reglamento se establece el nivel de confianza a los fines de definir el tamaño de la muestra para las pruebas de confirmación.

Dado que el tamaño de la muestra se ve directamente afectado por el nivel de confianza, el objetivo del Reglamento es, claramente, ofrecer la posibilidad de reducir la carga de la auditoría de los sistemas con un porcentaje de error establecido bajo (y, por lo tanto, una garantía alta), sin eximir de la obligación de comprobar un número elevado de ítems en el caso de un sistema con un índice de error potencialmente alto (y por lo tanto, una garantía baja).

La manera más sencilla de interpretar el significado del nivel de confianza es la probabilidad de que un intervalo de confianza producido por datos muestrales contenga el error real de la población (desconocido). Por ejemplo, una proyección del error de la población de 6 000 000 € con un intervalo de nivel de confianza del 90 % de

[5,000,000€; 7,000,000€],

significa que hay una probabilidad del 90 % de que el error poblacional verdadero (pero desconocido) se encuentre entre esos dos límites. Las implicaciones de estas elecciones estratégicas en la planificación de la auditoría y el muestreo de las operaciones se explican en los capítulos siguientes.

4.14 Índice de error

El **índice de error de muestreo** se calcula como la ratio entre el error total de la muestra y el valor contable total de los ítems de la muestra, y el **índice de error proyectado** se calcula como la ratio entre el **error poblacional proyectado** y el valor contable total. Una vez más, conviene señalar que el error de la muestra no presenta interés por sí mismo, pues se ha de considerar un mero instrumento para calcular el error proyectado¹⁹.

5 Técnicas de muestreo para la auditoría de las operaciones

5.1 Resumen

En la auditoría de las operaciones, el propósito del muestreo es seleccionar las operaciones que se van a auditar mediante pruebas de confirmación. La población

¹⁹ En algunos métodos de muestreo, a saber, los que se basan en la selección con probabilidad igual, se puede utilizar el índice de error de la muestra para proyectar el índice de error poblacional.

incluye el gasto declarado a la Comisión para operaciones dentro de un programa o grupo de programas en el periodo de referencia.

La figura 5 muestra un resumen de los métodos de muestreo más utilizados para la auditoría.

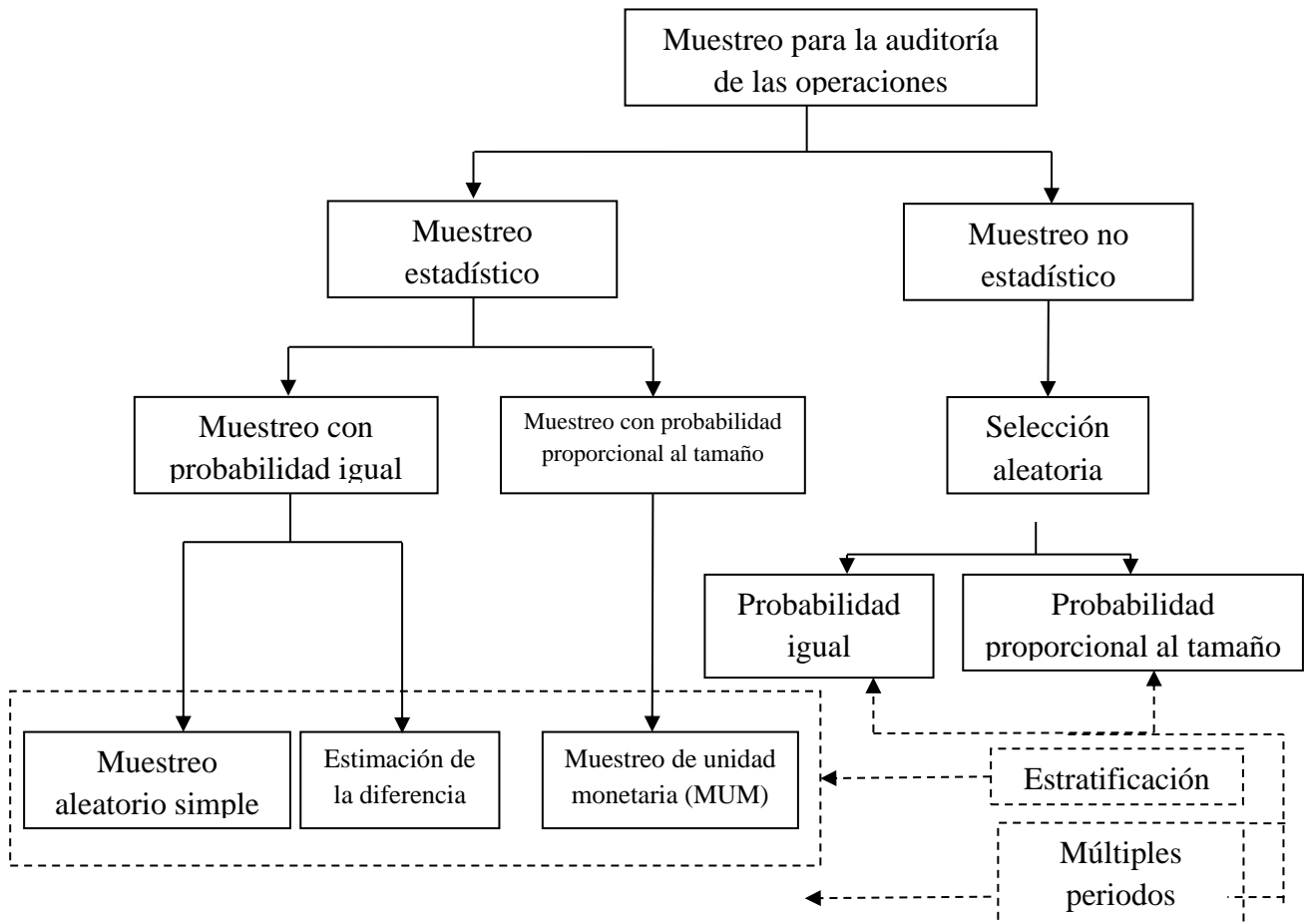


Figura 5 Técnicas de muestreo para la auditoría de las operaciones

Como ya se ha señalado, conviene tener en cuenta que la primera distinción entre métodos de muestreo es la que se efectúa entre muestreo estadístico y muestreo no estadístico.

En la sección 5.2 se tratan las condiciones de aplicabilidad de los diferentes diseños de muestreo y se mencionan las situaciones extremas excepcionales en las que es admisible el muestreo no estadístico.

Dentro del muestreo estadístico, la principal distinción entre métodos se basa en las probabilidades de selección: métodos de selección con probabilidad igual, incluidos el muestreo aleatorio simple y la estimación de la diferencia, y métodos de probabilidad

proporcional al tamaño, entre los que destaca el conocido método de muestreo de unidad monetaria (MUM).

El muestreo de unidad monetaria (MUM) es de hecho una probabilidad proporcional al tamaño (PPT). El nombre procede de la proporcionalidad de las operaciones seleccionadas a su valor monetario: cuanto más alto es el valor monetario, mayor es la probabilidad de selección. Las condiciones favorables para la aplicación de cada método concreto se tratan en la sección siguiente.

Independientemente del método de muestreo seleccionado, la auditoría de las operaciones mediante muestreo deberá seguir siempre una estructura común básica:

1. **Definición de los objetivos de las pruebas de confirmación:** por lo general, determinación del nivel de error en el gasto declarado a la Comisión para un año dado y para un programa (o grupo de programas) basándose en una proyección a partir de una muestra.
2. **Definición de la población:** gasto declarado a la Comisión para un año dado y para un programa (o grupo de programas), y definición de la **unidad de muestreo**, que es el ítem que se selecciona para la muestra (por lo general, la operación, si bien existen otras posibilidades, como la solicitud de pago).
3. **Definición de los parámetros poblacionales:** incluye la definición del error tolerable (el 2 % del gasto declarado a la Comisión), el error anticipado (previsto por el auditor), el nivel de confianza (teniendo en cuenta el modelo de riesgo de auditoría) y (por lo general) una medida de la variabilidad de la población.
4. **Determinación del tamaño de la muestra**, de acuerdo con el método de muestreo utilizado. Es importante señalar que el tamaño final de la muestra se redondea siempre al entero inmediatamente superior²⁰.
5. **Selección de la muestra y realización de la auditoría.**
6. **Proyección de los resultados, cálculo de la precisión y extracción de conclusiones:** este paso cubre el cálculo de la precisión y el error proyectado y la comparación de estos resultados con el umbral de materialidad.

La elección de un método de muestreo determinado refina esta estructura arquetípica, al proporcionar una fórmula para calcular el tamaño de la muestra y un marco de proyección de los resultados.

Obsérvese asimismo que las fórmulas concretas para determinar el tamaño de la muestra varían según el método de muestreo elegido. No obstante, independientemente del método elegido, el tamaño de la muestra dependerá de tres parámetros:

- El nivel de confianza (a mayor nivel de confianza, mayor tamaño de la muestra).

²⁰ En caso de que se calcule el tamaño de la muestra para distintos estratos y periodos, es aceptable que no se redondeen los tamaños de la muestra para algunos estratos o periodos siempre que se haga el redondeo del tamaño de la muestra general.

- La variabilidad de la población²¹ (es decir, cuánto varían los valores de la población; si todas las operaciones de la población presentan valores de error similares, se dice que la población es menos variable que una población en la que todas las operaciones muestren valores de error extremadamente diferentes). A mayor variabilidad de la población, mayor tamaño de la muestra.
- La precisión planificada establecida por el auditor. Normalmente, esta precisión planificada es la diferencia entre el error tolerable del 2 % del gasto y el error anticipado. Suponiendo un error anticipado inferior al 2 %, a mayor error anticipado (o a menor precisión planificada), mayor tamaño de la muestra.

En la sección 6 se ofrecen fórmulas concretas para determinar el tamaño de la muestra. Sin embargo, una regla básica importante es no utilizar nunca un tamaño de la muestra inferior a 30 unidades (a fin de que se sostengan los supuestos relativos a la distribución utilizados para crear los intervalos de confianza).

5.2 Condiciones de aplicabilidad de los diseños de muestreo

Antes de elegir un método para seleccionar las operaciones que se van a auditar, cabe observar que, entre los numerosos criterios que se deberían aplicar para tomar esta decisión, los más pertinentes desde el punto de vista estadístico son las expectativas relativas a la variabilidad de los errores y su relación con el gasto.

El cuadro siguiente presenta algunas indicaciones sobre los métodos más adecuados, dependiendo de los criterios.

²¹ El cálculo del tamaño de la muestra en un MUM conservador no depende de ningún parámetro relacionado con la variabilidad para la población.

Método de muestreo	Condiciones favorables
MUM estándar	Los errores tienen una alta variabilidad ²² y son aproximadamente proporcionales al nivel de gasto (es decir, los índices de error tienen una variabilidad baja). Los valores de gasto por operación presentan una variabilidad elevada.
MUM conservador	Los errores tienen una variabilidad elevada y son aproximadamente proporcionales al nivel de gasto. Los valores de gasto por operación presentan una variabilidad elevada. Se espera que la proporción de errores sea baja ²³ . El índice de error anticipado debe ser inferior al 2 %.
Estimación de la diferencia	Los errores son relativamente constantes o tienen una variabilidad baja. Se necesita una estimación del gasto total corregido en la población.
Muestreo aleatorio simple	Es el método general propuesto cuando no se cumplen las condiciones previas. Se puede aplicar utilizando una estimación media por unidad o una estimación de la ratio (véanse, en la sección 6.1.1.3, las directrices que se han de aplicar para elegir entre estas dos técnicas de estimación).
Métodos no estadísticos	Si es imposible aplicar un método estadístico (véase el análisis más adelante).
Estratificación	Se puede usar en combinación con cualquiera de los métodos anteriores. Resulta especialmente útil cuando se espera que el nivel de error varíe considerablemente entre grupos de población (subpoblaciones).

Cuadro 2. Condiciones favorables para la elección de los métodos de muestreo

Aunque conviene seguir los consejos anteriores, en realidad ningún método se puede clasificar universalmente como el único adecuado, ni siquiera como el «mejor método». En general, se pueden aplicar todos los métodos. La consecuencia de la elección de un método que no es el más adecuado para una determinada situación es que el tamaño de

²² Una variabilidad elevada significa que los errores de las distintas operaciones no son similares, es decir, hay errores pequeños y errores grandes, a diferencia de otros casos en los que todos los errores presentan valores similares (véase la sección 4.11).

²³ Dado que el enfoque conservador del MUM se basa en una distribución de sucesos poco comunes, es especialmente adecuado cuando se espera que la ratio entre el número de errores y el número total de operaciones en la población (proporción de errores) sea baja.

la muestra tendrá que ser mayor que el obtenido si se utiliza un método más apropiado. Sin embargo, siempre será posible seleccionar una muestra representativa por cualquier otro método, a condición de que se considere un tamaño de la muestra adecuado.

Nótese también que se puede utilizar la estratificación combinada con cualquier método de muestreo. La estratificación responde a la lógica de la partición de la población en grupos (estratos) más homogéneos (con menos variabilidad) que el conjunto de la población. En lugar de una población con variabilidad muy elevada, es posible tener dos o más subpoblaciones con una variabilidad más baja. La estratificación se debe utilizar para **minimizar la variabilidad o para aislar los subconjuntos de la población generadores de errores**. En ambos casos, la estratificación reducirá el tamaño de la muestra necesario.

Como ya se ha señalado, el muestreo estadístico se debería utilizar para extraer conclusiones acerca del importe del error de una población. Sin embargo, hay casos especiales justificados en los que se puede utilizar un método de muestreo no estadístico a criterio profesional de la autoridad de auditoría, de conformidad con las normas de auditoría internacionalmente aceptadas.

En la práctica, las situaciones específicas que pueden justificar el uso del muestreo no estadístico guardan relación con el tamaño de la población. De hecho, puede que funcione con poblaciones muy pequeñas, cuyo tamaño es insuficiente para permitir el uso de métodos estadísticos (la población es menor o muy próxima al tamaño de la muestra recomendado)²⁴.

La autoridad responsable de la auditoría deberá utilizar todos los medios posibles para conseguir una población suficientemente grande: agrupar programas que formen parte de un sistema común o utilizar como unidad las solicitudes de pago de los beneficiarios. La AA también habrá de tener en cuenta que incluso en una situación extrema en la que el enfoque estadístico no sea posible al principio del periodo del programa, este se deberá aplicar tan pronto como resulte viable.

5.3 Notación

Antes de presentar los principales métodos de muestreo para las auditorías de las operaciones, resulta útil definir una serie de conceptos comunes para todos los métodos. Así:

- z es un parámetro de la distribución normal relacionado con el nivel de confianza determinado en las auditorías de los sistemas. Los valores posibles de

²⁴ Véase la sección 6.4.1.

z se presentan en el cuadro siguiente. En apéndice 3 se incluye un cuadro completo de los valores de la distribución normal.

Nivel de confianza	60 %	70 %	80 %	90 %	95 %
Nivel de garantía del sistema	Elevado	Moderado	Moderado	Bajo	Sin garantía
z	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960

Cuadro 3. Valores de z por nivel de confianza

- N es el tamaño de la población (por ejemplo, el número de operaciones de un programa o el número de solicitudes de pago); si la población está estratificada, se utiliza un índice h para denotar el estrato correspondiente, $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ donde H es el número de estratos;
- n es el tamaño de la muestra; si la población está estratificada, se utiliza un índice h para denotar el estrato correspondiente, $n_h, h = 1, 2, \dots, H$ donde H es el número de estratos;
- TE es el error máximo tolerable admisible por el Reglamento, es decir, el 2 % del gasto total declarado a la Comisión (el valor contable, BV);
- $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$ es el valor contable (el gasto declarado a la Comisión) de un ítem (operación/solicitud de pago);
- $CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$ es el valor contable corregido, el gasto determinado tras los procedimientos de auditoría de un ítem (operación/solicitud de pago);
- $E_i = BV_i - CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$, es el importe del error de un ítem y se define como la diferencia entre el valor contable del i -ésimo ítem incluido en una muestra y su correspondiente valor contable corregido; si la población está estratificada, se utiliza un índice h para denotar el estrato correspondiente, $E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}, i = 1, 2, \dots, N_h, h = 1, 2, \dots, H$ donde H es el número de estratos;
- AE es el error anticipado definido por el auditor a partir del nivel de error esperado en las operaciones (por ejemplo, un índice de error anticipado multiplicado por el gasto total en la población). AE se puede obtener a partir de datos históricos (error proyectado en un periodo anterior) o de una muestra preliminar/piloto de menor tamaño (la misma utilizada para determinar la desviación estándar).

Estos parámetros mencionados suelen acompañarse en la nota orientativa por índices que pueden estar relacionados con el carácter del parámetro o un estrato al que se refiere el parámetro. En particular:

- r se usa con la desviación estándar cuando se refiere a la desviación estándar de los índices de error;

- e se refiere al estrato exhaustivo/estrato de valor elevado; si se usa con la desviación estándar, esta notación puede referirse asimismo a la desviación estándar de errores (en oposición a la desviación estándar de índices de error);
- w se usa con la desviación estándar cuando se utiliza un valor ponderado;
- s se refiere a un estrato no exhaustivo;
- t se usa con fórmulas de muestreo estratificado en dos o múltiples periodos para referirse a un periodo particular;
- q se usa con la desviación estándar para referirse a la variable q en el muestreo aleatorio simple (estimación de la ratio)
- h se refiere a un estrato.

Si un parámetro va acompañado de varios subíndices, pueden usarse en distinto orden sin que varíe el significado de la notación.

6 Métodos de muestreo

6.1 Muestreo aleatorio simple

6.1.1 Enfoque estándar

6.1.1.1 Introducción

El muestreo aleatorio simple es un método de muestreo estadístico. Es el método más conocido de selección con probabilidad igual. Su objetivo es proyectar el nivel de error observado en la muestra en el conjunto de la población.

La unidad estadística que se someterá a muestreo es la operación (o la solicitud de pago). Las unidades de la muestra se seleccionan aleatoriamente con probabilidades iguales. El muestreo aleatorio simple es un método genérico apto para distintos tipos de población, aunque, al no utilizar información auxiliar, suele requerir tamaños de muestra mayores que el MUM (siempre que el nivel de gasto varía considerablemente entre operaciones y hay una asociación positiva entre gasto y errores). La proyección de los errores se puede basar en dos submétodos: la estimación de la media por unidad o la estimación de la ratio (véase la sección 6.1.1.3).

Como cualquier otro, este método se puede combinar con la estratificación (las condiciones favorables para la estratificación se tratan en la sección 5.2).

6.1.1.2 Tamaño de la muestra

El cálculo del tamaño de la muestra, n , en el marco del muestreo aleatorio simple se basa en la información siguiente:

- El tamaño de la población N
- El nivel de confianza determinado a partir de la auditoría de los sistemas y el correspondiente coeficiente z de la distribución normal (véase la sección 5.3);

- El error máximo tolerable, TE (por lo general, el 2 % del gasto total);
- El error anticipado, AE , elegido por el auditor según su criterio profesional y de acuerdo con la información previa;
- La desviación estándar, σ_e , de los errores.

El tamaño de la muestra se calcula como sigue²⁵:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_e es la desviación estándar de los errores en la población. Nótese que en el cálculo anterior se supone que se conoce la desviación estándar de los errores en la población total. En la práctica, esto no sucederá casi nunca y la autoridad de auditoría deberá hacer uso de datos históricos (desviación estándar de los errores en la población de un periodo anterior) o de una muestra preliminar/piloto de menor tamaño (se recomienda que el tamaño de la muestra sea como mínimo de entre 20 y 30 unidades). En este último caso, se selecciona una muestra preliminar de tamaño n^p y se obtiene una estimación preliminar de la varianza de los errores (cuadrado de la desviación estándar), mediante

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (E_i - \bar{E})^2,$$

donde E_i representa los errores individuales de las unidades de la muestra y $\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{n^p} E_i}{n^p}$ representa el error medio de la muestra.

Téngase en cuenta que esa muestra piloto se puede usar posteriormente como parte de la muestra elegida para la auditoría.

6.1.1.3 Error proyectado

²⁵ Cuando el tamaño de la población es pequeño, es decir, si la muestra final representa una proporción grande de la población (por regla general, más del 10 % de la población), se puede utilizar una fórmula más exacta que llevará a $n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 / \left(1 + \left(\frac{\sqrt{N} \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 \right)$. Esta corrección es válida para el muestreo aleatorio simple y para la estimación de la diferencia. También se puede introducir en dos fases calculando el tamaño de la muestra n con la fórmula habitual y corrigiéndolo a continuación mediante la fórmula $n' = \frac{n \times N}{n + N - 1}$.

Hay dos maneras posibles de proyectar el error muestral en la población. La primera se basa en la estimación de la media por unidad (errores absolutos); la segunda, en la estimación de la ratio (índices de error).

Estimación de la media por unidad (errores absolutos)

Multiplica el error medio por operación observado en la muestra por el número de operaciones de la población, con lo que se obtiene el error proyectado:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

Estimación de la ratio (índices de error)

Multiplica el índice de error medio observado en la muestra por el valor contable en la población:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

El índice de error de muestreo de la fórmula anterior se calcula dividiendo el importe total del error en la muestra por el importe total de los gastos de las unidades de la muestra (gasto auditado).

No se puede saber *a priori* cuál es el mejor método de extrapolación, pues sus méritos relativos dependen del nivel de asociación entre errores y gasto. Por lo general, el segundo método solo se suele usar cuando se espera una fuerte asociación entre errores y gasto (los ítems con valores más elevados tienden a presentar errores más elevados), mientras que el primer método (media por unidad) se aplica cuando se espera que haya errores relativamente independientes del nivel de gasto (los errores más altos se pueden detectar tanto en las unidades con un nivel de gasto alto como en las que tienen un nivel de gasto bajo). En la práctica, esta evaluación se puede realizar utilizando datos muestrales, pues la decisión acerca del método de extrapolación se puede tomar cuando la muestra ya ha sido seleccionada y auditada. Para seleccionar el método de extrapolación más adecuado deben usarse los datos muestrales para calcular la varianza de los valores contables de las unidades de muestreo, VAR_{BV} , y la covarianza entre los errores y los valores contables de las mismas unidades, $COV_{E,BV}$. Formalmente, la estimación de la ratio deberá seleccionarse siempre que $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$, donde ER representa el índice de error de la muestra, es decir, la ratio entre la suma de errores de la muestra y el gasto auditado. Cuando no se pueda verificar esta condición, deberá usarse la estimación de la media por unidad para proyectar los errores en la población.

6.1.1.4 Precisión

Recuérdese que la precisión (error muestral) es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección (extrapolación). Se calcula de manera diferente según el método de extrapolación utilizado.

Estimación de la media por unidad (errores absolutos)

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

donde s_e es la desviación estándar de los errores de la muestra (calculada ahora a partir de la muestra utilizada para proyectar los errores en la población):

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

Estimación de la ratio (índices de error)

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}}$$

donde s_q es la desviación estándar de la muestra de la variable q :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

Para cada unidad de la muestra, esta variable se calcula como la diferencia entre su error y el producto de su valor contable por el índice de error de la muestra.

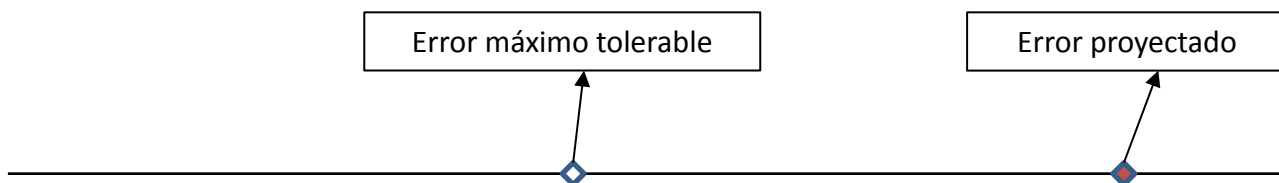
6.1.1.5 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la extrapolación.

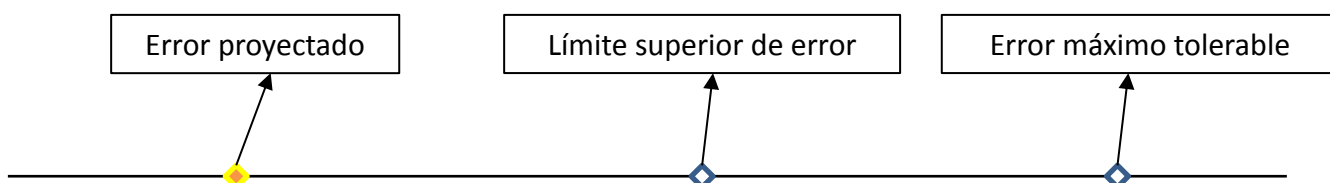
$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

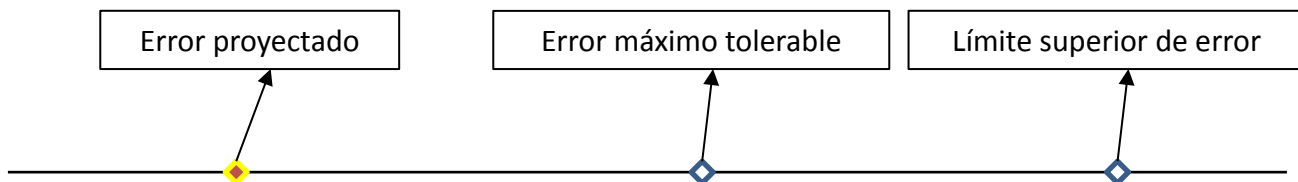
- Si el error proyectado es superior al error máximo tolerable, el auditor considerará que las pruebas son suficientes para afirmar que los errores en la población superan el umbral de materialidad:



- Si el límite superior de error es inferior al error máximo tolerable, el auditor concluirá que los errores de la población son inferiores al umbral de materialidad.



- Si el error proyectado es inferior al error máximo tolerable, pero el límite superior de error es mayor que dicho error, los resultados del muestreo pueden no ser concluyentes. Véanse las explicaciones pormenorizadas en la sección 4.12.



6.1.1.6 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado para las operaciones de un programa o grupo de programas. Las auditorías de los sistemas efectuadas por la autoridad de auditoría dan un nivel de garantía moderado. Por lo tanto, un nivel de confianza del 80 % parece adecuado para la auditoría de las operaciones. El cuadro siguiente muestra las principales características de la población.

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	46 501 186 €

Una muestra preliminar de 20 operaciones da una estimación preliminar de la desviación estándar de los errores de 518 € [calculada en MS Excel como «:=DESVEST.M(D2:D21)»]:

	A	B	C	D
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error
2	98	13,054 €	13,054 €	- €
3	120	10,758 €	10,758 €	- €
4	542	8,714 €	8,264 €	450 €
5	554	8,645 €	8,645 €	- €
6	587	9,297 €	9,297 €	- €
7	1156	7,908 €	7,908 €	- €
8	1325	6,717 €	6,717 €	- €
9	1453	16,535 €	16,535 €	- €
10	1840	15,718 €	15,718 €	- €
11	1904	13,175 €	13,175 €	- €
12	2028	6,486 €	6,486 €	- €
13	2338	13,072 €	13,072 €	- €
14	2428	8,753 €	8,753 €	- €
15	2735	17,507 €	17,507 €	- €
16	3054	8,875 €	8,875 €	- €
17	3196	6,568 €	6,568 €	- €
18	3276	6,478 €	6,478 €	- €
19	3321	12,448 €	12,448 €	- €
20	3366	17,894 €	15,598 €	2,296 €
21	3666	13,558 €	13,558 €	- €
22	Total	222,160 €	219,413 €	2,747 €
23	Sample error rate:=D22/B22 ----->			1.24%
24	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) ----->			518 €

El primer paso consiste en calcular el tamaño de la muestra necesaria, mediante la fórmula siguiente:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

donde z es 1,282 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 80 %), σ_e es 518 € y TE , el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento), es decir, 2 % x 46 501 186 € = 930 024 €. Esta muestra preliminar da un índice de error de muestreo del 1,24 %. Además, basándose en la experiencia del año anterior y en las conclusiones del informe sobre los sistemas de gestión y control, la autoridad responsable de la auditoría espera un índice de error no superior al 1,24 %. Así pues, el error anticipado, AE , es el 1,24 % del gasto total, es decir, 1,24 % x 46 501 186 € = 576 615 €:

$$n = \left(\frac{3,852 \times 1.282 \times 518}{930,024 - 576,615} \right)^2 \approx 53$$

El tamaño mínimo de la muestra es por lo tanto 53 operaciones.

La muestra preliminar previa de 20 se toma como parte de la muestra principal. Por consiguiente, el auditor solo ha de seleccionar aleatoriamente 33 operaciones más. En el cuadro siguiente se muestran los resultados correspondientes a toda la muestra de 53 operaciones:

	A	B	C	D	E	F
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error	Error rate	q_i
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(2)	(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)
3	74	9,093 €	9,093 €	- €	0.00%	107.17 €
4	98	13,054 €	13,054 €	- €	0.00%	153.85 €
5	120	10,758 €	10,758 €	- €	0.00%	126.79 €
6	153	16,194 €	16,194 €	- €	0.00%	190.86 €
7	223	11,662 €	11,662 €	- €	0.00%	137.45 €
8	246	16,331 €	16,331 €	- €	0.00%	192.48 €
9	542	8,714 €	8,264 €	450 €	5.17%	347.61 €
10	554	8,645 €	8,645 €	- €	0.00%	101.89 €
11	587	9,297 €	9,297 €	- €	0.00%	109.57 €
12	915	7,999 €	7,999 €	- €	0.00%	94.28 €
13	1014	11,906 €	11,906 €	- €	0.00%	140.32 €
14	1114	15,505 €	15,505 €	- €	0.00%	182.74 €
15	1156	7,908 €	7,908 €	- €	0.00%	93.20 €
16	1325	6,717 €	6,717 €	- €	0.00%	79.17 €
17	1403	9,730 €	9,730 €	- €	0.00%	114.68 €
18	1453	16,535 €	16,535 €	- €	0.00%	194.88 €
19	1577	17,723 €	17,723 €	- €	0.00%	208.88 €
20	1621	16,095 €	16,095 €	- €	0.00%	189.69 €
21	1624	15,171 €	15,171 €	- €	0.00%	178.80 €
54	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
55	3749	9971	9971	0	0.00%	117.52 €
56	Total	661,580 €	653,783 €	7,797 €		
57	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D55)----->			758 €		755 €

El valor contable total de las 53 operaciones sometidas a muestreo es de 661 580 € [calculado en MS Excel como «=SUMA(B3:B55)»]. El importe total del error en la muestra es de 7 797 € [calculado en MS Excel como «=SUMA(D3:D55)»]. Al dividir este importe por el tamaño de la muestra se obtiene el error medio de la operación en la muestra.

Para decidir cuál es el mejor método de estimación, si la estimación de la media por unidad o la estimación de la ratio, la AA calcula la ratio de covarianza entre los errores y los valores contables y la varianza de los valores contables de las operaciones sometidas a muestreo, que es igual a 0,02078. Como la ratio es mayor que la mitad del índice de error de la muestra ((7 797 €/661 580)/2=0,0059), la autoridad de auditoría puede estar segura de que la estimación de la ratio es el método de estimación más fiable. Los dos métodos de estimación se ilustran a continuación para su mejor comprensión.

Utilizando la estimación de la media por unidad, la proyección del error en la población se calcula multiplicando este error medio por el tamaño de la población (3 852 en el presente ejemplo). Esta cifra corresponde al error proyectado para el programa:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{n} = 3,852 \times \frac{7,797}{53} = 566,703.$$

Utilizando la estimación de la ratio, la proyección de los errores en la población se puede realizar multiplicando el índice de error medio observado en la muestra por el valor contable de la población.

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} = 46,501,186 \times \frac{7,797}{661,580} = 548,058.$$

El índice de error muestral de la fórmula anterior se calcula dividiendo el importe total del error en la muestra por el gasto total auditado.

El índice de error proyectado se calcula como la ratio entre el error proyectado y el valor contable de la población (gasto total). Si se utiliza la estimación de la media por unidad, el índice de error proyectado es:

$$r_1 = \frac{566,703}{46,501,186} = 1.22 \%$$

y si se utiliza la estimación de la ratio:

$$r_2 = \frac{548,058}{46,501,186} = 1.18\%$$

En ambos casos, el error proyectado es inferior al nivel de materialidad. Sin embargo, solo se podrán extraer conclusiones definitivas después de tomar en consideración el error muestral (precisión).

El primer paso para obtener la precisión consiste en calcular la desviación estándar de los errores en la muestra [calculada en MS Excel como «:=DESVEST.M(D3:D55)»]:

$$s_e = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2} = \sqrt{\frac{1}{52} \sum_{i=1}^{53} (E_i - \bar{E})^2} = 758.$$

Así pues, la precisión de la estimación de la media por unidad viene dada por:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{S_e}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 1.282 \times \frac{758}{\sqrt{53}} = 514,169.$$

Para la estimación de la ratio es necesario crear la variable:

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} \times BV_i.$$

Esta variable se encuentra en la última columna del cuadro (columna F). Por ejemplo, el valor de la celda F3 viene dado por el valor del error de la primera operación (0 €) menos la suma de los errores de la muestra, en la columna D, 7 797 € [«:=SUMA(D3:D55)»] dividido por la suma del gasto auditado, en la columna B, 661 580 € [«:=SUMA(B3:B55)»] y multiplicado por el valor contable de la operación (9 093 €):

$$q_1 = 0 - \frac{7,797}{661,580} \times 9,093 = -107.17.$$

Dada la desviación estándar de esta variable, $s_q = 755$ [calculada en MS Excel como «:=DESVEST.M(F3:F55)»], la precisión de la estimación de la ratio viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{S_q}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 1.282 \times \frac{755}{\sqrt{53}} = 512,134$$

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la proyección.

$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

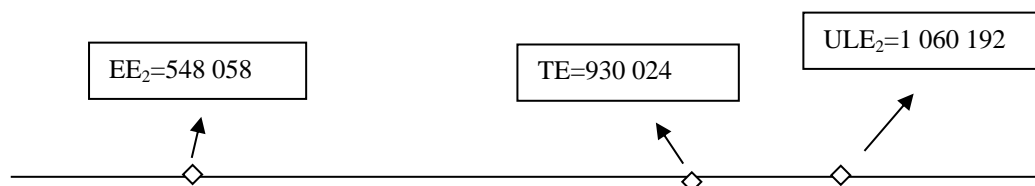
$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 566,703 + 514,169 = 1,080,871$$

o

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 548,058 + 512,134 = 1,060,192$$

Por último, si el umbral de materialidad del 2 % del valor contable total del programa (2 % x 46 501 186 € = 930 024 €) se compara con el error proyectado y el límite superior de error para la estimación de ratio (pues fue este el método de proyección seleccionado), la conclusión es que el error proyectado es inferior al error máximo

tolerable, pero el límite superior del error es superior al error máximo tolerable. El auditor puede concluir que es necesario seguir trabajando, pues no hay pruebas suficientes de la inexistencia de errores significativos en la población. El trabajo adicional específico se trata en la sección 5.11.



6.1.2 Muestreo aleatorio simple estratificado

6.1.2.1 Introducción

En el muestreo aleatorio simple estratificado, la población se divide en subpoblaciones llamadas estratos y de cada estrato se extraen muestras independientes utilizando el enfoque del muestreo aleatorio simple estándar.

Los criterios candidatos para la estratificación deben tener en cuenta que el objetivo es encontrar grupos (estratos) con menor variabilidad que el conjunto de la población. Con el muestreo aleatorio simple, cuando se espere que el nivel de error esté asociado al nivel de gasto, la estratificación por nivel de gasto por operación suele ser un buen enfoque. Otras variables de las que se espera que expliquen el nivel de error en las operaciones también son buenas candidatas a la estratificación. Algunas opciones posibles son los programas, las regiones, los organismos intermedios, las clases basadas en el riesgo de la operación, etc.

Si la estratificación se realiza por nivel de gasto, se plantea la posibilidad de identificar un estrato de valor elevado²⁶, aplicar una auditoría del 100 % a esos ítems y efectuar un muestreo aleatorio simple para auditar las muestras de los ítems restantes de valor bajo incluidos en el estrato o los estratos adicionales. Esta opción es adecuada si la población incluye pocos ítems de valor elevado. En este caso, los ítems pertenecientes al estrato del 100 % se deben retirar de la población y todas las fases consideradas en las secciones restantes se aplicarán solo a la población de los ítems de valor bajo. Téngase en cuenta que no es necesario auditar el 100 % de las unidades del estrato de valor elevado. La AA puede desarrollar una estrategia basada en varios estratos, correspondientes a diferentes niveles de gasto, y que todos esos estratos se auditen por muestreo. Si existe un estrato auditado al 100 %, conviene incidir en que la precisión planificada para determinar el tamaño de la muestra se deberá basar en el valor

²⁶ No hay una regla general para encontrar el valor de corte del estrato de valor elevado. Una posibilidad sería incluir todas las operaciones de gasto superior a la materialidad (2 %) multiplicado por el gasto total de la población. Otros enfoques más conservadores utilizan un valor de corte inferior dividiendo la materialidad por 2 o por 3, pero el valor de corte depende de las características de la población y se debe basar en el criterio profesional.

contable total de la población. De hecho, la única fuente del error es el estrato de los ítems de valor bajo, pero la precisión planificada se refiere a la población, con lo que el error tolerable y el error anticipado también se han de calcular para la población.

6.1.2.2 Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_w^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores del conjunto total de estratos:

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

y σ_{eh}^2 es la varianza de los errores en cada estrato. La varianza de los errores se calcula para cada estrato como una población independiente, mediante la fórmula:

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

donde E_{hi} representa los errores individuales de las unidades de la muestra del estrato h y \bar{E}_h representa el error medio de la muestra en el estrato h .

Estos valores se pueden basar en conocimientos históricos o en una muestra preliminar/piloto de tamaño pequeño, como ya se ha indicado para el método de muestreo aleatorio simple. En este caso, la muestra piloto se puede usar posteriormente como parte de la muestra elegida para la auditoría. Si al principio de un periodo de programación no se dispone de información histórica y no es posible acceder a una muestra piloto, el tamaño de la muestra se puede calcular mediante el enfoque estándar (para el primer año del periodo). Los datos recogidos en la muestra de auditoría de ese primer año se pueden usar para refinar el cálculo del tamaño de la muestra de los años siguientes. El precio que se ha de pagar por esa falta de información es que probablemente el primer año el tamaño de la muestra será superior al que se necesitaría si se dispusiese de información auxiliar sobre los estratos.

Tras calcular el tamaño de la muestra total, n , la afijación de la muestra por estratos se realizará como sigue:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Este es un método general de afijación que se conoce como afijación proporcional. Existen otros muchos métodos de afijación. En algunos casos, una afijación más adaptada puede aportar una mayor precisión o reducir el tamaño de la muestra. La adecuación de otros métodos de afijación a cada población requiere ciertos conocimientos técnicos de teoría del muestreo. A veces, puede suceder que el método de afijación produce un tamaño de la muestra muy pequeño para uno o más estratos. En la práctica, es recomendable utilizar un tamaño de la muestra mínimo de 3 unidades para cada estrato de la población con el fin de poder calcular las desviaciones estándar necesarias para hallar la precisión.

6.1.2.3 Error proyectado

El error proyectado en la población se basa en H muestras de operaciones seleccionadas aleatoriamente cuyos tamaños se han determinado mediante la fórmula anterior, y se puede calcular con los dos métodos habituales: estimación de la media por unidad y estimación de la ratio.

Estimación de la media por unidad

En cada grupo de la población (estrato), se multiplica el error medio por operación observado en la muestra por el número de operaciones del estrato, N_h ; a continuación se suman todos los resultados obtenidos para cada estrato, con lo que se obtiene el error proyectado.

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

Estimación de la ratio

En cada grupo de población (estrato), se multiplica el índice de error medio observado en la muestra por el valor contable de la población en el estrato, BV_h :

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

El índice de error de muestreo en cada estrato se calcula dividiendo el importe total del error en la muestra del estrato por el importe total del gasto en la misma muestra.

La elección entre ambos métodos se debe basar en las consideraciones presentadas para el método de muestreo aleatorio simple estándar.

Si se ha considerado un estrato del 100 % previamente extraído de la población, el importe total del error observado en el estrato exhaustivo se deberá sumar a la

estimación anterior, EE_1 o EE_2 , para obtener la proyección final del importe del error en el conjunto de la población.

6.1.2.4 Precisión

Como en el método estándar, la precisión (error muestral) es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección (extrapolación). Se calcula de manera diferente según el método de extrapolación utilizado.

Estimación de la media por unidad (errores absolutos)

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}}$$

donde s_w^2 es la media ponderada de la varianza de los errores de todo el conjunto de estratos (calculada ahora a partir de la muestra utilizada para proyectar los errores en la población)

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

y s_{eh}^2 es la varianza estimada de los errores de la muestra del estrato h

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

Estimación de la ratio (índices de error)

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{qw}}{\sqrt{n}}$$

donde

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{qh}^2$$

es una media ponderada de las varianzas de la muestra de la variable q_h , y

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

Para cada unidad de la muestra, esta variable se calcula como la diferencia entre su error y el producto de su valor contable por el índice de error de la muestra.

6.1.2.5 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, *EE*, y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes, siguiendo exactamente el enfoque presentado en la sección 6.1.1.5.

6.1.2.6 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado para las operaciones de un grupo de programas. El sistema de gestión y control es común para todo el grupo de programas y las auditorías de los sistemas realizadas por la autoridad responsable de la auditoría han obtenido un nivel de garantía moderado. Por lo tanto, la autoridad responsable de la auditoría decide llevar a cabo las auditorías de las operaciones con un nivel de confianza del 80 %.

La AA tiene razones para creer que existen riesgos importantes de error en las operaciones de valor elevado, independientemente del programa al que pertenezcan. Además, cabe esperar que existan diferentes índices de error en los distintos programas. Teniendo en cuenta toda esta información, la AA decide estratificar la población por programas y por gastos (aislando en un estrato de muestreo del 100 % todas las operaciones cuyo valor contable sea superior a la materialidad).

Resumiendo en forma de cuadro la información disponible, tenemos lo que sigue:

Tamaño de la población (número de operaciones)	4 807
Tamaño de la población – estrato 1 (número de operaciones del programa 1)	3 582
Tamaño de la población – estrato 2 (número de operaciones del programa 2)	1 225

Tamaño de la población – estrato 3 (número de operaciones con BV > nivel de materialidad)	5
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	1 396 535 319 €
Valor contable – estrato 1 (gasto total del programa 1)	43 226 801 €
Valor contable – estrato 2 (gasto total del programa 2)	1 348 417 361 €
Valor contable – estrato 3 (gasto total de las operaciones con BV > nivel de materialidad)	4 891 156 €

El estrato de muestreo del 100 % que contiene las 5 operaciones de valor elevado se debe tratar por separado, como se indica en la sección 6.1.2.1. Por lo tanto, en adelante el valor del N corresponde al número total de operaciones en la población menos el número total de operaciones incluidas en el estrato de muestreo del 100 %, es decir, 4 802 (= 4 807 – 5) operaciones.

El primer paso consiste en calcular el tamaño de la muestra necesaria, mediante la fórmula siguiente:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde z es 1,282 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 80 %) y TE , el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento), es decir, 2 % x 1 396 535 319 € = 27 930 706 €. Basándose en la experiencia del año anterior y en las conclusiones del informe sobre los sistemas de gestión y control, la autoridad responsable de la auditoría espera un índice de error no superior al 1,8 %. Así pues, el error anticipado, AE , es el 1,8 % del gasto total, es decir, 1,8 % x 1 396 535 319 € = 25 137 636 €.

Dado que el tercer estrato es un estrato de muestreo del 100 %, su tamaño de muestra se fija igual al tamaño de la población, es decir, a las 5 operaciones de valor elevado. El tamaño de la muestra de los dos estratos restantes se calcula con la fórmula anterior, donde σ_w^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores de los dos estratos restantes.

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

y σ_{eh}^2 es la varianza de los errores en cada estrato. La varianza de los errores se calcula para cada estrato como una población independiente, mediante la fórmula:

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

donde E_{hi} representa los errores individuales de las unidades de la muestra del estrato h y \bar{E}_h representa el error medio de la muestra en el estrato h .

Una muestra preliminar de 20 operaciones del estrato 1 obtiene una estimación de la desviación estándar de los errores de 444 €:

	A	B	C	D
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error
2	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €
3	3084	7,009 €	7,009 €	- €
4	105	7,948 €	7,948 €	- €
5	878	8,910 €	8,910 €	- €
6	2101	8,937 €	8,937 €	- €
7	3117	9,708 €	9,708 €	- €
8	1856	9,728 €	9,728 €	- €
9	734	9,985 €	9,985 €	- €
10	1333	10,160 €	10,160 €	- €
11	668	11,008 €	11,008 €	- €
12	3394	12,116 €	12,116 €	- €
13	1307	12,515 €	12,515 €	- €
14	189	12,553 €	12,553 €	- €
15	15	12,798 €	12,798 €	- €
16	256	16,414 €	16,414 €	- €
17	2621	16,420 €	16,420 €	- €
18	2118	16,729 €	16,729 €	- €
19	3344	16,798 €	16,798 €	- €
20	1551	17,330 €	17,330 €	- €
21	1243	17,592 €	17,592 €	- €
22	Total	241,191 €	239,207 €	1,984 €
23	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) ----->			444 €

A la población del estrato 2 se le aplica el mismo procedimiento.

Una muestra preliminar de 20 operaciones del estrato 2 obtiene una estimación de la desviación estándar de los errores de 9 818 €:

Estrato 1 – estimación preliminar de la desviación estándar de los errores	444 €
Estrato 2 – estimación preliminar de la desviación estándar de los errores	9 818 €

Por lo tanto, la media ponderada de la varianza de los errores de estos dos estratos es

$$\sigma_w^2 = \frac{3,582}{4,802} 444^2 + \frac{1,225}{4,802} 9,818^2 = 24,737,134$$

El tamaño de la muestra viene dado por

$$n = \left(\frac{4,802 \times 1,282 \times \sqrt{24,734,134}}{27,930,706 - 25,137,636} \right)^2 \approx 121$$

El tamaño de la muestra total viene dado por estas 121 operaciones más las 5 operaciones del estrato de muestreo al 100 %, es decir, por 126 operaciones.

La afijación de la muestra por estratos es como sigue:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{3,582}{4,802} \times 121 \approx 90,$$

$$n_2 = n - n_1 = 31$$

y

$$n_3 = N_3 = 5$$

Auditando 90 operaciones del estrato 1, 31 operaciones del estrato 2 y 5 operaciones del estrato 3, el auditor obtendrá el error total de las operaciones sometidas a muestreo. Las muestras preliminares anteriores de 20 en los estratos 1 y 2 se utilizan dentro de la muestra principal. Por consiguiente, el auditor solo ha de seleccionar aleatoriamente 70 operaciones más en el estrato 1 y 11 en el estrato 2. En el cuadro siguiente se pueden ver los resultados de la muestra correspondiente a las operaciones auditadas:

Resultados de la muestra – estrato 1		
A	Valor contable de la muestra	1 055 043 €
B	Error total de la muestra	11 378 €
C	Error medio de la muestra (C=B/90)	126 €
D	Desviación estándar de los errores de la muestra	698 €
Resultados de la muestra – estrato 2		
E	Valor contable de la muestra	35 377 240 €
F	Error total de la muestra	102 899 €
G	Error medio de la muestra (G=F/31)	3 319 €
H	Desviación estándar de los errores de la muestra	13 012 €
Resultados de la muestra – estrato 3		
I	Valor contable de la muestra	4 891 156 €
J	Error total de la muestra	889 €

K	Error medio de la muestra (K=J/5)	178 €
---	-----------------------------------	-------

La figura siguiente ilustra los resultados correspondientes al estrato 1:

	A	B	C	D	E	F
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error	Error rate	q_i
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(2)	(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)
3	559	6,106 €	6,106 €	- €	0.0%	65.85 €
4	1833	6,196 €	6,196 €	- €	0.0%	66.82 €
5	2759	6,441 €	6,441 €	- €	0.0%	69.46 €
6	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €	30.4%	1,913.19 €
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
72	606	14,305 €	13,275 €	1,030 €	7.2%	875.98 €
73	341	14,448 €	12,626 €	1,822 €	12.6%	1,666.23 €
74	1701	14,501 €	14,501 €	- €	0.0%	156.38 €
75	416	14,715 €	14,715 €	- €	0.0%	158.69 €
76	672	15,237 €	15,237 €	- €	0.0%	164.32 €
77	2859	15,445 €	9,428 €	6,017 €	39.0%	5,850.57 €
78	854	15,929 €	15,929 €	- €	0.0%	171.78 €
79	2154	16,233 €	16,233 €	- €	0.0%	175.06 €
80	256	16,414 €	16,414 €	- €	0.0%	177.01 €
81	2621	16,420 €	16,420 €	- €	0.0%	177.08 €
82	1224	16,532 €	16,532 €	- €	0.0%	178.28 €
83	2118	16,729 €	16,729 €	- €	0.0%	180.41 €
84	3344	16,798 €	16,798 €	- €	0.0%	181.15 €
85	2250	17,063 €	17,063 €	- €	0.0%	184.01 €
86	1551	17,330 €	17,330 €	- €	0.0%	186.89 €
87	19	17,458 €	16,933 €	525 €	3.0%	336.44 €
88	654	17,505 €	17,505 €	- €	0.0%	188.78 €
89	1243	17,592 €	17,592 €	- €	0.0%	189.72 €
90	1869	17,595 €	17,595 €	- €	0.0%	189.75 €
91	2483	17,867 €	17,867 €	- €	0.0%	192.68 €
92	306	17,876 €	17,876 €	- €	0.0%	192.78 €
93	Total	1,055,043 €	1,043,665 €	11,378 €		
94	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D92)----->			698 €		695 €

Para decidir cuál es el mejor método de estimación, si la estimación de la media por unidad o la estimación de la ratio, la AA calcula la ratio de covarianza entre los errores y los valores contables y la varianza de los valores contables de las operaciones sometidas a muestreo. Como la ratio es mayor de la mitad del índice de error de la muestra, la autoridad de auditoría puede estar segura de que la estimación de la ratio es el método de estimación más fiable. Los dos métodos de estimación se ilustran a continuación para su mejor comprensión.

En la estimación de la media por unidad, el error de los dos estratos de muestreo se extrapola multiplicando el error medio de la muestra por el tamaño de la población. La suma de estas dos cifras se ha de añadir al error detectado en los estratos de muestreo del 100 %, a fin de proyectar el error en la población:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 3,582 \times 126 + 1,225 \times 3,319 + 889 = 4,519,900$$

Multiplicando el índice de error medio observado en la muestra del estrato por el valor contable del estrato (de los dos estratos de muestreo), se obtiene un resultado estimado alternativo a partir de la estimación de ratios. A continuación, la suma de estas dos cifras se ha de añadir al error detectado en los estratos de muestreo del 100 %, a fin de proyectar el error en la población:

$$\begin{aligned} EE_2 &= \sum_{h=1}^3 BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i} \\ &= 43,226,802 \times \frac{11,378}{1,055,043} + 1,348,417,361 \times \frac{102,899}{35,377,240} + 889 \\ &= 4,389,095. \end{aligned}$$

El índice de error proyectado se calcula como la ratio entre el error proyectado y el valor contable de la población (gasto total). Si se utiliza la estimación de la media por unidad, el índice de error proyectado es:

$$r_1 = \frac{4,519,900}{1,396,535,319} = 0.32 \%$$

y si se utiliza la estimación de la ratio:

$$r_2 = \frac{4,389,095}{1,396,535,319} = 0.31\%$$

En ambos casos, el error proyectado es inferior al nivel de materialidad. Sin embargo, solo se podrán extraer conclusiones definitivas después de tomar en consideración el error muestral (precisión). Obsérvese que las últimas fuentes de error de muestreo son los estratos 1 y 2, pues el estrato de valor elevado se somete a un muestreo del 100 %. En adelante, solo se toman en consideración los dos estratos de muestreo.

Dadas las desviaciones estándar de los errores en la muestra de ambos estratos (cuadro de resultados de la muestra), la media ponderada de la varianza de los errores del conjunto de todos los estratos es:

$$s_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{3,582}{4,802} \times 698^2 + \frac{1,225}{4,802} \times 13,012^2 = 43,507,225.$$

Así pues, la precisión del error absoluto viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{S_w}{\sqrt{n}} = 4,802 \times 1.282 \times \frac{\sqrt{43,507,225}}{\sqrt{121}} = 3,695,304.$$

Para la estimación de la ratio es necesario crear la variable:

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

La ilustración del estrato 1 corresponde a la última columna del cuadro anterior (columna F). Por ejemplo, el valor de la celda F3 viene dado por el valor del error de la primera operación (0 €) menos la suma de los errores de muestreo, en la columna D, 11 378 € [$\llcorner:=\text{SUMA}(\text{D3:D92})\llcorner$] dividido por la suma de los valores contables, en la columna B, 1 055 043 € [$\llcorner:=\text{SUMA}(\text{B3:B92})\llcorner$] y multiplicado por el valor contable de la operación (6 106 €):

$$q_{11} = 0 - \frac{11,378}{1,055,043} \times 6,106 = -65.85.$$

La desviación estándar de esta variable para el estrato 1 es $s_{q1} = 695$ [calculada en MS Excel como $\llcorner:=\text{DESVEST.M}(\text{F3:F92})\llcorner$]. De acuerdo con la metodología que se acaba de describir, la desviación estándar del estrato 2 es $s_{q2} = 13,148$. Por lo tanto, la suma ponderada de las varianzas de q_{ih} :

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^3 \frac{N_h}{N} s_{qh}^2 = \frac{3,582}{4,802} \times 695^2 + \frac{1,225}{4,802} \times 13,148^2 = 44,412,784.$$

La precisión de la estimación de ratios viene dada por

$$SE_2 = N \times z \times \frac{S_{qw}}{\sqrt{n}} = 4,802 \times 1.282 \times \frac{\sqrt{44,412,784}}{\sqrt{59}} = 3,733,563.$$

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = EE + SE$$

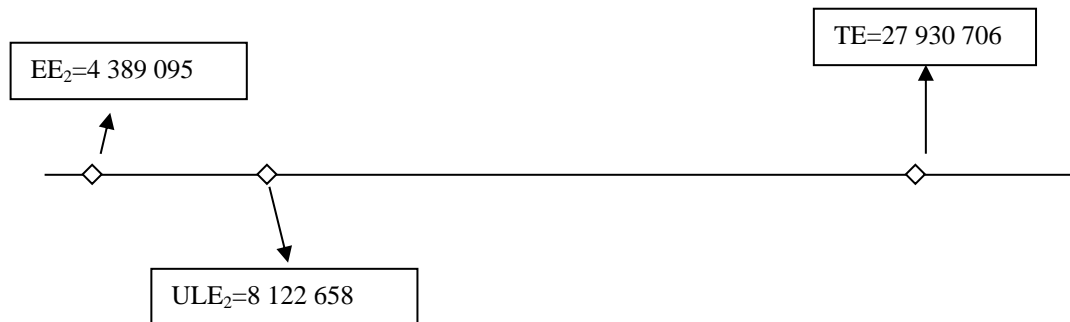
A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 4,519,900 + 3,695,304 = 8,215,204$$

o

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 4,389,095 + 3,733,563 = 8,122,658$$

Por último, comparando el umbral de materialidad del 2 % del valor contable total de la población ($2\% \times 1\,396\,535\,319 \text{ €} = 27\,930\,706 \text{ €}$) con los resultados proyectados para la estimación de la ratio (el método de proyección seleccionado), observamos que tanto el error proyectado como el límite superior de error son menores que el error máximo tolerable. Así pues, hemos de concluir que hay pruebas suficientes de la inexistencia de errores significativos en la población.



6.1.3 Muestreo aleatorio simple – dos periodos

6.1.3.1 Introducción

La autoridad responsable de la auditoría puede optar por llevar a cabo el proceso de muestreo en varios periodos del año (normalmente, dos semestres). La principal ventaja de este enfoque no radica en la reducción del tamaño de la muestra, sino, principalmente, en que permite repartir la carga de trabajo de la auditoría a lo largo del año, con lo que se reduce la carga de trabajo que se realizaría al final del año si se efectuase una sola observación.

Con este enfoque, la población anual se divide en dos subpoblaciones, cada una de las cuales corresponde a las operaciones y los gastos de un semestre. Se extraen muestras independientes para cada semestre siguiendo el enfoque del muestreo aleatorio simple estándar.

6.1.3.2 Tamaño de la muestra

Primer semestre

En el primer periodo de auditoría (por ejemplo, un semestre), el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_{ew}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{ew}^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores de cada semestre:

$$\sigma_{ew}^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

y σ_{et}^2 es la varianza de los errores en cada periodo t (semestre). La varianza de los errores de cada semestre se calcula como una población independiente, mediante la fórmula:

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

donde E_{ti} representa los errores individuales de las unidades de la muestra del semestre t y \bar{E}_t representa el error medio de la muestra en el semestre t .

Obsérvese que los valores de las varianzas esperadas en ambos semestres se han de establecer según criterio profesional y deben basarse en conocimientos históricos. La opción de tomar una muestra preliminar/piloto de tamaño pequeño, como ya se ha indicado para el método de muestreo aleatorio simple, sigue siendo posible, pero solo para el primer semestre. De hecho, en el primer momento de observación, el gasto del segundo semestre aún no se ha producido y no se dispone de datos objetivos (aparte de los datos históricos). Si se toman muestras piloto, se pueden usar posteriormente como parte de la muestra elegida para la auditoría.

El auditor puede tener en consideración que la varianza esperada de errores para el 2.º semestre es igual que para el 1.º semestre. Por tanto, se puede aplicar un enfoque simplificado y calcular el tamaño de la muestra global como

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_{e1}}{TE - AE} \right)^2$$

Obsérvese que en este enfoque simplificado solo se necesita información acerca de la variabilidad de los errores en el primer periodo de observación. Se parte del supuesto de que la magnitud de la variabilidad de los errores en ambos semestres será similar.

Asimismo, téngase en cuenta que las fórmulas de cálculo del tamaño de la muestra requieren los valores de N_1 y N_2 , es decir, el número de operaciones en la población en el primer y el segundo semestres. Al calcular el tamaño de la muestra, el valor de N_1 será conocido, pero el de N_2 será desconocido y se habrá de evaluar según las

previsiones del auditor (basadas también en información histórica). Por lo general, esto no constituye un problema, pues todas las operaciones activas en el segundo semestre existían ya en el primero, por lo que $N_1 = N_2$.

Tras calcular el tamaño de la muestra total, n , la afijación de la muestra por semestres se realizará como sigue:

$$n_1 = \frac{N_1}{N} n$$

y

$$n_2 = \frac{N_2}{N} n$$

Segundo semestre

En el primer periodo de observación se partió de algunos supuestos relativos a los periodos de observación siguientes (por lo general, el semestre siguiente). Si en los periodos siguientes las características de la población difieren considerablemente de lo supuesto, el tamaño de la muestra del periodo siguiente se habrá de ajustar.

De hecho, durante el segundo periodo de auditoría (por ejemplo, un semestre), se dispondrá de más información:

- El número de operaciones activas en el semestre N_2 se conocerá debidamente;
- La desviación estándar de los errores de la muestra, s_{e1} , calculada a partir de la muestra del primer semestre ya está disponible;
- La desviación estándar de los errores correspondiente al segundo semestre, σ_{e2} , puede evaluarse con mayor exactitud utilizando datos reales.

Si estos parámetros no son radicalmente diferentes de los estimados el primer semestre partiendo de las previsiones del analista, el tamaño de la muestra planeada originalmente para el segundo semestre, n_2 , no precisará ajuste alguno. No obstante, si el auditor considera que las previsiones iniciales difieren considerablemente de las características de la población real, es posible que se haya de ajustar el tamaño de la muestra teniendo en cuenta estas estimaciones inexactas. En tal caso, el tamaño de la muestra del segundo semestre se tendrá que volver a calcular mediante

$$n_2 = \frac{(z \cdot N_2 \cdot \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \cdot \frac{N_1^2}{n_1} \cdot s_{e1}^2}$$

donde s_{e1} es la desviación estándar de los errores calculada a partir de la muestra del primer semestre y σ_{e2} es una estimación de la desviación estándar de los errores en el segundo semestre basada en conocimientos históricos (ajustada finalmente mediante la información obtenida del primer semestre) o una muestra preliminar/piloto del segundo semestre.

6.1.3.3 Error proyectado

A partir de las submuestras correspondientes a los dos semestres, el error proyectado en la población se puede calcular a través con los dos métodos habituales: estimación de la media por unidad y estimación de la ratio.

Estimación de la media por unidad

En cada semestre, se multiplica el error medio por operación observado en la muestra por el número de operaciones de la población, N_t ; a continuación se suman todos los resultados obtenidos para ambos semestres, con lo que se obtiene el error proyectado:

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

Estimación de la ratio

En cada semestre, se multiplica el índice de error medio observado en la muestra por el valor contable de la población del semestre correspondiente, BV_t :

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}}$$

El índice de error de muestreo en cada semestre se calcula dividiendo el importe total del error en la muestra del semestre por el importe total de los gastos en la misma muestra.

La elección entre ambos métodos se debe basar en las consideraciones presentadas para el método de muestreo aleatorio simple estándar.

6.1.3.4 Precisión

Como en el método estándar, la precisión (error muestral) es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección (extrapolación). Se calcula de manera diferente según el método de extrapolación utilizado.

Estimación de la media por unidad (errores absolutos)

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2}\right)}$$

donde s_{et} es la desviación estándar de los errores de la muestra del semestre t (calculada ahora a partir de las muestras utilizadas para proyectar los errores a la población)

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$

Estimación de la ratio (índices de error)

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2}\right)}$$

donde s_{qt} es la desviación estándar de la variable q en la muestra del semestre t, y

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

6.1.3.5 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes, siguiendo exactamente el enfoque presentado en la sección 6.1.1.5.

6.1.3.6 Ejemplo

Una AA decide distribuir la carga de trabajo de la auditoría en dos periodos. Al finalizar el primer semestre, la AA considera la población dividida en dos grupos correspondientes a los dos semestres. Al final del primer semestre, las características de la población son:

Gasto declarado al final del primer semestre	1 237 952 015 €
Tamaño de la población (operaciones - primer semestre)	3 852

La AA sabe por experiencia que, por lo general, todas las operaciones incluidas en los programas al final del periodo de referencia ya están activas en la población del primer semestre. Además, se espera que el gasto declarado al final del primer semestre represente en torno al 30 % del gasto total declarado al final del periodo de referencia. A partir de estos supuestos, en el cuadro siguiente se presenta un resumen de la población:

Gasto declarado del primer semestre	1 237 952 015 €
Gasto declarado del segundo semestre (previsión)	2 888 554 702 €
Tamaño de la población (operaciones – periodo 1)	3 852
Tamaño de la población (operaciones – periodo 2, previsión)	3 852

Las auditorías de los sistemas efectuadas por la autoridad de auditoría dan un nivel de garantía alto. Por lo tanto, este programa se puede muestrear con un nivel de confianza del 60 %.

En el primer periodo, el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_w^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores de cada semestre:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

y σ_{et}^2 es la varianza de los errores en cada periodo t (semestre). La varianza de los errores de cada semestre se calcula como una población independiente, mediante la fórmula:

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

donde E_{ti} representa los errores individuales de las unidades de la muestra del semestre t y \bar{E}_t representa el error medio de la muestra en el semestre t.

Dado que el valor de σ_{et}^2 no se conoce, la AA decide extraer una muestra preliminar de 20 operaciones al final del primer semestre del año en curso. La desviación estándar de los errores de la muestra en esta muestra preliminar en el primer semestre es de 72 091 €. Basándose en su criterio profesional y sabiendo que, por lo general, el gasto del segundo semestre es superior al del primero, la AA realiza una predicción de la desviación estándar de los errores del segundo semestre un 40 % más elevada que en el primer semestre, esto es, de 100 927,4 €. Por lo tanto, la media ponderada de las varianzas de los errores es:

$$\begin{aligned}\sigma_w^2 &= \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 \\ &= \frac{3852}{3852 + 3852} \times 72,091^2 + \frac{3852}{3852 + 3852} \times 100,927.4^2 \\ &= 7,691,726,176.\end{aligned}$$

Obsérvese que el tamaño de la población en cada semestre es igual al número de operaciones activas (con los gastos) en cada semestre.

En el primer semestre, el tamaño de la muestra global previsto para todo el año es:

$$n = \left(\frac{(N_1 + N_2) \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde z es 0,842 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 60 %) y TE , el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento). El valor contable total incluye el valor contable verdadero al final del primer semestre más el valor contable previsto para el segundo semestre (1 237 952 015 € + 2 888 554 702 = 4 126 506 717 €), lo que significa que el error tolerable es 2 % x 4 126 506 718 € = 82 530 134 €. La muestra preliminar de la población del primer semestre da un índice de error del 0,6 %. La autoridad responsable de la auditoría espera que este índice de error permanezca constante a lo largo de todo el año. Así pues, el error anticipado, AE , es de 0,6 % x 4 126 506 718 € = 24 759 040 €. El tamaño de la muestra previsto para todo el año es:

$$n = \left(\frac{(3852 + 3852) \times 0.842 \times \sqrt{7,691,726,176}}{82,530,134 - 24,759,040} \right)^2 \approx 97$$

La afijación de la muestra por semestres es como sigue:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 49$$

y

$$n_2 = n - n_1 = 49$$

La muestra del primer semestre arroja los resultados que siguen:

Valor contable de la muestra - primer semestre	13 039 581 €
Error total de la muestra - primer semestre	199 185 €
Desviación estándar de los errores de la muestra - primer semestre	69 815 €

Al finalizar el segundo semestre se dispone de más información; en particular, el número de operaciones activas en el segundo semestre se conoce debidamente, la varianza de los errores de la muestra s_{e1} calculada a partir de la muestra del primer semestre ya está disponible y es posible evaluar con mayor exactitud la desviación estándar de los errores para el segundo semestre σ_{e2} utilizando una muestra preliminar de datos reales.

La AA se da cuenta de que el supuesto del que se partió al final del primer semestre en relación con el número total de operaciones sigue siendo correcto. No obstante, hay dos parámetros para los que se deben utilizar cifras actualizadas.

En primer lugar, la estimación de la desviación estándar de los errores basada en la muestra de 49 operaciones del primer semestre arrojó un resultado de 69 815 €. Este nuevo valor es el que se deberá utilizar para volver a evaluar el tamaño de la muestra previsto. En segundo lugar, basándose en una nueva muestra preliminar de 20 operaciones de la población del segundo semestre, la autoridad responsable de la auditoría estima que la desviación estándar de los errores para el segundo semestre es de 108 369 € (similar al valor previsto al final del primer periodo, pero más exacta). Concluimos que las desviaciones estándar de los errores de ambos semestres, utilizadas para planificar el tamaño de la muestra, son similares a los valores obtenidos al final del primer semestre. No obstante, la autoridad responsable de la auditoría opta por volver a calcular el tamaño de la muestra utilizando los datos actualizados disponibles. Así pues, se revisa la muestra del segundo semestre.

Por otra parte, el valor contable total previsto para la población del segundo semestre se debe sustituir por el valor real, 2 961 930 008 €, en lugar del valor previsto, de 2 888 554 703 €.

Parámetro	Final del primer semestre	Final del segundo semestre
Desviación estándar de los errores en el primer semestre	72 091 €	69 815 €
Desviación estándar de los errores en el segundo	100 475 €	108 369 €

semestre		
Gasto total en el segundo semestre	2 888 554 703 €	2 961 930 008 €

Teniendo en cuenta estos ajustes, el nuevo tamaño de la muestra del segundo semestre es

$$n_2 = \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

$$= \frac{(0.842 \times 3,852 \times 108,369)^2}{(83,997,640 - 25,199,292)^2 - 0.842^2 \times \frac{3,852^2}{49} \times 69,815^2} = 52$$

Con la auditoría de 49 operaciones en el primer semestre más estas 52 operaciones en el segundo semestre, el auditor dispondrá de información sobre el error total de las operaciones sometidas a muestreo. Las muestras preliminares anteriores de 20 operaciones se utilizan dentro de la muestra principal. Por consiguiente, el auditor solo ha de seleccionar 32 operaciones más en el segundo semestre.

La muestra del segundo semestre arrojó los resultados que siguen:

Valor contable de la muestra - segundo semestre	34 323 574 €
Error total de la muestra - segundo semestre	374 790 €
Desviación estándar de los errores de la muestra - segundo semestre	59 489 €

A partir de ambas muestras, el error proyectado en la población se puede calcular a través con los dos métodos habituales: estimación de la media por unidad y estimación de la ratio. Para decidir cuál es el mejor método de estimación, si la estimación de la media por unidad o la estimación de la ratio, la AA calcula la ratio de covarianza entre los errores y los valores contables y la varianza de los valores contables de las operaciones sometidas a muestreo. Como esta ratio es mayor de la mitad del índice de error de la muestra, la autoridad de auditoría puede estar segura de que la estimación de ratios es el método de estimación más fiable. Los dos métodos de estimación se ilustran a continuación para su mejor comprensión.

La estimación de la media por unidad supone multiplicar el error medio por operación observado en la muestra por el número de operaciones de la población, N_t ; a continuación se suman todos los resultados obtenidos para ambos semestres, con lo que se obtiene el error proyectado:

$$\begin{aligned}
EE_1 &= \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{49} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{52} E_{2i} = \frac{3,852}{49} \times 199,185 + \frac{3,852}{52} \times 374,790 \\
&= 43,421,670
\end{aligned}$$

La estimación de la ratio supone multiplicar el índice de error medio observado en la muestra por el valor contable de la población del semestre correspondiente, BV_t :

$$\begin{aligned}
EE_2 &= BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} \\
&= 1,237,952,015 \times \frac{199,185}{13,039,581} + 2,961,930,008 \times \frac{374,790}{34,323,574} \\
&= 51,252,484
\end{aligned}$$

Si se utiliza la estimación de la media por unidad, el índice de error proyectado es:

$$r_1 = \frac{43,421,670}{1,237,952,015 + 2,961,930,008} = 1.03\%$$

y si se utiliza la estimación de la ratio:

$$r_2 = \frac{51,252,451}{1,237,952,015 + 2,961,930,008} = 1.22 \%$$

La precisión se calcula de manera diferente según el método de proyección utilizado. En la estimación de la media por unidad, la precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$\begin{aligned}
SE_1 &= z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} \right)} \\
&= 0.842 \times \sqrt{3,852^2 \times \frac{69,815^2}{49} + 3,852^2 \times \frac{59,489^2}{52}} = 41,980,051
\end{aligned}$$

En la estimación de la ratio, la desviación estándar de la variable q se ha de calcular (sección 6.1.3.4):

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

Esta desviación estándar es de 54 897 € y 57 659 € para cada semestre, respectivamente. Así pues, la precisión viene dada por:

$$SE_2 = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{S_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{S_{q2}^2}{n_2}\right)}$$

$$= 0.842 \times \sqrt{3,852^2 \times \frac{54,897^2}{49} + 3,852^2 \times \frac{57,659^2}{52}} = 36,325,544$$

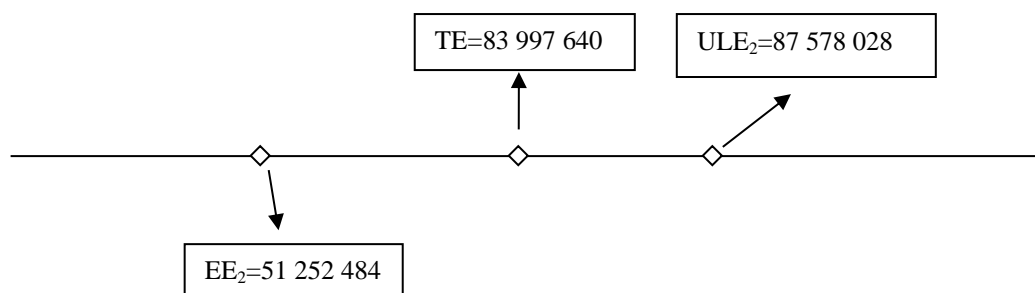
A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 43,421,670 + 41,980,051 = 85,401,721$$

o

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 51,252,484 + 36,325,544 = 87,578,028$$

Por último, comparando el umbral de materialidad del 2 % del valor contable total de la población (2 % x 4 199 882 023 € = 83 997 640 €) con los resultados proyectados de la estimación de la ratio (el método de proyección seleccionado), observamos que el error máximo tolerable es superior a los errores proyectados, pero inferior al límite superior. Véanse más detalles sobre el análisis que se debe realizar en la sección 4.12.



6.2 Estimación de la diferencia

6.2.1 Enfoque estándar

6.2.1.1 Introducción

La estimación de la diferencia es otro método de muestreo estadístico basado en la selección con probabilidad igual. El método consiste en extrapolar el error de la muestra y restar el error proyectado del gasto total declarado en la población, con el fin de evaluar el gasto correcto en la población (es decir, el gasto que se obtendría si se auditaran todas las operaciones de la población).

Este método es muy similar al muestreo aleatorio simple, y la diferencia principal entre ambos es la utilización de un dispositivo de extrapolación más sofisticado.

Se trata de un método especialmente útil cuando se desea proyectar el gasto correcto en la población, si el nivel de error es relativamente constante en la población, y si el valor contable de las diferentes operaciones tiende a ser similar (variabilidad baja). Suele ser mejor que el MUM cuando la variabilidad de los errores es baja o los errores están ligera o negativamente asociados a los valores contables. Por otra parte, suele funcionar peor que el MUM cuando la variabilidad de los errores es elevada y los errores están positivamente asociados a los valores contables.

Como cualquier otro método, este se puede combinar con la estratificación (las condiciones favorables para la estratificación se tratan en la sección 5.2).

6.2.1.2 *Tamaño de la muestra*

El cálculo del tamaño de la muestra n en el marco de la estimación de la diferencia se basa exactamente en la misma información y en las mismas fórmulas que se utilizan en el muestreo aleatorio simple:

- El tamaño de la población N ;
- El nivel de confianza determinado a partir de la auditoría de los sistemas y el correspondiente coeficiente z de la distribución normal (véase la sección 5.3);
- El error máximo tolerable, TE (por lo general, el 2 % del gasto total);
- El error anticipado, AE , elegido por el auditor según su criterio profesional y de acuerdo con la información previa;
- La desviación estándar, σ_e , de los errores.

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_e es la desviación estándar de los errores en la población. Téngase en cuenta que, como ya se ha comentado al tratar el muestreo aleatorio simple, esta desviación estándar casi nunca se conoce de antemano y las autoridades de auditoría tendrán que basarse en datos históricos o en una muestra preliminar/piloto de tamaño bajo (se recomienda que el tamaño de la muestra sea como mínimo de entre 20 y 30 unidades). Téngase también en cuenta que esa muestra piloto se puede usar posteriormente como parte de la muestra elegida para la auditoría. Para más información sobre el cálculo de esta desviación estándar, véase la sección 6.1.1.2.

6.2.1.3 *Extrapolación*

El error proyectado en la población se basa en una muestra de operaciones aleatoriamente seleccionada cuyo tamaño se ha calculado con la fórmula anterior. Este error se puede determinar multiplicando el error medio observado por operación de la muestra por el número de operaciones de la población.

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}$$

donde E_i representa los errores individuales de las unidades de la muestra y \bar{E} representa el error medio de la muestra.

En una segunda fase, el valor contable correcto (el gasto corregido que se encontraría si se auditasen todas las operaciones de la población) se puede proyectar restando el error proyectado, EE, del valor contable, BV, de la población (gasto declarado). La proyección del valor contable correcto, CBV, es

$$CBV = BV - EE$$

6.2.1.4 Precisión

La precisión de la proyección (medida de la incertidumbre asociada a la proyección) viene dada por

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

donde s_e es la desviación estándar de los errores de la muestra (calculada ahora a partir de la muestra utilizada para proyectar los errores en la población)

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

6.2.1.5 Evaluación

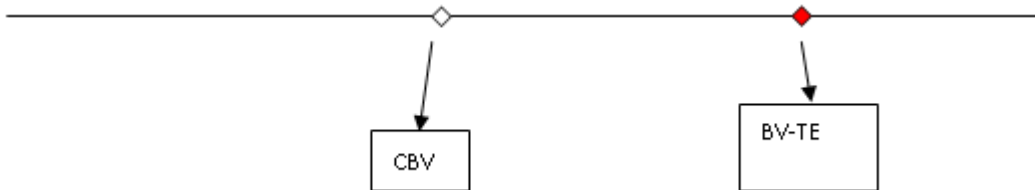
Para extraer conclusiones acerca de la materialidad de los errores, primero se ha de calcular el límite inferior del valor contable corregido. Este límite inferior es igual a

$$LL = CBV - SE$$

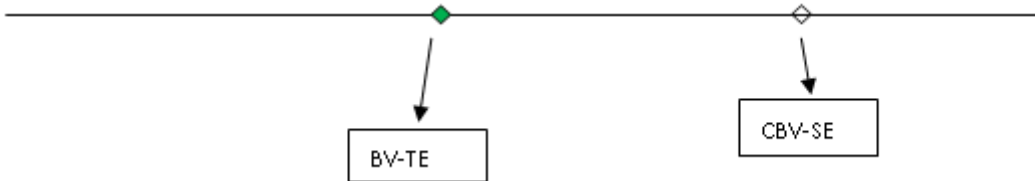
La proyección del valor contable correcto y el límite inferior se han de comparar con la diferencia entre el valor contable (gasto declarado) y el error máximo tolerable, TE, lo que corresponde al nivel de materialidad multiplicado por el valor contable:

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

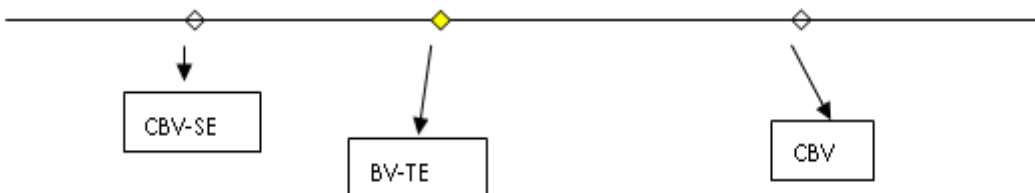
- Si $BV - TE$ es mayor que CBV , el auditor deberá concluir que hay pruebas suficientes de que los errores del programa superan el umbral de materialidad:



- Si $BV - TE$ es menor que el límite inferior $CBV - SE$, hay pruebas suficientes de que los errores del programa son inferiores al umbral de materialidad.



Si $BV - TE$ se encuentra entre el límite inferior $CBV - SE$ y CBV , véanse más detalles en la sección 4.12 sobre el análisis que se debe realizar.



6.2.1.6 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado para las operaciones de un programa. Las auditorías de los sistemas efectuadas por la autoridad de auditoría dan un nivel de garantía alto. Por lo tanto, este programa se puede muestrear con un nivel de confianza del 60 %.

El cuadro siguiente resume los detalles relativos a la población:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €

Basándose en la auditoría del año anterior, la AA prevé un índice de error del 0,7 % (el índice de error del año anterior) y estima una desviación estándar de los errores de 168 397 €.

El primer paso consiste en calcular el tamaño de la muestra necesaria, mediante la fórmula siguiente:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

donde z es 0,842 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 60 %), σ_e es 168 397 €, TE , el error tolerable, es el 2 % del valor contable (máximo nivel de materialidad establecido por el Reglamento), es decir, 2 % x 4 199 882 024 € = 83 997 640 € y AE , el error anticipado, es del 0,7 %, es decir, 0,7 % x 4 199 882 024 € = 29 399 174 €:

$$n = \left(\frac{3,852 \times 0,842 \times 168,397}{83,997,640 - 29,399,174} \right)^2 \approx 101$$

El tamaño mínimo de la muestra es por lo tanto 101 operaciones.

Auditando estas 101 operaciones, el auditor conocerá el error total de las operaciones sometidas a muestreo;

El cuadro siguiente resume los resultados de la muestra:

Valor contable de la muestra	124 944 535 €
Error total de la muestra	1 339 765 €
Desviación estándar de los errores de la muestra	162 976 €

El error proyectado en la población es:

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^{101} E_i}{n} = 3,852 \times \frac{1,339,765}{101} = 51,096,780,$$

correspondiente a un índice de error proyectado de:

$$r = \frac{51,096,780}{4,199,882,024} = 1.22 \%$$

El valor contable correcto (el gasto correcto que se encontraría si se auditasen todas las operaciones de la población) se puede proyectar restando el error proyectado, EE , del valor contable, BV , en la población (gasto declarado). La proyección del valor contable correcto, CBV , es

$$CBV = 4,199,882,024 - 51,096,780 = 4,148,785,244$$

La precisión de la proyección viene dada por

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 0.842 \times \frac{162,976}{\sqrt{101}} = 52,597,044.$$

Combinando el error proyectado y la precisión se puede calcular un límite superior del índice de error. Este límite superior es la ratio entre el límite superior de error y el valor contable de la población. Por lo tanto, el límite superior del índice de error es:

$$r_{UL} = \frac{EE + SE}{BV} = \frac{51,096,780 + 52,597,044}{4,199,882,024} = 2.47\%$$

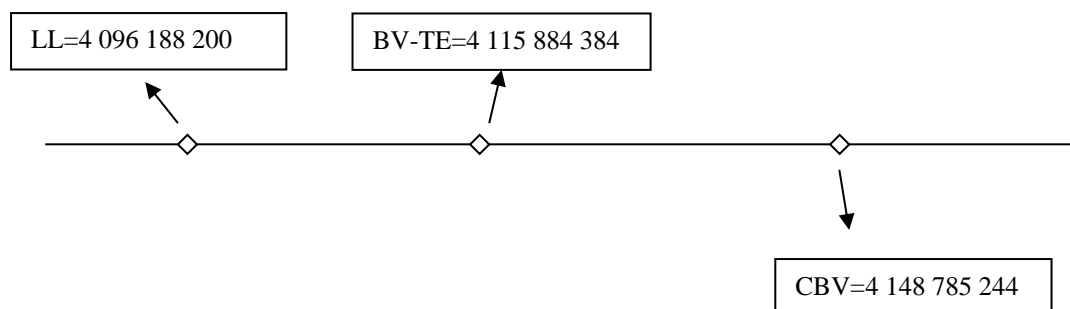
Para extraer conclusiones acerca de la materialidad de los errores, primero se ha de calcular el límite inferior del valor contable correcto. Este límite inferior es igual a

$$LL = CBV - SE = 4,148,785,244 - 52,597,044 = 4,096,188,200$$

Las proyecciones del valor contable correcto y el límite inferior se han de comparar con la diferencia entre el valor contable (gasto declarado) y el error máximo tolerable, TE :

$$BV - TE = 4,199,882,024 - 83,997,640 = 4,115,884,384$$

Como $BV - TE$ se encuentra entre el límite inferior $LL = CBV - SE$ y CBV , véanse más detalles en la sección 4.12 sobre el análisis que se debe realizar.



6.2.2 Estimación de la diferencia estratificada

6.2.2.1 Introducción

En la estimación de la diferencia estratificada, la población se divide en subpoblaciones llamadas estratos, y de cada estrato se extraen muestras independientes utilizando el método de la estimación de la diferencia.

La lógica subyacente a la estratificación y los criterios para elegir los candidatos son los ya presentados para el muestreo aleatorio simple (véase la sección 6.1.2.1). Igual que en el muestreo aleatorio simple, la estratificación por nivel de gasto por operación suele ser un buen enfoque, siempre que se espere que el nivel de error vaya asociado al nivel de gasto.

Si se aplica la estratificación por nivel de gasto y es posible encontrar algunas operaciones de valor muy elevado, se recomienda incluirlas en un estrato de valor elevado, que se auditará al 100 %. En este caso, los ítems pertenecientes al estrato del 100 % se deben tratar por separado y las fases del muestreo solo se aplicarán a la población de los ítems de valor bajo. Sin embargo, conviene que el lector sea consciente de la necesidad de que la precisión planificada para determinar el tamaño de la muestra se base en el valor contable total de la población. De hecho, la fuente del error es el estrato de los ítems de valor bajo, pero la precisión se ha de planificar para la población, con lo que el error tolerable y el error anticipado también se han de calcular para la población.

6.2.2.2 Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra se calcula con el mismo enfoque que en el muestreo aleatorio simple:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_w^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores del conjunto de todos los estratos (más detalles en la sección 6.1.2.2).

Como de costumbre, las varianzas se pueden basar en conocimientos históricos o en una muestra preliminar/piloto de tamaño pequeño. En este caso, una vez más, la muestra piloto se puede usar posteriormente como parte de la muestra principal elegida para la auditoría.

Tras calcular el tamaño de la muestra total, n , la afijación de la muestra por estratos se realizará como sigue:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Se trata del mismo método general de afijación, también utilizado en el muestreo aleatorio simple, conocido como afijación proporcional. Una vez más, se puede aplicar cualquier otro método de afijación disponible.

6.2.2.3 Extrapolación

El error proyectado en la población se basa en H muestras de operaciones seleccionadas aleatoriamente cuyos tamaños se han determinado mediante la fórmula anterior, y se puede calcular como

$$EE = \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

En la práctica, en cada grupo de la población (estrato), se multiplica el error medio observado en la muestra por el número de operaciones del estrato, N_h , y, a continuación, se suman todos los resultados obtenidos para cada estrato.

En una segunda fase, el valor contable correcto (el gasto corregido que se encontraría si se auditasen todas las operaciones de la población) se puede proyectar mediante la fórmula siguiente:

$$CBV = BV - \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}$$

En la fórmula anterior: 1) en cada estrato se calcula la media de los errores observados en la muestra; 2) en cada estrato se multiplica el error medio de la muestra por el tamaño del estrato, N_h ; 3) se suman los resultados correspondientes a todos los estratos; 4) se resta este valor del valor contable total de la población, BV . El resultado de la suma es una proyección del valor contable correcto, CBV , en la población.

6.2.2.4 Precisión

Recuérdese que la precisión (error muestral) es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección (extrapolación). En la estimación de la diferencia estratificada viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = N \times z \times \frac{S_w}{\sqrt{n}}$$

donde s_w^2 es la media ponderada de la varianza de los errores de todo el conjunto de estratos (calculada a partir de la muestra utilizada para proyectar los errores en la población)

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

y s_{eh}^2 es la varianza estimada de los errores de la muestra del estrato h

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

6.2.2.5 Evaluación

Para extraer conclusiones acerca de la materialidad de los errores, primero se ha de calcular el límite inferior del valor contable corregido. Este límite inferior es igual a

$$LL = CBV - SE$$

Las proyecciones del valor contable correcto y el límite inferior se han de comparar con la diferencia entre el valor contable (gasto declarado) y el error máximo tolerable, TE :

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

Por último, para extraer conclusiones de la auditoría se debe aplicar exactamente el mismo enfoque presentado en la sección 6.2.1.5 para la estimación de la diferencia estándar.

6.2.2.6 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado para las operaciones de un grupo de programas. El sistema de gestión y control es común para todo el grupo de programas y las auditorías de los sistemas realizadas por la autoridad responsable de la auditoría han obtenido un nivel de garantía elevado. Por lo tanto, este programa se puede muestrear con un nivel de confianza del 60 %.

La AA tiene razones para creer que existen riesgos importantes de error en las operaciones de valor elevado, independientemente del programa al que pertenezcan. Además, cabe esperar que existan diferentes índices de error en los distintos programas. Teniendo en cuenta toda esta información, la AA decide estratificar la población por programas y por gastos (aislando en un estrato de muestreo del 100 % todas las operaciones cuyo valor contable sea superior a la materialidad).

Resumiendo en forma de cuadro la información disponible, tenemos lo que sigue:

Tamaño de la población (número de operaciones)	4 872
Tamaño de la población – estrato 1 (número de operaciones del programa 1)	1 520
Tamaño de la población – estrato 2 (número de operaciones del programa 2)	3 347
Tamaño de la población – estrato 3 (número de operaciones con BV > nivel de materialidad)	5
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	6 440 727 190 €
Valor contable – estrato 1 (gasto total del programa 1)	3 023 598 442 €
Valor contable – estrato 2 (gasto total del programa 2)	2 832 769 525 €
Valor contable – estrato 3 (gasto total de las operaciones con BV > nivel de materialidad)	584 359 223 €

El estrato de muestreo del 100 % que contiene las 5 operaciones de valor elevado se debe tratar por separado, como se indica en la sección 6.2.2.1. Por lo tanto, en adelante el valor del N corresponde al número total de operaciones en la población menos el número total de operaciones incluidas en el estrato de muestreo del 100 %, es decir, 4 867 (= 4 872 – 5) operaciones.

El primer paso consiste en calcular el tamaño de la muestra necesaria, mediante la fórmula siguiente:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde z es 0,842 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 60 %) y TE, el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento), es decir, 2 % x 6 440 727 190 € = 128 814 544 €. Basándose en la experiencia del año anterior y en las conclusiones del informe sobre los sistemas de gestión y control, la AA espera un índice de error no superior al 0,4 %. Así pues, el error anticipado, AE, es el 0,4 %, es decir, 0,4 % x 6 440 727 190 € = 25 762 909 €.

Dado que el tercer estrato es un estrato de muestreo del 100 %, su tamaño de la muestra se fija igual al tamaño de la población, es decir, a las 5 operaciones de valor elevado. El tamaño de la muestra de los dos estratos restantes se calcula con la fórmula anterior, donde σ_w^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores de los dos estratos restantes.

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

y σ_{eh}^2 es la varianza de los errores en cada estrato. La varianza de los errores se calcula para cada estrato como una población independiente, mediante la fórmula

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

donde E_{hi} representa los errores individuales de las unidades de la muestra del estrato h y \bar{E}_h representa el error medio de la muestra en el estrato h . Una muestra preliminar de 20 operaciones del estrato 1 obtiene una estimación de la desviación estándar de los errores de 21 312 €.

A la población del estrato 2 se le aplica el mismo procedimiento. Una muestra preliminar de 20 operaciones del estrato 2 obtuvo una estimación de la desviación estándar de los errores de 215 546 €:

Estrato 1 – estimación preliminar de la desviación estándar de los errores	21 312 €
Estrato 2 – estimación preliminar de la desviación estándar de los errores	215 546 €

Por lo tanto, la media ponderada de las varianzas de los errores de estos dos estratos es

$$\sigma_w^2 = \frac{1,520}{4,867} \times 21,312^2 + \frac{3,347}{4,867} 215,546^2 = 32,092,103,451$$

El tamaño mínimo de la muestra viene dado por:

$$n = \left(\frac{4,867 \times 0.845 \times \sqrt{32,092,103,451}}{128,814,544 - 25,762,909} \right)^2 \approx 51$$

Estas 51 operaciones están asignadas por estratos como sigue:

$$n_1 = \frac{1,520}{4,867} \times 51 \approx 16,$$

$$n_2 = n - n_1 = 35$$

y

$$n_3 = N_3 = 5$$

El tamaño de la muestra total es por lo tanto de 60 operaciones:

- 20 operaciones de la muestra preliminar del estrato 1; más
- 35 operaciones del estrato 2 (las 20 operaciones de la muestra preliminar más una muestra adicional de 15 operaciones); más
- 5 operaciones de valor elevado.

En el cuadro siguiente se muestran los resultados correspondientes a toda la muestra de 60 operaciones:

Resultados de la muestra – estrato 1		
A	Valor contable de la muestra	37 344 981 €
B	Error total de la muestra	77 376 €
C	Error medio de la muestra (C=B/16)	3 869 €
D	Desviación estándar de los errores de la muestra	16 783 €
Resultados de la muestra – estrato 2		
E	Valor contable de la muestra	722 269 643 €
F	Error total de la muestra	264 740 €
G	Error medio de la muestra (G=F/35)	7 564 €
H	Desviación estándar de los errores de la muestra	117 335 €
Resultados de la muestra – estrato de auditoría del 100 %		
I	Valor contable de la muestra	584 359 223 €
J	Error total de la muestra	7 240 855 €
K	Error medio de la muestra (I=J/5)	1 448 171 €

La proyección del error de los dos estratos de muestreo se calcula multiplicando el error medio de la muestra por el tamaño de la población. La suma de estas dos cifras, añadida al error detectado en los estratos de muestreo del 100 %, es el error previsto en la población:

$$EE = \sum_{h=1}^3 1520 \times 3,869 + 3,347 \times 7,564 + 7,240,855 = 38,438,139$$

El índice de error proyectado se calcula como la ratio entre el error extrapolado y el valor contable de la población (gasto total).

$$r_1 = \frac{39,908,283}{6,440,727,190} = 0.60 \%$$

El valor contable correcto (el gasto correcto que se encontraría si se auditasen todas las operaciones de la población) se puede proyectar mediante la fórmula siguiente:

$$CBV = BV - EE = 6,440,727,190 - 39,908,283 = 6,402,289,051$$

Dadas las desviaciones estándar de los errores de la muestra de ambos estratos (cuadro de resultados de la muestra), la media ponderada de la varianza de los errores del conjunto de todos los estratos es:

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{1,520}{4,867} \times 16,783^2 + \frac{3,347}{4,867} \times 117,335^2 = 9,555,777,062$$

La precisión de la proyección viene dada por

$$SE = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}} = 4,867 \times 0.842 \times \frac{\sqrt{9,555,777,062}}{\sqrt{55}} = 54,016,333$$

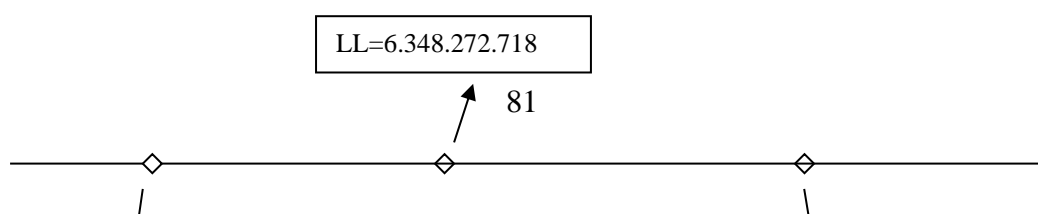
Para extraer conclusiones acerca de la materialidad de los errores, primero se ha de calcular el límite inferior del valor contable corregido. Este límite inferior es igual a

$$LL = CBV - SE = 6,402,289,051 - 54,016,333 = 6,348,272,718$$

Las proyecciones del valor contable correcto y el límite inferior se han de comparar con la diferencia entre el valor contable (gasto declarado) y el error máximo tolerable, TE :

$$BV - TE = 6,440,727,190 - 128,814,544 = 6,311,912,646$$

Como $BV - TE$ es menor que el límite inferior $CBV - SE$, hay pruebas suficientes de que los errores del programa son inferiores al umbral de materialidad.



6.2.3 Estimación de la diferencia – dos periodos

6.2.3.1 Introducción

La autoridad responsable de la auditoría puede optar por llevar a cabo el proceso de muestreo en varios periodos del año (normalmente, dos semestres). La principal ventaja de este enfoque no radica en la reducción del tamaño de la muestra, sino, principalmente, en que permite repartir la carga de trabajo de la auditoría a lo largo del año, con lo que se reduce la carga de trabajo que se realizaría al final del año si se efectuase una sola observación.

Con este enfoque, la población anual se divide en dos subpoblaciones, cada una de las cuales corresponde a las operaciones y los gastos de un semestre. Se extraen muestras independientes para cada semestre siguiendo el enfoque del muestreo aleatorio simple estándar.

6.2.3.2 Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra se calcula con el mismo enfoque que en el muestreo aleatorio simple en dos semestres. Para más información, véase la sección 6.1.3.2.

6.2.3.3 Extrapolación

A partir de las submuestras correspondientes a los dos semestres, el error proyectado en la población se puede calcular como:

$$EE = N_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2}$$

En la práctica, en cada semestre se multiplica la media de los errores observados en la muestra por el número de operaciones en la población, N_t , y a continuación se suman los resultados obtenidos para ambos semestres.

En una segunda fase, el valor contable correcto (el gasto corregido que se encontraría si se auditasen todas las operaciones de la población) se puede proyectar mediante la fórmula siguiente:

$$CBV = BV - EE$$

donde BV es el valor contable anual (incluidos los dos semestres) y EE el error proyectado anterior.

6.2.3.4 Precisión

Recuérdese que la precisión (error muestral) es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección (extrapolación). Viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} \right)}$$

donde s_{et} es la desviación estándar de los errores de la muestra del semestre t (calculada ahora a partir de las muestras utilizadas para proyectar los errores a la población).

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$

6.2.3.5 Evaluación

Para extraer conclusiones acerca de la materialidad de los errores, primero se ha de calcular el límite inferior del valor contable corregido. Este límite inferior es igual a

$$LL = CBV - SE$$

Las proyecciones del valor contable correcto y el límite inferior se han de comparar con la diferencia entre el valor contable (gasto declarado) y el error máximo tolerable, TE :

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

Por último, para extraer conclusiones de la auditoría se debe aplicar exactamente el mismo enfoque presentado en la sección 6.2.1.5 para la estimación de la diferencia estándar.

6.2.3.6 Ejemplo

Una AA decide dividir la carga de trabajo de la auditoría entre los dos semestres del año. Al final del primer semestre, las características de la población son:

Gasto declarado, DE, al final del primer semestre	1 237 952 015 €
Tamaño de la población (operaciones - primer semestre)	3 852

La AA sabe por experiencia que, por lo general, todas las operaciones incluidas en los programas al final del periodo de referencia ya están activas en la población del primer semestre. Además, se espera que el gasto declarado al final del primer semestre represente en torno al 30 % del gasto total declarado al final del periodo de referencia. A partir de estos supuestos, en el cuadro siguiente se presenta un resumen de la población:

Gasto declarado, DE, del primer semestre	1 237 952 015 €
Gasto declarado, DE, del segundo semestre (previsión)	2 888 554 702 €
Tamaño de la población (operaciones – periodo 1)	3 852
Tamaño de la población (operaciones – periodo 2, previsión)	3 852

Las auditorías de los sistemas efectuadas por la autoridad de auditoría han dado un nivel de garantía bajo. Por lo tanto, este programa se puede someter a muestreo con un nivel de confianza del 90 %.

Al final del primer semestre, el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_w^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores de cada semestre:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

y σ_{et}^2 es la varianza de los errores en cada periodo t (semestre). La varianza de los errores de cada semestre se calcula como una población independiente, mediante la fórmula:

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

donde E_{ti} representa los errores individuales de las unidades de la muestra del semestre t y \bar{E}_t representa el error medio de la muestra en el semestre t .

Dado que el valor de σ_{et}^2 no se conoce, la AA decide extraer una muestra preliminar de 20 operaciones al final del primer semestre del año en curso. La desviación estándar de los errores de la muestra en esta muestra preliminar en el primer semestre es de 49 534 €. Basándose en su criterio profesional y sabiendo que, por lo general, el gasto del segundo semestre es superior al del primero, la AA realiza una predicción de la desviación estándar de los errores del segundo semestre un 20 % más elevada que en el primer semestre, esto es, de 59 441 €. Por lo tanto, la media ponderada de las varianzas de los errores es:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 = 0.5 \times 69,534^2 + 0.5 \times 59,441^2 = 2,993,412,930.$$

Obsérvese que el tamaño de la población en cada semestre es igual al número de operaciones activas (con los gastos) en cada semestre.

Al final del primer semestre, el tamaño de la muestra global para todo el año es:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_w^2 es la media ponderada de las varianzas de los errores para todo el conjunto de estratos (más detalles en la sección 7.1.2.2), z es 1,645 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 90 %) y TE , el error tolerable, es el 2 % del valor contable (máximo nivel de materialidad establecido por el Reglamento). El valor contable total incluye el valor contable verdadero al final del primer semestre más el valor contable previsto para el segundo semestre (4 126 506 717 €), lo que significa que el error tolerable es 2 % x 4 126 506 717 € = 82 530 134 €. La muestra preliminar de la población del primer semestre da un índice de error del 0,6 %. La autoridad responsable de la auditoría espera que este índice de error permanezca constante a lo largo de todo el año. Así pues, el error anticipado, AE , es de 0,6 % x 4 126 506 717 € = 24 759 040 €. El tamaño de la muestra para todo el año es:

$$n = \left(\frac{3852 \times 2 \times 1.645 \times \sqrt{5,898,672,130}}{82,530,134 - 24,759,040} \right)^2 \approx 145$$

La afijación de la muestra por semestres es como sigue:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 73$$

y

$$n_2 = n - n_1 = 72$$

La muestra del primer semestre arroja los resultados que siguen:

Valor contable de la muestra - primer semestre	41 009 806 €
Error total de la muestra - primer semestre	577 230 €
Desviación estándar de los errores de la muestra - primer semestre	52 815 €

Al finalizar el segundo semestre se dispone de más información; en particular, el número de operaciones activas en el segundo semestre se conoce debidamente, la varianza de los errores de la muestra s_{e1} calculada a partir de la muestra del primer semestre ya está disponible y es posible evaluar con mayor exactitud la desviación estándar de los errores para el segundo semestre σ_{e2} utilizando una muestra preliminar de datos reales.

La AA se da cuenta de que el supuesto del que se partió al final del primer semestre en relación con el número total de operaciones sigue siendo correcto. No obstante, hay dos parámetros para los que se deben utilizar cifras actualizadas.

En primer lugar, la estimación de la desviación estándar de los errores basada en la muestra de 73 operaciones del primer semestre arrojó un resultado de 52 815 €. Este nuevo valor es el que se deberá utilizar para volver a evaluar el tamaño de la muestra previsto. En segundo lugar, basándose en una nueva muestra preliminar de 20 operaciones de la población del segundo semestre, la autoridad responsable de la auditoría estima que la desviación estándar de los errores para el segundo semestre es de 87 369 € (muy distinta del valor previsto al final del primer periodo). Concluimos que la desviación estándar de los errores del primer semestre utilizada para planificar el tamaño de la muestra es similar al valor obtenido al final del primer semestre. No obstante, la desviación estándar del error en el segundo semestre utilizada para planificar el tamaño de la muestra queda lejos de la cifra indicada por la nueva muestra preliminar. Así pues, se ha de revisar la muestra del segundo semestre.

Por otra parte, el valor contable total previsto para la población del segundo semestre se debe sustituir por el valor real, 5 202 775 175 €, en lugar del valor previsto, de 2 888 554 702 €.

Parámetro	Final del primer semestre	Final del segundo semestre
Desviación estándar de los errores en el primer	49 534 €	52 815 €

semestre		
Desviación estándar de los errores en el segundo semestre	59 441 €	87 369 €
Gasto total en el segundo semestre	2 888 554 702 €	5 202 775 175 €

Teniendo en cuenta estos dos ajustes, el tamaño de la muestra del segundo semestre es

$$n_2 = \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

$$= \frac{(1.645 \times 3,852 \times 107,369)^2}{(128,814,544 - 38,644,363)^2 - 1.645^2 \times \frac{3,852^2}{142} \times 65,815^2} \approx 47$$

Con la auditoría de 73 operaciones en el primer semestre más estas 47 operaciones en el segundo semestre, el auditor dispondrá de información sobre el error total de las operaciones sometidas a muestreo. Las muestras preliminares anteriores de 20 operaciones se utilizan dentro de la muestra principal. Por consiguiente, el auditor solo ha de seleccionar 27 operaciones más en el segundo semestre.

La muestra del segundo semestre arrojó los resultados que siguen:

Valor contable de la muestra - segundo semestre	59 312 212 €
Error total de la muestra - segundo semestre	588 336 €
Desviación estándar de los errores de la muestra - primer semestre	78 489 €

A partir de ambas muestras, el error proyectado en la población se puede calcular como:

$$EE = N_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2} = 3,852 \times \frac{577,230}{142} + 3,852 \times \frac{588,336}{68}$$

$$= 78,677,283$$

lo que corresponde a un índice de error proyectado del 1,22 %.

En una segunda fase, el valor contable corregido (el gasto corregido que se encontraría si se auditasen todas las operaciones de la población) se puede proyectar mediante la fórmula siguiente:

$$CBV = BV - EE = 6,440,727,190 - 78,677,283 = 6,362,049,907$$

donde *BV* es el valor contable anual (incluidos los dos semestres) y *EE* el error proyectado anterior.

La precisión (error muestral) es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección (extrapolación) y viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{S_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{S_{e2}^2}{n_2}\right)}$$

$$= 1.645 \times \sqrt{\left(3852^2 \times \frac{52,815^2}{73} + 3852^2 \times \frac{78,849^2}{47}\right)} = 82,444,754$$

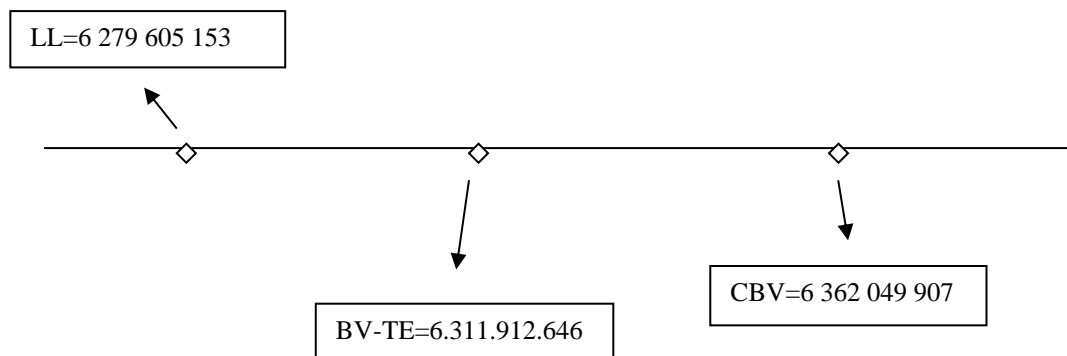
Para extraer conclusiones acerca de la materialidad de los errores, primero se ha de calcular el límite inferior del valor contable corregido. Este límite inferior es igual a

$$LL = CBV - SE = 6,362,049,907 - 82,444,754 = 6,279,605,153$$

Las proyecciones del valor contable correcto y el límite inferior se han de comparar con la diferencia entre el valor contable (gasto declarado) y el error máximo tolerable, TE :

$$BV - TE = 6,440,727,190 - 128,814,544 = 6,311,912,646$$

Como $BV - TE$ se encuentra entre el límite inferior $LL = CBV - SE$ y CBV , véanse más detalles en la sección 4.12 sobre el análisis que se debe realizar.



6.3 Muestreo de unidad monetaria

6.3.1 Enfoque estándar

6.3.1.1 Introducción

El muestreo de unidad monetaria es el método de muestreo estadístico que utiliza la unidad monetaria como variable auxiliar de muestreo. Por lo general, este enfoque se basa en el muestreo sistemático con probabilidad proporcional al tamaño (PPT), es decir, proporcional al valor monetario de la unidad de muestreo (los ítems de valor elevado tienen más probabilidad de ser seleccionados).

Este es, seguramente, el método de muestreo más generalizado para las auditorías y resulta especialmente útil cuando los valores contables tienen una variabilidad alta y existe una correlación (asociación) positiva entre errores y valores contables. Dicho de otra manera: es un método adecuado, en particular, cuando se espera que los elementos con valores más elevados tiendan a presentar errores más elevados, situación que se da con frecuencia en el marco de la auditoría.

Cuando confluyen las condiciones anteriores, es decir, los valores contables tienen una variabilidad alta y los errores tienen una correlación (asociación) positiva con los valores contables, el MUM suele producir tamaños de muestra menores que los métodos basados en la probabilidad igual, para un mismo nivel de precisión.

También conviene señalar que, normalmente, las muestras producidas por este método presentarán un exceso de ítems de valor elevado y pocos ítems de valor bajo. Este hecho no constituye por sí mismo un problema, pues el método adapta la situación en el proceso de extrapolación, pero impide que los resultados de la muestra (por ejemplo, el índice de error de muestreo) se interpreten (solo se pueden interpretar los resultados extrapolados).

Como los métodos basados en la probabilidad igual, este se puede combinar con la estratificación (las condiciones favorables para la estratificación se tratan en la sección 5.2).

6.3.1.2 *Tamaño de la muestra*

El cálculo del tamaño de la muestra n en el marco del muestreo de unidad monetaria se basa en la información siguiente:

- El valor contable de la población (gasto total declarado), BV ;
- El nivel de confianza determinado a partir de la auditoría de los sistemas y el correspondiente coeficiente z de la distribución normal (véase la sección 5.3);
- El error máximo tolerable, TE (por lo general, el 2 % del gasto total);
- El error anticipado, AE , elegido por el auditor según su criterio profesional y de acuerdo con la información previa;
- La desviación estándar σ_r de los índices de error (a partir de una muestra de MUM).

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_r es la desviación estándar de los índices de error a partir de una muestra de MUM. Para obtener una aproximación de esta desviación estándar antes de efectuar la auditoría, los Estados miembros deberán hacer uso de conocimientos históricos (varianza de los índices de error en una muestra de un periodo anterior) o de una muestra preliminar/piloto de tamaño bajo, n^p (se recomienda que el tamaño de la muestra preliminar sea como mínimo de entre 20 y 30 operaciones). En cualquier caso, la varianza de los índices de error (cuadrado de la desviación estándar) se obtiene mediante

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (r_i - \bar{r})^2 ;$$

donde $r_i = \frac{E_i}{BV_i}$ es el índice de error de una operación²⁷ y se define como la ratio entre E_i y el valor contable (el gasto declarado a la Comisión, BV_i) de la i -ésima operación incluida en la muestra, y \bar{r} representa el índice de error medio de la muestra, es decir:

$$\bar{r} = \frac{1}{n^p} \sum_{i=1}^{n^p} \frac{E_i}{BV_i}$$

Como de costumbre, si la desviación estándar se basa en una muestra preliminar, esta se podrá utilizar posteriormente como parte de la muestra completa elegida para la auditoría. No obstante, seleccionar y observar una muestra preliminar es una tarea mucho más compleja en el marco del MUM que en un muestreo aleatorio simple o en una estimación de la diferencia. Ello se debe a que los ítems de valor elevado se eligen para la muestra con más frecuencia. Por consiguiente, la observación de una muestra de entre 20 y 30 operaciones constituirá normalmente una tarea ardua. Así pues, en el marco del MUM es muy recomendable que la estimación de la desviación estándar, σ_r , se base en datos históricos, para que no sea necesario seleccionar una muestra preliminar.

6.3.1.3 Selección de la muestra

Tras determinar el tamaño de la muestra, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV , y el tamaño de la muestra previsto, n . Todos los ítems

²⁷ Siempre que el valor contable de la unidad i (BV_i) es mayor que el valor de corte BV/n , debe sustituirse la ratio $\frac{E_i}{BV_i}$ por $\frac{E_i}{BV/n}$, donde BV representa el valor contable de la población actual si se utiliza una muestra preliminar o el valor contable de la población histórica si se usa una muestra histórica. Asimismo, n representa el tamaño de la muestra preliminar (si se utiliza) o el tamaño de la muestra histórica.

cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_i > BV/n$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al estrato no exhaustivo, n_s , se calcula como la diferencia entre n y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el estrato exhaustivo, n_e .

Por último, la selección de la muestra en el estrato no exhaustivo se llevará a cabo mediante probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem BV_i ²⁸. Una manera común de proceder es recurrir a la selección sistemática mediante un intervalo de muestreo igual al gasto total en el estrato no exhaustivo, BV_s , dividido por el tamaño de la muestra, n_s , es decir,

$$SI = \frac{BV_s}{n_s}$$

En la práctica, la muestra se selecciona a partir de una lista aleatoria de ítems (por lo general, operaciones), tomando cada ítem que contenga la unidad monetaria x-ésima, donde x es igual al intervalo de muestreo y tiene un punto de partida aleatorio entre 1 y SI. Por ejemplo, si una población tiene un valor contable de 10 000 000 € y seleccionamos una muestra de 40 operaciones, se seleccionará cada operación que contenga la 250 000-ésima unidad monetaria.

Obsérvese que en la práctica puede suceder que tras el cálculo del intervalo de muestreo basado en el gasto y el tamaño de la muestra del estrato de muestreo, algunas unidades de población seguirán presentando un gasto superior a este intervalo de muestreo BV_s/n_s [aunque no hayan presentado previamente un gasto superior al valor de corte (BV/n)]. De hecho, han de añadirse también al estrato de valor elevado todos los ítems cuyo valor contable sigue siendo superior a este intervalo ($BV_i > BV_s/n_s$). Si sucede esto, y después de trasladar los nuevos ítems al estrato de valor elevado, debe recalcularse el intervalo de muestreo para el estrato de muestreo teniendo en cuenta los nuevos valores para la ratio BV_s/n_s . Este proceso iterativo debe realizarse varias veces hasta el momento en que no haya unidades que presenten un gasto superior al intervalo de muestreo.

6.3.1.4 Error proyectado

²⁸ Esto se puede realizar mediante un programa informático especializado, cualquier paquete estadístico o incluso un programa básico como Excel. Obsérvese que en ciertos programas informáticos, la división entre el estrato exhaustivo de valor elevado y el estrato no exhaustivo no es necesaria ya que asignan automáticamente la selección de unidades con una probabilidad de selección del 100 %.

La proyección de los errores en la población se llevará a cabo de forma diferente para las unidades del estrato exhaustivo y los ítems que se encuentran en el estrato no exhaustivo.

En el estrato exhaustivo, es decir, en el estrato que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_i > \frac{BV}{n}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes al estrato:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

En el estrato no exhaustivo, es decir, en el estrato en el que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual al valor de corte, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, el error proyectado es

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Para calcular este error proyectado:

- 1) Para cada unidad de la muestra se calcula el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Se suman estos índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) Se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo, SI

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.1.5 Precisión

La precisión es una medida de la incertidumbre asociada a la extrapolación. Representa el error muestral y se ha de calcular para poder producir a continuación un intervalo de confianza.

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

donde s_r es la desviación estándar de los índices de error de la muestra del estrato no exhaustivo (calculada a partir de la muestra utilizada para extrapolar los errores a la población)

$$s_r^2 = \frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} (r_i - \bar{r}_s)^2$$

donde \bar{r}_s es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del estrato

$$\bar{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{n_s}$$

Obsérvese que el error muestral solo se calcula para el estrato no exhaustivo, pues el estrato exhaustivo no contiene errores muestrales que se hayan de tener en cuenta.

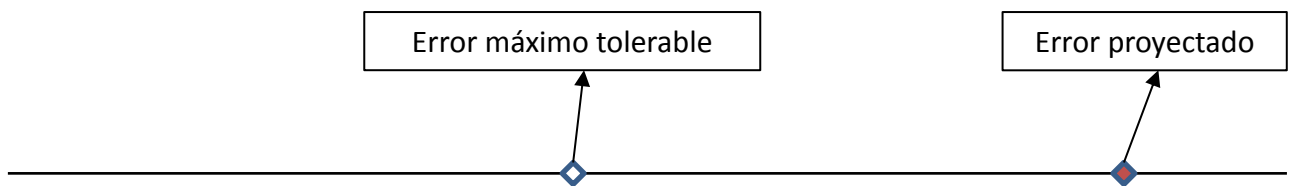
6.3.1.6 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la extrapolación.

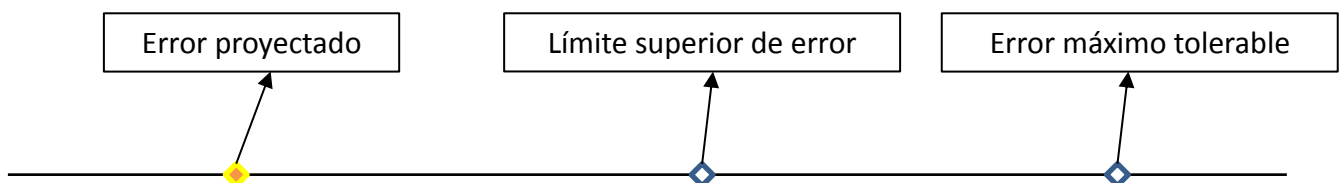
$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

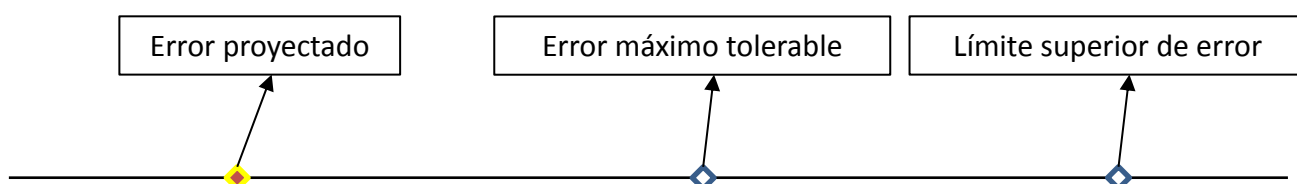
- Si el error proyectado es superior al error máximo tolerable, el auditor considerará que las pruebas son suficientes para afirmar que los errores en la población superan el umbral de materialidad:



- Si el límite superior de error es inferior al error máximo tolerable, el auditor concluirá que los errores de la población son inferiores al umbral de materialidad.



Si el error proyectado es inferior al error máximo tolerable, pero el límite superior de error es mayor que dicho error, véanse los detalles en la sección 4.12 del análisis que se debe realizar.



6.3.1.7 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado para las operaciones de un programa. Las auditorías de los sistemas realizadas por la autoridad de auditoría han dado un nivel de garantía bajo. Por lo tanto, este programa se puede someter a muestreo con un nivel de confianza del 90 %.

El cuadro siguiente recoge los detalles de la población:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_r es la desviación estándar de los índices de error a partir de una muestra de MUM. Para obtener una aproximación de esta desviación estándar, la AA decide utilizar la desviación estándar del año anterior. La muestra del año anterior está constituida por 50 operaciones entre las que hay 5 cuyo valor contable es superior al intervalo de muestreo.

En el cuadro siguiente se muestran los resultados de la auditoría del año anterior de estas 5 operaciones.

ID de la operación	Valor contable (BV)	Valor contable correcto (CBV)	Error	Índice de error
1 850	115.382.867 €	115.382.867 €	- €	-
4 327	129.228.811 €	129.228.811 €	- €	-

4 390	142 151 692 €	138 029 293 €	4 122 399 €	0,0491
1 065	93.647.323 €	93.647.323 €	- €	-
1 817	103.948.529 €	100 830 073 €	3 118 456 €	0,0371

Obsérvese que el índice de error (última columna) se calcula como $r_i = \frac{E_i}{BV/n}$, la ratio entre el error de la operación y el BV dividido por el tamaño de la muestra inicial, es decir, 50, pues el valor contable de estas operaciones es superior al intervalo de muestreo (más detalles en la sección 6.3.1.2).

Los cuadros siguientes resumen los resultados de la auditoría del año anterior para la muestra de 45 operaciones con valor contable inferior al valor de corte.

	A	B	C	D	E
1	Operation ID	Book Value (BV)	Audit Value (AV)	Error	Error rate
2	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.0207
3	424	23,014,045 €	23,014,045 €	- €	
4	2327	32,886,198 €	32,886,198 €	- €	
5	5009	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	
6	1491	78,695,230 €	78,695,230 €	- €	
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
39	2596	8,912,999 €	8,909,491 €	3,508 €	0.00039
40	779	26,009,790 €	26,009,790 €	- €	-
41	1250	264,950 €	264,950 €	- €	-
42	3895	30,949,004 €	30,949,004 €	- €	-
43	2011	617,668 €	617,668 €	- €	-
44	4796	335,916 €	335,916 €	- €	-
45	3632	7,971,113 €	7,971,113 €	- €	-
46	2451	17,470,048 €	17,470,048 €	- €	-
47	Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E46;0;0,0491;0;0,0371)----->				0.085

A partir de esta muestra preliminar, la desviación estándar de los índices de error, σ_r , es 0,085 [calculada en MS Excel como «:=DESVEST.M(E2:E46;0;0,0491;0;0,0371)»].

Con esta estimación de la desviación estándar de los índices de error, el error máximo tolerable y el error anticipado, estamos en condiciones de calcular el tamaño de la muestra. Suponiendo un error tolerable del 2 % del valor contable total, 2 % x 4 199 882 024 = 83 997 640 (valor de materialidad establecido por el Reglamento) y un índice de error anticipado del 0,4 %, 0,4 % x 4 199 882 024 = 16 799 528 (acorde con la idea de la AA basada en la información sobre el año anterior y en los resultados del informe de evaluación de los sistemas de gestión y control),

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.085}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 77$$

En primer lugar, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV , y el tamaño de la muestra previsto, n . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_i > BV/n$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En este caso, el valor de corte es $4\,199\,882\,024/77=54\,593\,922$ €.

La AA sitúa en un estrato aislado todas las operaciones con valor contable superior a $54\,593\,922$, lo que supone 8 operaciones que suman un total de $786\,837\,081$ €

El intervalo de muestreo de la población restante es igual al valor contable en el estrato no exhaustivo, BV_s (la diferencia entre el valor contable total y el valor contable de las 8 operaciones pertenecientes al estrato superior), dividido por el número de operaciones que se han de seleccionar (77 menos las 8 operaciones del estrato superior).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{69} = 49,464,419$$

La AA ha verificado la inexistencia de operaciones cuyo valor contable fuese mayor al intervalo, por tanto, el estrato superior incluye únicamente las 8 operaciones con valor contable mayor que el valor de corte. La muestra se selecciona de una lista aleatoria de operaciones, tomando cada ítem que contenga la 49 464 419-ésima unidad monetaria.

Se ordena aleatoriamente un archivo que contenga las 3 844 operaciones restantes de la población (3 852 – 8 operaciones de valor elevado) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae un valor de muestra de 69 operaciones (77 menos 8 operaciones de valor elevado) aplicando exactamente el procedimiento siguiente.

Se ha generado un valor aleatorio entre 1 y el intervalo de muestreo, 49 464 419 (22 006 651). La primera selección corresponde a la primera operación del archivo cuyo valor contable acumulado es mayor o igual que 22 006 651.

La segunda selección corresponde a la primera operación que contiene la 71 471 070-ésima unidad monetaria ($22,006,651 + 49,464,419 = 71,471,070$, punto de partida más intervalo de muestreo). La tercera operación corresponde a la primera operación que contiene la 120 935 489-ésima unidad monetaria ($71,471,070 + 49,464,419 = 120,935,489$, punto de la unidad monetaria previa más intervalo de muestreo), y así sucesivamente.

ID de la operación	Valor contable (BV)	BV acumulativo	Muestra
---------------------------	----------------------------	-----------------------	----------------

239	10 173 875 €	10 173 875 €	No
424	23 014 045 €	33 187 920 €	Sí
2 327	32 886 198 €	66 074 118 €	No
5 009	34 595 201 €	100 669 319 €	Sí
1 491	78 695 230 €	179 364 549 €	Sí
(...)	(...)	(...)	...
2 596	8 912 999 €	307 654 321 €	No
779	26 009 790 €	333 664 111 €	Sí
1 250	264 950 €	333 929 061 €	No
3 895	30 949 004 €	364 878 065 €	No
2 011	617 668 €	365 495 733 €	No
4 796	335 916 €	365 831 649 €	No
3 632	7 971 113 €	373 802 762 €	Sí
2 451	17 470 048 €	391 272 810 €	No
(...)	(...)	(...)	...

Tras auditar las 77 operaciones, la AA puede proyectar el error.

De las 8 operaciones de valor elevado (valor contable total de 786 837 081 €), 3 operaciones contienen un error que corresponde a un importe de error de 7 616 805 €.

En la muestra restante, el error recibe un tratamiento diferente. Para estas operaciones aplicamos el procedimiento que sigue:

- 1) Para cada unidad de la muestra se calcula el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_i}{BV_i}$;
- 2) Se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra [se calcula en MS Excel como «=SUMA(E2:E70)»];
- 3) Se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo, SI

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

	A	B	C	D	E
1	Operation ID	Book Value (BV)	Audited Value (AV)	Error	Error rate
2	5002	48,725,645 €	48,725,645 €	- €	-
3	779	26,009,790 €	333,664,111 €	- €	-
4	2073	859,992 €	859,992 €	- €	-
5	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.02
6	989	394,316 €	394,316 €	- €	-
7	65	25,234,699 €	25,125,915 €	108,784 €	0
8	5010	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	-
9	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
64	1841	768,278 €	768,278 €	- €	-
65	3672	624,882 €	624,882 €	- €	-
66	2355	343,462 €	301,886 €	41,576 €	0.12
67	959	204,847 €	204,847 €	- €	-
68	608	15,293,716 €	15,293,716 €	- €	-
69	4124	6,773,014 €	6,773,014 €	- €	-
70	262	662 €	662 €	- €	-
71	Total:=SUM(E2:E70) ----->				1.096
72	Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E70) ----->				0.09

$$EE_s = 49,464,419 \times 1.096 = 54,213,004$$

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = 7,616,805 + 54,213,004 = 61,829,809$$

El índice de error proyectado es la ratio entre el error proyectado y el gasto total:

$$r = \frac{61,829,809}{4,199,882,024} = 1.47\%$$

La desviación estándar de los índices de error del estrato de muestreo es 0,09 [calculada en MS Excel como «:=DESVEST.M(E2:E70)»].

La precisión viene dada por:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1.645 \times \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{\sqrt{69}} \times 0.09 = 60,831,129$$

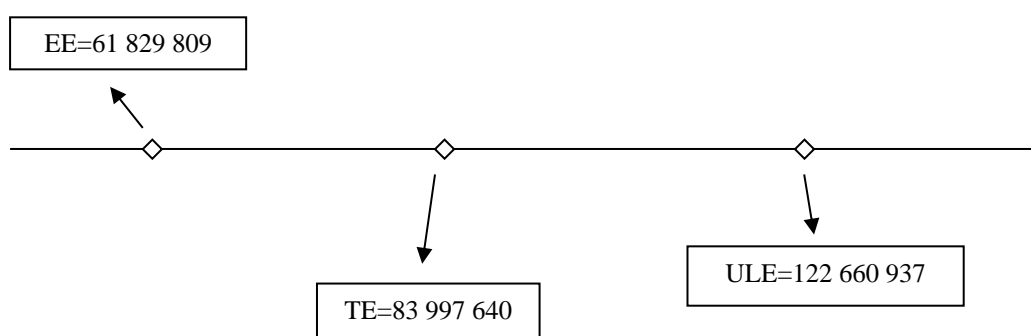
Obsérvese que el error muestral solo se calcula para el estrato no exhaustivo, pues el estrato exhaustivo no contiene errores muestrales que se hayan de tener en cuenta.

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, *EE*, y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = 61,829,809 + 60,831,129 = 122,660,937$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable, 83 997 640 €, y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

Dado que el error máximo tolerable es mayor que el error proyectado, pero menor que el límite superior de error, véanse los detalles en la sección 4.12 del análisis que se debe realizar.



6.3.2 Muestreo de unidad monetaria estratificado

6.3.2.1 Introducción

En el muestreo de unidad monetaria estratificado, la población se divide en subpoblaciones llamadas estratos, y de cada estrato se extraen muestras independientes utilizando el enfoque del muestreo de unidad monetaria estándar.

Una vez más, los criterios candidatos para la estratificación deben tener en cuenta que el objetivo es encontrar grupos (estratos) con menor variabilidad que el conjunto de la población. Por lo tanto, cualquier variable de la que se espere que explique el nivel de error en las operaciones también es una buena candidata a la estratificación. Algunas opciones posibles son los programas, las regiones, los organismos responsables, las clases basadas en el riesgo de la operación, etc.

En el MUM estratificado, la estratificación por nivel de gasto no es relevante, ya que el MUM ya tiene en cuenta el nivel de gasto en la selección de unidades de muestreo.

6.3.2.2 Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es una media ponderada de las varianzas de los índices de error de todo el conjunto de estratos, y el peso de cada estrato es igual a la ratio entre el valor contable del estrato, BV_h , y el valor contable del conjunto de la población, BV .

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

y σ_{rh}^2 es la varianza de los índices de error en cada estrato. La varianza de los índices de error se calcula para cada estrato como una población independiente, mediante la fórmula:

$$\sigma_{rh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (r_{hi} - \bar{r}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

donde $r_{hi} = \frac{E_i}{BV_i}$ representa los índices de error individuales de las unidades de la muestra del estrato h y \bar{r}_h representa el índice de error medio de la muestra en el estrato h ²⁹.

Como ya se ha indicado para el método del MUM estándar, estos valores se pueden basar en conocimientos históricos o en una muestra preliminar/piloto de tamaño pequeño. En este caso, la muestra piloto se puede usar posteriormente como parte de la muestra elegida para la auditoría. Una vez más, se recomienda calcular estos parámetros utilizando datos históricos, a fin de no tener que seleccionar una muestra preliminar. Al empezar a aplicar por primera vez el método del MUM estratificado, puede suceder que no se disponga de datos históricos estratificados. En este caso, el tamaño de la muestra se puede determinar mediante las fórmulas indicadas para el método del MUM estándar (véase la sección 6.3.1.2). Evidentemente, el precio que se ha de pagar por esta falta de conocimientos históricos es que en el primer periodo de auditoría la muestra será más grande de lo que se necesitaría si se dispusiese de la información necesaria. No obstante, la información recogida en el primer periodo de aplicación del método del MUM

²⁹ Si el valor contable de la unidad i (BV_i) es mayor que el valor de corte, BV_h/n_h , la ratio $\frac{E_i}{BV_i}$ se habrá de sustituir por las ratios $\frac{E_i}{BV_h/n_h}$.

estratificado se puede aplicar en los futuros periodos para calcular el tamaño de la muestra.

Tras calcular el tamaño de la muestra total, n , la afijación de la muestra por estratos se realizará como sigue:

$$n_h = \frac{BV_h}{BV} n.$$

Este es un método de afijación general en el que la muestra se asigna a los estratos de manera proporcional al gasto (valor contable) de estos. Existen otros métodos de afijación. En algunos casos, una afijación más adaptada puede aportar una mayor precisión o reducir el tamaño de la muestra. La adecuación de otros métodos de afijación a cada población requiere ciertos conocimientos técnicos de teoría del muestreo.

6.3.2.3 Selección de la muestra

Cada estrato h , constará de dos componentes: el estrato interno del grupo exhaustivo h (es decir, el grupo que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$); y el estrato interno del grupo de muestreo h (es decir, el grupo que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es menor o igual al valor de corte, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$)

Tras determinar el tamaño de la muestra, es necesario identificar en cada uno de los estratos originales, h , las unidades de la población de valor elevado (si las hay) que pertenecerán a un grupo de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este grupo superior es igual a la ratio entre el valor contable del estrato, BV_h , y el tamaño de la muestra previsto, n_h . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$), se situarán en el grupo de auditoría del 100 %.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al grupo no exhaustivo, n_{hs} , se calcula como la diferencia entre n_h y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el estrato exhaustivo, n_{he} .

Por último, la selección de las muestras en el grupo no exhaustivo de cada estrato se llevará a cabo mediante probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem BV_i . Una manera común de proceder es recurrir a la

selección sistemática, mediante un intervalo de selección igual al gasto total en el grupo no exhaustivo del estrato, BV_{hs} , dividido por el tamaño de la muestra, n_{hs} ³⁰, es decir,

$$SI_h = \frac{BV_{hs}}{n_{hs}}$$

Obsérvese que se seleccionarán varias muestras independientes, una por cada estrato original.

6.3.2.4 Error proyectado

La proyección de los errores en la población se lleva a cabo de forma diferente para las unidades de los grupos exhaustivos y los ítems que se encuentran en los grupos no exhaustivos.

En los grupos exhaustivos, es decir, en los grupos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos grupos:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$

En la práctica:

- 1) Para cada estrato h , se identifican las unidades pertenecientes al grupo exhaustivo y se suman sus errores.
- 2) Se suman los resultados anteriores en todo el conjunto de estratos H .

En los grupos no exhaustivos, es decir, en los grupos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual que el valor de corte, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$, el error proyectado es

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}}{n_{hs}} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Para calcular este error proyectado:

³⁰ Si algunas unidades de la población presentan aún un gasto mayor que el intervalo de muestreo, se aplicará el procedimiento descrito en la sección 6.3.1.3.

- 1) En cada estrato h se calcula, para cada unidad de la muestra, el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$
- 2) En cada estrato h , se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) En cada estrato h , se multiplica el resultado anterior por el gasto total de la población del grupo no exhaustivo, BV_{hs} ; este gasto será igual al gasto total en el estrato menos el gasto de los ítems que pertenecen al grupo exhaustivo.
- 4) En cada estrato h , se divide el resultado anterior por el tamaño de la muestra en el grupo no exhaustivo, n_{hs} .
- 5) Se suman los resultados anteriores de todo el conjunto de estratos H .

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.2.5 Precisión

Como en el método de MUM estándar, la precisión es una medida de la incertidumbre asociada a la extrapolación. Representa el error muestral y se ha de calcular para poder producir a continuación un intervalo de confianza.

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \cdot s_{r_{hs}}^2}$$

donde $s_{r_{hs}}$ es la desviación estándar de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del estrato h (calculada a partir de la muestra utilizada para extrapolar los errores a la población),

$$s_{r_{hs}}^2 = \frac{1}{n_{hs} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hs}} (r_{hi} - \bar{r}_{hs})^2, h = 1, 2, \dots, H$$

donde \bar{r}_{hs} es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del estrato h .

Obsérvese que el error muestral solo se calcula para los grupos no exhaustivos, pues en los grupos exhaustivos no hay errores muestrales.

6.3.2.6 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, *EE*, y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes, siguiendo exactamente el enfoque presentado en la sección 6.3.1.6.

6.3.2.7 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado para las operaciones de un grupo de dos programas. Las auditorías de los sistemas realizadas por la AA han dado un nivel de garantía bajo. Por lo tanto, este programa se puede someter a muestreo con un nivel de confianza del 90 %.

La AA tiene razones para creer que existen diferentes índices de error en los distintos programas. Teniendo en cuenta toda esta información, la autoridad responsable de la auditoría decide estratificar la población por programas.

Resumiendo en forma de cuadro la información disponible, tenemos lo que sigue:

Tamaño de la población (número de operaciones)	6 252
Tamaño de la población – estrato 1	4 520
Tamaño de la población – estrato 2	1 732
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €
Valor contable – estrato 1	2 506 626 292 €
Valor contable – estrato 2	1 693 255 732 €

El primer paso consiste en calcular el tamaño de la muestra necesaria, mediante la fórmula siguiente:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es una media ponderada de las varianzas de los índices de error de todo el conjunto de estratos, y el peso de cada estrato es igual a la ratio entre el valor contable del estrato, BV_h , y el valor contable del conjunto de la población, BV :

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

donde σ_{rh} es la desviación estándar de los índices de error a partir de una muestra de MUM. Para obtener una aproximación de esta desviación estándar, la AA decide utilizar la desviación estándar del año anterior. La muestra del año anterior está formada por 110 operaciones, de las que 70 corresponden al primer programa (estrato) y 40 al segundo.

A partir de esta muestra del año anterior, calculamos la varianza de los índices de error como (más detalles en la sección 7.3.1.7):

$$\sigma_{r1}^2 = \frac{1}{70-1} \sum_{i=1}^{70} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0.000045$$

y

$$\sigma_{r2}^2 = \frac{1}{40-1} \sum_{i=1}^{40} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0.010909$$

Esto conduce al resultado siguiente

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{2,506,626,292}{4,199,882,024} \times 0.000045 + \frac{1,693,255,732}{4,199,882,024} \times 0.010909 = 0.004425$$

Con esta estimación de la varianza de los índices de error, estamos en condiciones de calcular el tamaño de la muestra. Como ya se ha indicado, la AA prevé diferencias importantes entre ambos estratos. Además, basándose en el informe sobre el funcionamiento del sistema de gestión y control, la autoridad responsable de la auditoría prevé un índice de error en torno al 1,1 %. Suponiendo un error tolerable del 2 % del valor contable total (nivel de materialidad establecido por el Reglamento), es decir, $TE = 2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$, y el error anticipado, es decir, $AE = 1,1 \% \times 4\,199\,882\,024 = 46\,198\,702$, el tamaño de la muestra es

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times \sqrt{0.004425}}{83,997,640 - 46,198,702} \right)^2 \approx 148$$

La afijación de la muestra por estratos es como sigue:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} \times n = \frac{2,506,626,292}{4,199,882,024} \times 148 \approx 89$$

$$n_2 = n - n_1 = 148 - 89 = 59.$$

El tamaño de estas dos muestras da lugar a los siguientes valores de corte para el estrato de valor elevado:

$$Cut - off_1 = \frac{BV_1}{n_1} = \frac{2,506,626,292}{89} = 28,164,340$$

y

$$Cut - off_2 = \frac{BV_2}{n_2} = \frac{1,693,255,731}{59} = 28,699,250$$

Usando estos dos valores de corte, en los estratos 1 y 2 encontramos, respectivamente, 16 y 12 operaciones de valor elevado.

El tamaño de la muestra de la parte del muestreo del estrato 1 vendrá dado por el tamaño de la muestra total (89) menos las 16 operaciones de valor elevado, es decir, 73 operaciones. Aplicando el mismo razonamiento para el estrato 2, el tamaño de la muestra de la parte del muestreo del estrato 2 es $59 - 12 = 47$ operaciones.

El próximo paso consistirá en calcular el intervalo de muestreo de los estratos de muestreo. Los intervalos de muestreo vienen dados, respectivamente, por:

$$SI_1 = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1,643,963,924}{73} = 22,520,054$$

y

$$SI_2 = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{1,059,467,667}{47} = 22,541,865$$

El cuadro siguiente resume los resultados anteriores:

Tamaño de la población (número de operaciones)	6 252
Tamaño de la población – estrato 1	4 520
Tamaño de la población – estrato 2	1 732
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €
Valor contable – estrato 1	2 506 626 292 €
Valor contable – estrato 2	1 693 255 732 €
Resultados de la muestra – estrato 1	
Valor de corte	28 164 340 €
Número de operaciones por encima del valor de	16

corte	
Valor contable de las operaciones por encima del valor de corte	862 662 369 €
Valor contable de las operaciones (población no exhaustiva)	1 643 963 923 €
Intervalo de muestreo (población no exhaustiva)	22 520 054 €
Número de operaciones (población no exhaustiva)	4 504
Resultados de la muestra – estrato 2	
Valor de corte	28 699 250 €
Número de operaciones por encima del valor de corte	12
Valor contable de las operaciones por encima del valor de corte	633 788 064 €
Valor contable de las operaciones (población no exhaustiva)	1 059 467 668 €
Intervalo de muestreo (población no exhaustiva)	22 541 865 €
Número de operaciones (población no exhaustiva)	1 720

Para el estrato 1, se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 4 504 operaciones restantes de la población (4 520 – 16 operaciones de valor elevado) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 73 operaciones (89 – 16 operaciones de valor elevado) aplicando exactamente el procedimiento descrito en la sección 7.3.1.7.

Para el estrato 2, se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 1 720 operaciones restantes de la población (1 732 – 12 operaciones de valor elevado) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae un valor de muestra de 47 operaciones (59 – 12 operaciones de valor elevado) como se indica en el párrafo anterior.

En el estrato 1, en las 16 operaciones de valor elevado no se detectaron errores.

En el estrato 2, en 6 de las 12 operaciones de valor elevado se detectaron errores por un valor de 15 460 340 €.

En las muestras restantes, el error recibe un tratamiento diferente. Para estas operaciones aplicamos el procedimiento que sigue:

- 1) Para cada unidad de la muestra se calcula el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Se suman estos índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) Se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo, SI

$$EE_{hs} = SI_{hs} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

La suma de los índices de error de la población no exhaustiva en el estrato 1 es 1,0234,

$$EE_{1s} = 22,520,054 \times 1.0234 = 23,047,023$$

y en el estrato 2 es 1,176,

$$EE_{2s} = 22,541,865 \times 1.176 = 26,509,234.$$

El error proyectado en la población es la suma de todos los componentes, es decir, el importe del error detectado en la parte exhaustiva de ambos estratos, que asciende a 15 460 340 €, y el error proyectado de ambos estratos:

$$EE = 15,460,340 + 23,047,023 + 26,509,234 = 65,016,597$$

lo que corresponde a un índice de error proyectado del 1,55 %.

Para calcular la precisión, se han de obtener las varianzas de los índices de error de ambos estratos de muestreo siguiendo el procedimiento descrito en la sección 7.3.1.7:

$$s_{r1}^2 = \frac{1}{72-1} \sum_{i=1}^{72} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0.000036$$

y

$$s_{r2}^2 = \frac{1}{48-1} \sum_{i=1}^{48} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0.0081$$

La precisión viene dada por:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \times s_{r_{hs}}^2}$$

$$SE = 1.645 \times \sqrt{\frac{1,643,963,923^2}{73} \times 0.000036 + \frac{1,059,467,668^2}{47} \times 0.0081}$$

$$= 22,958,216$$

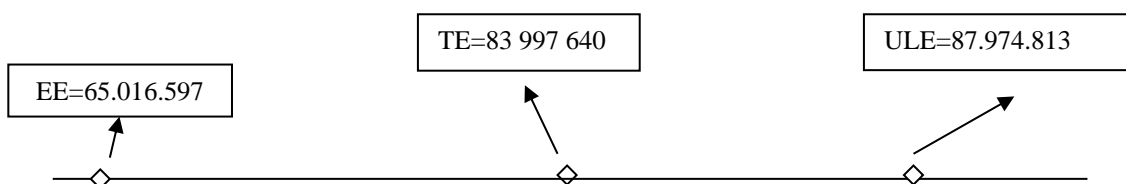
Obsérvese que el error muestral solo se calcula para las partes no exhaustivas de la población, pues el estrato exhaustivo no contiene errores muestrales que se hayan de tener en cuenta.

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, *EE*, y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = 65,016,597 + 22,958,216 = 87,974,813$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

Comparando el umbral de materialidad del 2 % del valor contable total de la población (2 % x 4 199 882 024 € = 83 997 640 €) con los resultados proyectados, observamos que el error máximo tolerable es superior al error proyectado, pero inferior al límite superior. Véanse más detalles sobre el análisis que se debe realizar en la sección 4.12.



6.3.3 Muestreo de unidad monetaria – dos periodos

6.3.3.1 Introducción

La autoridad responsable de la auditoría puede optar por llevar a cabo el proceso de muestreo en varios periodos del año (normalmente, dos semestres). Como sucede con los otros métodos de muestreo, la principal ventaja de este enfoque no radica en la reducción del tamaño de la muestra, sino, principalmente, en que permite repartir la carga de trabajo de la auditoría a lo largo del año, con lo que se reduce la carga de trabajo que se realizaría al final del año si se efectuase una sola observación.

Con este enfoque, la población anual se divide en dos subpoblaciones, cada una de las cuales corresponde a las operaciones y los gastos de un semestre. Se extraen muestras independientes para cada semestre siguiendo el enfoque del muestreo de unidad monetaria estándar.

6.3.3.2 Tamaño de la muestra

Primer semestre

En el primer periodo de auditoría (por ejemplo, un semestre), el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es una media ponderada de las varianzas de los índices de error de cada semestre, y el peso de cada semestre es igual a la ratio entre el valor contable del semestre, BV_t , y el valor contable del conjunto de la población, BV .

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

y σ_{rt}^2 es la varianza de los índices de error en cada semestre. La varianza de los índices de error se calcula para cada semestre como

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2$$

donde $r_{ti} = \frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$ representa los índices de error individuales de las unidades de la muestra del semestre t y \bar{r}_t representa el índice de error medio de la muestra en el semestre t³¹.

Los valores de las desviaciones estándar previstas para los índices de error de ambos semestres se han de establecer según el criterio profesional y deben basarse en conocimientos históricos. La opción de tomar una muestra preliminar/piloto de tamaño pequeño, como ya se ha indicado para el método de muestreo de unidad monetaria estándar, sigue siendo posible, pero solo para el primer semestre. De hecho, en el primer momento de observación, el gasto del segundo semestre aún no se ha producido y no se dispone de datos objetivos (aparte de los datos históricos). Si se toman muestras piloto, se pueden usar posteriormente como parte de la muestra elegida para la auditoría.

³¹ Si el valor contable de la unidad i (BV_i) es mayor que BV_t/n_t , la ratio $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$ se habrá de sustituir por las ratios $\frac{E_{ti}}{BV_t/n_t}$.

Si no se dispone de datos históricos ni de conocimientos para evaluar la variabilidad de los datos del segundo semestre, se puede aplicar un enfoque simplificado y calcular el tamaño de la muestra global como

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{r1}}{TE - AE} \right)^2$$

Obsérvese que en este enfoque simplificado solo se necesita información acerca de la variabilidad de los índices de error en el primer periodo de observación. Se parte del supuesto de que la magnitud de la variabilidad de los índices de error en ambos semestres será similar.

Téngase en cuenta que los problemas relacionados con la falta de información histórica auxiliar se limitarán normalmente al primer año del periodo de programación. De hecho, la información recogida en el primer año de auditoría se puede utilizar en años posteriores para determinar el tamaño de la muestra.

Asimismo, téngase en cuenta que las fórmulas de cálculo del tamaño de la muestra requieren los valores de BV_1 y BV_2 , es decir, el valor contable total (gasto declarado) del primer y el segundo semestres. Al calcular el tamaño de la muestra, el valor de BV_1 será conocido, pero el de BV_2 será desconocido y se habrá de evaluar según las previsiones del auditor (basadas también en información histórica).

Tras calcular el tamaño de la muestra total, n , la afijación de la muestra por semestres se realizará como sigue:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

y

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

Segundo semestre

En el primer periodo de observación se partió de algunos supuestos relativos a los periodos de observación siguientes (por lo general, el semestre siguiente). Si en los periodos siguientes las características de la población difieren considerablemente de lo supuesto, el tamaño de la muestra del periodo siguiente se habrá de ajustar.

De hecho, durante el segundo periodo de auditoría (por ejemplo, un semestre), se dispondrá de más información:

- El valor contable total en el segundo semestre, BV_2 , se conoce debidamente.

- La desviación estándar de los índices de error de la muestra, s_{r1} , calculada a partir de la muestra del primer semestre ya está disponible;
- La desviación estándar de los índices de error correspondientes al segundo semestre, σ_{r2} , puede ahora evaluarse con mayor exactitud utilizando datos reales.

Si estos parámetros no son radicalmente diferentes de los estimados el primer semestre partiendo de las previsiones del auditor, el tamaño de la muestra planeada originalmente para el segundo semestre, n_2 , no precisará ajuste alguno. No obstante, si el auditor considera que las previsiones iniciales difieren considerablemente de las características de la población real, es posible que se haya de ajustar el tamaño de la muestra teniendo en cuenta estas estimaciones inexactas. En tal caso, el tamaño de la muestra del segundo semestre se tendrá que volver a calcular mediante

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

donde s_{r1} es la desviación estándar de los índices de error calculada a partir de la muestra del primer semestre y σ_{r2} es una estimación de la desviación estándar de los índices de error en el segundo semestre basada en conocimientos históricos (ajustada finalmente mediante la información obtenida del primer semestre) o una muestra preliminar/piloto del segundo semestre.

6.3.3.3 Selección de la muestra

En cada semestre, la selección de la muestra seguirá exactamente el procedimiento descrito en el enfoque del muestreo de unidad monetaria estándar. Reproducimos a continuación el procedimiento en interés del lector.

Para cada semestre, tras determinar el tamaño de la muestra, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) que pertenecerán a un grupo de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este grupo superior es igual a la ratio entre el valor contable del semestre, BV_t , y el tamaño de la muestra previsto, n_t . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$), se situarán en el grupo de auditoría del 100 %.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al grupo no exhaustivo, n_{ts} , se calcula como la diferencia entre n_t y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el grupo exhaustivo, n_{te} .

Por último, en cada semestre la selección de las muestras en el grupo no exhaustivo se llevará a cabo mediante probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem BV_{ti} . Una manera común de proceder es recurrir a la selección sistemática mediante un intervalo de selección igual al gasto total en el grupo no exhaustivo, BV_{ts} , dividido por el tamaño de la muestra, n_{ts} ³², es decir,

$$SI_t = \frac{BV_{ts}}{n_{ts}}$$

6.3.3.4 Error proyectado

La proyección de los errores en la población se calcula de forma diferente para las unidades de los grupos exhaustivos y los ítems que se encuentran en los grupos no exhaustivos.

En los grupos exhaustivos, es decir, en los grupos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos grupos:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

En la práctica:

- 1) Para cada semestre t , se identifican las unidades pertenecientes al grupo exhaustivo y se suman sus errores.
- 2) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

En los grupos no exhaustivos, es decir, en los grupos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual que el valor de corte, $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

³² Si algunas unidades de la población presentan aún un gasto mayor que el intervalo de muestreo, se aplicará el procedimiento descrito en la sección 6.3.1.3.

Para calcular este error proyectado:

- 1) En cada estrato t se calcula, para cada unidad de la muestra, el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) En cada semestre t , se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) En el semestre t , se multiplica el resultado anterior por el gasto total de la población del grupo no exhaustivo, BV_{ts} ; este gasto será igual al gasto total en el semestre menos el gasto de los ítems que pertenecen al grupo exhaustivo.
- 4) En cada semestre t , se divide el resultado anterior por el tamaño de la muestra en el grupo no exhaustivo, n_{ts} .
- 5) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.3.5 Precisión

Como en el método de MUM estándar, la precisión es una medida de la incertidumbre asociada a la extrapolación. Representa el error muestral y se ha de calcular para poder producir a continuación un intervalo de confianza.

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2}$$

donde s_{r2s} es la desviación estándar de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del semestre t (calculada a partir de la muestra utilizada para extrapolar los errores a la población),

$$s_{rts}^2 = \frac{1}{n_{ts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{ts}} (r_{ti} - \bar{r}_{ts})^2, t = 1,2$$

donde \bar{r}_{ts} es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del semestre t .

Obsérvese que el error muestral solo se calcula para los grupos no exhaustivos, pues en los grupos exhaustivos no hay errores muestrales.

6.3.3.6 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, *EE*, y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes, siguiendo exactamente el enfoque presentado en la sección 6.3.1.6.

6.3.3.7 Ejemplo

Para adelantar la carga de trabajo de auditoría, que normalmente se concentra al final del año de auditoría, la AA decide distribuir el trabajo de auditoría en dos periodos. Al finalizar el primer semestre, la AA considera la población dividida en dos grupos correspondientes a cada uno de los dos semestres. Al final del primer semestre, las características de la población son:

Gasto declarado al final del primer semestre	1 827 930 259 €
Tamaño de la población (operaciones - primer semestre)	2 344

La AA sabe por experiencia que, por lo general, todas las operaciones incluidas en los programas al final del periodo de referencia ya están activas en la población del primer semestre. Además, se espera que el gasto declarado al final del primer semestre represente en torno al 35 % del gasto total declarado al final del periodo de referencia. A partir de estos supuestos, en el cuadro siguiente se presenta un resumen de la población:

Gasto declarado, DE, al final del primer semestre	1 827 930 259 €
Gasto declarado, DE, al final del segundo semestre (previsión) 1 827 930 259 € / 35 % – 1 827 930 259 €) = 3 394 727 624 €)	3 394 727 624 €
Gasto total previsto para el año	5 222 657 883€
Tamaño de la población (operaciones – primer semestre)	2 344
Tamaño de la población (operaciones – segundo semestre, previsión)	2 344

En el primer periodo, el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es una media ponderada de las varianzas de los índices de error de cada semestre, y el peso de cada semestre es igual a la ratio entre el valor contable del semestre, BV_t , y el valor contable del conjunto de la población, BV .

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

y σ_{rt}^2 es la varianza de los índices de error en cada semestre. La varianza de los índices de error se calcula para cada semestre como

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Dado que las varianzas no se conocen, la AA decide extraer una muestra preliminar de 20 operaciones al final del primer semestre del año en curso. La desviación estándar de la muestra de índices de error en esta muestra preliminar en el primer semestre es 0,12. Basándose en su criterio profesional y sabiendo que, por lo general, el gasto del segundo semestre es superior al del primero, la AA ha realizado una predicción de la desviación estándar de los índices de error del segundo semestre un 110 % más elevada que en el primer semestre, esto es, de 0,25. Por lo tanto, la media ponderada de las varianzas de los índices de error es:

$$\begin{aligned} \sigma_{rw}^2 &= \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.12^2 \\ &+ \frac{3,394,727,624}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.25^2 = 0.0457 \end{aligned}$$

En el primer semestre, dado el nivel de funcionamiento del sistema de gestión y control, la AA considera adecuado un nivel de confianza del 60 %. El tamaño de la muestra global previsto para todo el año es:

$$n = \left(\frac{0.842 \times (1,827,930,259 + 3,394,727,624) \times \sqrt{0.0457}}{104,453,158 - 20,890,632} \right)^2 \approx 127$$

donde z es 0,842 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 60 %) y TE , el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento). El valor contable total incluye el valor contable verdadero al final del primer semestre más el valor contable previsto para el segundo semestre (3 394 727 624 €), lo que significa que el error tolerable es 2 % x 5 222 657 883 € = 104,453,158 €. La auditoría del año anterior proyectó un índice de

error del 0,4 %. Así pues, el error anticipado, AE , es de $0,4 \% \times 5\,222\,657\,883 \text{ €} = 20\,890\,632 \text{ €}$.

La afijación de la muestra por semestres es como sigue:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 127 \approx 45$$

y

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

Para el primer semestre, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV_1 , y el tamaño de la muestra previsto, n_1 . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_{i1} > BV_1/n_1$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En este caso, el valor de corte es $40\,620\,672 \text{ €}$. Hay 11 operaciones cuyo valor contable es mayor que este valor de corte. El valor contable total de estas operaciones asciende a $891\,767\,519 \text{ €}$.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al estrato no exhaustivo (n_{1s}) se calcula como la diferencia entre n_1 y el número de unidades de muestreo en el estrato exhaustivo (n_e), es decir, 34 operaciones.

La selección de la muestra del estrato no exhaustivo se realizará por probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem BV_{is1} , mediante selección sistemática, utilizando un intervalo de muestreo igual al gasto total en el estrato no exhaustivo, BV_{1s} , dividido por el tamaño de la muestra, n_{1s} , es decir,

$$SI_{1s} = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1,827,930,259 - 891,767,519}{34} = 27,534,198$$

El valor contable en el estrato no exhaustivo, BV_{1s} , es la diferencia entre el valor contable total y el valor contable de las 11 operaciones pertenecientes al estrato superior.

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Valor de corte – primer semestre	40 620 672 €
Número de operaciones con valor contable mayor que el valor de corte – primer semestre	11
Valor contable de las operaciones con valor contable mayor que el valor de corte – primer semestre	891 767 519 €
BV_{s1} – primer semestre	936 162 740 €

n_{s1} - primer semestre	34
SI_{s1} - primer semestre	27 534 198 €

De las 11 operaciones con valor contable mayor que el intervalo de muestreo, 6 contienen error. El error total detectado en este estrato es de 19 240 855 €.

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 2 333 operaciones y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 34 operaciones mediante el procedimiento sistemático de probabilidad proporcional al tamaño.

Se audita el valor de las 34 operaciones. La suma de los índices de error del primer semestre es:

$$\sum_{i=1}^{34} \frac{E_{i1s}}{BV_{i1s}} = 1.4256$$

La desviación estándar de los índices de error en la muestra de población no exhaustiva del primer semestre es (más detalles en la sección 6.3.1.7):

$$s_{r1s} = \sqrt{\frac{1}{34-1} \sum_{i=1}^{34} (r_{i1s} - \bar{r}_{1s})^2} = 0.085$$

donde \bar{r}_{1s} es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del primer semestre.

Al finalizar el segundo semestre se dispone de más información; en particular, el gasto total de las operaciones activas en el segundo semestre se conoce debidamente, la varianza de los índices de error de la muestra s_{r1} calculada a partir de la muestra del primer semestre ya está disponible y es posible evaluar con mayor exactitud la desviación estándar de los índices de error para el segundo semestre σ_{r2} utilizando una muestra preliminar de datos reales.

La AA se da cuenta de que el supuesto del que se partió al final del primer semestre en relación con el gasto total, 3 394 727 624 €, sobrestima el valor verdadero de 2 961 930 008. Hay también dos parámetros para los que se deben utilizar cifras actualizadas.

En primer lugar, la estimación de la desviación estándar de los índices de error basada en la muestra de 34 operaciones del primer semestre arrojó una estimación de 0,085. Este nuevo valor es el que se deberá utilizar para volver a evaluar el tamaño de la muestra previsto. En segundo lugar, teniendo en cuenta el aumento del gasto que se ha producido en el segundo semestre si se compara con la estimación inicial, la AA considera más prudente estimar la desviación estándar de los índices de error del segundo semestre como 0,30, en lugar de retener el valor inicial de 0,25. Las cifras

actualizadas de la desviación estándar de los índices de error de ambos semestres difieren considerablemente de las estimaciones iniciales. Así pues, se ha de revisar la muestra del segundo semestre.

Parámetro	Previsión realizada en el primer semestre	Final del segundo semestre
Desviación estándar de los índices de error en el primer semestre	0,12	0,085
Desviación estándar de los índices de error en el segundo semestre	0,25	0,30
Gasto total en el segundo semestre	3 394 727 624 €	2 961 930 008 €

Teniendo en cuenta estos tres ajustes, el nuevo tamaño de la muestra del segundo semestre es

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

donde s_{r1} es la desviación estándar de los índices de error calculada a partir de la muestra del primer semestre (la muestra utilizada también para producir el error proyectado) y σ_{r2} es una estimación de la desviación estándar de los índices de error en el segundo semestre:

$$n_2 = \frac{(0.842 \times 2,961,930,008 \times 0.30)^2}{(95,797,205 - 19,159,441)^2 - 0.842^2 \times \frac{1,827,930,259^2}{45} \times 0.085^2} \approx 102$$

donde:

- $TE = (1\,827\,930\,259 \text{ €} + 2\,961\,930\,008 \text{ €}) * 2\% = 95,797,205 \text{ €}$
- $AE = (1\,827\,930\,259 \text{ €} + 2\,961\,930\,008 \text{ €}) * 0,4\% = 19,159,441 \text{ €}$

Es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV_2 , y el tamaño de la muestra previsto, n_2 . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_{i2} > BV_2/n_2$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En este caso, el valor de corte es de 29 038 529 €. Hay 6 operaciones cuyo valor contable es mayor que este valor de corte. El valor contable total de estas operaciones asciende a 415 238 983 €.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al estrato no exhaustivo, n_{2s} , se calcula como la diferencia entre n_2 y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el estrato exhaustivo, n_{2e} , es decir, 96 operaciones (102, el tamaño de

la muestra, menos las 6 operaciones de valor elevado). Así pues, el auditor ha de seleccionar en la muestra, utilizando el intervalo de muestreo:

$$SI_{2s} = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{2,961,930,008 - 415,238,983}{96} = 26,528,032$$

El valor contable en el estrato no exhaustivo, BV_{2s} , es la diferencia entre el valor contable total y el valor contable de las 6 operaciones pertenecientes al estrato superior.

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Valor de corte – segundo semestre	29 038 529 €
Número de operaciones con valor contable mayor que el valor de corte - segundo semestre	6
Valor contable de las operaciones con valor contable mayor que el valor de corte – segundo semestre	415 238 983 €
BV_{2s} – segundo semestre	2 546 691 025 €
n_{2s} – segundo semestre	96
SI_{2s} – segundo semestre	26 528 032 €

De las 6 operaciones con valor contable mayor que el valor de corte, 4 contienen error. El error total detectado en este estrato es de 9 340 755 €.

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 2 338 operaciones restantes y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 96 operaciones mediante el procedimiento sistemático de probabilidad proporcional al tamaño.

Se audita el valor de esas 96 operaciones. La suma de los índices de error del segundo semestre es:

$$\sum_{i=1}^{96} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 1.1875$$

La desviación estándar de los índices de error en la muestra de población no exhaustiva del segundo semestre es:

$$s_{r_{2s}} = \sqrt{\frac{1}{96 - 1} \sum_{i=1}^{96} (r_{i_{2s}} - \bar{r}_{2s})^2} = 0.29$$

donde \bar{r}_{2s} es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del segundo semestre.

La proyección de los errores en la población se lleva a cabo de forma diferente para las unidades de los estratos exhaustivos y los ítems que se encuentran en los grupos no exhaustivos.

En los estratos exhaustivos, es decir, en los estratos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos estratos:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19,240,855 + 9,340,755 = 28,581,610$$

En la práctica:

- 1) Para cada semestre t , se identifican las unidades pertenecientes al grupo exhaustivo y se suman sus errores.
- 2) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

En el grupo no exhaustivo, es decir, en los estratos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual al valor de corte, $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

$$= \frac{936,162,740}{34} \times 1.4256 + \frac{2,546,691,025}{96} \times 1.1875 = 70,754,790$$

Para calcular este error proyectado:

- 1) En cada estrato t se calcula, para cada unidad de la muestra, el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) En cada semestre t , se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) En el semestre t , se multiplica el resultado anterior por el gasto total de la población del grupo no exhaustivo, BV_{ts} ; este gasto será igual al gasto total en el semestre menos el gasto de los ítems que pertenecen al grupo exhaustivo.
- 4) En cada semestre t , se divide el resultado anterior por el tamaño de la muestra en el grupo no exhaustivo, n_{ts} .
- 5) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s = 28,581,610 + 70,754,790 = 99,336,400$$

lo que corresponde a un índice de error proyectado del 2,07 %.

La precisión es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección. La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$\begin{aligned}
 SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2} \\
 &= 0.842 \times \sqrt{\frac{936,162,740^2}{34} \times 0.085^2 + \frac{2,546,691,025^2}{96} \times 0.29^2} \\
 &= 64,499,188
 \end{aligned}$$

donde los s_{rts} son las desviaciones estándar de los índices de error ya calculados.

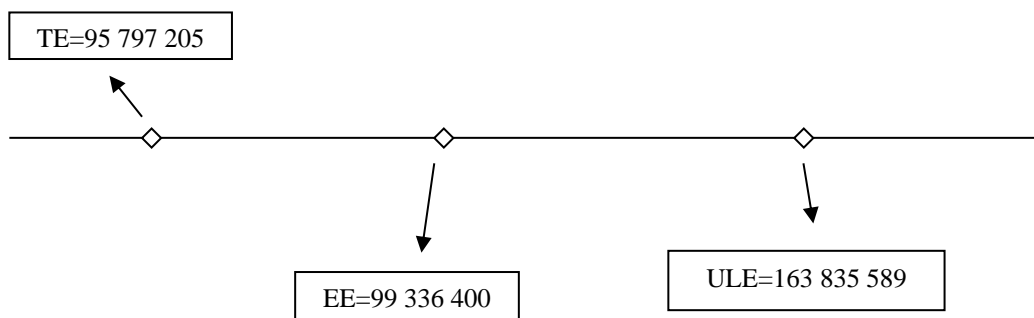
El error muestral solo se calcula para los grupos no exhaustivos, pues en los grupos exhaustivos no hay errores muestrales.

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la proyección.

$$ULE = EE + SE = 99,336,400 + 64,499,188 = 163,835,589$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

En este caso particular, el error proyectado es mayor que el error máximo tolerable. Por lo tanto, el auditor considerará que hay pruebas suficientes de que los errores de la población superan el umbral de materialidad:



6.3.4 Muestreo de unidad monetaria estratificado en dos periodos

6.3.4.1 Introducción

La autoridad de auditoría puede decidir utilizar un diseño de muestreo estratificado y ampliar el trabajo de auditoría de forma simultánea a lo largo de varios periodos durante el año (por lo general, dos semestre, pero la misma lógica se aplicaría a más periodos). Formalmente, este sería un nuevo diseño de muestreo que incluye características del MUM estratificado y el MUM de dos periodos. En esta sección se propone un método que combina estas dos características en un único diseño de muestreo.

En primer lugar, obsérvese que al aplicar este diseño combinado, la AA podrá aprovechar las ventajas que ofrecen la estratificación y el muestreo de múltiples periodos. Al utilizar la estratificación será potencialmente posible mejorar la precisión en comparación con un diseño no estratificado (o el uso de un tamaño de la muestra menor para el mismo nivel de precisión). Al utilizar de forma simultánea un enfoque de múltiples periodos, la AA podrá distribuir la carga de trabajo de la auditoría en todo el año, reduciendo así la carga de trabajo que se debería realizar al final del año de basarse en un único periodo de observación.

Con este enfoque, la población del periodo de referencia se divide en dos subpoblaciones, cada una de las cuales corresponde a las operaciones y los gastos de un semestre. Se extraen muestras independientes para cada semestre siguiendo el enfoque del muestreo de unidad monetaria estratificado. Obsérvese que no es necesario utilizar exactamente la misma estratificación en cada periodo de auditoría. De hecho, el tipo de estratificación e incluso el número de estratos puede variar de un periodo de auditoría a otro.

6.3.4.2 Tamaño de la muestra

Primer semestre

En el primer periodo de auditoría (por ejemplo, un semestre), el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es la media ponderada de las varianzas de los índices de error del conjunto total de estratos y de ambos periodos. El peso de cada estrato en cada semestre es igual a la ratio entre el valor contable del estrato, BV_{ht} , y el valor contable del conjunto de la población, $BV=BV_1+BV_2$ (incluidos ambos semestres).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^{H_1} \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1, 2, \dots, H_1;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^{H_2} \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1, 2, \dots, H_2;$$

BV_{ht} representa el gasto del estrato h en el periodo t , H_t es el número de estratos en el periodo t , y σ_{rht}^2 es la varianza de los índices de error en cada estrato de cada semestre. La varianza de los índices de error se calcula para cada estrato de cada semestre como

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1, 2, \dots, H_t, t = 1, 2$$

donde $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ representa los índices de error individuales de las unidades de la muestra del estrato h en el semestre t y \bar{r}_{ht} representa el índice de error medio de la muestra en el estrato h y semestre t ³³.

Los valores de las desviaciones estándar previstas para los índices de error de ambos semestres se han de establecer según el criterio profesional y han de basarse en conocimientos históricos. La opción de tomar una muestra preliminar/piloto de tamaño pequeño para obtener aproximaciones a los parámetros del primer semestre, como ya se ha indicado para el método de muestreo de unidad monetaria de dos periodos estándar, sigue siendo posible. De nuevo, en el primer momento de observación, el gasto del segundo semestre aún no se ha producido y no se dispone de datos objetivos (aparte de los datos históricos). Si se toman muestras piloto, se pueden usar posteriormente como parte de la muestra elegida para la auditoría.

Si no se dispone de datos históricos ni de conocimientos para evaluar la variabilidad de los datos del segundo semestre, se puede aplicar un enfoque simplificado y calcular el tamaño de la muestra global como

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw1}}{TE - AE} \right)^2$$

Obsérvese que en este enfoque simplificado solo se necesita información acerca de la variabilidad de los índices de error en el primer periodo de observación. Se parte del

³³ Si el valor contable de la unidad i (BV_i) es mayor que BV_{ht}/n_{ht} , la ratio $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ se habrá de sustituir por la ratio $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$.

supuesto de que la magnitud de la variabilidad de los índices de error en ambos semestres será similar.

Téngase en cuenta que los problemas relacionados con la falta de información histórica auxiliar se limitarán normalmente al primer año del periodo de programación. De hecho, la información recogida en el primer año de auditoría se puede utilizar en años posteriores para determinar el tamaño de la muestra.

Asimismo, téngase en cuenta que las fórmulas de cálculo del tamaño de la muestra requieren los valores de BV_{h1} ($h = 1, 2, \dots, H_1$) y BV_{h2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$), es decir, el valor contable total (gasto declarado) de cada estrato del primer y el segundo semestres. Al calcular el tamaño de la muestra, los valores de BV_{h1} ($h = 1, 2, \dots, H_1$) serán conocidos, pero no así los valores de BV_{h2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$), que tendrán que evaluarse en función de las expectativas del auditor (también basándose en la información histórica o las previsiones de las autoridades de gestión o certificadoras del programa).

Tras calcular el tamaño de la muestra total, n , la afijación de la muestra por estratos y semestres se realizará como sigue:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n$$

y

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n$$

donde $BV = BV_1 + BV_2$ es el gasto total previsto para el periodo de referencia.

Como ya se ha indicado, conviene tener en cuenta que este es un método de afijación general, en el que se realiza la afijación de la muestra a estratos en proporción al gasto (valor contable) del estrato, pero existen otros métodos de afijación disponibles. En algunos casos, una afijación más adaptada puede aportar una mayor precisión o reducir el tamaño de la muestra. La adecuación de otros métodos de afijación a cada población específica requiere ciertos conocimientos técnicos en la teoría de muestreo y quedan fuera del alcance de esta nota orientativa.

Segundo semestre

En el primer periodo de observación se partió de algunos supuestos con respecto a los periodos de observación siguientes (por lo general, el semestre siguiente). Si en los periodos siguientes las características de la población difieren considerablemente de lo supuesto, el tamaño de la muestra del periodo siguiente se habrá de ajustar.

De hecho, durante el segundo periodo de auditoría (por ejemplo, un semestre), se dispondrá de más información:

- El valor contable total de cada estrato en el segundo semestre, BV_{h2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$), se conoce debidamente.
- Las desviaciones estándar de los índices de error de la muestra, s_{rh1} ($h = 1, 2, \dots, H_1$), calculadas a partir de la muestra del primer semestre ya están disponibles;
- Las desviaciones estándar de los índices de error de los estratos en el segundo semestre σ_{rh2} ($h = 1, 2, \dots, H_2$) se pueden evaluar ahora con mayor precisión utilizando datos reales (por ejemplo, basados en muestra piloto).

Si las previsiones iniciales relativas a estos parámetros de población difieren considerablemente de las características de la población real, es posible que se haya de ajustar el tamaño de la muestra para el segundo semestre, teniendo en cuenta estas estimaciones inexactas. En tal caso, el tamaño de la muestra del segundo semestre se tendrá que volver a calcular mediante

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^{H_2} (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^{H_2} \left(\frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

donde s_{rh1} es las desviaciones estándar de los índices de error calculadas a partir de las submuestras del primer semestre de cada estrato h (si ya se dispone de ellas) y σ_{rh2} es unas estimaciones de la desviación estándar de los índices de error de cada estrato en el segundo semestre basadas en conocimientos históricos (ajustadas finalmente mediante la información obtenida del primer semestre) o una muestra preliminar/piloto del segundo semestre.

Después de volver a calcular el tamaño de la muestra global del segundo semestre, la afijación por estrato es sencilla:

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV_2} n_2, (h = 1, 2, \dots, H_2)$$

6.3.4.3 Selección de la muestra

En cada semestre, la selección de la muestra seguirá exactamente el procedimiento descrito en el enfoque del muestreo de unidad monetaria estratificado. Reproducimos a continuación el procedimiento para facilitar la consulta.

Cada semestre y cada estrato h constan de dos componentes: el estrato interno del grupo exhaustivo h (es decir, el grupo que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$); y el estrato interno del grupo de

muestreo h (es decir, el grupo que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es menor o igual al valor de corte, $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, y otro valor de corte recalculado si existen ítems con valores contables superiores al intervalo e inferiores a los valores de corte).

Para cada semestre, después de calcular el tamaño de la muestra, en cada uno de los estratos originales (h) se deben auditar todas las unidades de población de valor elevado (si hubiera). El valor de corte para determinar este grupo superior es igual a la ratio entre el valor contable del estrato, BV_{ht} , y el tamaño de la muestra previsto, n_{ht} . En cada estrato, h , todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$), se situarán en el grupo de auditoría del 100 %.

El tamaño de la muestra que se ha de asignar al grupo no exhaustivo, n_{hts} , se calcula como la diferencia entre n_{ht} y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el estrato exhaustivo, n_{hte} .

Por último, en cada semestre la selección de las muestras en el grupo no exhaustivo de cada estrato se llevará a cabo mediante probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem BV_{hti} . Una manera común de proceder es recurrir a la selección sistemática, mediante un intervalo de selección igual al gasto total en el grupo no exhaustivo del estrato, BV_{hts} , dividido por el tamaño de la muestra, n_{hts} ³⁴, es decir,

$$SI_{hts} = \frac{BV_{hts}}{n_{hts}}$$

Obsérvese que, en cada semestre, se seleccionarán varias muestras independientes, una por cada estrato original.

6.3.4.4 Error proyectado

La proyección de los errores en la población se calcula de forma diferente para las unidades de los grupos exhaustivos y los ítems que se encuentran en los grupos no exhaustivos.

En los grupos exhaustivos, es decir, en los grupos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que los valores de corte, $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos grupos:

³⁴ Si algunas unidades de la población presentan aún un gasto mayor que el intervalo de muestreo, se aplicará el procedimiento descrito en la sección 6.3.1.3.

$$EE_e = \sum_{h=1}^{H_1} \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^{H_2} \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i}$$

En la práctica:

- 1) Para cada semestre t , y cada estrato h , se identifican las unidades pertenecientes al grupo exhaustivo y se suman sus errores.
- 2) Se suman los resultados anteriores en todo el conjunto de estratos $H_1 + H_2$.

En los grupos no exhaustivos, es decir, en los grupos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual que los valores de corte, $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, el error proyectado es

$$EE_s = \sum_{h=1}^{H_1} \left(\frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left(\frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right)$$

Para calcular este error proyectado:

- 1) En cada estrato h de cada semestre t , se calcula, para cada unidad de la muestra, el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) En cada estrato h de cada semestre t , se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) En cada estrato h de cada semestre t , se multiplica el resultado anterior por el gasto total de la población del grupo no exhaustivo, BV_{hts} ; este gasto será igual al gasto total en el estrato menos el gasto de los ítems que pertenecen al grupo exhaustivo del estrato
- 4) En cada estrato h de cada semestre t , se divide el resultado anterior por el tamaño de la muestra en el grupo no exhaustivo, n_{hts} .
- 5) Se suman los resultados anteriores en todo el conjunto de estratos $H_1 + H_2$.

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.4.5 Precisión

Como en el método de MUM de dos periodos estándar, la precisión es una medida de la incertidumbre asociada a la extrapolación (proyección). Representa el error muestral y se ha de calcular para poder producir a continuación un intervalo de confianza.

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^{H_1} \left(\frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot s_{rh1s}^2 \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left(\frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot s_{rh2s}^2 \right)}$$

donde s_{rhts} es la desviación estándar de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del estrato h del semestre t (calculada a partir de la muestra utilizada para extrapolar los errores a la población),

$$s_{rhts}^2 = \frac{1}{n_{hts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hts}} (r_{hti} - \bar{r}_{hts})^2$$

donde \bar{r}_{hts} es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del estrato h del semestre t .

Obsérvese que el error muestral solo se calcula para los grupos no exhaustivos, pues en los grupos exhaustivos no hay errores muestrales.

6.3.4.6 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes, siguiendo exactamente el enfoque presentado en la sección 6.3.3.6.

6.3.4.7 Ejemplo

Para adelantar la carga de trabajo de auditoría, que normalmente se concentra al final del año de auditoría, la AA decide distribuir el trabajo de auditoría en dos periodos. Al

finalizar el primer semestre, la AA considera la población dividida en dos grupos correspondientes a cada uno de los dos semestres. Además, la población comprende dos programas diferentes y la AA tiene motivos para creer que existen distintos índices de error en los programas. Teniendo en cuenta toda esta información, además de dividir la carga de trabajo en dos periodos, la AA decidió estratificar la población por programa.

Al final del primer semestre, las características de la población son:

Gasto declarado al final del primer semestre	42 610 732 €
Programa 1	27 623 498 €
Programa 2	14 987 234 €
Tamaño de la población (operaciones - primer semestre)	5 603
Programa 1	3 257
Programa 2	2 346

La AA sabe por experiencia que, por lo general, todas las operaciones incluidas en los programas al final del periodo de referencia ya están activas en la población del primer semestre. Además, basándose en la experiencia previa, la AA espera que el gasto declarado en el segundo semestre se incremente en los dos programas, aunque con distintos porcentajes. Se espera que el gasto declarado del segundo semestre se incremente un 40 % y un 10 % para los programas 1 y 2 respectivamente. A partir de estos supuestos, en el cuadro siguiente se presenta un resumen de la población:

Gasto declarado al final del primer semestre	42 610 732 €
Programa 1	27 623 498 €
Programa 2	14 987 234 €
Gasto declarado al final del segundo semestre (previsión)	55 158 855 €
Programa 1 (27 623 498 € x 1,4)	38 672 897 €
Programa 2 (14 987 234 € x 1,1)	16 485 957 €
Gasto total previsto para el año	97 769 587 €
Programa 1	66 296 395 €
Programa 2	31 473 191 €
Tamaño de la población (operaciones – primer semestre)	5 603
Programa 1	3 257
Programa 2	2 346
Tamaño de la población (operaciones – segundo semestre, previsión)	5 603
Programa 1	3 257
Programa 2	2 346

En el primer semestre de la auditoría, el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es la media ponderada de las varianzas de los índices de error del conjunto total de estratos y de ambos periodos. El peso de cada estrato en cada semestre es igual a la ratio entre el valor contable del estrato, BV_{ht} , y el valor contable del conjunto de la población, $BV=BV_1+BV_2$ (incluidos ambos semestres).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1,2;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1,2;$$

BV_{ht} representa el gasto del estrato h , $h=1,2$, en el periodo t , y σ_{rht}^2 es la varianza de los índices de error en cada estrato de cada semestre. La varianza de los índices de error se calcula para cada estrato de cada semestre como

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1,2, t = 1,2$$

donde $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ representa los índices de error individuales de las unidades de la muestra del estrato h en el semestre t y \bar{r}_{ht} representa el índice de error medio de la muestra en el estrato h y semestre t ³⁵.

Dado que las varianzas no se conocen, la AA decide extraer en cada estrato (programa) una muestra preliminar de 20 operaciones al final del primer semestre del periodo de referencia en curso. La desviación estándar de los índices de error en la muestra en esta muestra preliminar del primer semestre es de 0,0924 y 0,0515 para los programas 1 y 2 respectivamente. Basándose en su criterio profesional, la AA espera que las desviaciones estándar de índices de error para el segundo semestre crezcan un 40 % y un 10 %, es decir hasta 0,1294 y 0,0567. Por lo tanto, la media ponderada de las varianzas de los índices de error es:

$$\sigma_{rw}^2 = 0.0028188 + 0.0071654 = 0.009984,$$

³⁵ Si el valor contable de la unidad i (BV_i) es mayor que BV_{ht}/n_{ht} , la ratio $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ se habrá de sustituir por la ratio $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$.

si la media ponderada de ambos semestres es:

$$\sigma_{rw1}^2 = \frac{27,623,498}{97,769,587} \times 0.0924^2 + \frac{14,987,234}{97,769,587} \times 0.0515^2 = 0.0028188$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \frac{38,672,897}{97,769,587} \times 0.1294^2 + \frac{16,485,957}{97,769,587} \times 0.0567^2 = 0.0071654$$

En el primer semestre, dado el nivel de funcionamiento del sistema de gestión y control, la AA considera adecuado un nivel de confianza del 90 %. El tamaño de la muestra global previsto para todo el año es:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

$$n = \left(\frac{1.645 \times 97,769,587 \times \sqrt{0.009984}}{1,955,392 - 391,078} \right)^2 \approx 106$$

donde z es 1,645 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 90%) y TE , el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento). El valor contable total incluye el valor contable verdadero al final del primer semestre más el valor contable previsto para el segundo semestre, lo que significa que el error tolerable es 2 % x 97 769 587 € = 1 955 392 €. La auditoría del año anterior proyectó un índice de error del 0,4 %. Así pues, el error anticipado AE , es de 0,4% x 97 769 587 € = 391 078 €.

La afijación de la muestra por semestre y estrato es como sigue:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n, h = 1,2; n_{11} = \frac{27,623,498}{97,769,587} \times 106 \cong 30; n_{21} = \frac{14,987,234}{97,769,587} \times 106 \cong 17$$

y

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n, h = 1,2; n_{12} = \frac{38,672,897}{97,769,587} \times 106 \cong 42; n_{22} = \frac{16,485,957}{97,769,587} \times 106 \cong 18$$

Para el primer semestre, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado en ambos programas (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV_{h1} , y el tamaño de la muestra previsto, n_{h1} . Todos

los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_{ih1} > BV_{h1}/n_{h1}$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %.

El tamaño de estas dos muestras para el primer semestre (30 y 17) da lugar a los siguientes valores de corte para el estrato de valor elevado, para ambos programas:

$$Cut - off_{11} = \frac{BV_{11}}{n_{11}} = \frac{27,623,498}{30} = 920,783$$

y

$$Cut - off_{21} = \frac{BV_{21}}{n_{21}} = \frac{14,987,234}{17} = 881,602$$

Usando estos dos valores de corte, en los programas 1 y 2 encontramos, respectivamente, 3 y 4 operaciones de valor elevado, con un valor contable total de 3 475 552 € y 4 289 673 €.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al estrato no exhaustivo, n_{h1s} , se calcula como la diferencia entre n_{h1} y el número de unidades de muestreo en el estrato exhaustivo. El tamaño de la muestra de la parte del muestreo del programa 1 vendrá dado por el tamaño de la muestra total (30) menos las 3 operaciones de valor elevado, es decir, 27 operaciones. Aplicando el mismo razonamiento, el tamaño de la muestra de la parte del muestreo del programa 2 es $17 - 4 = 13$ operaciones.

El próximo paso consistirá en calcular el intervalo de muestreo de los estratos de muestreo. Los intervalos de muestreo vienen dados, respectivamente, por:

$$SI_{11} = \frac{BV_{11s}}{n_{11s}} = \frac{27,623,498 - 3,475,552}{27} = 894,368$$

y

$$SI_{21} = \frac{BV_{21s}}{n_{21s}} = \frac{14,987,234 - 4,289,673}{13} = 822,889$$

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Valor contable (suma del gasto al final del primer semestre)	42 610 732 €
Valor contable – programa 1	27 623 498 €
Valor contable – programa 2	14 987 234 €
Resultados de la muestra – programa 1	
Valor de corte	920 783 €
Número de operaciones por encima del valor de	3

corte	
Valor contable de las operaciones por encima del valor de corte	3 475 552 €
Valor contable de las operaciones (población no exhaustiva)	24 147 946 €
Intervalo de muestreo (población no exhaustiva)	894 368 €
Número de operaciones (población no exhaustiva)	3 254
Resultados de la muestra – programa 2	
Valor de corte	881 602 €
Número de operaciones por encima del valor de corte	4
Valor contable de las operaciones por encima del valor de corte	4 289 673 €
Valor contable de las operaciones (población no exhaustiva)	10 697 561 €
Intervalo de muestreo (población no exhaustiva)	822 889 €
Número de operaciones (población no exhaustiva)	2 342

La selección de la muestra en el estrato no exhaustivo se llevará a cabo mediante probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem BV_{ih1s} , mediante selección sistemática.

Para el programa 1, al final del primer semestre, se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 3 254 operaciones restantes de la población (3 257 – 3 operaciones de valor elevado) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 27 operaciones (30 – 3 operaciones de valor elevado) aplicando exactamente el procedimiento descrito en la sección 6.3.1.7.

Para el programa 2, al final del primer semestre, se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 2 342 operaciones restantes de la población (2 346 – 4 operaciones de valor elevado) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae un valor de muestra de 13 operaciones (17 – 4 operaciones de valor elevado) como se indica en el párrafo anterior.

Para el programa 1, en las tres operaciones de valor elevado, se halló un error total de 13 768 €. Para el programa 2, no se hallaron errores en el estrato de valor elevado.

Se audita el gasto de las 40 operaciones sujetas a muestreo (27 + 13). La suma de los índices de error de la muestra del programa 1 al final del primer semestre es:

$$\sum_{i=1}^{27} \frac{E_{i11s}}{BV_{i11s}} = 0.0823.$$

La suma de los índices de error de la muestra del programa 2 al final del primer semestre es:

$$\sum_{i=1}^{13} \frac{E_{i21s}}{BV_{i21s}} = 0.1145$$

La desviación estándar de los índices de error en la muestra de población no exhaustiva del primer semestre, para ambos programas, es:

$$s_{r11s} = \sqrt{\frac{1}{27-1} \sum_{i=1}^{27} (r_{i11s} - \bar{r}_{11s})^2} = 0.0868$$

$$s_{r21s} = \sqrt{\frac{1}{13-1} \sum_{i=1}^{13} (r_{i21s} - \bar{r}_{21s})^2} = 0.0696$$

donde \bar{r}_{h1s} , $h = 1,2$, es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del primer semestre.

Al finalizar el segundo semestre se dispone de más información; en particular, el gasto total de las operaciones activas en el segundo semestre se conoce debidamente, las varianzas de los índices de error de la muestra para ambos programas, s_{r11} y s_{r21} , basada en las muestras del estrato del primer semestre podrían estar ya disponibles y es posible evaluar con mayor exactitud la desviación estándar de los índices de error para el segundo semestre, para ambos programas, σ_{r12} y σ_{r22} , utilizando una muestra preliminar de datos reales.

La AA se da cuenta de que el supuesto del que se partió al final del primer semestre en relación con el gasto del segundo semestre, 55 158 855 €, sobrestima el valor verdadero de 49 211 269. Hay también dos parámetros para los que se deben utilizar cifras actualizadas.

En primer lugar, la estimación de la desviación estándar de los índices de error basada en las muestras de los programas de 27 y 13 operaciones en el primer semestre respectivamente, arrojó estimaciones de 0,0868 y 0,0696. Estos nuevos valores son los que se deberán utilizar para volver a evaluar el tamaño de muestra previsto. En segundo lugar, teniendo en cuenta las dos muestras preliminares del segundo semestre, para ambos programas, la AA considera más prudente estimar la desviación estándar de los índices de error del segundo semestre como 0,0943 y 0,0497, en lugar de los valores

iniciales de 0,1294 y 0,0567. Las cifras actualizadas de la desviación estándar de los índices de error para ambos programas de ambos semestres difieren considerablemente de las estimaciones iniciales. Así pues, se ha de revisar la muestra del segundo semestre.

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Parámetro	Previsión realizada al final del primer semestre	Final del segundo semestre
Desviación estándar de los índices de error en el primer semestre		
Programa 1	0,0924	0,0868
Programa 2	0,0515	0,0696
Desviación estándar de los índices de error en el segundo semestre		
Programa 1	0,1294	0,0943
Programa 2	0,0567	0,0497
Gasto total en el segundo semestre		
Programa 1	38 672 897 €	32 976 342 €
Programa 2	16 485 957 €	16 234 927 €

Teniendo en cuenta estos tres tipos de ajustes, el nuevo tamaño de la muestra del segundo semestre es

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^2 (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

donde s_{rh1} son las desviaciones estándar de los índices de error calculados a partir de las submuestras del primer semestre para cada estrato h , $h=1,2$, y σ_{rh2} las estimaciones de las desviaciones estándar de los índices de error en cada estrato del segundo semestre basadas en muestras preliminares:

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{1.645^2 \times 49,211,269 \times (32,976,342 \times 0.0943^2 + 16,234,927 \times 0.0497^2)}{(1,836,440 - 367,288)^2 - 1.645^2 \times \left(\frac{27,623,498^2}{30} \times 0.0868^2 + \frac{14,987,234^2}{17} \times 0.0696^2 \right)} \\ &\cong 31 \end{aligned}$$

Basándose en estas cifras actualizadas, el tamaño de las muestras para lograr la precisión deseada es de 31 operaciones, en lugar de las 60 previstas al finalizar el primer semestre. La afijación del programa es ahora muy sencilla:

$$n_{12} = \frac{BV_{12}}{BV_2} n_2 = \frac{32,976,342}{49,211,269} \times 31 \cong 21$$

$$n_{22} = 31 - 21 = 10$$

Es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a estratos de valor elevado que se auditarán al 100 %. Los valores de corte para determinar estos estratos superiores son igual a la ratio entre el valor contable, BV_{h2} , y el tamaño de la muestra previsto, n_{h2} . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a estos valores de corte (si $BV_{ih2} > BV_{h2}/n_{h2}$, $h = 1,2$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En estos casos, los valores de corte son:

Los tamaños actualizados de estas dos muestras para el segundo semestre (21 y 10) dan lugar a los siguientes valores de corte para el estrato de valor elevado, para ambos programas:

$$Cut - off_{12} = \frac{BV_{12}}{n_{12}} = \frac{32,976,342}{21} = 1,570,302$$

y

$$Cut - off_{22} = \frac{BV_{22}}{n_{22}} = \frac{16,243,927}{10} = 1,624,393$$

Hay 3 operaciones, en el programa 1, y 2 operaciones, en el programa 2, en las que el valor contable es mayor que el respectivo valor de corte. El valor contable total de estas operaciones asciende a 7 235 619 €, en el programa 1, y a 4 329 527 €, en el programa 2.

Los tamaños de muestreo que se deben afijar al estrato no exhaustivo, n_{12s} y n_{22s} , se calculan como la diferencia entre n_{h2} , $h = 1,2$ y el número de unidades de muestreo (es decir, operaciones) en el correspondiente estrato exhaustivo, lo que corresponde a 14 operaciones en el programa 1 (21, el tamaño actualizado de la muestra del programa 1 en el segundo semestre, menos las 7 operaciones de valor elevado) y 6 operaciones para el programa 2 (10, el tamaño actualizado de la muestra del programa 2 en el segundo semestre, menos 4 operaciones de valor elevado). Así pues, el auditor ha de seleccionar las restantes muestras, utilizando los intervalos de muestreo:

$$SI_{12s} = \frac{BV_{12s}}{n_{12s}} = \frac{32,976,342 - 7,235,619}{18} = 1,430,040$$

$$SI_{22s} = \frac{BV_{22s}}{n_{22s}} = \frac{16,234,927 - 4,329,527}{8} = 1,489,300$$

El valor contable del estrato no exhaustivo (BV_{12s} y BV_{22s}) es justamente la diferencia entre el valor contable total del estrato y el valor contable de las respectivas operaciones de valor elevado.

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Valor contable (gasto declarado en el segundo semestre)	49 211 269 €
Valor contable – programa 1	32 976 342 €
Valor contable – programa 2	16 234 927 €
Resultados de la muestra – programa 1	
Valor de corte	1 570 302 €
Número de operaciones por encima del valor de corte	3
Valor contable de las operaciones por encima del valor de corte	7 235 619 €
Valor contable de las operaciones (población no exhaustiva)	25 740 723 €
Intervalo de muestreo (población no exhaustiva)	1 430 040 €
Número de operaciones (población no exhaustiva)	3 254
Resultados de la muestra – programa 2	
Valor de corte	1 623 493 €
Número de operaciones por encima del valor de corte	2
Valor contable de las operaciones por encima del valor de corte	4 329 527 €
Valor contable de las operaciones (población no exhaustiva)	11 914 400 €
Intervalo de muestreo (población no exhaustiva)	1 489 300 €
Número de operaciones (población no exhaustiva)	2 344

No se hallaron errores en el gasto de las operaciones de valor elevado de ambos programas.

En el programa 1, se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 3 254 operaciones (3 257 menos 3 operaciones de valor elevado) y el correspondiente gasto declarado en el segundo semestre y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 18 operaciones (21 menos 3 operaciones de valor elevado) aplicando exactamente mismo procedimiento anterior.

En el programa 2, se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 2 344 operaciones (2 346 menos 2 operaciones de valor elevado) y el correspondiente gasto declarado en el segundo semestre y se crea una variable de valor contable acumulativo

secuencial. Se extrae un valor de muestra de 8 operaciones (10 menos 3 operaciones de valor elevado) aplicando la probabilidad proporcional al tamaño.

Se audita el gasto de las 26 operaciones (18 + 8). La suma de los índices de error de la muestra del programa 1 al final del segundo semestre es:

$$\sum_{i=1}^{18} \frac{E_{i12s}}{BV_{i12s}} = 0.1345.$$

La suma de los índices de error de la muestra del programa 2 al final del primer semestre es:

$$\sum_{i=1}^8 \frac{E_{i22s}}{BV_{i22s}} = 0.0934$$

La desviación estándar de los índices de error en la muestra de población no exhaustiva del primer semestre, para ambos programas, es:

$$s_{r_{12s}} = \sqrt{\frac{1}{18-1} \sum_{i=1}^{18} (r_{i12s} - \bar{r}_{12s})^2} = 0.0737$$

$$s_{r_{22s}} = \sqrt{\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^8 (r_{i22s} - \bar{r}_{22s})^2} = 0.0401$$

donde \bar{r}_{h2s} , $h = 1,2$, es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del segundo semestre.

La proyección de los errores en la población se calcula de forma diferente para las unidades de los grupos exhaustivos y los ítems que se encuentran en los grupos no exhaustivos.

En el estrato de valor elevado, es decir, en los grupos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que los valores de corte, $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos grupos:

$$EE_e = \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i} = 13,768$$

En la práctica:

- 1) Para cada semestre, y cada estrato h , se identifican las unidades pertenecientes al grupo exhaustivo y se suman sus errores.
- 2) Se suman los resultados anteriores en todo el conjunto de estratos.

En los grupos no exhaustivos, es decir, en los grupos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual que los valores de corte, $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$, el error proyectado es

$$\begin{aligned}
 EE_s &= \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right) \\
 &= 894,368 \times 0.0823 + 822,889 \times 0.1145 + 1,430,040 \times 0.1345 \\
 &\quad + 1,489,300 \times 0.0934 = 499,268
 \end{aligned}$$

Para calcular este error proyectado:

- 1) En cada estrato h de cada semestre t , se calcula, para cada unidad de la muestra, el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) En cada estrato h de cada semestre t , se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) En cada estrato h de cada semestre t , se multiplica el resultado anterior por el gasto total de la población del grupo no exhaustivo, BV_{hts} ; este gasto será igual al gasto total en el estrato menos el gasto de los ítems que pertenecen al grupo exhaustivo del estrato
- 4) En cada estrato h de cada semestre t , se divide el resultado anterior por el tamaño de la muestra en el grupo no exhaustivo, n_{hts} .
- 5) Se suman los resultados anteriores de todo el conjunto de estratos.

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = 13,768 + 499,268 = 513,036,$$

lo que corresponde a un índice de error proyectado del 0,56 %.

La precisión es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección. La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$\begin{aligned}
SE &= z \times \sqrt{\sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot s_{rh1s}^2 \right) + \sum_{h=1}^2 \left(\frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot s_{rh2s}^2 \right)} \\
&= 1.645 \times \sqrt{\frac{24,147,946^2}{27} \cdot 0.0823^2 + \frac{10,697,561^2}{13} \cdot 0.0696^2} \\
&\quad + \frac{25,740,723^2}{18} \cdot 0.0737^2 + \frac{11,914,400^2}{8} \cdot 0.0401^2 \\
&= 1,062,778
\end{aligned}$$

donde s_{rh1s} es la desviación estándar de los índices de error del grupo de estratos no exhaustivo h del semestre t ya calculada.

Obsérvese que el error muestral solo se calcula para los grupos no exhaustivos, pues en los grupos exhaustivos no hay errores muestrales.

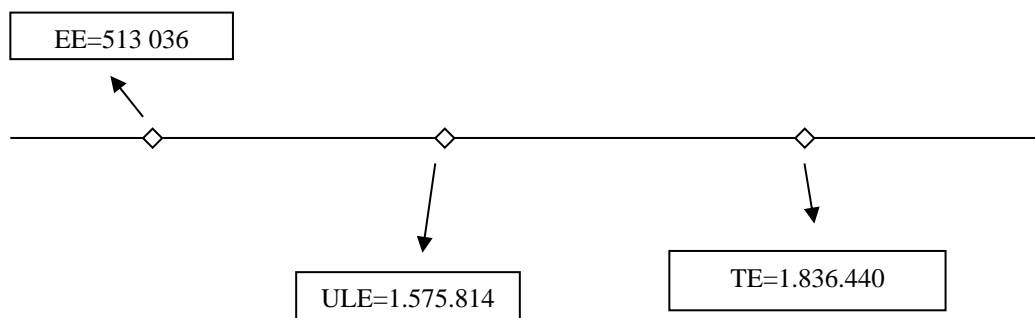
Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la proyección.

$$ULE = EE + SE = 513,036 + 1,062,778 = 1,575,814$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

En este caso en concreto, tanto el error proyectado como el límite superior son menores que el error máximo tolerable. Por lo tanto, el auditor considerará que no hay pruebas suficientes de que los errores de la población superan el umbral de materialidad:



6.3.5 *Enfoque conservador*

6.3.5.1 *Introducción*

Con frecuencia, en el contexto de la auditoría se adopta un enfoque conservador del muestreo de unidad monetaria. Este enfoque conservador presenta la ventaja de que requiere menos conocimientos sobre la población (por ejemplo, no se necesita información sobre la variabilidad de la población para calcular el tamaño de la muestra). Además, diversos paquetes de software utilizados en las auditorías adoptan automáticamente este enfoque, lo que facilita su aplicación. De hecho, con el apoyo adecuado de estos paquetes, la aplicación del método conservador requiere muchos menos conocimientos técnicos y estadísticos que el llamado enfoque estándar. Precisamente, el principal inconveniente del enfoque conservador está relacionado con esta facilidad de aplicación: como usa información menos detallada para calcular el tamaño de la muestra y determinar la precisión, suele producir mayores tamaños de muestra y mayores estimaciones de los errores de muestreo que las fórmulas más exactas utilizadas en el enfoque estándar. Sin embargo, si la muestra ya es de un tamaño manejable y no constituye un problema grave para el auditor, este enfoque puede ser una buena opción, dada su simplicidad. Asimismo es importante destacar que este método solo es aplicable en las situaciones en las que la frecuencia de errores es pequeña y los índices de error se hallan claramente por debajo de la materialidad³⁶. Por último, cabe observar que dado que este método suele dar lugar a grandes tamaños de la muestra, los usuarios suelen verse tentados a alimentarlo con errores anticipados muy pequeños y poco realistas. Esta práctica se traducirá inexorablemente en unos resultados no concluyentes para la auditoría debido al límite de error superior demasiado grande y es imperativo recordar que al igual que en cualquier otro método de muestreo, debe seleccionarse un error anticipado realista basado en el buen criterio del auditor.

Este método no se puede combinar con la estratificación ni con la distribución del trabajo de auditoría en dos o más periodos dentro del periodo de referencia, pues las fórmulas de determinación de la precisión que se obtendrían serán inviables. Por lo tanto, en tales casos se anima a las autoridades de auditoría a utilizar el enfoque estándar.

6.3.5.2 *Tamaño de la muestra*

El cálculo del tamaño de la muestra n en el marco del muestreo de unidad monetaria conservador se basa en la información siguiente:

- El valor contable de la población (gasto total declarado), BV ;

³⁶ En particular, no es posible calcular el tamaño de la muestra si el error anticipado es grande o roza la materialidad.

- Una constante llamada factor de fiabilidad, RF , que queda determinada por el nivel de confianza;
- El error máximo tolerable, TE (por lo general, el 2 % del gasto total);
- El error anticipado, AE , elegido por el auditor según su criterio profesional y de acuerdo con la información previa;
- El factor de expansión, EF , que también es una constante asociada al nivel de confianza y utilizada cuando se prevé que haya errores.

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

El factor de fiabilidad, RF , es una constante obtenida de la distribución de Poisson para un error previsto nulo. Depende del nivel de confianza, y los valores aplicables en cada situación se pueden consultar en el cuadro siguiente.

Nivel de confianza	99	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Factor de fiabilidad (RF)	4,61	3,00	2,31	1,90	1,61	1,39	1,21	0,92	0,70

Cuadro 4. Factores de fiabilidad por nivel de confianza

Cuando se esperan errores, en el cálculo del MUM se utiliza el llamado factor de expansión, EF , que se basa en el riesgo de aceptación incorrecta. El factor de expansión reduce el error muestral. Si no se esperan errores, el error anticipado, AE , es cero y no se usa el factor de expansión. Los valores del factor de expansión se pueden consultar en el cuadro siguiente.

Nivel de confianza	99 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Factor de expansión (EF)	1,9	1,6	1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	1,1	1,0

Cuadro 5. Factores de expansión por nivel de confianza

En la fórmula utilizada para determinar el tamaño de la muestra queda patente por qué este enfoque recibe la calificación de conservador. De hecho, el tamaño de la muestra no depende ni del tamaño ni de la variabilidad de la población. Esto significa que la fórmula tiene por objetivo adaptarse a cualquier tipo de población, sean cuales sean sus características específicas, por lo que normalmente produce tamaños de muestra mayores que los que se necesitan en la práctica.

6.3.5.3 Selección de la muestra

Tras determinar el tamaño de la muestra, la selección de la muestra se lleva a cabo mediante probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem, BV_i . Una manera común de proceder es recurrir a la selección sistemática mediante un intervalo de muestreo igual al gasto total, BV , dividido por el tamaño de la muestra, n , es decir,

$$SI = \frac{BV}{n}$$

Por lo general, la muestra se selecciona de una lista aleatorizada de todos los ítems, tomando cada ítem que contenga la unidad monetaria x -ésima, **siendo x el paso correspondiente al valor contable dividido por el tamaño de la muestra**, es decir, el intervalo de muestreo.

Algunos ítems se pueden seleccionar varias veces (si su valor es superior al tamaño del intervalo de muestreo). En este caso, el auditor debe crear un estrato exhaustivo al que pertenecerán todos los ítems cuyo valor contable sea superior al intervalo de muestreo. Como de costumbre, este estrato recibirá un tratamiento diferente para la proyección del error.

6.3.5.4 Error proyectado

La proyección de los errores a la población sigue el procedimiento presentado en el contexto del enfoque del MUM estándar. Una vez más, la extrapolación se lleva a cabo de forma diferente para las unidades del estrato exhaustivo y para los ítems que se encuentran en el estrato no exhaustivo.

En el estrato exhaustivo, es decir, en el estrato que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el intervalo de muestreo, $BV_i > \frac{BV}{n}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes al estrato:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

En el estrato no exhaustivo, es decir, en el estrato en el que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual al intervalo de muestreo, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, el error proyectado es:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Para calcular este error proyectado:

- 1) Para cada unidad de la muestra se calcula el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Se suman estos índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) Se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo, SI

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.3.5.5 Precisión

La precisión, que mide el error muestral, tiene dos componentes: la precisión básica, BP , y la tolerancia incremental, IA .

La precisión básica es el producto del intervalo de muestreo por el factor de fiabilidad (ya utilizado para calcular el tamaño de la muestra):

$$BP = SI \times RF.$$

La tolerancia incremental se calcula para cada unidad de muestreo perteneciente al estrato no exhaustivo que contenga un error.

En primer lugar, se ordenan los ítems con errores por valor decreciente del error proyectado.

En segundo lugar, para cada uno de esos ítems (con errores) se calcula una tolerancia incremental mediante la fórmula:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}.$$

donde $RF(n)$ es el factor de fiabilidad del error que ocupa el lugar n^{th} en un nivel de confianza determinado (por lo general, el mismo que se usa para calcular el tamaño de la muestra), y $RF(n - 1)$ es el factor de fiabilidad del error que ocupa el lugar $(n -$

1)th-ésimo en un nivel de confianza determinado. Por ejemplo, con una confianza del 90 %, el cuadro de los factores de fiabilidad correspondientes es:

Orden del error	Factor de fiabilidad (RF)	$RF(n) - RF(n - 1) - 1$
Orden cero	2,31	
1.º	3,89	0,58
2.º	5,33	0,44
3.º	6,69	0,36
4.º	8,00	0,31
...		

Cuadro 7. Factores de fiabilidad por orden del error

Por ejemplo, si el mayor error proyectado de la muestra es igual a 10 000 € (el 25 % del gasto de 40 000 €) y tenemos un intervalo de muestreo de 200 000 €, la tolerancia incremental individual de este error es igual a $0,58 \times 0,25 \times 200\ 000 = 29\ 000$ €.

En apéndice se adjunta un cuadro donde se pueden consultar los factores de fiabilidad de diversos niveles de confianza y diferentes números de errores detectados en la muestra.

Por último, la tolerancia incremental es la suma de las tolerancias incrementales de todos los ítems.

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i.$$

La precisión global, SE , será igual a la suma de los dos componentes: la precisión básica (BP) y la tolerancia incremental (IA)

$$SE = BP + IA$$

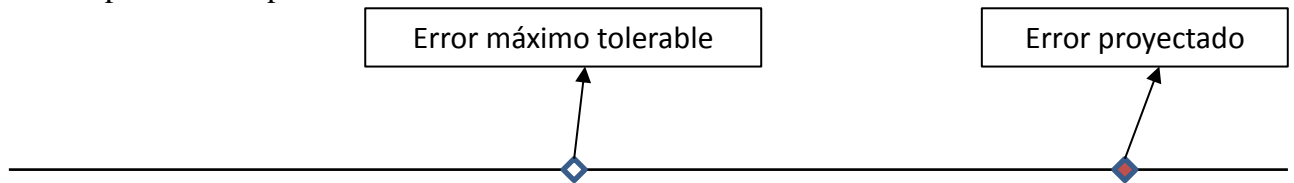
6.3.5.6 Evaluación

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión global de la extrapolación.

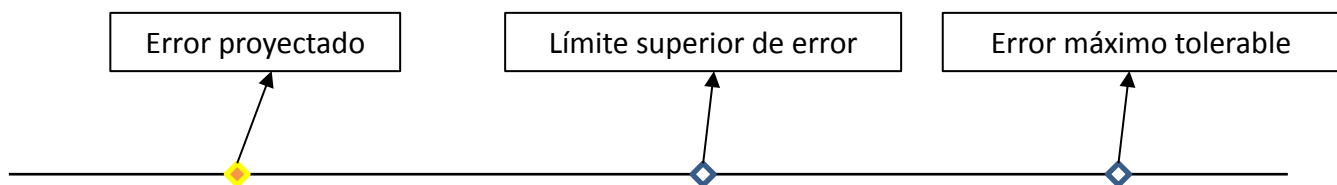
$$ULE = EE + SE$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

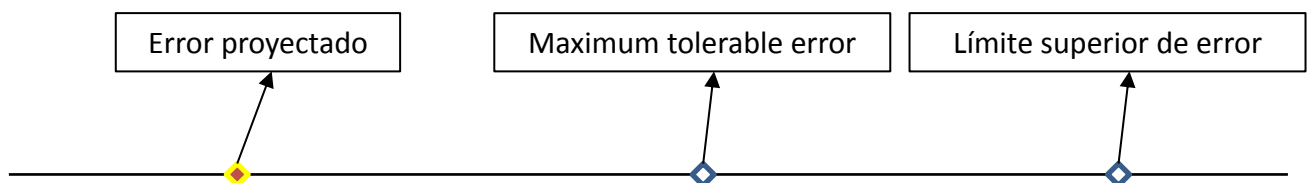
- Si el error proyectado es superior al error máximo tolerable, el auditor considerará que las pruebas son suficientes para afirmar que los errores en la población superan el umbral de materialidad:



- Si el límite superior de error es inferior al error máximo tolerable, el auditor concluirá que los errores de la población son inferiores al umbral de materialidad.



Si el error proyectado es inferior al error máximo tolerable, pero el límite superior de error es mayor que dicho error, véanse los detalles en la sección 4.12 del análisis que se debe realizar.



6.3.5.7 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado para las operaciones de un programa. Las auditorías de los sistemas realizadas por la autoridad de auditoría han dado un nivel de garantía bajo. Por lo tanto, este programa se puede someter a muestreo con un nivel de confianza del 90 %.

La población se resume en el cuadro siguiente:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de	4 199 882 024 €

referencia)	
-------------	--

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

donde BV es el valor contable total de la población, es decir, el gasto total declarado a la Comisión en el periodo de referencia; RF es el factor de fiabilidad correspondiente al nivel de confianza del 90 %, 2,31, y EF , es el factor de expansión correspondiente al nivel de confianza si se prevé que haya errores, 1,5. Respecto de esta población particular, la autoridad responsable de la auditoría, basándose en la experiencia de los últimos años y en el conocimiento de las mejoras del sistema de gestión y control, ha decidido que un índice de error previsto del 0,2 % es fiable.

$$n = \frac{4,199,882,024 \times 2.31}{0.02 \times 4,199,882,024 - (0.002 \times 4,199,882,024 \times 1.5)} \approx 136$$

La selección de la muestra se realiza mediante probabilidad proporcional al tamaño, es decir, proporcional a los valores contables del ítem, BV_i , mediante selección sistemática, utilizando un intervalo de muestreo igual al gasto total, BV , dividido por el tamaño de la muestra, n , es decir,

$$SI = \frac{BV}{n} = \frac{4,199,882,024}{136} = 30,881,485$$

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 3 852 operaciones de la población y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial.

La muestra se selecciona de esta lista aleatoria de operaciones, tomando cada ítem que contenga la 30 881 485-ésima unidad monetaria.

Operación	Valor contable (BV)	BV acumulativo
239	10 173 875 €	10 173 875 €
424	23 014 045 €	33 187 920 €
2 327	32 886 198 €	66 074 118 €
5 009	34 595 201 €	100 669 319 €
1 491	78 695 230 €	179 364 549 €
(...)	(...)	(...)

Se ha generado un valor aleatorio entre 0 y el intervalo de muestreo, 30 881 485 (16 385 476). El primer ítem que se ha de seleccionar es el que contiene la unidad monetaria que ocupa el lugar 16 385 476-ésimo. La segunda selección corresponde a la

primera operación del archivo cuyo valor contable acumulado es mayor o igual que 16 385 476 + 30 881 485, y así sucesivamente.

Operación	Valor contable (BV)	BV acumulativo	Muestra
239	10 173 875 €	10 173 875 €	No
424	23 014 045 €	33 187 920 €	Sí
2 327	32 886 198 €	66 074 118 €	Sí
5 009	34 595 201 €	100 669 319 €	Sí
1 491	78 695 230 €	179 364 549 €	Sí
(...)	(...)	(...)	(...)
2 596	8 912 999 €	307 654 321 €	Sí
779	26 009 790 €	333 664 111 €	No
1 250	264 950 €	333 929 061 €	No
3 895	30 949 004 €	364 878 065 €	Sí
2 011	617 668 €	365 495 733 €	No
4 796	335 916 €	365 831 649 €	No
3 632	7 971 113 €	373 802 762 €	No
2 451	17 470 048 €	391 272 810 €	Sí
(...)	(...)	(...)	(...)

Hay 24 operaciones con valor contable superior al intervalo de muestreo, por lo que cada una de ellas se selecciona como mínimo una vez (por ejemplo, la operación 1 491 se selecciona tres veces, véase el cuadro anterior). El valor contable total de estas 24 operaciones asciende a 1 375 130 377 €. De esas 24 operaciones, 4 contienen errores que corresponden a un importe de 7 843 574 €.

En la muestra restante, el error recibe un tratamiento diferente. Para estas operaciones aplicamos el procedimiento que sigue:

- 1) Para cada unidad de la muestra se calcula el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Se suman estos índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) Se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo, SI

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Operación	Valor contable (BV)	Valor contable correcto (CBV)	Error	Índice de error
2 596	8 912 999 €	8 912 999 €	- €	-
459	869 080 €	869 080 €	- €	-
2 073	859 992 €	859 992 €	- €	-

239	10 173 875 €	9 962 918 €	210 956 €	0,02
989	394 316 €	394 316 €	- €	-
65	25 234 699 €	25 125 915 €	108 784 €	0,00
5 010	34 595 201 €	34 595 201 €	- €	-
...
3 632	7 971 113 €	7 971 113 €	- €	-
3 672	624 882 €	624 882 €	- €	-
2 355	343 462 €	301 886 €	41 576 €	0,12
959	204 847 €	204 847 €	- €	-
608	15 293 716 €	15 293 716 €	- €	-
4 124	6 773 014 €	6 773 014 €	- €	-
262	662 €	662 €	- €	-
Total				1,077

$$EE_s = 30,881,485 \times 1.077 = 33,259,360$$

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = 7,843,574 + 33,259,360 = 41,102,934$$

lo que corresponde a un índice de error proyectado del 0,98 %.

Para poder establecer el límite superior de error, es necesario calcular los dos componentes de la precisión: la precisión básica, *BP*, y la tolerancia incremental, *IA*.

La precisión básica es el producto del intervalo de muestreo por el factor de fiabilidad (ya utilizado para calcular el tamaño de la muestra):

$$BP = 30,881,485 \times 2.31 = 71,336,231$$

La tolerancia incremental se calcula para cada unidad de muestreo perteneciente al estrato no exhaustivo que contenga un error.

En primer lugar, se ordenan los ítems con errores por valor decreciente del error proyectado. En segundo lugar, para cada uno de esos ítems (con errores) se calcula una tolerancia incremental mediante la fórmula:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

donde $RF(n)$ es el factor de fiabilidad del error que ocupa el lugar n -ésimo en un nivel de confianza determinado (por lo general, el mismo que se usa para calcular el tamaño de la muestra), y $RF(n - 1)$ es el factor de fiabilidad del error que ocupa el lugar $(n - 1)^{th}$ -ésimo en un nivel de confianza determinado (véase el cuadro en el apéndice).

Por último, la tolerancia incremental es la suma de las tolerancias incrementales de todos los ítems.

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i.$$

El cuadro siguiente resume los resultados de las 16 operaciones que contienen error:

Orden	Error (A)	Índice de error (B):=(A)/BV	Error proyectado:=(B)*SI	RF(n)	(RF(n)-RF(n-1))-1	IA _i
0				2,30		
1	4 705 321 €	0,212	6 546 875 €	3,89	0,59	3 862 656 €
(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
12	12 332 €	0,024	741 156 €	17,78	0,18	133 408 €
13	6 822 €	0,02	617 630 €	18,96	0,18	111 173 €
14	7 706 €	0,012	370 578 €	20,13	0,17	62 998 €
15	4 787 €	0,008	247 052 €	21,29	0,16	39 528 €
16	26 952 €	0,001	29 488 €	22,45	0,16	4 718 €
Total		1,077	38 264 277 €			14 430 761 €

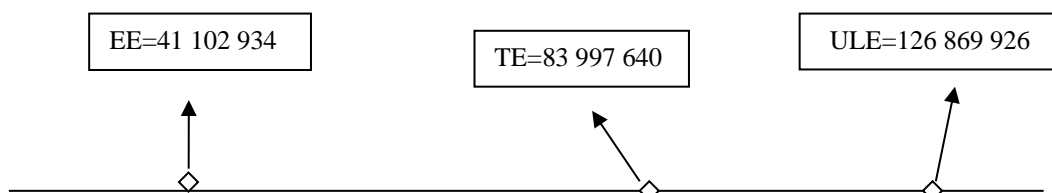
La precisión global, *SE*, será igual a la suma de los dos componentes: la precisión básica (*BP*) y la tolerancia incremental (*IA*)

$$SE = 71,336,231 + 14,430,761 = 85,766,992$$

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, *ULE*. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, *EE*, y la precisión global de la proyección

$$ULE = 41,102,933 + 85,766,992 = 126,869,926$$

Ahora, el error máximo tolerable, $TE = 2\% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$ €, se ha de comparar con el error proyectado y con el límite superior de error. El error máximo tolerable es mayor que el error proyectado, pero menor que el límite superior de error. Véanse más detalles sobre el análisis que se debe realizar en la sección 4.12.



6.4 Muestreo no estadístico

6.4.1 Introducción

Podrá utilizarse un método de muestreo no estadístico según el criterio profesional de la AA en casos debidamente justificados, de conformidad con las normas de auditoría internacionalmente aceptadas, y en cualquier caso cuando el número de operaciones sea insuficiente para permitir el uso de un método estadístico.

Como ya se explicó en la sección 5.2, el muestreo estadístico se debería utilizar, de forma general, para auditar el gasto declarado y extraer conclusiones acerca del importe del error de una población. El muestreo no estadístico no permite calcular la precisión, por lo que no se controla el riesgo de auditoría. Por consiguiente, el muestreo no estadístico debería usarse únicamente en los casos en los que no es posible realizar un muestreo estadístico.

En la práctica, las situaciones específicas que pueden justificar el uso del muestreo no estadístico guardan relación con el tamaño de la población. De hecho, puede que funcione con poblaciones muy pequeñas, cuyo tamaño es insuficiente para permitir el uso de métodos estadísticos (la población es menor o muy próxima al tamaño de la muestra recomendado).

En resumen, el muestreo no estadístico se considera apropiado en los casos en los que no es posible alcanzar el tamaño de la muestra necesario para permitir el muestreo estadístico. No se puede establecer el tamaño exacto de la población por debajo del cual es necesario el muestreo no estadístico, pues depende de varias características de la población, pero habitualmente este umbral se encuentra entre 50 y 150 unidades de muestreo. **Por supuesto, la decisión final deberá tener en consideración el equilibrio entre el coste y el beneficio asociado a cada uno de los métodos. Es recomendable que la autoridad de auditoría solicite la opinión de la Comisión antes de adoptar la decisión de aplicar un muestreo no estadístico en determinadas circunstancias, para los casos en los que supera el umbral de 150 unidades.** La Comisión puede dar su consentimiento al uso del muestreo no estadístico sobre la base de un análisis caso por caso.

Para 2014-2020, los reglamentos establecen asimismo criterios que se deben respetar cuando se aplique el muestreo no estadístico, a saber, que incluya un mínimo del 5 % de las operaciones y de un 10 % del gasto declarado (artículo 127, apartado 1, del RDC). En la práctica, esto se puede traducir en tamaños de la muestra equivalentes a los

obtenidos con métodos de muestreo estadísticos. En tales situaciones, se recomienda a la AA que use métodos estadísticos en su lugar.

Aun en las situaciones en las que la AA aplicó un método de muestreo no estadístico, la muestra se seleccionará utilizando un método aleatorio^{37 38}. El tamaño de la muestra debe determinarse teniendo en cuenta el nivel de garantía proporcionado por el sistema, y debe ser suficiente para que la AA pueda elaborar un dictamen de auditoría válido sobre la legalidad y regularidad del gasto. **La AA debe ser capaz de extrapolar los resultados a la población de la que se extrajo la muestra.**

A la hora de aplicar un muestreo no estadístico, la AA considerar la posibilidad de estratificar la población dividiéndola en subpoblaciones, cada una compuesta por un grupo de unidades de muestreo de características similares, en particular, en términos de riesgo o índice de error esperado o en las que la población incluya tipos de operaciones específicos (por ejemplo, instrumentos financieros). La estratificación es una herramienta muy eficaz para mejorar la calidad de las proyecciones y es muy recomendable utilizar algún tipo de estratificación en el marco del muestreo no estadístico.

6.4.2 Muestreo no estadístico estratificado y no estratificado

El muestreo no estadístico estratificado deberá ser la primera opción que debe considerar la AA al enfrentarse a la imposibilidad de utilizar el muestreo estadístico. Como ya se ha explicado con respecto a la estratificación de los diseños de muestreo estadístico, los criterios utilizados para la estratificación guardan relación con las expectativas del auditor en relación a su contribución para explicar el nivel de error de la población. Cuando se espera que el nivel de error sea diferente para diferentes grupos de la población, esta clasificación es un buen candidato para la estratificación.

Cuando se utiliza la selección con probabilidad igual (cuando cada unidad de muestreo tiene las mismas posibilidades de ser seleccionada independientemente del gasto declarado en la unidad de muestreo), se recomienda la estratificación por nivel de gasto como herramienta muy eficaz para mejorar la calidad de las estimaciones. Cabe observar que aunque esta estratificación no es obligatoria, dicho diseño puede ayudar

³⁷ es decir, utilizando un método estadístico (probabilístico); véanse en las secciones 4.1 y 4.2 la distinción entre el método de muestreo y el método de selección. Recuérdese asimismo la regla general que establece el tamaño mínimo de la muestra para el muestreo estadístico en 30.

³⁸ La selección de muestreo no estadístico y no aleatorio (por ejemplo, sobre la base de riesgos) solo se podrá utilizar para la muestra complementaria prevista en el artículo 17, apartados 5 y 6, del Reglamento (CE) n.º 1828/2006 (periodo 2007-2013) y el artículo 28 del Reglamento (UE) n.º 480/2014 (periodo 2014-2020).

también a que la AA garantice la cobertura recomendada del gasto declarado necesario en el periodo de programación 2014-2020.

Para esta estratificación (que podría usarse tanto en la selección con probabilidad igual como en la probabilidad proporcional al tamaño):

- Se determina el valor de corte del gasto para los ítems que se incluirán en el estrato de valor elevado. No existe norma general para establecer el valor de corte. Por tanto, si la práctica utilizada habitualmente es establecer el valor de corte igual al error máximo tolerable (2 % del gasto total) de la población, de aplicarse, debería considerarse únicamente un punto de partida que deberá adaptarse a las características de la población. Este valor de corte se puede y se debe cambiar según las características de la población. En breve, este valor de corte se debe establecer principalmente aplicando su criterio profesional. Si el auditor puede identificar un pequeño número de ítems cuyo gasto sea considerablemente superior al observado en los ítems restantes, se deberá plantear la posibilidad de crear un estrato con esos elementos. Además, se anima al auditor a utilizar más de dos estratos basados en gastos si la división en dos estratos no parece suficiente para generar el nivel deseado de homogeneidad en cada estrato.
- El modelo básico cuya posibilidad se debe considerar es una auditoría al 100 % de los ítems de valor elevado. Sin embargo, en la práctica, pueden darse algunas situaciones en las que el corte identificado genera un estrato de valor elevado demasiado grande, que apenas se podría observar de forma exhaustiva. En estas situaciones, es posible observar asimismo el estrato de valor elevado a través del muestreo, pero como norma general, el índice de muestreo (es decir, la proporción y unidades y gasto del estrato que se selecciona para el muestreo) ha de ser mayor o igual que el utilizado en el estrato de valor bajo.
- El tamaño de muestreo que se ha de asignar al estrato no exhaustivo se calcula como la diferencia entre el tamaño de la muestra total y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el estrato de valor elevado. En caso de que la AA quisiera aplicar la estratificación también a las unidades de valor bajo, debe asignar este tamaño de la muestra calculado entre cada estrato de conformidad con los métodos sugeridos en la sección 6.1.2.2 (si la selección se basa en probabilidad igual) o 6.3.2.2 (si la selección se basa en probabilidad proporcional al tamaño).

Si no es posible identificar ningún criterio de estratificación (que a juicio del auditor pueda contribuir a crear subpoblaciones más homogéneas en términos de los errores o índices de error previstos) y, en particular, si no se puede observar una variabilidad significativa en el gasto de los ítems de la población, podría optarse por utilizar un diseño de muestreo no estadístico no estratificado. En este caso, la muestra se

selecciona directamente del conjunto de la población sin tener en consideración subpoblaciones.

6.4.3 Tamaño de la muestra

En el muestreo no estadístico, el tamaño de la muestra se calcula utilizando el criterio profesional y teniendo en cuenta el nivel de garantía prestado por las auditorías del sistema. El objetivo final es obtener un tamaño de la muestra suficiente que permita a la AA extraer conclusiones válidas sobre la población y elaborar un dictamen de auditoría válido (véase el artículo 127, apartado 1, del RDC).

Con respecto al periodo de programación 2014-2020 y según se establece en el artículo 127, apartado 1, del RDC, una muestra no estadística deberá abarcar como mínimo el 5 % de las operaciones³⁹ y el 10 % del gasto. Como la normativa se refiere a una cobertura mínima, estos umbrales se corresponden, por tanto, al «mejor escenario posible» de elevada garantía del sistema. En consonancia con el anexo 3 de la NIA n.º 530, cuanto mayor sea la evaluación del riesgo de inexactitud importante que realiza el auditor, mayor debe ser el tamaño de la muestra. El requisito del 10 % del gasto declarado (artículo 127, apartado 1, del RDC) se refiere al gasto de la muestra, independientemente del uso de submuestreo. Esto significa que la muestra se corresponderá con un mínimo del 10 % del gasto declarado, pero cuando se utiliza el submuestreo, el gasto efectivamente auditado podría ser en realidad inferior siempre que la AA pueda elaborar un dictamen de auditoría válido (véase la sección 6.4.10).

No existe una norma fija para seleccionar el tamaño de la muestra basándose en el nivel de garantía de las auditorías del sistema, pero, a modo de referencia, cuando la AA ha de definir el tamaño de la muestra con el muestreo no estadístico, podrá considerar la posibilidad de fijar los siguientes umbrales indicativos⁴⁰.

Nivel de garantía establecido de acuerdo	Cobertura recomendada
---	------------------------------

³⁹ Para el periodo de programación 2007-2013, la Comisión mantiene que el tamaño de la muestra en el muestreo no estadístico deberá abarcar un mínimo del 10 % de las operaciones (véase la sección 7.4.1 de la nota orientativa sobre muestreo COCOF 08-0021-03_EN de 4.4.2013).

⁴⁰ Estos valores de referencia podrán variar según el criterio profesional de la AA y cualquier información adicional de la que pueda disponer sobre el riesgo de inexactitud importante.

con las auditorías de los sistemas	de las operaciones	del gasto declarado
Funciona bien. No son necesarias mejoras o solo son necesarias mejoras poco significativas.	5 %	10 %
Funciona. Son necesarias algunas mejoras.	Entre el 5 % y el 10 % (debe ser definido por la AA basándose en su criterio profesional)	10 %
Funciona parcialmente. Son necesarias mejoras sustanciales.	Entre el 10 % y el 15 % (debe ser definido por la AA basándose en su criterio profesional)	Entre el 10 % y el 20 % (debe ser definido por la AA basándose en su criterio profesional)
Esencialmente no funciona.	Entre el 15 % y el 20 % (debe ser definido por la AA basándose en su criterio profesional)	Entre el 10 % y el 20 % (debe ser definido por la AA basándose en su criterio profesional)

Cuadro 6. Cobertura recomendada para muestreo no estadístico

6.4.4 Selección de la muestra

La muestra de la población positiva se seleccionará con un método aleatorio. En particular, la selección se puede realizar:

- con selección con probabilidad igual (donde cada unidades de muestreo tiene las mismas posibilidades de ser seleccionada independientemente del importe del gasto declarado en la unidad de muestreo), como en el muestreo aleatorio simple (véanse las secciones 6.1.1 y 6.1.2 sobre el muestreo aleatorio simple y el muestreo aleatorio simple estratificado); o
- con probabilidad proporcional al tamaño (gasto) (donde se aplica la selección aleatoria para el primer elemento de la muestra y los siguientes elementos se seleccionan utilizando un intervalo hasta que se alcanza el tamaño de la muestra deseado; utiliza la unidad monetaria como una variable auxiliar para el muestreo) como se hace en el caso de MUM (véanse las secciones 6.3.1 y 6.3.2 sobre el muestreo de unidad monetaria y el muestreo de unidad monetaria estratificado).

6.4.5 Proyección

Téngase en cuenta que el uso de muestreo no estadístico no evita la necesidad de proyectar en la población los errores observados en la muestra. La proyección debe

tener en cuenta el diseño de muestreo, es decir, la existencia o no de estratificación, el tipo de selección (probabilidad igual o probabilidad proporcional al tamaño) así como cualquier otra característica relevante del diseño. El uso de estadística de muestreo simple (como el índice de error de la muestra) solo es posible en circunstancias muy específicas en las que el muestreo no es compatible con dichas estadísticas. Por ejemplo, el índice de error de la muestra solo se puede utilizar para proyectar los errores en la población con un diseño que no tenga niveles de estratificación, basado en selección con probabilidad igual y estimación de la ratio. Así pues, la única diferencia significativa entre el muestreo estadístico y no estadístico es que en este último caso no se calcula el nivel de precisión y por consiguiente el límite de error superior.

6.4.5.1 Selección con probabilidad igual

Si se seleccionaron unidades con probabilidades iguales, el error proyectado deberá seguir uno de los métodos de proyección presentados en la sección 6.1.1.3, es decir, la estimación de la media por unidad o la estimación de la ratio.

Estimación de la media por unidad (errores absolutos)

Multiplica el error medio por operación observado en la muestra por el número de operaciones de la población, con lo que se obtiene el error proyectado:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

Estimación de la ratio (índices de error)

Multiplica el índice de error medio observado en la muestra por el valor contable en la población:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

El índice de error de muestreo de la fórmula anterior se calcula dividiendo el importe total del error en la muestra por el importe total de los gastos de las unidades de la muestra (gasto auditado).

Se sugiere que la elección entre los dos métodos de proyección se base en las recomendaciones incluidas en la sección 6.1.1.3 en relación con el muestreo aleatorio simple.

6.4.5.2 Selección con probabilidad igual estratificada

A partir de las muestras de operaciones seleccionadas aleatoriamente H (estratos H), el error proyectado en la población se puede calcular de nuevo a través de los dos métodos habituales: estimación de la media por unidad y estimación de la ratio. La proyección sigue el procedimiento descrito en la sección 6.1.2.3 para el muestreo aleatorio simple estratificado.

Estimación de la media por unidad

En cada grupo de la población (estrato), se multiplica el error medio por operación observado en la muestra por el número de operaciones del estrato, N_h ; a continuación se suman todos los resultados obtenidos para cada estrato, con lo que se obtiene el error proyectado.

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

Estimación de la ratio

En cada grupo de población (estrato), se multiplica el índice de error medio observado en la muestra por el valor contable de la población en el estrato, BV_h :

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

Se sugiere que la elección entre los dos métodos deberá basarse en las consideraciones presentadas para el método no estratificado.

Si se ha considerado un estrato del 100 % previamente extraído de la población, el importe total del error observado en el estrato exhaustivo se deberá sumar a la estimación anterior, EE_1 o EE_2 , para obtener la proyección final del importe del error en el conjunto de la población.

6.4.5.3 Selección con probabilidad proporcional al gasto

Si se seleccionaran las unidades con probabilidades proporcionales al valor del gasto, el error proyectado seguiría el método de proyección que se presenta en la sección 6.3.1.4 (muestreo de unidad monetaria).

En el estrato exhaustivo, es decir, en el estrato que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_i > \frac{BV}{n}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes al estrato:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

En el estrato no exhaustivo, es decir, en el estrato en el que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual al valor de corte, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, el error proyectado es

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.4.5.4 Selección con probabilidad proporcional al gasto estratificada

Si se seleccionaran las unidades con probabilidades proporcionales al valor del gasto y la población se estratifica en función de cualquier criterio específico, el error proyectado seguiría el método de proyección que se presenta en la sección 6.3.2.4 (muestreo de unidad monetaria estratificado).

La proyección de los errores en la población se lleva a cabo de forma diferente para las unidades de los grupos exhaustivos y los ítems que se encuentran en los grupos no exhaustivos.

En los grupos exhaustivos, es decir, en los grupos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos grupos:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$

En los grupos no exhaustivos, es decir, en los grupos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual que el valor de corte, $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$, el error proyectado es

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{sh}}{n_{sh}} \sum_{i=1}^{n_{sh}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s$$

6.4.6 Evaluación

En cualquiera de las estrategias mencionadas, el error proyectado se compara con el error máximo tolerable (materialidad multiplicada por el gasto de la población):

- Si está por debajo del error tolerable, concluimos que la población no contiene errores significativos;
- Si está por encima del error tolerable, concluimos que la población contiene errores significativos.

Pese a las dificultades (no se puede calcular el límite superior de error y, por lo tanto, el riesgo de auditoría no se controla), el índice de error proyectado es la mejor estimación del error en la población y, por lo tanto, se puede comparar con el umbral de materialidad a fin de concluir (o no) que en la población existen errores significativos.

6.4.7 Ejemplo 1 – Muestreo con probabilidad proporcional al tamaño

Supongamos que tenemos una población positiva de 36 operaciones para las que se han declarado gastos de 22 031 228 €.

Esta población tiende a tener un tamaño insuficiente para ser auditada mediante muestreo estadístico. Además, el muestreo de las solicitudes de pago para aumentar el tamaño de la población no es posible. Por tanto, la AA decide utilizar un enfoque no estadístico. Dada la gran variabilidad del gasto de esta población, la AA decide seleccionar la muestra mediante probabilidad proporcional al tamaño.

La AA considera que el sistema de gestión y control «*esencialmente no funciona*», por lo que decide seleccionar un tamaño de la muestra del 20 % de la población de operaciones. En nuestro caso equivale a 20 % x 36 = 7,2, que se redondea por exceso a 8.

Pese a que la cobertura del gasto en la población solo puede analizarse tras la selección de la muestra, el hecho de que el 20 % de las unidades de la población se seleccionen junto con la elección de la selección con probabilidad proporcional al tamaño se espera que se traduzca en una cobertura mínima del 20 % del gasto.

En primer lugar, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV , y el tamaño de la muestra previsto, n . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_i > BV/n$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En este caso, el valor de corte es $22\,031\,228/8 = 2\,753\,904 \text{ €}^{41}$.

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Gasto declarado, DE, en el periodo de referencia	22 031 228 €
Tamaño de la población (número de operaciones)	36
Nivel de materialidad (máximo 2 %)	2 %
Inexactitud tolerable (TE)	440 625 €
Valor de corte	2 753 904 €
Número de unidades por encima del valor de corte	4
Valor contable de la población por encima del valor de corte	12 411 965 €
Tamaño de la población restante (número de operaciones)	32
Valor de la población restante	9 619 263,00 €

La AA sitúa en un estrato aislado todas las operaciones con valor contable superior a 2 753 904 €, lo que supone 4 operaciones que suman un total de 12 411 965 €. El importe de error detectado en estas cuatro operaciones asciende a

$$EE_e = 80,028.$$

El intervalo de muestreo de la población restante es igual al valor contable en el estrato no exhaustivo, BV_s (la diferencia entre el valor contable total y el valor contable de las cuatro operaciones pertenecientes al estrato superior), dividido por el número de operaciones que se han de seleccionar (8 menos las 4 operaciones del estrato superior).

$$\text{Intervalo de muestreo} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{22,031,228 - 12,411,965}{4} = 2,404,816^{42}$$

⁴¹ Cabe observar que la AA podría también decidir aplicar un valor de corte menor que el calculado sobre la base de la ratio entre la población positiva y el número de operaciones que se deben seleccionar para incrementar la cobertura del gasto declarado.

⁴² En la práctica puede suceder que tras el cálculo del intervalo de muestreo basado en el gasto y el tamaño de la muestra del estrato de muestreo, algunas unidades de población seguirán presentando un gasto superior a este intervalo de muestreo BV_s/n_s (aunque no hayan presentado previamente un gasto superior al valor de corte (BV/n)). De hecho, han de añadirse también al estrato de valor elevado todos los ítems cuyo valor contable sigue siendo superior a este intervalo ($BV_i > BV_s/n_s$). Si sucede esto, y después de trasladar los nuevos ítems al estrato de valor elevado, debe recalcularse el intervalo de muestreo para el estrato de muestreo teniendo en cuenta los nuevos valores para la ratio BV_s/n_s . Este

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 32 operaciones y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se selecciona la muestra tomando cada ítem que contenga la unidad monetaria situada en el lugar 2 404 816⁴³.

El gasto auditado asciende al valor contable total de los proyectos de valor elevado, 12 411 965 €, más el gasto auditado en la muestra de la población restante, 1 056 428 €. El gasto auditado total asciende a 13 468 393 €, lo cual equivale al 61,1 % del gasto total declarado, como era necesario. Teniendo en cuenta el nivel de garantía del sistema de gestión y control, la AA considera que este nivel de gasto auditado es más que suficiente para garantizar la fiabilidad de las conclusiones de auditoría.

El valor del error extrapolado del estrato de valor bajo es

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_{si}}{BV_{si}}$$

donde BV_s es el valor contable total de la población restante y n_s el correspondiente tamaño de la muestra de la población restante. Obsérvese que este error proyectado es igual a la suma de los índices de error multiplicada por el intervalo de muestreo. La suma de los índices de error es igual a 0,0272:

$$EE_s = \frac{9,619,623}{4} \times 0.0272 = 65,411.$$

El error total extrapolado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s = 80,028 + 65,411 = 145,439$$

Por último, el error proyectado se compara con el error máximo tolerable (el 2 % de 22 031 228 € = 440 625 €). El error proyectado es inferior al nivel de materialidad.

Con estos resultados, es razonable que el auditor deduzca que la población no contiene errores significativos. Sin embargo, no se puede determinar la precisión conseguida y se desconoce la confianza de la conclusión.

proceso iterativo debe realizarse varias veces hasta el momento en que no haya unidades que presenten un gasto superior al intervalo de muestreo.

⁴³ En caso de que cualquiera de las operaciones seleccionadas tenga que ser sustituida por motivo de limitaciones impuestas por el artículo 148, deberán seleccionarse nuevas operaciones utilizando la selección con probabilidad proporcional al tamaño. Véase un ejemplo de esta sustitución en la sección 7.10.3.1.

Procedimiento en el caso de cobertura insuficiente del gasto

Obsérvese si el umbral de cobertura del gasto necesaria no se ha alcanzado debido a las características específicas de la población, la autoridad de auditoría deberá seleccionar una operación u operaciones mediante la probabilidad proporcional al tamaño. En tales situaciones las nuevas operaciones o unidades de muestreo que serán sometidas a auditoría de forma adicional deberán seleccionarse de la población excluyendo las operaciones ya seleccionadas. El intervalo utilizado para esta selección se deberá calcular utilizando el intervalo de muestreo $\frac{BV_{st}}{n_{st}}$, donde BVs' se corresponde con el valor contable del estrato de valor bajo excluyendo las operaciones ya seleccionadas en este estrato y n_s' se corresponde con el número de operaciones que deseamos añadir a la auditoría del estrato de valor bajo.

6.4.8 Ejemplo 2 – Muestreo con probabilidad igual

Supongamos que tenemos una población positiva de 48 operaciones para las que se han declarado gastos de 10 420 247 €.

Esta población tiende a tener un tamaño insuficiente para ser auditada mediante muestreo estadístico. Además, el muestreo de las solicitudes de pago para aumentar el tamaño de la población no es posible. Por lo tanto, la AA decide adoptar un enfoque no estadístico con estratificación de las operaciones de valor elevado, pues hay pocas operaciones con gasto muy alto. La AA decidió identificar esta operaciones estableciendo el nivel de corte en el 5 % de 10 420 247 €, es decir 521 012 €.

Las características de la población se resumen a continuación:

Gasto declarado en el periodo de referencia	10 420 247 €
Tamaño de la población (número de operaciones)	48
Nivel de materialidad (máximo 2 %)	2 %
Inexactitud tolerable (TE)	208 405 €
Valor de corte (5 % del valor contable total)	521 012 €

Resumiendo en forma de cuadro los resultados, tenemos lo que sigue:

Número de unidades por encima del valor de corte	12
Valor contable de la población por encima del valor de corte	8 785 634 €
Tamaño de la población restante (número de operaciones)	36
Valor de la población restante	1 634 613 €

El sistema de gestión y control se clasificó en la Categoría 3 «Funciona parcialmente; son necesarias mejoras sustanciales», así que decide seleccionar un tamaño de la muestra del 15 % de la población de operaciones. Es decir, $15\% \times 48 = 7,2$, que se redondea por exceso a 8. La AA decide que se extraerá una mayor proporción de operaciones en el estrato de valor elevado y auditar el 50 % de las operaciones en el estrato de valor elevado, es decir 6 operaciones. Las restantes operaciones ($8-6=2$) se seleccionan de la población restante. No obstante, la AA decide incrementar esta muestra de 2 a 3 operaciones para lograr una mejor representación de este estrato.

Debido a la pequeña variabilidad del gasto para esta población en cada estrato, el auditor decide someter la población a muestreo utilizando probabilidades iguales en ambos estratos.

Aunque se base en probabilidades iguales, se espera que esta muestra se traduzca en una cobertura mínima del 20 % del gasto de la población debido a la elevada cobertura del estrato de valor elevado. De hecho, al multiplicar el tamaño de la muestra por el valor contable medio por operación en cada estrato, la AA espera auditar 4 392 817 € en el estrato de valor elevado y 136 218 € en la población restante, lo que representa alrededor del 43,5 % del gasto total.

Se extrae aleatoriamente una muestra de 6 operaciones en el estrato de valor elevado. El gasto auditado en la muestra asciende a 4 937 894 €. No se constataron errores en estas 6 operaciones.

Se extrajo también una muestra de 3 operaciones de la población restante de operaciones. El gasto auditado en la muestra de la población restante asciende a 153 647 €. El error total identificado de la muestra en este estrato asciende a 4 374 €.

El gasto total auditado es de $153\,647\text{ €} + 4\,937\,894\text{ €} = 5\,091\,541\text{ €}$ que representa el 48,9 % del gasto total declarado. Teniendo en cuenta el nivel de garantía del sistema de gestión y control, la AA considera que este nivel de gasto auditado es adecuado para garantizar la fiabilidad de las conclusiones de auditoría.

Para decidir entre utilizar la estimación de media por unidad o la estimación de ratio, la AA ha comprobado los datos de la muestra para verificar la condición $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$, que se confirmó. La decisión fue utilizar la estimación de la ratio.

El valor del error extrapolado para ambos estratos es

$$EE = BV_e \times \frac{\sum_{i=1}^6 E_i}{\sum_{i=1}^6 BV_i} + BV_s \times \frac{\sum_{i=1}^3 E_i}{\sum_{i=1}^3 BV_i} = 0 + 1,634,613 \times \frac{4,374}{153,647} = 46,534.$$

donde BV_e y BV_s con los valores contables totales del estrato de valor elevado y de valor bajo. Cabe observar que el error proyectado es igual al índice de error de la muestra multiplicado por el valor contable del estrato.

Por último, el error proyectado se compara con el error máximo tolerable (el 2 % de 10 420 247 € = 208 405 €). El error proyectado es inferior al nivel de materialidad.

La conclusión que se puede extraer del ejercicio es que el auditor puede deducir razonablemente que la población contiene errores significativos. Sin embargo, no se puede determinar la precisión conseguida y se desconoce la confianza de la conclusión.

6.4.9 Muestreo no estadístico – dos periodos

De igual forma que se aplica en los métodos de muestreo estadístico, la autoridad de auditoría puede decidir realizar el proceso de muestreo en varios periodos durante el año (generalmente dos semestres) utilizando el enfoque de muestreo no estadístico. La principal ventaja de este enfoque no radica en la reducción del tamaño de la muestra, sino, principalmente, en que permite repartir la carga de trabajo de la auditoría a lo largo del año, con lo que se reduce la carga de trabajo que se realizaría al final del año si se efectuase una sola observación.

Con este enfoque, la población del periodo de referencia/ejercicio contable se divide en dos subpoblaciones, cada una de las cuales corresponde a las operaciones/solicitudes de pago y los gastos de cada semestre. Se extraen muestras independientes para cada semestre, utilizando la selección con probabilidad igual o la selección con probabilidad proporcional al tamaño (gasto), que se denomina a continuación selección con PPT.

Los dos ejemplos siguientes, uno sobre selección con probabilidad igual y el otro con selección con PPT, ilustran el muestreo de dos periodos utilizado con métodos de muestreo no estadístico. Cabe observar que los diseños de muestreo y las metodologías de proyección utilizadas para el muestreo de dos periodos en el muestreo no estadístico son los mismos que los utilizados en el muestreo estadístico, es decir, muestreo aleatorio simple en el caso de selección con probabilidad igual y MUM (enfoque estándar) en el caso de selección con PPT. Las únicas diferencias son:

- el tamaño de la muestra no se calcula con una fórmula específica,
- no se calcula la precisión.

No obstante, es destacable el requisito específico para el muestreo no estadístico que imponen las disposiciones legales para el periodo de programación 2014-2020 con respecto a la cobertura del gasto mínima del 10 % del gasto declarado a la Comisión durante un ejercicio contable⁴⁴ y el 5 % de las operaciones. En caso de utilizar el muestreo de un único periodo, la selección con probabilidad igual suele traducirse en un

⁴⁴ Véase también la sección 6.4.3 anterior.

índice de cobertura del gasto cercana a la fracción de la muestra utilizada para definir el número de operaciones. En el caso de muestreo de dos periodos o múltiples periodos, el índice de cobertura suele ser menor dado que algunas operaciones (es decir, operaciones declaradas en más de un periodo de auditoría) se verifican únicamente sobre parte del gasto declarado durante el ejercicio.

Por tanto, la aplicación de un enfoque de muestreo de dos periodos o múltiples periodos podría precisar la inclusión de más operaciones que en el caso del muestreo de un periodo con el objeto de cumplir el umbral exigido de cobertura del gasto.

Cabe observar que como la auditoría de operaciones abarcará el gasto declarado en parte del periodo de referencia, la carga de trabajo media de la auditoría por operación con el muestreo de dos periodos o múltiples periodos debería llevar menos tiempo. Sin embargo, pese a esto, la carga de trabajo general por ejercicio contable podría incrementarse para alcanzar el nivel deseado e cobertura del gasto.

Para solucionar este problema, la AA podría optar por aplicar un estrato de valor elevado que podría reducir al mínimo el número de operaciones que se deben comprobar por ejercicio contable (puesto que las operaciones con mayor gasto estarán más representadas en la muestra).

6.4.9.1 Muestreo no estadístico – dos periodos – selección con probabilidad igual

Para reducir la carga de trabajo de auditoría una vez finalizado el periodo de referencia, la AA decide distribuir el trabajo de auditoría en dos periodos. Al finalizar el primer semestre, la AA considera la población dividida en dos grupos correspondientes a cada uno de los dos semestres. La población al finalizar el primer semestre puede resumirse de la siguiente forma:

Gasto declarado al final del primer semestre	19 930 259 €
Tamaño de la población (operaciones - primer semestre)	41

La AA sabe por experiencia que, por lo general, las operaciones incluidas en el programa al final del periodo de referencia no están todas activas en la población del primer semestre. Además, se espera que el gasto declarado al final del segundo semestre sea dos veces más que el gasto declarado al final del primer semestre. Estos incrementos del gasto entre los dos semestres están acompañados por un menor incremento en el número de operaciones. La AA espera que en el segundo semestre haya 62 operaciones activas (en el primer semestre se completará 1 operación, las restantes 40 operaciones del primer semestre continuarán en el segundo semestre y se espera que el gasto se declare en el segundo semestre para 22 operaciones nuevas). La selección de muestras por solicitud de pago no incrementaría el tamaño de la población pues en nuestro

hipotético ejemplo basado en las normas de programas nacionales, se realiza una solicitud de pago por semestre. La AA decide utilizar un enfoque no estadístico seleccionando la muestra con probabilidades iguales.

A partir de estos supuestos, en el cuadro siguiente se presenta un resumen de la población:

Gasto declarado al final del primer semestre	19 930 259 €
Gasto que se declarará en el segundo semestre (previsto) (19 930 259 €*2 = 39 860 518 €)	39 860 518 €
Gasto total previsto para el periodo de referencia	59 790 777 €
Tamaño de la población (operaciones – primer semestre)	41
Tamaño de la población (operaciones – segundo semestre, previsión)	62 (40+22)
Nivel de materialidad (máximo 2 %)	2 %
Error tolerable (TE)	1 195 816 €

La AA considera que el sistema de gestión y control «*funciona parcialmente; son necesarias mejoras sustanciales*», por lo que decide seleccionar un tamaño de la muestra del 15 % de la cantidad de operaciones (véase la sección 6.4.3). En nuestro caso, en el periodo de referencia, tenemos un total de 63 operaciones⁴⁵ en las que el gasto se declara en ambos periodos de muestreo (41 operaciones que se iniciaron en el primer semestre y 22 operaciones nuevas en el segundo semestre). Por tanto, el tamaño de la muestra global previsto para todo el año es:

$$n = 0.15 \times 63 \approx 10$$

La afijación de la muestra por semestres es como sigue:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{41}{41 + 62} \times 10 \approx 4$$

y

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

La AA ha decidido aplicar un estrato de valor elevado que podría reducir al mínimo el número de operaciones que se deben comprobar por ejercicio contable (puesto que las operaciones con mayor gasto estarán más representadas en la muestra).

En el caso de la población del primer semestre, en nuestro ejemplo existe una operación grande por un valor total de 3 388 144 €, y las 40 operaciones restantes son mucho más pequeñas. Basándose en su criterio profesional, la autoridad de auditoría ha decidido

⁴⁵ 62 operaciones activas más una operación completada en el primer semestre.

aplicar un estrato de valor elevado con 1 operación (es decir, la operación mayor de la población del primer semestre). Utilizando esta estratificación, la AA esperaba abarcar al menos el 20 % del gasto total en el primer semestre mediante la auditoría de 4 operaciones.

Las 3 operaciones restantes de la muestra se seleccionaron aleatoriamente de la población del primer semestre, excluidas la operación del estrato de valor elevado (es decir, de la población de 16 542 115 €). El valor total de las 3 operaciones asciende a 1 150 398 €.

Así, la muestra de 4 operaciones en el primer semestre abarcó el 22,77 % del gasto declarado en el primer semestre.

La autoridad de auditoría ha detectado un error de 127 €⁴⁶ en la operación del estrato de valor elevado y un error total de 4 801 € en las 3 operaciones seleccionadas aleatoriamente.

Al final del segundo semestre hay más información disponible, en concreto, se conoce con exactitud el gasto total y el número de operaciones activas en el segundo semestre.

La AA se da cuenta de que el supuesto del que se partió al final del primer semestre en relación con el gasto total, 39 860 518 €, infraestima ligeramente el valor verdadero de 40 378 264 €. El número de operaciones activas en el segundo semestre es ligeramente menor del que se esperaba inicialmente. Por consiguiente, la AA no tiene que revisar el tamaño de la muestra para el segundo semestre ya que el número de operaciones inicialmente previsto en el segundo semestre se acerca al número real. El siguiente cuadro resume las cifras:

Parámetro	Previsión realizada en el primer semestre	Final del segundo semestre
Número de operaciones en el segundo semestre	62	61
Gasto total en el segundo semestre	39 860 518 €	40 378 264 €

⁴⁶ Este error pudo establecerse sobre la base de la verificación de todas las facturas (ítems de gasto) en esta operación del estrato de valor elevado declarado en el primer semestre. De forma alternativa, se podría seleccionar una submuestra de 30 facturas (ítems de gasto) como mínimo. En el caso de una submuestra de ítems de gasto, este error se referiría a un error extrapolado sobre la base de los ítems de gasto seleccionados en una operación. Deberá garantizarse que la submuestra de facturas se selecciona de forma aleatoria o, de forma alternativa, podría aplicarse la estratificación a las operaciones con verificación exhaustiva de algunos estratos y selección aleatoria de los ítems de gasto en los restantes estratos.

Teniendo en consideración las características de la población, la AA decide usar de nuevo una estratificación por gasto, definiendo un estrato de valor elevado basado en un umbral del 5 % del gasto de la población del segundo semestre. 3 operaciones superan este umbral con un valor total de 6 756 739 €. Las 3 operaciones restantes (en el segundo semestre se incluyen 6 operaciones menos 3 operaciones del estrato de valor elevado) se seleccionan de forma aleatoria de la población de 58 operaciones del estrato de valor bajo del segundo semestre, es decir, la población de 33 621 525 €. El valor total de la muestra aleatoria para el segundo semestre es 1 200 987 €. La AA estableció que el valor total de la muestra del segundo semestre (7 957 726 € = 1 200 987 + 6 756 739) es ligeramente menor al umbral del 20 % del segundo semestre. No obstante, como el valor total de la muestra para ambos semestres supera el mínimo exigido del 20 %, se llega a la conclusión de que no es necesaria ninguna muestra adicional para garantizar la cobertura del gasto.

La AA detectó un error de 432 076 € en las 3 operaciones del estrato de valor elevado y 5 287 € en el estrato de valor bajo.

Teniendo en consideración la correlación entre los errores del estrato de valor bajo y el gasto, la AA decide proyectar el error utilizando la estimación de la ratio.

El valor del error extrapolado para ambos semestres utilizando la estimación de la ratio⁴⁷ es

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + BV_{s1} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_{s1}} BV_{s1i}} + BV_{s2} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_{s2}} BV_{s2i}}$$

donde:

- EE_{e1} y EE_{e2} se refieren a los errores detectados en el estrato de valor elevado del primero y segundo semestres

- BV_{s1} y BV_{s2} se refieren a los valores contables de los estratos no exhaustivos del primero y segundo semestres

- $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_{s1}} BV_{s1i}}$ y $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_{s2}} BV_{s2i}}$ reflejan respectivamente un índice de error medio observado en el estrato no exhaustivo del primer semestre y el segundo semestre

Cabe observar que el error proyectado es igual a la suma de los errores detectados en el estrato de valor elevado para ambos semestres y los índices de error de las muestras aleatorias multiplicadas por los valores contables de estas muestras aleatorias en los respectivos estratos.

⁴⁷ Usando la media por unidad, la fórmula sería:

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + \frac{N_{s1}}{n_{s1}} \sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i} + \frac{N_{s2}}{n_{s2}} \sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}$$

En particular, en nuestro ejemplo, el error extrapolado a nivel de la población es:

$$EE = 127 + 432,076 + 16,542,115 \times \frac{4,801}{1,150,398} + 33,621,524 \times \frac{5,287}{1,200,987} =$$

649 247,94

(es decir, el 1,08 % del valor de la población)

Por último, el error proyectado se compara con el error máximo tolerable (el 2 % de 60 308 523 € = 1 206 170 €). El error proyectado es inferior al nivel de materialidad.

Sin embargo, no se puede determinar la precisión conseguida y se desconoce la confianza de la conclusión.

6.4.9.2 Muestreo no estadístico – dos periodos – selección con PPT

Para reducir la carga de trabajo de auditoría una vez finalizado el periodo de referencia, la AA decide distribuir el trabajo de auditoría en dos periodos. Al finalizar el primer semestre, la AA considera la población dividida en dos grupos correspondientes a cada uno de los dos semestres. La población al finalizar el primer semestre puede resumirse de la siguiente forma:

Gasto declarado al final del primer semestre	16 930 259 €
Tamaño de la población (operaciones - primer semestre)	34

La AA sabe por experiencia previa que, por lo general, las operaciones incluidas en el programa al final del periodo de referencia no están todas activas en la población del primer semestre. Además, se espera que el gasto declarado durante el segundo semestre sea dos veces y media mayor que el gasto declarado al finalizar el primer semestre. También se espera un crecimiento en el número de operaciones activas al final del segundo semestre, aunque menor que el esperado para el gasto. La AA espera que en el segundo semestre haya 52 operaciones activas (en el primer semestre se completará 2 operaciones, las restantes 32 operaciones del primer semestre continuarán en el segundo semestre y se espera que el gasto se declare en el segundo semestre para 20 operaciones nuevas). El muestreo de las solicitudes de pago para aumentar el tamaño de la población no es posible. Por tanto, la AA decide utilizar un enfoque no estadístico.

A partir de estos supuestos, en el cuadro siguiente se presenta un resumen de la población:

Gasto declarado al final del primer semestre	16 930 259 €
Gasto que se declarará en el segundo semestre (previsto) (16 930 259 €*2,5 = 42 325 648 €)	42 325 648 €
Gasto total previsto para el año	59 255 907 €

Tamaño de la población (operaciones – primer semestre)	34
Tamaño de la población (operaciones – segundo semestre, previsión)	52 (32+20)
Nivel de materialidad (máximo 2 %)	2 %
Error tolerable (TE)	1 185 118 €

La AA considera que el sistema de gestión y control «*funciona parcialmente; son necesarias mejoras sustanciales*», por lo que decide seleccionar un tamaño de la muestra del 15 % de la cantidad de operaciones. Además, con el objeto de maximizar la cobertura del gasto mediante la muestra aleatoria, el auditor decide seleccionar la muestra utilizando la probabilidad proporcional al tamaño. En nuestro caso, en el periodo de referencia, tenemos un total de 54 operaciones en las que el gasto se declara en ambos periodos de muestreo (34 operaciones que se incluyeron en el primer semestre y 20 operaciones nuevas en el segundo semestre). El tamaño de la muestra global previsto para todo el año es:

$$n = 0.15 \times 54 \approx 9$$

La afijación de la muestra por semestres es como sigue:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{16,930,259}{16,930,259 + 42,325,648} \times 9 \approx 3$$

y

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

Pese a que la cobertura del gasto en la población solo puede analizarse tras la selección de la muestra, el hecho de que el 15 % de las operaciones se seleccionen junto con la elección de la selección con probabilidad proporcional al tamaño se espera que se traduzca en el caso de nuestra población en una cobertura mínima del 20 % del gasto.

En primer lugar, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se someterá a un trabajo de auditoría exhaustiva. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV_1 , y el tamaño de la muestra previsto, n_1 . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte se situarán en el estrato de auditoría exhaustiva. En este caso, el valor de corte es $16\,930\,259 \text{ €} / 3 = 5\,643\,420 \text{ €}$.

No existen operaciones con un valor contable mayor que $5\,643\,420 \text{ €}$ y, por consiguiente, el intervalo de muestreo se corresponde con el valor de corte, es decir, $5\,643\,420 \text{ €}$.

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Valor de corte – primer semestre	5 643 420 €
Número de operaciones con valor contable mayor que el valor de corte – primer semestre	0

Valor contable de las operaciones con valor contable mayor que el valor de corte – primer semestre	0
BV_{s1} - valor contable de la población del estrato no exhaustivo en el primer semestre (como no tenemos operaciones por encima del valor de corte en el primer semestre, es la totalidad de la población del primer semestre)	16 930 259 €
n_{s1} - tamaño de la muestra del estrato no exhaustivo del primer semestre	3
SI_{s1} - intervalo de muestreo en el primer semestre	5 643 420 €

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 34 operaciones de la población y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se selecciona la muestra tomando cada ítem que contenga la unidad monetaria situada en el lugar 5 643 420⁴⁸. Se audita el valor de esas tres operaciones. La suma de los índices de error del primer semestre es

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} = 0.066$$

El gasto auditado de la muestra asciende a 6 145 892 €, que representa el 36,3 % del gasto total declarado. Teniendo en cuenta el nivel de garantía del sistema de gestión y control, la AA considera que este nivel de gasto auditado es más que suficiente para garantizar la fiabilidad de las conclusiones de auditoría.

Al final del segundo semestre hay más información disponible, en concreto, se conoce con exactitud el gasto total y el número de operaciones activas en el segundo semestre.

La AA se da cuenta de que el supuesto del que se partió al final del primer semestre en relación con el gasto total, 42 325 648 €, infraestima el valor verdadero de 49 378 264 €. El número de operaciones activas en el segundo semestre es menor del que se esperaba inicialmente. A consecuencia de la reducción del número de operaciones, se podría reducir también la muestra para el segundo semestre. El cuadro siguiente resume la población del segundo semestre:

Parámetro	Previsión realizada en el primer semestre	Final del segundo semestre
Número de operaciones en el segundo semestre	52	46
Gasto total en el segundo semestre	42 325 648 €	49 378 264 €

⁴⁸ En caso de que cualquiera de las operaciones seleccionadas tenga que ser sustituida por motivo de limitaciones impuestas por el artículo 148, deberán seleccionarse nuevas operaciones utilizando la selección con probabilidad proporcional al tamaño. Véase un ejemplo de esta sustitución en la sección 7.10.3.1.

Así, el número total de operaciones declaradas para ambos semestres era de 48 operaciones⁴⁹ (34 operaciones incluidas en el primer semestre y 14 operaciones que se iniciaron en el segundo semestre).

Teniendo en consideración este ajuste, el tamaño de la muestra del segundo semestre recalculado debido al cambio en el número de operaciones es

$$n_2 = 0.15 \times 48 - 3 \approx 5$$

Es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es 9 875 653 € (49 378 264/5)⁵⁰. Todos los ítems cuyo valor contable sea mayor que este valor de corte son auditados. Hay dos operaciones cuyo valor contable es mayor que este valor de corte. El valor contable total de estas operaciones asciende a 21 895 357 €. Se observó un error total de 56 823 € en estas dos operaciones.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al estrato no exhaustivo, n_{s2} , se calcula como la diferencia entre n_2 y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el estrato exhaustivo, n_{e2} . En nuestro caso es de 3 operaciones (5, el tamaño de la muestra, menos las 2 operaciones de valor elevado). Así pues, el auditor ha de seleccionar la muestra aleatoria utilizando el intervalo de muestreo:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{49,378,264 - 21,895,357}{3} = 9,160,969^{51}$$

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Valor de corte – segundo semestre	9 875 653 €
Número de operaciones con valor contable mayor que el valor de corte - segundo semestre	2
Valor contable de las operaciones con valor contable mayor que el valor de corte – segundo semestre	21 895 357 €
BV_{s2} - población de operaciones con valor contable menor que el valor de corte (estrato no exhaustivo) – segundo semestre	27 482 907 €

⁴⁹ 46 operaciones más 2 operaciones completadas en el 2.º semestre.

⁵⁰ Cabe observar que la AA podría también decidir aplicar un valor de corte menor que el calculado sobre la base de la ratio entre la población del primer semestre y el número de operaciones que se deben seleccionar en el semestre. La aplicación de un valor de corte menor para incrementar el número de operaciones del estrato superior podría ser útil en especial para la autoridad de auditoría si, sobre la base de un análisis de las características específicas de la población, parece que no se alcanzaría el umbral de cobertura del gasto con facilidad aunque se aplicase la PPT.

⁵¹ Obsérvese que en la práctica puede suceder que tras el cálculo del intervalo de muestreo basado en el gasto y el tamaño de la muestra del estrato de muestreo, algunas unidades de población seguirán presentando un gasto superior a este intervalo de muestreo BV_s/n_s (aunque no hayan presentado previamente un gasto superior al valor de corte (BV/n)). De hecho, han de añadirse también al estrato de valor elevado todos los ítems cuyo valor contable sigue siendo superior a este intervalo ($BV_i > BV_s/n_s$). Si sucede esto, y después de trasladar los nuevos ítems al estrato de valor elevado, debe recalcularse el intervalo de muestreo para el estrato de muestreo teniendo en cuenta los nuevos valores para la ratio BV_s/n_s . Este proceso iterativo debe realizarse varias veces hasta el momento en que no haya unidades que presenten un gasto superior al intervalo de muestreo.

n_{s2} - tamaño de la muestra del estrato no exhaustivo del segundo semestre	3
SI_{s2} - intervalo de muestreo en el segundo semestre	9 160 969 €

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 43 operaciones restantes y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 3 operaciones mediante el procedimiento sistemático de probabilidad proporcional al tamaño.

Se audita el valor de esas 3 operaciones. La suma de los índices de error del segundo semestre es:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0.0475$$

El gasto auditado en la muestra del segundo semestre asciende al valor contable total de los proyectos de valor elevado, 21 895 357 €, más el gasto auditado en la muestra de la población restante, 2 245 892 €. El gasto total auditado en el segundo semestre asciende a 24 141 249 €, que representa el 48,89 % del gasto total declarado. Teniendo en cuenta el nivel de garantía del sistema de gestión y control, la AA considera que este nivel de gasto auditado es más que suficiente para garantizar la fiabilidad de las conclusiones de auditoría⁵².

La proyección de los errores en la población se lleva a cabo de forma diferente para las unidades de muestreo (operaciones) de los estratos exhaustivos y para las unidades que se encuentran en los estratos no exhaustivos.

En los estratos exhaustivos, es decir, en los estratos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos estratos:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 0 + 56,823 = 56,823$$

En la práctica:

- 1) Para cada semestre t , se identifican las unidades pertenecientes al grupo exhaustivo y se suman sus errores.
- 2) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

En el grupo no exhaustivo, es decir, en los estratos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual al valor de corte, $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es

⁵² Véase el ejemplo dla sección 6.4.7 sobre procedimientos en caso de cobertura insuficiente.

$$EE_s = \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

$$= 5,643,420 \times 0.066 + 9,160,969 \times 0.0475 = 807,612$$

Para calcular este error proyectado:

- 1) En cada estrato t se calcula, para cada unidad de la muestra, el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) En cada semestre t , se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) En el semestre t , se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo aplicado para la selección aleatoria de operaciones en el estrato no exhaustivo
- 4) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s = 56,823 + 807,612 = 864,435$$

(es decir, el 1,30% del valor de la población)

Por último, el error proyectado se compara con el error máximo tolerable (el 2 % de 66 308 523 € = 1 326 170 €). El error proyectado es inferior al nivel de materialidad.

Sin embargo, no se puede determinar la precisión conseguida y se desconoce la confianza de la conclusión.

6.4.10 Muestreo en dos etapas (submuestreo) en los métodos de muestreo no estadístico

Por lo general, todo el gasto declarado a la Comisión en la muestra estará sujeto a auditoría. No obstante, cuando las unidades de muestreo seleccionadas incluyen un gran número de solicitudes de pago o facturas/otros ítems de gasto subyacentes, la autoridad de auditoría puede auditarlas a través del submuestreo. En la sección 7.6 *Muestreo en dos etapas* y en la sección 6.5.3.1 sobre el muestreo en dos y tres etapas en el seno de los programas de CTE se ofrece información más detallada.

Obsérvese que los ítems sometidos a submuestreo deberán seleccionarse aleatoriamente. También es posible aplicar un diseño de estratificación a nivel de submuestreo con facturas/ítems de gasto de algunos estratos verificados exhaustivamente y algunos estratos comprobados mediante verificación de una selección aleatoria de ítems de gasto. La estratificación se realizará generalmente basándose en el tipo de gasto o en el importe de la factura/ítem de gasto (por ejemplo, mediante verificación exhaustiva de todos los ítems de valor elevado y un estrato de ítems de valor bajo por ítems aleatorios).

Para el periodo de programación 2014-2020 y de acuerdo con el artículo 28 del RD, cuando se use el submuestreo con facturas o solicitudes de pago como unidades de submuestreo, la AA deberá incluir al menos 30 facturas/otros ítems de gasto o solicitudes de pago. Cuando se usen otras unidades de submuestreo en el muestreo no

estadístico (como por ejemplo un proyecto con una operación, un socio del proyecto en programas de CTE), al AA podrá decidir, basándose en su criterio profesional, la cobertura suficiente de una submuestra. En este caso, se recomienda que en caso de seleccionar menos de 30 unidades de muestreo, deberán abarcar al menos el 10 % del gasto de la unidad de muestreo (por ejemplo de una operación).

6.5 Métodos de muestreo para programas de Cooperación territorial europea (CTE)

6.5.1 *Introducción*

Los programas de CTE presentan ciertas peculiaridades: generalmente no es posible agruparlos porque cada sistema y subsistema es diferente; el número de operaciones suele ser bajo. Para cada operación suele haber un socio principal (beneficiario principal con arreglo al artículo 13 del Reglamento (UE) n.º 1299/2013) y varios socios del proyecto distintos (otros beneficiarios con arreglo al artículo 13 del Reglamento (UE) n.º 1299/2013). En las operaciones seleccionadas en la cooperación transfronteriza y transnacional participarán socios de al menos dos países participantes, mientras que en las operaciones en el marco de la cooperación interregional participarán socios de al menos tres países (artículo 12 del Reglamento (UE) n.º 1299/2013).

6.5.2 *Unidad de muestreo*

La autoridad de auditoría determinará la unidad de muestreo sobre la base de su criterio profesional. Podrá ser una operación, un proyecto dentro de una operación o una solicitud de pago de un beneficiario (artículo 28, apartado 6, del Reglamento Delegado n.º 480/2014). Si la AA decide utilizar una solicitud de pago como unidad de muestreo, podrá optar bien por una solicitudes de pago agregada que incluya solicitudes individuales de pago del socio principal y otros socios del proyecto o bien una solicitud de pago de un socio del proyecto (sin discriminar entre el socio principal y otros socios). La AA podrá decidir asimismo utilizar las solicitudes de pago agrupadas de un socio del proyecto declaradas en el seno de una operación en un periodo de muestreo determinado. En ese caso, las solicitudes de pago agrupadas por socio del proyecto constituyen la unidades de muestreo (esta unidad de muestreo se denomina más adelante en el texto un socio del proyecto).

La selección de la unidad de muestreo determina el enfoque de la proyección. La proyección de errores en la población se basa en los errores en las unidades de muestreo seleccionadas. Así, si la AA no verifica la totalidad del gasto en la unidad de muestreo seleccionada (se aplica el submuestreo), será necesario extrapolar los errores de la submuestra al nivel de la unidades de muestreo antes de llevar a cabo la extrapolación en la población.

En concreto, si la AA decide elegir las operaciones como su unidad de muestreo, con una submuestra de socios del proyecto, la AA deberá proyectar en la población los

errores detectados en el gasto de socios seleccionados antes de realizar la extrapolación en la población.

Al contrario, un enfoque de proyección más sencillo podría garantizarse mediante el uso de socios del proyecto⁵³ (o de solicitudes de pago de socios del proyecto) como unidades de muestreo. El uso de estas unidades de muestreo permite proyectar los errores detectados en el gasto declarado por los socios del proyecto seleccionados (o en las solicitudes de pago seleccionadas de socios del proyecto) directamente en la población de todo el gasto declarado a la CE, sin realizar la proyección en dos etapas que se ha descrito. (Como la operación no es constitutiva de unidades de muestreo en esa situación, no es necesario extrapolar los errores detectados en la población).

Aunque pueden existir otras opciones disponibles, los servicios de la CE recomiendan en particular el uso de una de las siguientes unidades de muestreo en los programas de CTE a la hora de diseñar la metodología de muestreo:

- a) solicitud de pago de un socio del proyecto (concreto),
- b) socio del proyecto (es decir, todas las solicitudes de pago declaradas por un socio del proyecto en el marco de una operación en un periodo de muestreo determinado)
o
- c) la operación.

Todas las unidades de muestreo anteriores pueden utilizarse tanto en los métodos de muestreo estadístico como no estadístico. Sin embargo, el uso de las operaciones como unidades de muestreo en el marco de un método de muestreo estadístico podría entrañar una carga de trabajo mayor en el contexto de los programas de CTE en comparación con las otras dos unidades de muestreo señaladas. Por tanto, el uso de la operación como la unidad de muestreo se recomienda en los métodos de muestreo no estadísticos.

La sección 6.5.3 siguiente presenta información más detallada en el contexto del muestreo en dos y tres etapas sobre las posibles unidades de muestreo y unidades de submuestreo en los programas de CTE junto con notas adicionales sobre las limitaciones e implicaciones metodológicas pertinentes.

6.5.3 *Metodología de muestreo*

En el caso de los procedimientos de muestreo estadístico y no estadístico en los programas de CTE, son de aplicación las metodologías de muestreo generales que se describen en las correspondientes secciones de la presente nota orientativa. En esta sección se ofrecen aclaraciones adicionales en vista de las particularidades de los programas de CTE.

⁵³ Sin necesidad de diferenciar entre el socio principal y otros socios del proyecto.

Puede que no se alcance el umbral de 50-150 operaciones en los programas de CTE caracterizados por pequeñas poblaciones, en especial al inicio del periodo de ejecución. Sin embargo, aunque se alcance este umbral, dada la configuración específica de los programas de CTE, puede que no sea viable utilizar el muestreo estadístico. Por tanto, la AA, basándose en su criterio profesional, podría utilizar el muestreo no estadístico para la CTE, con arreglo a las condiciones del artículo 127, apartado 1, del RDC, al tiempo que respeta la cobertura mínima del 5 % de las operaciones y el 10 % del gasto. El razonamiento y las elecciones adoptadas por la AA deberán reflejarse en su estrategia de auditoría, que requiere una actualización anual, tal como se establece en el artículo 127, apartado 4, del RDC.

Al usar métodos de muestreo estadístico, se admite el cálculo de la precisión, lo cual permite controlar el riesgo de auditoría. Cuando la unidad de muestreo equivale a una operación, la aplicación de las metodologías de muestreo estadístico puede traducirse en elevados costes de auditoría de los programas de CTE, dada su configuración específica. Así, se recomienda a la AA que utilice otras unidades de muestreo (un socio o una solicitud de pago de un socio del proyecto concreto) que permita reducir los costes de los procedimientos de auditoría con el muestreo estadístico. Este enfoque se facilita cuando el sistema de seguimiento, previsto en el artículo 24 del Reglamento (UE) n.º 480/2014, permite el desglose de datos sobre gastos entre socios del proyecto.

Además, cabe observar que en el periodo de programación 2014-2020 las disposiciones del artículo 127 del Reglamento (UE) n.º 1303/2013 exigen una cobertura mínima del 5 % de las operaciones y del 10 % del gasto declarado si se aplica un método de muestreo no estadístico. Como en el caso del muestreo estadístico no se aplica este requisito, la AA deberá considerar que el uso de un método de muestreo estadístico puede traducirse en algunos casos a un trabajo de auditoría equivalente o incluso menor (en comparación con el muestreo no estadístico), en particular si se utilizan como unidades de muestreo las solicitudes de pago de los socios del proyecto y se utiliza el muestreo aleatorio simple. Frente a costes y esfuerzo de auditoría similares, se recomienda a la AA que opte por el muestreo estadístico.

Por último, debido al sistema de control específico que utilizan los programas de CTE (por ejemplo, sistemas descentralizados frente a centralizados), la AA puede considerar la posibilidad de aplicar estratificación (por ejemplo, utilizando los resultados de las auditorías del sistema), que permitirá a la AA extraer conclusiones por estrato según sea necesario. La estratificación por EM puede tenerse en consideración bien *a priori* o *a posteriori* (por ejemplo, cuando el índice de error es superior al 2 %), para que la AA pueda evaluar de dónde procede el error. A este respecto, la metodología de muestreo puede tener en cuenta la «estrategia ascendente» explicada en la sección 7.8 de la nota orientativa.

6.5.3.1 Muestreo en dos etapas y tres etapas (submuestreo)

Al usar métodos de muestreo tanto estadístico como no estadístico, la AA necesita establecer errores en las unidades de muestreo seleccionadas antes de proyectar en la población los errores detectados en la muestra. Por lo general, todo el gasto declarado a la Comisión en la muestra deberá estar sujeto a auditoría. No obstante, cuando las unidades de muestreo seleccionadas incluyen un gran número de solicitudes de pago o facturas subyacentes, la autoridad de auditoría puede auditarlas a través del submuestreo. En estos casos, para establecer el error en las unidades de muestreo seleccionadas, la AA deberá proyectar en la unidad de muestreo los errores detectados en la submuestra. En la siguiente etapa, los errores de las unidades de muestreo (establecidos sobre la base de una submuestra) se proyectan en la población de operaciones o solicitudes de pago para calcular el error proyectado de la población.

Unidades de submuestreo

Tanto en el muestreo estadístico como no estadístico, la AA puede utilizar distintas unidades de submuestreo en un diseño de muestreo en dos o tres etapas, como facturas, proyectos en el marco de una operación, solicitudes de pago agregadas que incluyan solicitudes de pago concretas del socio principal y otros socios del proyecto, solicitudes de pago de socios del proyecto concretos, socios del proyecto.

Debido a la configuración de las operaciones en el contexto de los programas de CTE, la AA aplica con frecuencia un diseño de muestreo bien con muestreo en dos etapas o tres etapas, donde un socio del proyecto o una solicitud de pago de un socio del proyecto podrían constituir una unidad de muestreo en una de las etapas de muestreo.

Si la unidad de muestreo es una operación, la AA podría decidir tener un diseño de muestreo con selección de una submuestra de solicitudes de pago de socios del proyecto concretos (muestreo en dos etapas). Otra opción del diseño de muestreo en dos etapas, la que se utiliza con más frecuencia en el contexto de la CTE, es agrupar todas las solicitudes de pago de socios del proyecto concretos por socio del proyecto y seleccionar una submuestra de socios del proyecto en el marco de la operación seleccionada. En estos casos, los errores detectados en las solicitudes de pago/socios del proyecto deben proyectarse en primer lugar en la operación antes de llevar a cabo la proyección final de los errores en la población de operaciones.

Facturas como unidad de submuestreo

Si algunas unidades de muestreo de la submuestra seleccionada (solicitudes de pago/socios) cuentan con un gran número de facturas/otros ítems de gasto, la AA podría decidir auditarlos por muestra, lo que se traduciría en un diseño de muestreo en tres etapas. En ese caso, el error detectado en la submuestra de facturas deberá proyectarse

en primer lugar en una solicitud de pago/un socio. Posteriormente, los errores establecidos en las solicitudes de pago/socios se deberán proyectar en la operación, como en el diseño de muestreo en dos etapas.

La AA puede asimismo usar las facturas como unidad de muestreo en el muestreo en dos etapas, que en particular se aplica cuando bien una solicitud de pago de un socio del proyecto concreto o un socio son la principal unidad de muestreo. En el caso de operaciones como principal unidad de muestreo en un diseño de muestreo en dos etapas, la submuestra de facturas se seleccionaría directamente de la población de todas las facturas de la operación, sin la fase intermedia de una submuestra a nivel de socio/solicitud de pago.

Selección de unidades de submuestreo con los métodos estadístico y no estadístico

Todas las unidades de muestreo en submuestras deberán seleccionarse de manera aleatoria⁵⁴, también en el caso de los métodos de muestreo no estadístico. No obstante, en el caso de aplicarse la estratificación de las submuestras, obviamente, la AA puede decidir auditar todas las unidades de muestreo de un estrato específico.

Ejemplo: si la AA decide usar una operación como unidad de muestreo de la muestra principal y socios del proyecto como unidades de submuestreo, la AA puede bien:

- efectuar una selección aleatoria de socios del proyecto (sin diferenciar entre el socio principal y otros socios del proyecto) o

- aplicar la estratificación en una operación:

- un estrato para el gasto del socio principal y

- un segundo estrato para el gasto de los otros socios del proyecto.

Como en este último caso el socio principal no se selecciona de forma aleatoria sino que su gasto constituye un estrato exhaustivo, el modelo de proyección ha de tenerlo en cuenta. Para calcular el error en la operación, los errores de los otros socios del proyecto seleccionados aleatoriamente en la operación deberán proyectarse en el estrato de otros socios del proyecto, mientras que el error del socio principal deberá agregarse al error proyectado para establecer el índice de error proyectado total de la operación. En la sección 6.5.3.3 siguiente se contempla un ejemplo basado en este diseño de muestreo.

⁵⁴ Utilizando la selección con probabilidad igual (donde cada unidad de muestreo tiene las mismas posibilidades de seleccionarse independientemente de la cantidad del gasto declarado en la unidad de muestreo) o la probabilidad proporcional al tamaño (gasto) (donde se realiza una selección aleatoria del primer elemento de la muestra y, posteriormente, de los siguientes elementos mediante un intervalo hasta que se alcance el tamaño de la muestra deseado) con el uso de la unidad monetaria como variable auxiliar para el muestreo, como sucede con el caso del MUM.

Debe recordarse también que en el caso de aplicarse el muestreo estadístico para la muestra principal, la AA debe garantizar la aplicación del método de muestreo estadístico para la selección de unidades de muestreo de todas las submuestras en todas las etapas. En particular, si se eligen las operaciones como unidades de muestreo con una submuestra de socios del proyecto en la segunda etapa y una submuestra de facturas en la tercera etapa, la AA debe garantizar la observación de al menos 30 unidades en la segunda etapa así como en la tercera etapa. Por consiguiente, si la unidad de submuestra seleccionada en el marco de una operación es el socio del proyecto, deberán seleccionarse 30 socios del proyecto (en pocos casos sería aplicable, si acaso alguno). De lo contrario, se podrá aplicar el método aún pero equivaldrá a la selección de todos los socios relacionados con la operación, lo que se traduce en la práctica en la aplicación del muestreo en dos etapas (la operación en la primera etapa y las facturas en la segunda etapa) en lugar del muestreo en tres etapas. De igual forma, para cada socio seleccionado debe garantizarse una verificación de una submuestra de al menos 30 facturas en caso de que las auditorías exhaustivas sean demasiado costosas.

Para el periodo de programación 2014-2020 y de acuerdo con el artículo 28 del RD, cuando se use el submuestreo con facturas o solicitudes de pago como unidades de submuestreo, la AA deberá incluir al menos 30 facturas/otros ítems de gasto o solicitudes de pago también con arreglo al muestreo no estadístico. Cuando se usen otras unidades de submuestreo en el muestreo no estadístico (como por ejemplo un proyecto con una operación, un socio del proyecto), la AA podrá decidir, basándose en su criterio profesional, la cobertura suficiente de una submuestra. En este caso, se recomienda que en caso de seleccionar menos de 30 unidades de submuestreo, deberán abarcar al menos el 10 % del gasto de la unidad de muestreo (por ejemplo de una operación).

6.5.3.2 Principales configuraciones potenciales de las unidades de muestreo en el muestreo en dos etapas y en tres etapas

En el cuadro siguiente se resumen las principales configuraciones potenciales de las unidades de muestreo en el muestreo en dos etapas y en tres etapas en el contexto de los programas de CTE. Basándose en consideraciones estadísticas, estas configuraciones podrían aplicarse tanto en los métodos de muestreo no estadístico como estadístico. No obstante, como ya se aclara en el cuadro, algunas de las configuraciones contempladas podrían no ser viables debido al elevado coste de auditoría y, en algunos casos, las restricciones metodológicas podrían dificultar su uso en métodos de muestreo estadístico debido al número insuficiente de unidades de submuestreo en la práctica. **En particular, mientras que las opciones 1 y 2 del cuadro siguiente se consideran las más eficientes en términos de costes en el caso de los métodos de muestreo estadístico y las opciones 2 y 3 en el caso de los métodos de muestreo no estadístico, las restantes opciones podrían requerir muchos más recursos de auditoría y, por consiguiente, no suelen ser viables en la práctica.**

6.5.3.2.1 Diseños en dos etapas

Opción	Unidad de muestreo de la muestra principal	Unidad de submuestreo (si procede)	Recomendación de aplicación en métodos de muestreo estadístico y no estadístico	Otras observaciones/limitaciones
1.	Solicitud de pago de un socio del proyecto	Factura/otro ítem de gasto	<i>Muestreo estadístico: sí</i>	Entre los diseños de muestreo estadístico presentados, es la configuración que requiere menos recursos de auditoría y permite al mismo tiempo el cálculo de la precisión y del límite de error superior, lo que facilita el control del riesgo de auditoría.
			<i>Muestreo no estadístico: es un enfoque significativamente menos eficiente en términos de costes en comparación con el uso del socio del proyecto como principal unidad de muestreo debido a la exigencia de cobertura mínima del 10 % del gasto declarado a la CE y del 5 % de las operaciones con respecto a un ejercicio contable. (La AA necesitaría abarcar más unidades de muestreo para cumplir el requisito de cobertura mínimo del nivel de gasto).</i>	En los métodos de muestreo no estadístico, las opciones 2 y 3 son las más eficientes en términos de costes.
2.	Socio del proyecto	Factura/otro ítem de gasto	<i>Muestreo estadístico: sí</i>	Es un enfoque recomendado en el método de muestreo estadístico. Podría ser más costoso que la opción 1.
			<i>Muestreo no estadístico: sí</i> (El artículo 127 del RDC exige una cobertura mínima del 5 % de las operaciones y el 10 % del gasto declarado.)	Es un enfoque recomendado en el método de muestreo no estadístico. Cabe observar que en comparación con otro enfoque eficiente en términos de costes en el muestreo no estadístico (es decir, la opción 3 siguiente), la opción 2 no requiere la proyección en la operación de los socios del proyecto puesto que la proyección en la población se lleva a cabo directamente a partir de los socios del proyecto. En el caso de socios del proyecto cuyas facturas/ítems de gasto no se verifiquen exhaustivamente, el error de un socio se calcularía sobre la base de la proyección de errores detectados en la submuestra de facturas/otros ítems de gasto.
3.	Operación	Socio del proyecto ⁵⁵	<i>Muestreo estadístico:</i> a) En el caso de hasta 30 socios del proyecto en una operación, no se aplica este diseño. (Para la verificación de los métodos estadísticos se precisará la	En los métodos de muestreo estadístico, las opciones 1 y 2 son las más eficientes en términos de costes.

⁵⁵ Esta unidad de submuestreo agrupa por socio todas las solicitudes de pago declaradas por un socio del proyecto en el marco de una operación en un periodo de muestreo determinado.

Opción	Unidad de muestreo de la muestra principal	Unidad de submuestreo (si procede)	Recomendación de aplicación en métodos de muestreo estadístico y no estadístico	Otras observaciones/limitaciones
			<p>totalidad o al menos 30 socios por submuestra. Cuando el número de socios es igual o inferior a 30, este método entrañaría la selección de todos los socios existentes, por lo que se convertiría en un diseño de muestreo en una etapa.)</p> <p>b) En el caso de más de 30 socios del proyecto: elevado coste de auditoría de incluir al menos 30 socios.</p>	
			<p><i>Muestreo no estadístico: sí</i> (El artículo 127 del RDC exige una cobertura mínima del 5 % de las operaciones y el 10 % del gasto declarado.)</p>	<p>En la selección de los socios del proyecto pueden aplicarse dos opciones:</p> <p>a) una selección aleatoria de socios sin diferenciar entre el socio principal y otros socios del proyecto,</p> <p>b) para cada operación seleccionada, la verificación del gasto declarado por el socio principal y el gasto declarado por otros socios del proyecto seleccionados de forma aleatoria.</p> <p>El enfoque exige la proyección en la operación de los errores de los socios del proyecto seleccionados (véase en la opción 2 otro enfoque eficiente en términos de costes en el muestreo no estadístico que no requiere la proyección del nivel de los socios al nivel de la operación).</p> <p>En el muestreo no estadístico, se recomienda que la submuestra de los socios del proyecto cubra al menos el 10 % del gasto de la operación.</p>
4.	Operación/Solicitud de pago agregada	Factura/otro ítem de gasto	<p><i>Muestreo estadístico:</i> Esta configuración no es eficiente en términos de costes pues exigiría la verificación del gasto contraído por distintos socios de una operación seleccionada (solicitud de pago agregada). Precisa más recursos de auditoría que las opciones 1 y 2.</p> <p><i>Muestreo no estadístico:</i> generalmente no es viable debido al elevado coste de auditoría</p>	<p>En los métodos de muestreo estadístico, las opciones 1 y 2 son las más eficientes en términos de costes.</p> <p>En los métodos de muestreo no estadístico, las opciones 2 y 3 son las más eficientes en términos de costes.</p>
5.	Operación	Solicitud de pago agregada	<p><i>Muestreo estadístico:</i></p> <p>a) En el caso de hasta 30 solicitudes de pago agregadas, este diseño requiere la verificación de todas las solicitudes de pago agregadas, lo cual se traduce en un diseño en una etapa.</p> <p>b) En el caso de más de 30 solicitudes de pago: elevado coste de auditoría de</p>	<p>En los métodos de muestreo estadístico, las opciones 1 y 2 son las más eficientes en términos de costes.</p>

Opción	Unidad de muestreo de la muestra principal	Unidad de submuestreo (si procede)	Recomendación de aplicación en métodos de muestreo estadístico y no estadístico	Otras observaciones/limitaciones
			incluir al menos 30 solicitudes de pago agregadas.	
			<i>Muestreo no estadístico:</i> generalmente no es viable debido al elevado coste de auditoría	En los métodos de muestreo no estadístico, las opciones 2 y 3 son las más eficientes en términos de costes.
6.	Operación o solicitud de pago agregada	Solicitud de pago de un socio del proyecto	<p><i>Muestreo estadístico:</i></p> <p>a) En el caso de hasta 30 solicitudes de pago de distintos socios del proyecto, este diseño requiere la verificación de todas las reclamaciones de pago de distintos socios del proyecto, lo que se traduce en un diseño de muestreo en una etapa.</p> <p>b) En el caso de más de 30 solicitudes de pago: elevado coste de cobertura de al menos 30 solicitudes de pago de distintos socios del proyecto.</p>	En los métodos de muestreo estadístico, las opciones 1 y 2 son las más eficientes en términos de costes.
			<i>Muestreo no estadístico:</i> generalmente no es viable debido al elevado coste de auditoría	En los métodos de muestreo no estadístico, las opciones 2 y 3 son las más eficientes en términos de costes.

En la práctica, en el contexto de la CTE, los diseños de muestreo en dos etapas utilizados con más frecuencia son:

- el uso de una operación como unidad de muestreo y un socio del proyecto como unidad de submuestreo en el caso de muestreo no estadístico (véase la opción 3 anterior),
- el uso de una solicitud de pago de un socio del proyecto concreto como unidad de muestreo y una factura/otro ítem de gasto como unidad de submuestreo en el caso de muestreo estadístico (véase la opción 1 anterior).

La configuración de un socio del proyecto como unidad de muestreo y una factura/otro ítem de gasto como unidad de submuestreo (véase la opción 2 anterior) es un enfoque recomendado asimismo, que podría ser eficiente en términos de costes tanto en el caso de los métodos de muestreo no estadístico o estadístico. En ese caso, el error de cada socio se puede calcular sobre la base de la proyección de errores detectados en la submuestra de facturas. Los errores de los socios se extrapolarán directamente en la población (sin necesidad de calcular el error de las operaciones correspondientes ya que la operación no es la unidad de muestreo en tal configuración).

Debe prestarse especial atención al caso en el que la AA decida optar por la operación como unidad de muestreo con un método de muestreo estadístico. Pueden aplicarse distintas unidades de submuestra en ese caso, como una solicitud de pago agregada (véase la opción 5 anterior), un socio del proyecto (véase la opción 3 anterior) o una solicitud de pago de un socio del proyecto concreto (véase la opción 6 anterior). No obstante, con un método de muestreo estadístico será necesario garantizar al menos 30

observaciones en cada etapa de muestreo, por lo que puede ser necesaria la verificación de todas las unidades de submuestreo (ya que normalmente hay menos de 30 unidades de submuestreo disponibles).

La excepción afecta a la selección de las operaciones como unidad de muestreo y una factura/otro ítem de gasto como unidad de submuestreo (véase la opción 4 anterior). En este caso, la submuestra estadística de facturas se seleccionaría en la población de todas las facturas declaradas para la operación dentro del periodo de muestreo (es decir, abarcando todos los socios del proyecto que declararon gasto en el periodo de muestreo). La carga de trabajo de auditoría se reduciría enormemente en comparación con la aplicación de otras unidades de submuestreo mencionadas con anterioridad. No obstante, esta configuración requeriría generalmente muchos más recursos de auditoría en comparación con el uso de socios del proyecto o solicitudes de pago de socios del proyecto como unidades de muestreo con una submuestra de facturas (véanse las opciones 1 y 2 anteriores).

6.5.3.2.2 Diseños en tres etapas

Unidad de muestreo de la muestra principal	Unidad de submuestreo	Unidad de muestreo de la submuestra en el nivel más bajo	Observaciones
Operación	Socio del proyecto ⁵⁶	Factura/otro ítem de gasto	Véase la opción 3 del cuadro anterior.
Operación	Solicitud de pago agregada	Factura/otro ítem de gasto	Véase la opción 5 del cuadro anterior.
Operación	Solicitud de pago de un socio del proyecto concreto	Factura/otro ítem de gasto	Véase la opción 6 del cuadro anterior.
Solicitud de pago agregada	Solicitud de pago de un socio del proyecto concreto	Factura/otro ítem de gasto	Véase la opción 6 del cuadro anterior.

En el contexto de la CTE, el diseño en tres etapas se aplica principalmente en los métodos de muestreo no estadístico donde se seleccionan las operaciones como unidades de muestreo y socios del proyecto como unidad de submuestreo, para el que se verifica una selección aleatoria de facturas.

⁵⁶ Esta unidad de submuestreo agrupa por socio todas las solicitudes de pago declaradas por un socio del proyecto en el marco de una operación en un periodo de muestreo determinado.

6.5.3.3 *Un enfoque posible en el muestreo en dos etapas (operación como unidad de muestreo y submuestra de socios del proyecto donde se selecciona el socio principal y una muestra de socios del proyecto)*

6.5.3.3.1 Diseño del muestreo

Tomemos el caso en el que la AA ha decidido que, para las operaciones seleccionadas, la auditoría del socio principal deberá cubrir siempre sus propios gastos y el proceso de agregación de las solicitudes de pago de los socios del proyecto. Si el número de otros socios del proyecto es tal que resulta imposible auditarlos a todos, se seleccionará una muestra aleatoria. Así, la AA ha optado por la estratificación a nivel de la unidad de muestreo de la muestra principal con un estrato separado de gasto declarado por el socio principal y un estrato de gasto declarado por otros socios del proyecto. El tamaño de la muestra combinada de socio principal y socios del proyecto debe ser suficiente como para que la AA pueda extraer conclusiones válidas.

En esos casos, la proyección de los errores en la población (o la operación correspondiente) deberá tener en consideración que el socio principal ha sido auditado, mientras que los socios del proyecto fueron auditados a través del muestreo.

La siguiente metodología aplicada por la AA en el ejemplo actual supone:

- el uso de diseño de muestreo no estadístico;
- diseño en dos etapas, donde el primer nivel es la selección de las operaciones, el segundo nivel la selección de una muestra de socios en cada operación⁵⁷;
- selección de todas las unidades (operaciones, socios) con probabilidades iguales (otros métodos de muestreo son aceptables);
- en cada operación se selecciona siempre el socio principal;
- se selecciona una muestra de socios del proyecto entre la lista de socios.

En primer lugar, se debería reconocer que en la primera etapa de la selección (operaciones), el diseño debería seguir uno de los métodos propuestos con anterioridad. Dentro de cada operación, la estrategia se corresponde con un diseño estratificado con dos estratos:

- el primer estrato se corresponde con el socio principal y consta de solamente una unidad de población que siempre se selecciona en la muestra. En la práctica, este estrato debe tratarse como un estrato exhaustivo similar a los estratos de valor elevado;
- el segundo estrato se corresponde con el grupo de socios del proyecto y se observa a través del muestreo.

⁵⁷ También es posible efectuar la submuestra de las solicitudes de pago u otras unidades de los socios seleccionados si son demasiado grandes para su observación exhaustiva.

Para una operación específica, i , en la muestra, el error proyectado para el estrato exhaustivo (correspondiente al socio principal) es:

$$EE_e = E_{LP}$$

donde E_{LP} es la cantidad de error detectado en el gasto del socio principal. En otras palabras, el error proyectado del estrato exhaustivo es simplemente la cantidad de error detectado en el socio principal.

Téngase en cuenta que no es obligatorio auditar totalmente al socio principal; el submuestreo del gasto del socio principal es una opción si incluye una gran cantidad de solicitudes de pago (u otras subunidades). Si este es el caso, la submuestra de las solicitudes de pago (u otras subunidades) deben usarse para proyectar la cantidad de error del socio principal.

Si se usa una submuestra y asumiendo de nuevo una selección basada en probabilidades iguales y estimación de la ratio⁵⁸, el error proyectado del socio principal será:

$$EE_{LP} = BV_{LP} \frac{\sum_{j=1}^{n_{LP}} E_j}{\sum_{j=1}^{n_{LP}} BV_j}$$

donde BV_{LP} es el gasto del socio principal y n_{LP} el tamaño de la muestra de las subunidades auditadas para este socio.

Para el estrato que contiene los restantes socios del proyecto, el error debe proyectarse teniendo en consideración que solo se ha observado una muestra de estos socios.

De nuevo, si se seleccionaron los socios con probabilidades iguales y asumiendo la estimación de la ratio, el error proyectado es

$$EE_{PP} = BV_{PP} \frac{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} E_i}{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} BV_i}$$

donde BV_{PP} es el gasto del conjunto de los socios del proyecto y $n_{s,PP}$, el tamaño de la muestra en el estrato de los socios del proyecto.

Este error proyectado es igual al índice de error en la muestra de socios del proyecto multiplicado por el gasto de la población del estrato.

⁵⁸ Téngase en cuenta de que esta fórmula tendrá que adaptarse a la selección específica y al proceso de extrapolación que ha sido seleccionado en cada caso. No abrumaremos al lector con la consideración que se debe prestar a estas opciones ya debatidas ampliamente en las anteriores secciones.

Téngase en cuenta que en los casos en los que los socios del proyecto seleccionados para la muestra no se auditan completamente, sino que se auditan únicamente a través de una submuestra de las solicitudes de pago (u otras unidades), los errores E_i deben proyectarse, como se explica para el socio principal.

El error total proyectado para la operación I es la suma de estos dos componentes:

$$EE_i = EE_{LP} + EE_{PP}$$

Este procedimiento de proyección deberá respetarse para cada operación de la muestra a fin de obtener los errores proyectados para cada operación ($EE_i, i = 1, \dots, n$). Una vez se han calculado los errores proyectados de todas las operaciones en la muestra, la proyección en la población es simple, utilizando las metodologías apropiadas presentadas en las anteriores secciones.

El error proyectado (y el límite de error superior al utilizar un diseño estadístico) se compara en último término con el error máximo tolerable (índice de nivel de materialidad multiplicado por el gasto de la población) para llegar a una conclusión sobre la existencia de errores significativos en la población.

6.5.3.3.2 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un periodo de referencia dado para las operaciones de programas de Cooperación Territorial Europea (CTE). Como los sistemas de gestión y control no son comunes para todos los Estados miembros afectados, no es posible agruparlos. Además, como el número de operaciones es bastante bajo (solamente 47) y para cada operación hay más de un socio del proyecto (el socio principal y al menos otro socio del proyecto) y hay unas cuantas operaciones con valores contables extremadamente grandes, la AA decidió utilizar un enfoque de muestreo no estadístico con estratificación de las operaciones de valor elevado. La AA decidió identificar estas operaciones estableciendo el nivel de corte en el 3 % del valor contable total.

Resumiendo en forma de cuadro la información de población disponible, tenemos lo que sigue:

Gasto declarado, DE, en el periodo de referencia	113 300 285 €
Tamaño de la población (operaciones)	47
Nivel de materialidad (máximo 2 %)	2 %
Inexactitud tolerable (TE)	2 266 006 €
Valor de corte (3% del valor contable total)	3 399 009 €

Este proyecto de valor elevado se excluirá del muestreo y se tratará por separado. El valor total de este proyecto es de 4 411 965 €. El importe de error detectado en esta operación asciende a

$$EE_e = 80,328.$$

El cuadro siguiente resume dichos resultados:

Número de unidades por encima del valor de corte	1
Valor contable de la población por encima del valor de corte	4 411 965 €
Importe del error detectado en las operaciones con valor contable mayor que el de corte	80 328 €
Tamaño de la población restante (número de operaciones)	46
Valor de la población restante	108 888 320 €

La AA considera que el sistema de gestión y control «*esencialmente no funciona*», por lo que decide seleccionar un tamaño de la muestra del 20 % de la población de operaciones. Es decir, $20\% \times 47 = 9,4$, que se redondea por exceso a 10. Debido a la escasa variabilidad del gasto para esta población, el auditor decide someter la población restante a muestreo utilizando probabilidades iguales. Aunque se base en probabilidades iguales, se espera que esta muestra se traduzca en una cobertura mínima del 20 % del estrato del gasto de la población (véase el apartado 6.4.3).

Se extrae aleatoriamente una muestra de 9 operaciones (10 menos la operación de valor elevado). Se auditó el 100 % del gasto referente al socio principal. Se detectaron dos errores.

ID de la operación	Gasto del socio principal		
	Valor contable	Gasto auditado	Importe del error
864	890 563 €	890 563 €	0 €
12 895	1 278 327 €	1 278 327 €	0 €
6 724	658 748 €	658 748 €	5 274 €
763	234 739 €	234 739 €	20 327 €
65	987 329 €	987 329 €	0 €
3	1 045 698 €	1 045 698 €	0 €
65	895 398 €	895 398 €	0 €
567	444 584 €	444 584 €	0 €
24	678 927 €	678 927 €	0 €
Total	7 114 313 €		

Con respecto al gasto declarado por los restantes socios del proyecto, la AA decide, para cada operación, seleccionar aleatoriamente un socio del proyecto para su auditoría exhaustiva.

ID de la operación	Gasto de los socios del proyecto				
	Número de socios auditados	Valor contable (para todos los socios del proyecto en el estrato de valor bajo)	Gasto auditado	Importe del error	Error proyectado
864	1	234 567 €	37 147 €	0 €	0 €
12 895	1	834 459 €	164 152 €	0 €	0 €
6 724	1	766 567 €	152 024 €	23 €	116 €
763	1	666 578 €	83 384 €	0 €	0 €
65	1	245 538 €	56 318 €	127 €	554 €
3	1	344 765 €	101 258 €	0 €	0 €
65	1	678 927 €	97 656 €	0 €	0 €
567	1	1 023 346 €	213 216 €	1 264 €	6 067 €
24	1	789 491 €	137 311 €	0 €	0 €
Total		5 584 238 €			

La AA proyectó el error de cada operación utilizando la estimación de la ratio. Por ejemplo, el error proyectado de la operación con ID 65 se indica en el índice de error de la muestra ($127/56\,318 \times 100\% = 0,23\%$) multiplicado por el valor contable de los socios del proyecto de la operación ($0,23\% \times 245\,538\,€ = 554\,€$).

Para cada operación de la muestra, el error proyectado es igual al error proyectado para los socios del proyecto más el error detectado en el socio principal.

ID de la operación	Valor contable total	Error proyectado (socio principal)	Error proyectado (otros socios del proyecto)	Error proyectado total por operación
864	1 125 130 €	0 €	0 €	0 €
12 895	2 112 786 €	0 €	0 €	0 €
6 724	1 425 315 €	5 274 €	116 €	5 390 €
763	901 317 €	20 327 €	0 €	20 327 €
65	1 232 867 €	0 €	554 €	554 €
3	1 390 463 €	0 €	0 €	0 €
65	1 574 325 €	0 €	0 €	0 €
567	1 467 930 €	0 €	6 067 €	6 067 €
24	1 468 418 €	0 €	0 €	0 €
Total	12 698 551 €			32 338 €

El error proyectado para la totalidad del estrato de bajo valor equivale a la suma de los errores proyectados por operación (32 338 €) dividido por el valor contable total de las operaciones sometidas a muestreo, $7\,114\,313\text{ €} + 5\,584\,238\text{ €} = 12\,698\,551\text{ €}$, que se traduce en un índice de error de la muestra en el nivel del estrato de valor bajo de 0,25 %. De nuevo, utilizando el procedimiento de estatificación de la ratio, este índice de error de la muestra aplicado al valor contable del estrato de valor bajo, 108 888 320 €, da el error proyectado en el estrato de valor bajo de 277 294 €.

Sumando el error proyectado para ambos estratos de valor elevado y valor bajo, la AA obtiene el error proyectado total.

$$EE = EE_e + EE_s = 80,328 + 277,294 = 357,622\text{€}$$

Por último, el error proyectado se comparará con el umbral de materialidad (2 266 006 €) como suele ser habitual, llevando a la conclusión de que el error proyectado es inferior al umbral de materialidad.

7 Selección de temas

7.1 Cómo determinar el error anticipado

El error anticipado se puede definir como la cantidad de error que el auditor espera encontrar en la población. Los factores relacionados con el error esperado que el auditor ha de tener en cuenta incluyen el resultado de la prueba de los controles, los resultados de los procedimientos de auditoría aplicados en el periodo anterior y los resultados de otros procedimientos sobre el fondo. Se puede considerar que, cuanto más difiera el error anticipado del error real, mayor será el riesgo de alcanzar resultados no concluyentes tras la auditoría ($EE < 2\%$ y $ULE > 2\%$).

Para establecer el valor del error anticipado, el auditor ha de tomar diversos factores en consideración:

1. Si el auditor dispone de información sobre los índices de error de años anteriores, el error anticipado debería basarse principalmente en el error proyectado obtenido el año anterior; en cambio, si ha recibido información sobre cambios de calidad de los sistemas de control, la puede utilizar ya sea para reducir el error anticipado, ya para aumentarlo. Por ejemplo, si el año anterior el índice de error proyectado fue del 0,7 % y no existe más información, se puede atribuir este valor al índice de error anticipado. En cambio, si el auditor tiene pruebas de una mejora de los sistemas que lo han convencido razonablemente de que el índice de error del año en curso será inferior, podrá utilizar esta información para reducir el error anticipado hasta obtener un valor de, por ejemplo, el 0,4%.

2. Si no existe información histórica sobre los índices de error, el auditor puede utilizar una muestra piloto/preliminar para obtener una estimación inicial del índice de error de la población. Se considera que el índice de error anticipado es igual al error proyectado desde esta muestra preliminar. Si ya se ha seleccionado una muestra preliminar, a la hora de determinar las desviaciones estándar necesarias para calcular las fórmulas del tamaño de la muestra, se puede utilizar esa misma muestra preliminar para establecer una proyección inicial del índice de error y, por lo tanto, el error anticipado.
3. Si no hay información histórica para determinar el error anticipado y existen limitaciones incontrolables que impiden utilizar una muestra preliminar, el auditor deberá fijar el valor del error anticipado basándose en su experiencia y su criterio profesional. El valor deberá reflejar la previsión del auditor en cuanto al verdadero nivel de error de la población.

En resumen, el auditor debe utilizar datos históricos y datos auxiliares, aplicar su criterio profesional o combinar estos tres elementos para elegir un valor del error anticipado lo más realista posible.

Un error anticipado basado en datos cuantitativos objetivos suele ser más preciso y evita tener que seguir trabajando en caso de que los resultados de la auditoría no sean concluyentes. Por ejemplo, si el auditor establece un error anticipado del 10 % de la materialidad, es decir, del 0,2 % del gasto, y al final de la auditoría obtiene un error proyectado del 1,5 %, es muy probable que los resultados no sean concluyentes, pues el límite superior de error superará el nivel de materialidad. Para evitar estas situaciones, en posteriores ejercicios de muestreo el auditor deberá utilizar como error anticipado la medida más realista posible del error verdadero en la población.

Cuando el índice de error anticipado es cercano al 2 %, puede darse una situación especial (véase la figura 6). Por ejemplo, si el error anticipado es del 1,9 % y el nivel de confianza es alto (supongamos que del 90 %), puede suceder que el tamaño de la muestra resultante sea muy grande y difícil de conseguir. Este fenómeno es común a todos los métodos de muestreo y se produce cuando la precisión planificada es muy pequeña (por ejemplo, del 0,1 %)⁵⁹. En esta situación, es aconsejable dividir la población en dos subpoblaciones diferentes según los distintos niveles de error que el auditor espere encontrar. Si se puede identificar una población cuyo error previsto sea inferior al 2 % y otra cuyo error previsto sea superior al 2 %, el auditor puede planificar de forma segura dos muestras diferentes para esas subpoblaciones, sin riesgo de que los tamaños de muestra sean demasiado grandes.

Por último, la autoridad responsable de la auditoría debe planificar el trabajo de auditoría de manera que la precisión del error más probable sea suficiente incluso

⁵⁹ Recuérdese que la precisión prevista es una función del error anticipado, es decir, igual a la diferencia entre el error máximo tolerable y el error anticipado.

cuando el error anticipado sea muy superior a la materialidad (a saber, mayor o igual que el 4,0%). En ese caso, es recomendable calcular las fórmulas del tamaño de la muestra con un error anticipado que produzca una precisión planificada máxima del 2,0 %, es decir, imputando un error anticipado igual al 4,0 % (véase la figura 6).

Cuando los datos históricos sobre las auditorías de las operaciones e incluso sobre las auditorías de los sistemas produzcan un índice de error anticipado muy bajo, el auditor puede optar por utilizar como error anticipado estos datos históricos o bien cualquier error mayor con el fin de ser prudente en cuanto a la precisión efectiva (por ejemplo, en el caso de que el índice de error efectivo sea superior al previsto).

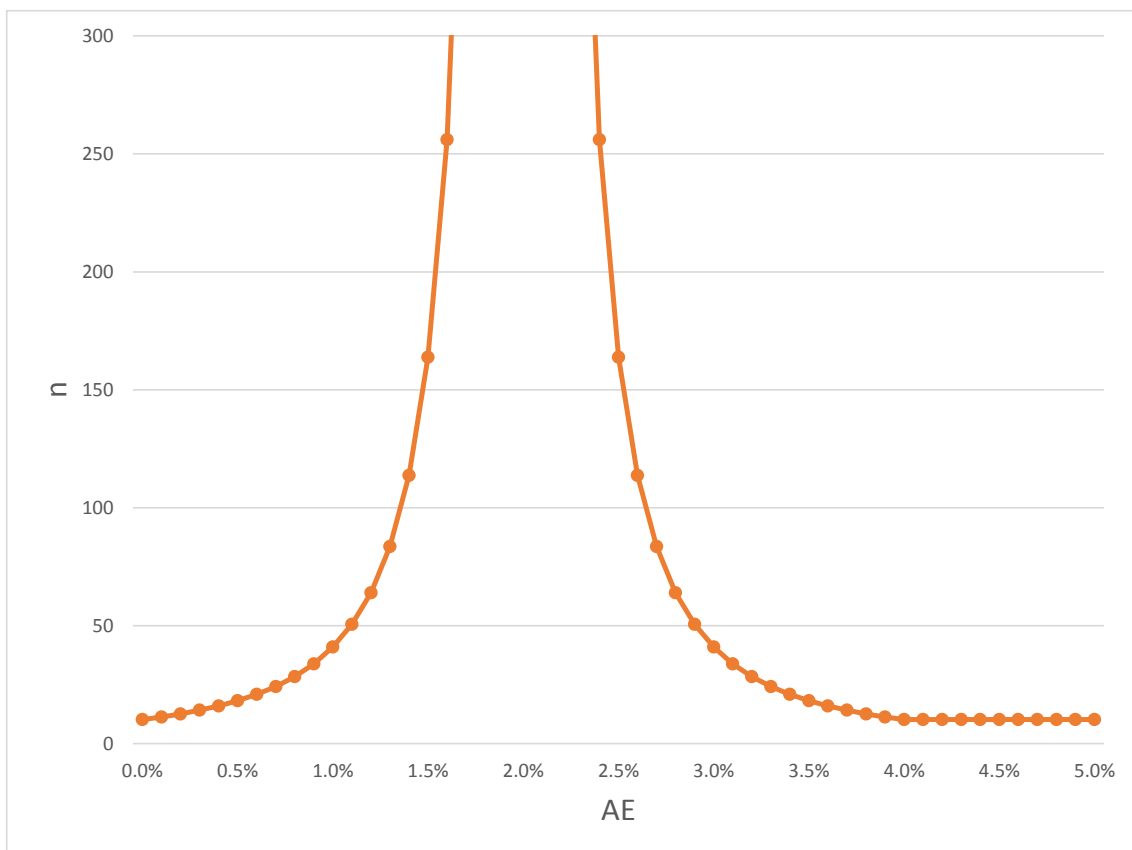


Figura 6 Tamaño de la muestra como función del error anticipado

7.2 Muestreo adicional

7.2.1 Muestreo complementario (por cobertura insuficiente de sectores de riesgo elevado)

En lo que respecta al periodo de programación 2007-2013, en el artículo 17, apartado 5, del Reglamento (CE) n.º 1828/2006 de la Comisión (para FEDER, FC y FSE) y en el

artículo 43, apartado 5, del Reglamento (CE) n.º 498/2007 de la Comisión (para FEP), se hace referencia al muestreo complementario.

Existe una disposición similar para el periodo de programación 2014-2020, en el artículo 28, apartado 12, del Reglamento (UE) n.º 480/2014: «*Allí donde se hayan detectado irregularidades o un riesgo de irregularidades, la autoridad de auditoría decidirá sobre la base de un criterio profesional, si es necesario auditar una muestra complementaria de operaciones adicionales o partes de operaciones que no fueron objeto de auditoría en la muestra aleatoria con el fin de tener en cuenta los factores de riesgo específicos identificados.*»

La garantía de auditoría deberá generarse a partir del trabajo de la AA en las auditorías de sistema, así como las auditorías de operaciones y cualquier auditoría complementaria que la AA considere necesaria basándose en su evaluación de riesgos, teniendo en cuenta el trabajo de auditoría realizado durante el periodo de programación.

Los resultados del muestreo estadístico aleatorio tienen que evaluarse en relación con los resultados del análisis de riesgo de cada programa. Si esta comparación lleva a la conclusión de que la muestra estadística aleatoria no aborda ciertos sectores de riesgo elevado, se debe completar con una selección adicional de operaciones, es decir, con una muestra complementaria.

La autoridad de auditoría debe efectuar esta valoración periódicamente durante el periodo de ejecución.

En este marco, se analizan por separado los resultados de las auditorías que cubren la muestra complementaria y los de las auditorías que cubren la muestra estadística aleatoria. En particular, los errores detectados en la muestra complementaria no se tienen en cuenta en el cálculo del índice de error resultante de la auditoría de la muestra estadística aleatoria. Con todo, también se ha de hacer un análisis detallado de los errores identificados en la muestra complementaria, con el fin de identificar el carácter de los errores y poder formular recomendaciones para corregirlos.

Los resultados de la muestra complementaria se han de comunicar a la Comisión en el Informe anual de control inmediatamente después de la auditoría de la muestra complementaria.

7.2.2 Muestreo adicional (por resultados no concluyentes de la auditoría)

Cuando los resultados de la auditoría no sean concluyentes y, tras considerar las posibilidades abiertas en la sección 7.7, sea necesario trabajo adicional (por lo general, cuando el error proyectado sea menor que la materialidad y el límite superior sea mayor), se puede optar por seleccionar una muestra adicional. En este caso, en las

fórmulas de determinación del tamaño de la muestra se habrá de sustituir el error proyectado obtenido a partir de la muestra original por el error anticipado (de hecho, en ese momento el error proyectado es la mejor estimación del error en la población). De esta manera se podrá calcular un nuevo tamaño de la muestra a partir de la nueva información procedente de la muestra original. El tamaño de la muestra adicional necesaria se puede determinar restando el tamaño de la nueva muestra menos el de la muestra original. Por último, se puede seleccionar una nueva muestra (con el método utilizado para la muestra original), se agrupan las dos muestras y se vuelven a calcular los resultados (error proyectado y precisión) con los datos de la muestra final agrupada.

Supongamos que la muestra original de 60 operaciones ha producido un índice de error proyectado del 1,5 %, con una precisión del 0,9 %. Por lo tanto, el límite superior del índice de error es $1,5 + 0,9 = 2,4$ %. En esta situación, el índice de error proyectado está por debajo del nivel de materialidad del 2 %, pero el límite superior está por encima. Así pues, el auditor se enfrenta a una situación en la que es necesario seguir trabajando para extraer una conclusión (véase la sección 4.12). Entre las alternativas existentes, se puede optar por llevar a cabo más pruebas mediante muestreo adicional. Si se decide hacerlo, el índice de error proyectado del 1,5 % se deberá introducir en la fórmula de determinación del tamaño de la muestra en el lugar del error anticipado, con lo que se volverá a calcular el tamaño de la muestra, que en nuestro ejemplo será $n = 78$. Dado que el tamaño de la muestra original era de 60 operaciones, este valor se restará del nuevo tamaño, lo que dará un total de $78 - 60 = 18$ nuevas observaciones. Por consiguiente, se habrá de seleccionar en la población una muestra adicional de 18 operaciones utilizando el mismo método que se utilizó para seleccionar la muestra original (ej. MUM). Tras esta selección, se agrupan las dos muestras, con lo que se obtiene una nueva muestra completa de $60 + 18 = 78$ operaciones. Finalmente, se utilizará esta nueva muestra global para volver a calcular el error proyectado y la precisión de la proyección utilizando las fórmulas habituales.

7.3 Muestreo realizado durante el año

7.3.1 Introducción

La autoridad responsable de la auditoría puede optar por llevar a cabo el proceso de muestreo en varios periodos del año (normalmente, dos semestres). No se debe utilizar este enfoque para reducir el tamaño de la muestra global. En general, la suma de los tamaños de las muestras de varios periodos de observación será mayor que el tamaño de la muestra que se habría obtenido llevando a cabo el muestreo en un único periodo al final del año. No obstante, si los cálculos se basan en supuestos realistas, por lo general la suma de los tamaños de las muestras parciales no será exageradamente superior al tamaño de la muestra correspondiente a una observación única. La principal ventaja de

este enfoque no radica en la reducción del tamaño de la muestra, sino, principalmente, en que permite repartir la carga de trabajo de la auditoría a lo largo del año, con lo que se reduce la carga de trabajo que se realizaría al final del año si se efectuase una sola observación.

Este enfoque requiere que en el primer periodo de observación se parta de algunos supuestos relativos a los periodos de observación siguientes (por lo general, el semestre siguiente). Por ejemplo, puede suceder que el auditor tenga que producir una estimación del gasto total que se espera encontrar en la población en el semestre siguiente. Ello significa que este método no está exento de riesgo, pues los supuestos relativos a los periodos siguientes pueden contener inexactitudes. Si las características de la población de los periodos siguientes difieren considerablemente de los supuestos, quizás haya que aumentar el tamaño de la muestra del periodo siguiente, con lo que el tamaño de la muestra global (incluidos todos los periodos) podría ser mayor que el esperado y planificado.

En el capítulo 6 de la presente guía se presentan las fórmulas específicas, así como orientaciones detalladas, para llevar a cabo el muestreo en dos periodos de observación dentro de un mismo año. Téngase en cuenta que se puede seguir este enfoque sea cual sea el método de muestreo elegido por el auditor, incluida una posible estratificación. También es lícito tratar los diferentes periodos del año como poblaciones diferentes de las que se extraen diferentes muestras planificadas⁶⁰. Esta posibilidad no se trata en el apartado 6, pues su aplicación es sencilla si se usan las fórmulas estándar de los distintos métodos de muestreo. Con este enfoque, el único trabajo adicional es sumar los errores proyectados parciales al final del año.

La autoridad responsable de la auditoría debe intentar utilizar el mismo método de muestreo durante todo el periodo de referencia. El uso de diferentes métodos de muestreo en el mismo periodo de referencia no se aconseja, pues precisará fórmulas más complejas para extrapolar el error anual. A saber, se pueden obtener medidas de precisión global, siempre y cuando el muestreo estadístico se haya efectuado en el mismo periodo de referencia. Sin embargo, estas fórmulas más complejas no se incluyen en el presente documento. Así pues, si la autoridad responsable de la auditoría utiliza diferentes métodos de muestreo en un mismo año, deberá procurarse los conocimientos técnicos adecuados para calcular correctamente el índice de error proyectado.

En caso de que la AA decidiera utilizar diseños de muestreo de tres o cuatro periodos, consúltese el apéndice 2 en el que se presentan las fórmulas relevantes.

⁶⁰ Evidentemente, se obtendrán tamaños de muestra mayores que los conseguidos con el enfoque presentado en la sección 6.

7.3.2 Notas adicionales sobre muestreo de múltiples periodos

7.3.2.1 Presentación

Las metodologías propuestas para el muestreo de dos periodos o múltiples periodos comienzan siempre con el cálculo del tamaño de la muestra global (para todo el año) que se asigna posteriormente a varios periodos.

Por ejemplo, en el MUM con dos periodos, se comienza calculando el tamaño de la muestra

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

y se asigna a los dos periodos mediante

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

y

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

El cálculo del tamaño de la muestra y la afijación se basa en ciertos supuestos sobre los parámetros de la población (gastos, desviaciones estándar, etc.) que solo serán conocidos al final del siguiente periodo de auditoría.

Por este motivo, al final del siguiente semestre, es posible que sea necesario volver a calcular el tamaño de la muestra si los supuestos se desvían significativamente de los parámetros poblacionales conocidos. Por tanto, se ha sugerido recalcular el tamaño de la muestra para el segundo semestre utilizando

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

Este enfoque recomendado no excluye el uso de otros enfoques para el nuevo cálculo del tamaño de la muestra que aún podrá ser adecuado para garantizar la precisión necesaria al final del año de programación. De hecho, el enfoque sugerido fue desarrollado para evitar la necesidad de volver a calcular el tamaño de la muestra para el primer periodo (ya auditado) y, por consiguiente, evitar la necesidad de seleccionar una

muestra adicional para este periodo. No obstante, en caso de que fuera una opción deseable para la AA⁶¹, es posible volver a calcular el tamaño de la muestra global (después de auditar la muestra del primer periodo) y la afijación proporcional por periodo distribuyendo la corrección entre las muestras del primer y el segundo periodo.

Un enfoque posible para lograr esto sería proceder de la siguiente forma. Tras la auditoría de la muestra del primer periodo, se vuelve a calcular el tamaño de la muestra global usando

$$n' = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es una media ponderada de las varianzas de los índices de error de cada semestre, y el peso de cada semestre es igual a la ratio entre el valor contable del semestre, BV_t , y el valor contable del conjunto de la población, BV .

$$\sigma_w^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

Obsérvese que en este cálculo, la varianza s_{r1}^2 podría ya obtenerse a partir de la muestra del primer semestre (ya auditada), mientras que σ_{r2}^2 es una mera aproximación de la varianza de los índices de error del segundo semestre basándose como suele ser habitual en datos históricos, una muestra preliminar o simplemente el criterio profesional del auditor.

Además, el valor contable de la población, BV , utilizado en esta fórmula puede variar del usado en el primer periodo. De hecho, si se realiza este nuevo cálculo al final del segundo periodo, se conocerá correctamente el gasto de ambos semestres. En el primer semestre solo se conocía el valor contable del primer periodo y el del segundo semestre se basaba en una predicción formulada por el auditor.

Después de volver a calcular el tamaño de la muestra de todo el año, su afijación a ambos semestres debe realizarse de nuevo aplicando el enfoque habitual.

$$n'_1 = \frac{BV_1}{BV} n'$$

y

$$n'_2 = \frac{BV_2}{BV} n'$$

Además, el balance de esta afijación puede variar del original debido al hecho de que ahora BV_2 es conocido y no solo una mera predicción.

⁶¹ Esta estrategia alternativa puede usarse como medio para evitar que las correcciones del tamaño de la muestra debido a una predicción de los parámetros poblacionales originalmente incorrectos se concentren totalmente a lo largo del último periodo de auditoría.

Por último, se selecciona y audita una muestra del tamaño n'_2 del gasto del segundo periodo. Además, si el recién calculado tamaño de la muestra n'_1 es mayor del previsto originalmente n_1 , debe seleccionarse una muestra adicional del gasto del primer semestre, del tamaño $n'_1 - n_1$. Esta muestra adicional se unirá a la muestra originalmente seleccionada del primer periodo y se usará con fines de proyección utilizando la metodología general propuesta en la sección 7.2.2.

7.3.2.2 Ejemplo

Para adelantar la carga de trabajo de auditoría, que normalmente se concentra al final del año de auditoría, la AA decide distribuir el trabajo de auditoría en dos periodos. Al finalizar el primer semestre, la AA considera la población dividida en dos grupos correspondientes a cada uno de los dos semestres. Al final del primer semestre, las características de la población son:

Gasto declarado al final del primer semestre	1 827 930 259 €
Tamaño de la población (operaciones - primer semestre)	2 344

La AA sabe por experiencia que, por lo general, todas las operaciones incluidas en los programas al final del periodo de referencia ya están activas en la población del primer semestre. Además, se espera que el gasto declarado al final del primer semestre represente en torno al 35 % del gasto total declarado al final del periodo de referencia. A partir de estos supuestos, en el cuadro siguiente se presenta un resumen de la población:

Gasto declarado, DE, al final del primer semestre	1 827 930 259 €
Gasto declarado, DE, al final del segundo semestre (previsión) $1\,827\,930\,259\text{ €} / 0,35 - 1\,827\,930\,259\text{ €} = 3\,394\,727\,624\text{ €}$	3 394 727 624 €
Gasto total previsto para el año	5 222 657 883€
Tamaño de la población (operaciones – primer semestre)	2 344
Tamaño de la población (operaciones – segundo semestre, previsión)	2 344

La AA decidió utilizar un diseño de muestreo MUM estándar dividiendo el gasto declarado en función del semestre en el que se presentó. En el primer periodo, el tamaño de la muestra global (del conjunto de los dos semestres) se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_{rw}^2 es una media ponderada de las varianzas de los índices de error de cada semestre, y el peso de cada semestre es igual a la ratio entre el valor contable del semestre, BV_t , y el valor contable del conjunto de la población, BV .

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

y σ_{rt}^2 es la varianza de los índices de error en cada semestre. La varianza de los índices de error se calcula para cada semestre como

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Dado que las varianzas no se conocen, la AA decide extraer una muestra preliminar de 20 operaciones al final del primer semestre del año en curso. La desviación estándar de la muestra de índices de error en esta muestra preliminar en el primer semestre es 0,12. Basándose en su criterio profesional y sabiendo que, por lo general, el gasto del segundo semestre es superior al del primero, la AA ha realizado una predicción de la desviación estándar de los índices de error del segundo semestre un 110 más elevada que en el primer semestre, esto es, de 0,25. Por lo tanto, la media ponderada de las varianzas de los índices de error es:

$$\begin{aligned} \sigma_{rw}^2 &= \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.12^2 \\ &+ \frac{3,394,727,624}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.25^2 = 0.0457 \end{aligned}$$

En el primer semestre, dado el nivel de funcionamiento del sistema de gestión y control, la AA considera adecuado un nivel de confianza del 60 %. El tamaño de la muestra global previsto para todo el año es:

$$n = \left(\frac{0.842 \times (1,827,930,259 + 3,394,727,624) \times \sqrt{0.0457}}{104,453,158 - 20,890,632} \right)^2 \approx 127$$

donde z es 0,842 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 60 %) y TE , el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento). El valor contable total incluye el valor contable verdadero al final del primer semestre más el valor contable previsto para el segundo semestre (3 394 727 624 €), lo que significa que el error tolerable es 2 % x 5 222 657 883 € = 104,453,158 €. La auditoría del año anterior proyectó un índice de error del 0,4 %. Así pues, el error anticipado, AE , es de 0,4 % x 5 222 657 883 € = 20 890 632 €.

La afijación de la muestra por semestres es como sigue:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 127 \approx 45$$

y

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

Al finalizar el segundo semestre se dispone de más información; en particular, el gasto total de las operaciones activas en el segundo semestre se conoce debidamente, la varianza de los índices de error de la muestra s_{r1} calculada a partir de la muestra del primer semestre ya está disponible y es posible evaluar con mayor exactitud la desviación estándar de los índices de error para el segundo semestre σ_{r2} utilizando una muestra preliminar de datos reales.

La AA se da cuenta de que el supuesto del que se partió al final del primer semestre en relación con el gasto total, 3 394 727 624 €, sobrestima el valor verdadero de 2 961 930 008. Hay también dos parámetros para los que se deben utilizar cifras actualizadas.

La estimación de la desviación estándar de los índices de error basada en la muestra de 45 operaciones del primer semestre arrojó una estimación de 0,085. Este nuevo valor es el que se deberá utilizar para volver a evaluar el tamaño de la muestra previsto. Además, una muestra preliminar de 20 operaciones en el segundo semestre arrojó una estimación preliminar de la desviación estándar de los índices de error de 0,32, muy lejos del valor inicial de 0,25. Las cifras actualizadas de la desviación estándar de los índices de error de ambos semestres difieren considerablemente de las estimaciones iniciales. Así pues, se ha de revisar la muestra del segundo semestre.

Parámetro	Previsión realizada en el primer semestre	Final del segundo semestre
Desviación estándar de los índices de error en el primer semestre	0,12	0,085
Desviación estándar de los índices de error en el segundo semestre	0,25	0,32
Gasto total en el segundo semestre	3 394 727 624 €	2 961 930 008 €

El enfoque estándar para volver a calcular el tamaño de la muestra (véase la sección 6.3.3.7) supondría volver a calcular el tamaño de la muestra del segundo semestre en función de los parámetros de la población actualizados. No obstante, la AA decide continuar con el enfoque alternativo, basándose en el nuevo cálculo del tamaño de la muestra global y la nueva afijación entre los dos semestres. El tamaño de la muestra global recalculado es:

$$n' = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2,$$

donde σ_{rw}^2 ha sido definido con anterioridad pero se basa en valores totalmente conocidos BV_1 , BV_2 y BV y la varianza s_{r1}^2 se obtuvo a partir de la muestra del primer semestre (ya auditado), mientras que σ_{r2}^2 es una mera aproximación de la varianza de los índices de error del segundo semestre basados en una muestra preliminar de la población del segundo semestre:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2.$$

Por lo que,

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{1,827,930,259}{4,789,860,267} \times 0.085^2 + \frac{2,961,930,008}{4,789,860,267} 0.32^2 = 0.066,$$

y

$$n' = \left(\frac{0.842 \times 4,789,860,267 \times 0.2571}{95,797,205 - 19,159,441} \right)^2 \approx 183.$$

Después de volver a calcular el tamaño de la muestra de todo el año, su afijación a ambos semestres debe realizarse de nuevo aplicando el enfoque habitual.

$$n'_1 = \frac{1,827,930,259}{4,789,860,267} \times 183 \approx 70$$

y

$$n'_2 = 183 - 70 = 113$$

El nuevo cálculo del tamaño de la muestra implica que la muestra del primer semestre debe incrementarse en 25 operaciones. Para extraer una muestra adicional, la AA elimina de la población del primer semestre las operaciones incluidas previamente en la muestra que ascienden a 1 209 191 248 €. La población restante tiene un valor contable total de 618 739 011 €. De nuevo, cuando la AA calcula el nuevo valor de corte (la ratio

del valor contable de la población restante, 618 739 011 € sobre el tamaño de la muestra, 25), se revelan 2 operaciones con un valor contable mayor a este. El valor contable total de estas 2 operaciones asciende a 83 678 923 €. Tras eliminar estas dos operaciones, la AA obtiene la población final que debe someterse a muestreo utilizando el enfoque MUM con un intervalo de muestreo de:

$$SI'_{s1} = \frac{BV'_{s1}}{n'_{s1}} = \frac{618,739,011 - 83,678,923}{23} = 27,263,482.$$

No se detectaron errores en las 2 operaciones con valor contable mayor al valor de corte. No obstante, estas unidades de muestreo deben agruparse con las que ya se incluyeron en el estrato de valor elevado de la muestra inicial para el primer semestre. De las 45 operaciones seleccionadas en el primer semestre, 11 pertenecen al estrato de valor elevado. El error total de estas operaciones asciende a 19 240 855 €.

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las operaciones restantes (2 44 menos 45 operaciones ya seleccionadas en el primer semestre menos las 2 operaciones con un valor contable mayor que el valor de corte) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 23 operaciones mediante el procedimiento sistemático de probabilidad proporcional al tamaño.

Se audita el valor de las 23 operaciones. La suma de los índices de error en la totalidad de los 57 elementos de la muestra del estrato no exhaustivo (34 en el primer semestre + 23 en el segundo) de la muestra del primer semestre es:

$$\sum_{i=1}^{57} \frac{E_{is1}}{BV_{is1}} = 0.8391.$$

La desviación estándar del índice de error de esta muestra asciende a 0,059.

Con respecto al trabajo relacionado con el segundo semestre, es necesario en primer lugar identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV_2 , y el tamaño de la muestra previsto, n_2 . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_{i2} > BV_2/n_2$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En este caso, el valor de corte es de 26 211 770 €. Hay 6 operaciones cuyo valor contable es mayor que este valor de corte. El valor contable total de estas operaciones asciende a 415 238 983 €.

El tamaño de muestreo que se ha de asignar al estrato no exhaustivo, n_{s2} , se calcula como la diferencia entre n_2 y el número de unidades de muestreo (por ejemplo, operaciones) en el estrato exhaustivo, n_{e2} , es decir, 107 operaciones (113, el tamaño de

la muestra, menos las 6 operaciones de valor elevado). Así pues, el auditor ha de seleccionar en la muestra, utilizando el intervalo de muestreo:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{2,961,930,008 - 415,238,983}{107} = 23,800,851$$

El valor contable en el estrato no exhaustivo, BV_{s2} , es la diferencia entre el valor contable total y el valor contable de las 6 operaciones pertenecientes al estrato de valor elevado.

De las 6 operaciones con valor contable mayor que el valor de corte, 4 contienen error. El error total detectado en este estrato es de 9 340 755 €.

Se ordena aleatoriamente un archivo que contiene las 2 338 operaciones restantes y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae una muestra de 107 operaciones mediante el procedimiento sistemático de probabilidad proporcional al tamaño.

Se audita el valor de esas 107 operaciones. La suma de los índices de error del segundo semestre es:

$$\sum_{i=1}^{107} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0.2875.$$

La desviación estándar de los índices de error en la muestra de población no exhaustiva del segundo semestre es:

$$s_{rs2} = \sqrt{\frac{1}{107-1} \sum_{i=1}^{107} (r_{is2} - \bar{r}_{s2})^2} = 0.129$$

donde \bar{r}_{s2} es igual a la media simple de los índices de error en la muestra del grupo no exhaustivo del segundo semestre.

La proyección de los errores en la población se lleva a cabo de forma diferente para las unidades de los estratos exhaustivos y los ítems que se encuentran en los grupos no exhaustivos.

En los estratos exhaustivos, es decir, en los estratos que contienen las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes a esos estratos:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19,240,855 + 9,340,755 = 28,581,610$$

En la práctica:

- 1) Para cada semestre t , se identifican las unidades pertenecientes al grupo exhaustivo y se suman sus errores.
- 2) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

En el grupo no exhaustivo, es decir, en los estratos en los que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual al valor de corte, $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$, el error proyectado es

$$\begin{aligned} EE_s &= \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} \\ &= \frac{1,827,930,259 - 891,767,519 - 83,678,923}{57} \times 0.8391 \\ &\quad + \frac{2,546,691,025}{107} \times 0.2875 = 19,392,204 \end{aligned}$$

Para calcular este error proyectado:

- 1) En cada estrato t se calcula, para cada unidad de la muestra, el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) En cada semestre t , se suman los índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) En el semestre t , se multiplica el resultado anterior por el gasto total de la población del grupo no exhaustivo, BV_{st} ; este gasto será igual al gasto total en el semestre menos el gasto de los ítems que pertenecen al grupo exhaustivo.
- 4) En cada semestre t , se divide el resultado anterior por el tamaño de la muestra en el grupo no exhaustivo, n_{st} .
- 5) Se suman los resultados anteriores correspondientes a los dos semestres.

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = EE_e + EE_s = 28,581,610 + 19,392,204 = 47,973,814$$

lo que corresponde a un índice de error proyectado del 1,0%.

La precisión es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección. La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$\begin{aligned}
SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{s1}^2}{n_{s1}} \times s_{rs1}^2 + \frac{BV_{s2}^2}{n_{s2}} \times s_{rs2}^2} \\
&= 0.842 \\
&\times \sqrt{\frac{(1,827,930,259 - 891,767,519 - 83,678,923)^2}{57} \times 0.059^2 + \frac{2,546,691,025^2}{107} \times 0.129^2} \\
&= 27,323,507
\end{aligned}$$

donde los s_{rst} son las desviaciones estándar de los índices de error ya calculados.

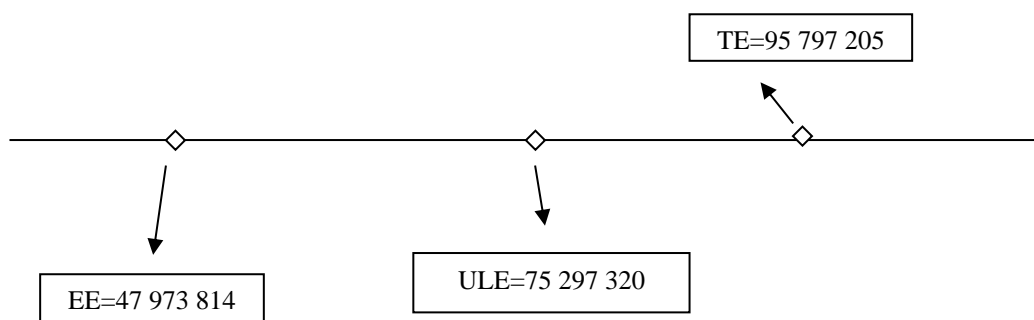
El error muestral solo se calcula para los grupos no exhaustivos, pues en los grupos exhaustivos no hay errores muestrales.

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la proyección.

$$ULE = EE + SE = 47,973,814 + 27,323,507 = 75,297,320$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

En este caso en concreto, el error proyectado y el límite de error superior son menores que el error máximo tolerable. Por lo tanto, el auditor considerará que hay pruebas de que los errores de la población son menores que el umbral de materialidad.



7.4 Cambio de método de muestreo durante el periodo de programación

Si la autoridad de auditoría considerase que el método de muestreo seleccionado inicialmente no es el más adecuado, podría decidir cambiar de método. Sin embargo,

este cambio se deberá notificar a la Comisión en el marco del Informe anual de control o en una estrategia de auditoría revisada.

7.5 Índices de error

Las fórmulas y la metodología presentadas en la sección 6 para obtener el error proyectado y la correspondiente precisión están pensadas para errores en términos de unidad monetaria, es decir, la diferencia entre el valor contable en la población (gasto declarado) y el valor contable corregido/auditado. Con todo, es una práctica común presentar los resultados en forma de índices de error, pues su interpretación es intuitiva, lo que los hace atractivos. La conversión de los errores a índices de error es sencilla y común a todos los métodos de muestreo.

El índice de error proyectado es igual al error proyectado dividido por el valor contable en la población.

$$EER = \frac{EE}{BV}$$

Del mismo modo, la precisión de la estimación del índice de error es igual a la precisión del error proyectado dividida por el valor contable

$$SER = \frac{SE}{BV}$$

7.6 Muestreo en dos etapas (submuestreo)

7.6.1 Introducción

En general, se deberá auditar todo el gasto declarado a la Comisión para todas las operaciones seleccionadas en la muestra. Sin embargo, siempre que las operaciones seleccionadas incluyan un número elevado de solicitudes de pago o facturas, la AA puede aplicar un muestreo en dos etapas, seleccionando las solicitudes o facturas con arreglo a los mismos principios aplicados para seleccionar las operaciones⁶². Así se permite reducir significativamente la carga de trabajo de auditoría, permitiendo controlar la fiabilidad de las conclusiones. Siempre que se siga este enfoque, la metodología de muestreo se deberá registrar en el informe de auditoría o en los

⁶² Teóricamente, la operación puede estar sujeta a submuestreo independientemente del número de solicitudes/facturas. Por supuesto, siempre que la determinación del tamaño de la submuestra arroje una cifra cercana al tamaño de la población (operación), la estrategia de submuestreo no supondría una reducción significativa del esfuerzo de auditoría. Por tanto, el umbral que sugiere el uso del submuestreo a escala de la operación es precisamente el resultado de la evaluación subjetiva que efectúa la AA sobre la ganancia (reducción del esfuerzo de auditoría) que puede conllevar esta estrategia.

documentos de trabajo. Es importante resaltar que únicamente se audita el gasto de las unidades secundarias seleccionadas en la submuestra; esto supone que en el ICA, el gasto auditado solo es el que se selecciona en la muestra y no la totalidad del gasto de la operación seleccionada.

La siguiente ilustración muestra el proceso de selección basado en un diseño en dos etapas. La primera etapa representa la selección de las operaciones y la segunda la selección de los ítems de gasto en cada operación sometida a muestreo.



Figura 7 Ilustración de muestreo en dos etapas

En este caso, en cada operación se deben calcular unos tamaños de muestra apropiados. Un enfoque muy sencillo para determinar el tamaño de la submuestra es utilizar las mismas fórmulas de determinación del tamaño de la muestra que se proponen en la muestra principal con los diversos diseños de muestreo y basados en parámetros compatibles con características de operación esperadas. Así, se debe reconocer que la población de referencia es actualmente la operación en la que selecciona la submuestra y que los parámetros de población utilizados para determinar el tamaño de la submuestra deberían reflejar, siempre que sea posible, las características de la correspondiente operación. Al margen de la metodología de muestreo utilizada para determinar el tamaño de la muestra, la regla básica general es no utilizar nunca tamaños de muestra inferiores a 30 observaciones (facturas o solicitudes de pago de beneficiarios).

La AA puede optar por utilizar cualquier método de muestreo estadístico para seleccionar las solicitudes/facturas en las operaciones. De hecho, el método de muestreo

utilizado en la submuestra no tiene por qué ser igual al utilizado para la muestra principal. Por ejemplo, es posible tener una selección de operaciones de muestra basada en el MUM y una submuestra de facturas de una operación basada en el muestreo aleatorio simple. Por tanto, en este nivel de submuestra puede aplicarse toda la diversidad de métodos de muestreo (incluida la estratificación de solicitudes/facturas por nivel de gasto, la selección basada en probabilidad proporcional al tamaño como en el MUM o la selección basada en probabilidad igual). No obstante, la estrategia de submuestreo (muestreo en la unidad primaria) debe ser siempre estadística (salvo que propio muestreo de unidades primarias no sea estadístico). La elección entre los posibles métodos se realiza en las mismas condiciones de aplicabilidad que se han propuesto en la sección 5.2. Por ejemplo, si se espera que en una operación haya una gran variabilidad del gasto de los ítems de gasto incluidos en la submuestra y se espera que exista una correlación positiva entre los errores y el gasto, puede ser recomendable una selección de los ítems de gasto basada en el MUM. Asimismo, cuando se use el muestreo aleatorio simple (MAS), puede que haya algunas unidades de la operación que destaquen debido el elevado nivel de gasto. En este caso, es muy recomendable utilizar un MAS estratificado, mediante el establecimiento de un estrato para los ítems de valor elevado (generalmente observados de forma exhaustiva).

Pese a las consideraciones sobre la elección del diseño de muestreo más adecuado, debe reconocerse que en muchas situaciones (principalmente debido a limitaciones operativas), la forma más sencilla de seleccionar la muestra de la segunda etapa (solicitudes o facturas) es utilizar el muestreo aleatorio simple. Esto sucede porque en muchos casos la AA desea llevar a cabo la selección de los ítems de gasto en el momento (durante la auditoría) por lo que es más difícil implementar diseños más sofisticados (principalmente si se basan en la selección con probabilidad desigual).

Una vez seleccionada y auditada la submuestra, los errores observados deben proyectarse en la operación respectiva, utilizando un método de proyección compatible con el diseño de muestreo seleccionado. Por ejemplo, si se han elegido los ítems de gasto con probabilidades iguales, el error puede proyectarse en la operación utilizando la estimación habitual de la media por unidad o la estimación de la ratio. Obsérvese que los errores detectados en las submuestras NO deben tener otro tipo de tratamiento (como su tratamiento como errores sistémicos, salvo que tengan una verdadera naturaleza sistémica, es decir, que el error detectado sea sistémico en toda la población de auditoría y pueda ser totalmente delimitado por la autoridad de auditoría).

Por último, una vez proyectados los errores de cada operación de la muestra que ha sido sometida a la submuestra, la proyección en la población sigue el procedimiento habitual (como si se hubiera observado el gasto completo de la operación). Por ejemplo, supongamos que una operación de la muestra tiene un gasto de 2 500 000 € y 400 facturas. Se decide seleccionar una muestra de 40 facturas basándose en probabilidades iguales sin estratificación y se decide utilizar la estimación de la ratio. Supongamos que el gasto total auditado es de 290 000 € y que el error total observado es de 9 280 €. El

índice de error estimado para la operación será de $3,2 \% = (9\ 280\ € / 290\ 000\ €)$ y el error proyectado de la operación será de $80\ 000\ € = 3,2 \% * 2\ 500\ 000\ €$.

En la sección 6.5.3 se incluyen notas adicionales sobre el muestreo en dos y tres etapas en el contexto de los programas de CTE.

7.6.2 *Tamaño de la muestra*

Existen maneras formales de calcular el tamaño de la muestra en cada etapa de forma simultánea utilizando fórmulas de muestreo en múltiples etapas. La AA que pueda desarrollar estos métodos puede hacerlo.

No obstante, como ya se ha explicado, el enfoque simple propuesto puede realizarse calculando el tamaño de la muestra en dos etapas de forma independiente:

- Primera etapa: calcular el tamaño de la muestra en las operaciones utilizando las fórmulas y parámetros apropiados habituales (debe ser siempre igual o mayor a 30).
- Segunda etapa: para cada operación sujeta a submuestreo, calcular el tamaño de la muestra de nuevo utilizando las fórmulas habituales (apropiadas para el tipo de selección utilizado en la segunda etapa). Los parámetros deben ser compatibles con los utilizados en la primera etapa, aunque pueden adaptarse algunos a la realidad de la operación de referencia (por ejemplo, si existen datos históricos sobre el nivel de varianza de los errores en la operación debe utilizarse esta varianza en lugar de la varianza de los errores utilizados para el cálculo del tamaño de la muestra en la primera etapa). En esta etapa, el tamaño de la muestra debe ser mayor o igual a 30.

Si la selección en esta 2.^a etapa se basa en probabilidades iguales, el tamaño de la muestra viene dado por

$$n_i = \left(\frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

donde el índice i representa la operación, N_i es el tamaño de la operación, σ_{ei} la desviación estándar de los errores en la operación TE_i y AE_i el error tolerable y anticipado en la operación. Obsérvese que el tamaño de la población debe adaptarse a la operación y que la desviación estándar de los errores y el error anticipado pueden adaptarse asimismo sobre la base de datos históricos y el criterio profesional si existe información o expectativas que sugieran la adaptación de estos parámetros a la realidad de la operación.

Si la selección en esta 2.^a etapa se basa en MUM, el tamaño de la muestra viene dado por

$$n_i = \left(\frac{z \times BV_i \times \sigma_{ri}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

donde el índice i representa la operación, BV_i es el gasto de la operación, σ_{ri} la desviación estándar de los índices de error en la operación TE_i y AE_i el error tolerable y

anticipado en la operación. De nuevo, el valor contable debe adaptarse a la operación y la desviación estándar de los índices de error y el error anticipado puede adaptarse también en función de datos históricos y el criterio profesional.

7.6.3 Proyección

Como en el cálculo del tamaño de la muestra, la proyección también se realiza en dos etapas. En primer lugar, las submuestras de las operaciones se usan para proyectar el error de esas operaciones. Una vez proyectado el error de las operaciones (estimado) se tratan como si fueran los errores «verdaderos» de las operaciones y pasan a formar parte del proceso habitual de extrapolación basado en la muestra principal.

En resumen:

- Para cada operación sujeta a submuestreo, estimar su error (o índice de error) usando la muestra de unidades secundarias;
- Una vez estimados los errores de todas las operaciones, usar la submuestra de operaciones para proyectar el error total en la población;
- La proyección debe basarse, en ambos casos, en las fórmulas que se corresponden a los diseños de la muestra que han sido usados para seleccionar las unidades.

Por ejemplo, una estrategia típica será seleccionar las operaciones sobre la base del MUM y las submuestras de los ítems de gasto sobre la base de probabilidades iguales. En ese caso la proyección de los errores es:

Nivel de submuestra

Estimación de la media por unidad

$$EE_{1i} = N_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{n_i}.$$

o

Estimación de la ratio

$$EE_{2i} = BV_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_i} BV_{ij}}$$

donde todos los parámetros tienen el significado habitual, i representa la operación y j el documento en la operación.

Nivel de muestra principal

La proyección se realiza utilizando las fórmulas del MUM habituales. La única diferencia relativa al MUM estándar es que algunos de los errores E_i se basarán en una plena observación de las operaciones, mientras que otros han sido proyectados sobre la base de una submuestra de ítems de gasto. En esta etapa se desconoce este dato, ya que todos los errores se tratan como si fueran errores «verdaderos» de las operaciones, pese a que han sido observados completamente u obtenidos mediante una submuestra.

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$
$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

7.6.4 Precisión

La precisión se calcula como es habitual, es decir, utilizando las fórmulas de acuerdo con el diseño de muestreo utilizado para la primera etapa del muestreo e ignorando la existencia del submuestreo. Los errores de las operaciones se introducen en fórmulas para calcular la precisión pese a su naturaleza (bien los errores reales en caso de auditoría completa o los errores estimados en caso de submuestreo).

7.6.5 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un año dado. Las auditorías de los sistemas realizadas por la autoridad de auditoría han dado un nivel de garantía bajo. Por lo tanto, este programa se puede someter a muestreo con un nivel de confianza del 90 %. Este programa concreto está caracterizado por operaciones que incluyen un gran número de ítems de gasto. La AA considera la posibilidad de auditar esta población a través del submuestreo, es decir, auditar únicamente un número limitado de solicitudes de pago de cada operación pertenecientes a la muestra. Además, debido a la prevista variabilidad de los errores en la población, la AA decide seleccionar las operaciones en la primera etapa utilizando un enfoque de probabilidad proporcional al tamaño (MUM).

Las principales características de la población se resumen en el cuadro siguiente:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_r es la desviación estándar de los índices de error a partir de una muestra de MUM. Para obtener una aproximación de esta desviación estándar, la AA decide utilizar la desviación estándar del año anterior. La muestra del año anterior está constituida por 50 operaciones entre las que hay 5 cuyo valor contable es superior al intervalo de muestreo.

Basándose en esta muestra preliminar, la desviación estándar de los índices de error, σ_r , es 0,087.

Con esta estimación de la desviación estándar de los índices de error, el error máximo tolerable y el error anticipado, estamos en condiciones de calcular el tamaño de la muestra. Suponiendo un error tolerable del 2 % del valor contable total, 2 % x 4 199 882 024 = 83 997 640 (valor de materialidad establecido por el Reglamento) y un índice de error anticipado del 0,4 %, 0,4 % x 4 199 882 024 = 16 799 528 (acorde con la idea de la AA basada en la información sobre el año anterior y en los resultados del informe de evaluación de los sistemas de gestión y control),

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.085}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 77$$

En primer lugar, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV , y el tamaño de la muestra previsto, n . Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_i > BV/n$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En este caso, el valor de corte es 4 199 882 024 €/77= 54 593 922 €.

La AA sitúa en un estrato aislado todas las operaciones con valor contable superior a 54 593 922, lo que supone 8 operaciones que suman un total de 786 837 081 €. Como ya se ha indicado, este programa engloba una gran cantidad de solicitudes de pago de bajo valor contable por operación. Por ejemplo, estas 8 operaciones se corresponden con

más de 14 000 solicitudes de pago. Por tanto, la AA decide extraer una muestra de las solicitudes de pago en cada una de estas 8 operaciones. Este procedimiento implica la determinación del tamaño de la muestra a nivel de operación. Utilizando probabilidades iguales, el tamaño de la muestra a nivel de operación viene determinado por:

$$n_i = \left(\frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

donde el índice i representa la operación, N_i es el tamaño de la operación, σ_{ei} la desviación estándar de los errores en la operación TE_i y AE_i el error tolerable y anticipado en la operación. Obsérvese que el tamaño de la población debe adaptarse a la operación y que la desviación estándar de los errores y el error anticipado pueden adaptarse asimismo sobre la base de datos históricos y el criterio profesional si existe información o expectativas que sugieran la adaptación de estos parámetros a la realidad de la operación.

La información previa y la experiencia basada en auditorías de años anteriores sugiere una desviación estándar de errores en torno a 8 800 €. Utilizando el mismo nivel de confianza y el índice de error esperado que los utilizados a nivel de población, es decir, 90 % y 0,4 % respectivamente, la AA es capaz de calcular, por ejemplo, el tamaño de la muestra para la operación con ID 243:

$$n_i = \left(\frac{629 \times 1.645 \times 8,800}{1,802,856 - 360,571} \right)^2 \approx 40,$$

que se extrae con un diseño de probabilidades iguales (muestreo aleatorio simple). Como se cumplen las condiciones señaladas en la sección 6.1.1.3, se elige la estimación de la ratio como enfoque de proyección. El siguiente cuadro es un resumen de los resultados:

ID de la operación	Valor contable	Número de solicitudes de pago	Gasto auditado	Importe del error en solicitudes de pago sometidas a muestreo	Error proyectado (estimación de la ratio)
243	90 142 818 €	629	7 829 €	845 €	9 729 299 €
6 324	89 027 451 €	1 239	1 409 €	76 €	4 802 048 €
734	79 908 909 €	729	56 729 €	1 991 €	2 804 538 €
451	79 271 094 €	769	48 392 €	3 080 €	5 045 358 €
95	89 771 154 €	2 839	3 078 €	81 €	2 362 399 €
9 458	100 525 834 €	4 818	67 128 €	419 €	627 463 €

849	165 336 715 €	1 972	12 345 €	1 220 €	16 339 473 €
872	92 853 106 €	1 256	29 735 €	1 544 €	4 821 429 €
Total	786 837 081 €	14 251	226 645 €	9 256 €	46 532 007 €

El error proyectado para este estrato auditado al 100 % asciende a 46 532 007 €.

El intervalo de muestreo de la población restante es igual al valor contable en el estrato no exhaustivo, BV_s (la diferencia entre el valor contable total y el valor contable de las 8 operaciones pertenecientes al estrato superior), dividido por el número de operaciones que se han de seleccionar (77 menos las 8 operaciones del estrato superior).

$$Sampling\ interval = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{69} = 49,464,419$$

La muestra se selecciona de una lista aleatoria de operaciones, tomando cada ítem que contenga la 49 464 419-ésima unidad monetaria.

Se ordena aleatoriamente un archivo que contenga las 3 844 operaciones restantes de la población (3 852 – 8 operaciones de valor elevado) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae un valor de muestra de 69 operaciones (77 – 8 operaciones de valor elevado) aplicando exactamente el algoritmo de selección sistemática descrito en la sección 6.3.1.3. La AA determina el tamaño de la muestra de solicitudes de pago que se auditarán en cada operación seleccionada exactamente como ya se ha realizado.

En el cuadro siguiente se resumen los resultados de la auditoría de 69 operaciones seleccionadas en la primera etapa:

Valor contable	Número de solicitudes de pago	Gasto auditado	Importe del error en solicitudes de pago sometidas a muestreo	Error proyectado	Índice de error
901 818 €	689	616 908 €	58 889 €	86 086 €	0,0955
89 251 €	1 989	59 377 €	4 784 €	7 191 €	0,0806
799 909 €	799	308 287 €	17 505 €	45 421 €	0,0568
792 794 €	369	504 €		0 €	0,0000
8 971 154 €	1 839	8 613 633 €	406 545 €	423 419 €	0,0472
...
1 525 348 €	5 618	1 483 693 €	74 604 €	76 699 €	0,0503
1 653 365 €	1 272	82 240 €	1 565 €	31 461 €	0,0190
853 106 €	1 396	69 375 €		0 €	0,0000
...
Total					1,034

En la muestra restante, el error recibe un tratamiento diferente. Para estas operaciones aplicamos el procedimiento que sigue:

- 1) Para cada unidad de la muestra se calcula el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente $\frac{E_i}{BV_i}$; en este caso los índices de error se han calculado utilizando submuestras de solicitudes de pago, pero a los efectos de esta proyección se han tratado como si fueran errores verdaderos
- 2) Se suman estos índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) Se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo, SI

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

$$EE_s = 49,464,419 \times 1.034 = 51,146,209$$

El error proyectado en la población es la suma de estos dos componentes:

$$EE = 46,532,007 + 51,146,209 = 97,678,216$$

El índice de error proyectado es la ratio entre el error proyectado y el gasto total:

$$r = \frac{97,678,216}{4,199,882,024} = 2.33\%$$

Como el error proyectado es mayor que el error máximo tolerable, la AA es capaz de concluir que la población contiene errores significativos.

7.7 Nuevo cálculo del nivel de confianza

Si, tras la auditoría, la AA observa que el error proyectado es menor que el nivel de materialidad pero el límite superior es mayor que el umbral, es posible que desee volver a calcular el nivel de confianza que daría resultados concluyentes (con el que tanto el error proyectado como el límite superior serían menores que la materialidad).

Si este nuevo nivel de confianza sigue siendo compatible con una evaluación de la calidad de los sistemas de gestión y control (véase el cuadro de la sección 3.2), será completamente adecuado concluir que la población no contiene errores significativos aun sin llevar a cabo un trabajo de auditoría adicional. Por lo tanto, solo será necesario llevar a cabo el trabajo adicional sugerido en la sección 4.12 en aquellas situaciones en las que la confianza obtenida en el segundo cálculo no sea aceptable (no sea acorde con la evaluación de los sistemas).

Para volver a calcular el intervalo de confianza se procede como sigue:

- Se calcula el valor del nivel de materialidad, es decir, se multiplica el nivel de materialidad (2 %) por el valor contable total de la población.
- Se resta el error proyectado, EE, del valor de la materialidad.
- Se divide este resultado por la precisión de la proyección, SE. Esta precisión depende del método de muestreo y se trata en las secciones dedicadas a la presentación de los métodos.
- Se multiplica el resultado anterior por el parámetro z utilizado para calcular el tamaño de la muestra y la precisión, con lo que se obtiene un nuevo valor z*

$$z^* = z \times \frac{(0.02 \times BV) - EE}{SE}$$

- Se busca en una tabla de distribución normal (en apéndice) el nivel de confianza asociado a este nuevo parámetro (z*). Otra posibilidad sería utilizar la siguiente fórmula de Excel: «=1-(1-DIST.NORM.ESTAND(z*))^2».

Ejemplo: tras auditar una población con valor contable 1 858 233 036 € y nivel de confianza del 90 % (correspondiente a z = 1.645, véase la sección 5.3), hemos obtenido los resultados siguientes

Característica	Valor
Valor contable	1 858 233 036 €
Materialidad (2 % del BV)	37 164 661 €
Error proyectado (EE)	14 568 765 € (0,8 %)
Precisión (SE)	26 195 819 € (1,4 %)
Límite superior de error (ULE)	40 764 584 € (2,2 %)

El nuevo parámetro z* se obtiene como

$$z^* = 1.645 \times \frac{37,164,661€ - 14,568,765€}{26,195,819€} = 1.419$$

Utilizando la función de MS Excel «=1-(1-DIST.NORM.ESTAND(1,419))^2», obtenemos un nuevo nivel de confianza del 84,4 %.

Al ser este nivel de confianza compatible con la evaluación de la calidad de los sistemas de gestión y control, se puede concluir que la población no contiene errores significativos.

7.8 Estrategias para auditoría de grupos de programas y programas con múltiples fondos

7.8.1 Introducción

Con frecuencia la AA decide agrupar dos o más programas operativos que comparten un sistema común para poder seleccionar una única muestra representativa de la población agrupada.

Asimismo, en algunos casos el programa operativo está cofinanciado por más de un fondo. En estos casos, también puede seleccionarse una única muestra y los resultados pueden proyectarse para un grupo de operaciones.

En ambos casos debe publicarse un único dictamen para el grupo de programas operativos o los distintos fondos, pero son posibles distintas estrategias de muestreo para alcanzar este objetivo y la estrategia de muestreo puede tener en cuenta esta heterogeneidad de la población. Esto puede llevarse a cabo mediante la estratificación (por programa operativo o fondo) y también teniendo en cuenta los niveles de representatividad que se desean a la hora de calcular los tamaños de la muestra.

Las dos estrategias típicas alternativas son:

- Seleccionar una única muestra;
- Usar diferentes muestras (asociadas a distintos estratos) para cada programa operativo o cada fondo.

Si se selecciona una única muestra, el tamaño de la muestra se calcula para la totalidad del grupo (sin distinción entre programas operativos o fondos). Esta opción, denominada también enfoque descendente, permite un tamaño de la muestra menor, pero la muestra solo se garantiza que sea representativa de la población "agrupada". Esto quiere decir que los resultados de la muestra pueden proyectarse en el grupo de programas operativos o los distintos fondos, pero generalmente no permiten la proyección de un fondo o programas concretos. Aunque solo está prevista su representatividad de la población agrupada, se recomienda que la muestra esté estratificada por fondo (o programa operativo). Si es este el caso, se calcula en primer lugar el tamaño de la muestra global y posteriormente se afija entre estratos únicamente después de calcular el tamaño de la muestra global. El cálculo del tamaño de la muestra y la afijación utiliza las estrategias habituales que han sido propuestas anteriormente para los diversos diseños de muestreo estratificado.

Esta estrategia se resume en la siguiente figura:

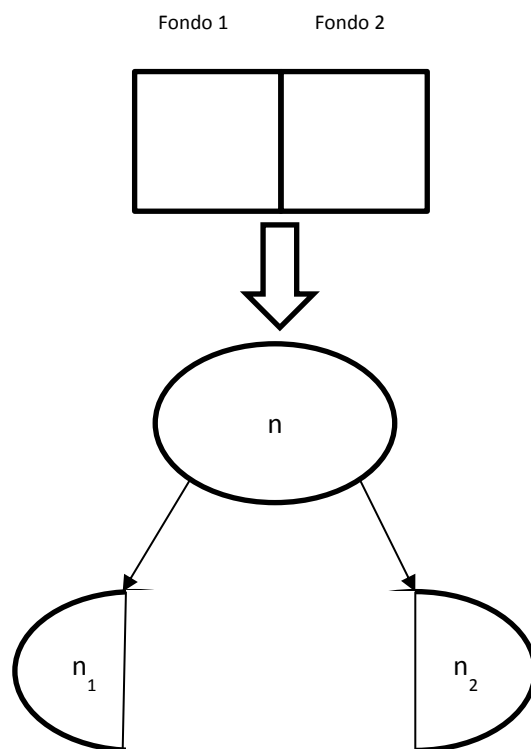


Figura 8. Estrategia descendente

Si se usan distintas muestras (una para cada programa operativo o fondo), los tamaños de la muestra se calculan de forma separada para cada estrato (programa operativo o fondo). Esta opción, denominada enfoque ascendente, generará un tamaño de la muestra mayor (pues han de seleccionarse varias muestras), pero la muestra se garantiza que sea representativa no solo de la población «agrupada» sino también de cada estrato (programa operativo o fondo). Esto quiere decir que los resultados de la muestra pueden proyectarse al grupo de programas operativos o al grupo de fondos, y podrán proyectarse también para cada fondo o programa concreto permitiendo obtener resultados concluyentes a nivel del estrato. Claramente estas muestras deben estratificarse por fondo (o programa operativo). En esta estrategia, el tamaño de la muestra global será simplemente la suma de los tamaños de la muestra obtenidos para el cálculo de cada estrato.

Esta estrategia se resume en la siguiente figura:

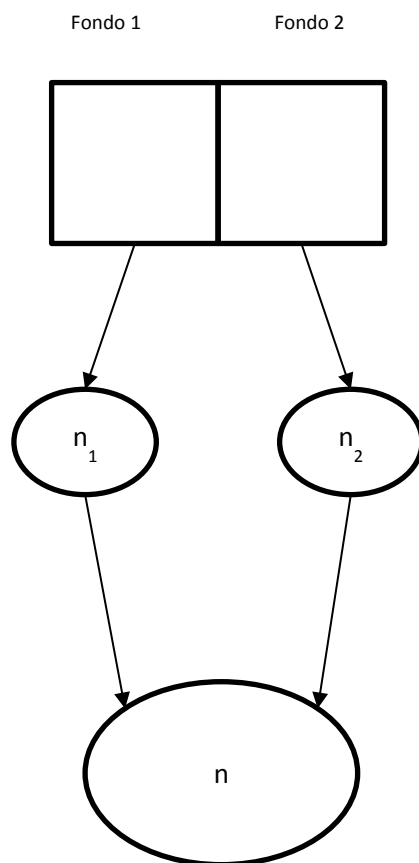


Figura 9. Estrategia ascendente

De lo presentado se deriva que el enfoque basado en una única muestra (enfoque descendente) tiene la ventaja principal de permitir un tamaño de la muestra menor pero como principal desventaja el hecho de que no garantiza, *a priori*, la representatividad del estrato (es decir, puede que no sean posibles conclusiones separadas por estrato). Si la AA no espera tener que extrapolar los resultados en el estrato, esta será con toda seguridad la opción recomendada.

La estrategia basada en distintas muestras permite la proyección en el estrato pero el tamaño de la muestra será significativamente mayor. Por lo tanto, cuando se esperan resultados significativamente distintos por programa operativo o fondo se recomienda para garantizar la representatividad de resultados por estrato y, por ende, conclusiones diferenciadas.

Es importante observar que cuando la muestra solo está diseñada para garantizar la representatividad de la población «agrupada», puede que aún sea posible proyectar los resultados por estrato o, al menos, para algunos estratos, en virtud de las siguientes condiciones:

- Cada estrato tiene al menos 30 observaciones (recomendable prever este tamaño de la muestra desde el inicio);
- La precisión de cada estrato es adecuada para lograr resultados concluyentes (relación entre el límite de error superior y el umbral de 2 %).

Al usar esta estrategia y cuando se calcula *a posteriori*, los resultados serán a menudo representativos de varios estratos (generalmente los mayores) pero no para otros (generalmente los menores), es decir, permitirán obtener proyecciones concluyentes solo para un estrato. Por ejemplo, si la población está cofinanciada por dos fondos y a uno de los fondos corresponde la mayor proporción de gasto, la muestra será típicamente representativa de este fondo de mayor tamaño pero no del otro. Si sucede esto, es decir, si los resultados son concluyentes (representativos) para algunos estratos pero no para otros, puede que aún sea necesario trabajo adicional para obtener resultados representativos para todos los estratos. Esto se puede lograr a través de la selección de una muestra adicional para el estrato sin resultados representativos que combinada con la original producirá resultados concluyentes. La estrategia no es diferente de la que ya se presentó en la sección 7.2. Además, el recálculo del nivel de confianza (sección 7.7) puede ser una opción para obtener resultados representativos en el estrato.

En resumen, se debería recomendar la siguiente estrategia:

- cuando la AA prevea proyectar los resultados en el estrato, deberá usar el enfoque ascendente;
- si prevé proyectar los resultados en la población (para el grupo de programas operativos o fondos) y cree que no sea necesaria ninguna proyección en el estrato, podrá usar el enfoque descendente;
- cuando no haya tomado una decisión firme sobre la estrategia, puede utilizar el enfoque descendente pero introducir algún «sobremuestreo» de los estratos menores que permita alcanzar al menos 30 observaciones para esos estratos. Al hacerlo aumentará la probabilidad de obtener resultados representativos. De forma adicional, si los resultados no son representativos, al realizar un sobremuestreo del estrato menor, la AA reducirá la cantidad de trabajo adicional que será necesaria para llegar a una conclusión sobre estos estratos.

7.8.2 Ejemplo

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un periodo de referencia dado para las operaciones de un grupo de programas. El sistema de gestión y control es común para todo el grupo de programas y las auditorías de los sistemas realizadas por la autoridad responsable de la auditoría han obtenido un nivel de garantía moderado. Por lo tanto, la autoridad responsable de la auditoría decide llevar a cabo las auditorías de las operaciones con un nivel de confianza del 80 %. La autoridad de auditoría solo prevé emitir un único dictamen sobre la población agrupada, motivo por el cual decide utilizar un enfoque descendente, es decir, usar una muestra estratificada por programa, pero garantizando únicamente la representatividad a nivel agregado.

La AA tiene razones para creer que existen riesgos importantes de error en las operaciones de valor elevado, independientemente del programa al que pertenezcan. Además, cabe esperar que existan diferentes índices de error en los distintos programas. Teniendo en cuenta toda esta información, la AA decide estratificar la población por programas y por gastos (aislando en un estrato de muestreo del 100 % todas las operaciones cuyo valor contable sea superior al nivel de corte del 3 % de la totalidad del gasto).

Resumiendo en forma de cuadro la información disponible, tenemos lo que sigue:

Tamaño de la población (número de operaciones)	6 723
Tamaño de la población – estrato 1 (número de operaciones del programa 1)	4 987
Tamaño de la población – estrato 2 (número de operaciones del programa 2)	1 728
Tamaño de la población – estrato 3 (número de operaciones con BV > nivel de materialidad)	8
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	123 987 653 €
Valor contable – estrato 1 (gasto total del programa 1)	85 672 981 €
Valor contable – estrato 2 (gasto total del programa 2)	19 885 000 €
Valor contable – estrato 3 (gasto total de las operaciones con BV > nivel de materialidad)	18 429 672 €

Estos proyectos de valor elevado se excluirán del muestreo y se tratarán por separado. El importe de error detectado en estas ocho operaciones asciende a 2 975 €.

Tamaño de la población (número de operaciones)	6 723
Valor contable (gasto declarado total en el periodo de referencia)	123 987 653 €
Valor de corte	3 719 630
Número de unidades por encima del valor de corte	8
Valor contable de la población por encima del valor de corte	18 429 672 €
Tamaño de la población restante (número de operaciones)	6 715
Valor de la población restante	105 557 981 €

El primer paso consiste en calcular el tamaño de la muestra necesaria, mediante la fórmula siguiente:

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

donde z es 1,282 (coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 80 %) y TE , el error tolerable, es del 2 % del valor contable (nivel de materialidad máximo establecido en el Reglamento), es decir, 2 % x 123 987 653 € = 2 479 753 €. Basándose en la experiencia del año anterior y en las conclusiones del informe sobre los sistemas

de gestión y control, la autoridad responsable de la auditoría espera un índice de error no superior al 1,4 %. Así pues, el error anticipado, AE , es el 1,4 % del gasto total, es decir, $1,4 \% \times 123\,987\,653 \text{ €} = 1\,735\,827 \text{ €}$.

Una muestra preliminar de 20 operaciones del programa 1 obtuvo una estimación preliminar de la desviación estándar de los errores de 1 008 €. A la población del programa 2 se le aplicó el mismo procedimiento. La estimación de la desviación estándar de los errores de 876 €:

Por lo tanto, la media ponderada de la varianza de los errores de estos dos estratos es

$$\sigma_w^2 = \frac{4,987}{6,715} 1,008^2 + \frac{1,728}{6,715} 876^2 = 950,935$$

El tamaño de la muestra viene dado por

$$n = \left(\frac{6,715 \times 1.282 \times \sqrt{950,935}}{2,479,753 - 1,735,827} \right)^2 \approx 128$$

El tamaño de la muestra total viene dado por estas 128 operaciones más las 8 operaciones del estrato exhaustivo, es decir, por 136 operaciones.

La afijación de la muestra por estratos es como sigue:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{4,987}{6,715} \times 128 \approx 95,$$

$$n_2 = n - n_1 = 33$$

y

$$n_3 = N_3 = 5$$

Auditando 95 operaciones del programa 1, 33 operaciones del programa 2 y 8 operaciones del estrato 3, el auditor obtendrá el error total de las operaciones sometidas a muestreo. Las muestras preliminares anteriores de 20 unidades en los programas 1 y 2 se utilizan dentro de la muestra principal. Por consiguiente, el auditor solo ha de seleccionar aleatoriamente 75 operaciones más en el programa 1 y 13 en el programa 2. Para decidir cuál es el mejor método de estimación, si la estimación de la media por unidad o la estimación de la ratio, la AA calcula la ratio de covarianza entre los errores y los valores contables y la varianza de los valores contables de las operaciones sometidas a muestreo, que es igual a 0,0109, para el programa 1. Como la ratio es

menor que la mitad del índice de error de la muestra, la autoridad de auditoría puede estar segura de que la estimación de media por unidad es el método de estimación más fiable. Esto se confirmó también para el estrato del programa 2.

En el cuadro siguiente se pueden ver los resultados de la muestra correspondiente a las operaciones auditadas:

Resultados de la muestra – programa 1		
A	Valor contable de la muestra	1 667 239 €
B	Error total de la muestra	47 728 €
C	Error medio de la muestra (C=B/95)	502,4 €
D	Desviación estándar de los errores de la muestra	674 €
Resultados de la muestra – programa 2		
E	Valor contable de la muestra	404 310 €
F	Error total de la muestra	3 298 €
G	Error medio de la muestra (G=F/33)	100 €
H	Desviación estándar de los errores de la muestra	1 183 €
Resultados de la muestra – estrato exhaustivo		
I	Valor contable de la muestra	18 429 672
J	Error total de la muestra	2 975 €

La extrapolación del error de los dos estratos de muestreo se calcula multiplicando el error medio de la muestra por el tamaño de la población. La suma de estas dos cifras se ha de añadir al error detectado en los estratos de muestreo del 100 %, a fin de proyectar el error en la población:

$$EE = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 4,987 \times 502 + 1,728 \times 100 + 2,975 = 2,681,139$$

El índice de error proyectado se calcula como la ratio entre el error proyectado y el valor contable de la población (gasto total). Si se utiliza la estimación de la media por unidad, el índice de error proyectado es:

$$r_1 = \frac{2,681,139}{123,987,653} = 2.16\%.$$

El error proyectado es superior al nivel de materialidad. Por tanto, la AA podrá estar razonablemente segura que la población contiene errores significativos. No obstante, el trabajo de auditoría ha generado sospechas de que los errores puedan estar especialmente concentrados en uno de los programas. De hecho, la AA sospecha que el programa 1 es el responsable de este resultado. La AA decide evaluar los resultados a

escala de programa. En el cuadro siguiente se resumen las características de las poblaciones en cada programa:

		Programa 1	Programa 2
(A)	Valor contable total (gasto declarado en el periodo de referencia en el estrato de valor bajo)	85 672 981 €	19 885 000 €
(B)	Valor contable total (gasto declarado en el periodo de referencia en el estrato de valor elevado)	12 286 448 €	6 143 224 €
(C)	Tamaño de la población (número de operaciones en el estrato de valor bajo)	4 987	1 728
(D)	Tamaño de la población (número de operaciones en el estrato de valor elevado)	6	2

En el cuadro siguiente se resumen los resultados de toda la muestra por programa:

		Programa 1 (estrato de valor bajo)	Programa 2 (estrato de valor bajo)
(E)	Gasto auditado	1 667 239 €	404 310 €
(F)	Tamaño de la muestra (número de operaciones)	95	33
(G)	Error total de la muestra	47 728 €	3 298 €
(H)	Error promedio de la muestra	502,4 €	100 €
(I)	Desviación estándar de los errores de la muestra	674 €	1 183 €

Además de la información que corresponde al estrato de valor bajo, la AA debe tener en consideración la información del estrato exhaustivo. El cuadro siguiente resume dichos resultados:

		Programa 1 (estrato exhaustivo)	Programa 2 (estrato exhaustivo)
(J)	Gasto auditado	12 286 448 €	6 143 224 €
(K)	Error total de la muestra	1 983 €	992 €

Usando estos datos, la AA puede proyectar los índices de error y calcular la precisión del programa. En el cuadro siguiente se resumen los resultados de la estimación de la media por unidad:

		Programa 1	Programa 2
(L)	Precisión:= $(C) \times 1.282 \times \frac{(I)}{\sqrt{(F)}}$	442 105 €	456 204 €
(M)	Error proyectado (estimación de la media por unidad):= $(C) \times (H) + (K)$	2 507 452 €	173 687 €
(N)	Límite superior de error:= $(M) + (L)$	2 949 557 €	629 892 €
(O)	Índice de error proyectado (%):= $\frac{(M)}{(A)+(B)}$	2,56%	0,67%
(P)	Límite superior del índice de error proyectado:= $\frac{(N)}{(A)+(B)}$	2,90%	2,42 %

Los resultados del programa 1 parecen ser concluyentes ya que el error proyectado es mayor que el error máximo tolerable (calculado en el programa, es decir, el 2 % de 97 959 429 €). Simplemente con el índice de error proyectado (mayor que el 2 % del nivel de materialidad), la conclusión es obvia. Sin embargo, los resultados del programa 2 no son completamente concluyentes. De hecho, aunque el error proyectado es inferior al nivel de materialidad (2 % de 26 028 224 €), el límite superior de error es mayor que este, lo cual indica claramente que sería necesario un análisis adicional para alcanzar una conclusión final. Utilizando los datos del programa 2, 33 operaciones sometidas a muestreo (excluyendo 2 operaciones del estrato exhaustivo), la AA decide planificar la muestra adecuada. En el cuadro siguiente se resume la información necesaria para planificar el tamaño de la muestra:

	Programa 2
Valor contable total (gasto declarado en el periodo de referencia excluyendo las operaciones del estrato exhaustivo)	19 885 000 € (excluyendo el gasto de 2 operaciones en el estrato exhaustivo)
Tamaño de la población (número de operaciones, incluido el estrato exhaustivo)	1 728 (excluyendo 2 operaciones del estrato exhaustivo)
Nivel de materialidad	2 %
Error máximo tolerable	397 700 €
Índice de error esperado	0,6%
Error esperado	119 310 €
Desviación estándar de los errores de la muestra	1 183 €

El tamaño de la muestra previsto para obtener resultados fiables es por tanto:

$$n = \left(\frac{1,728 \times 1.282 \times 1,183}{397,700 - 149,138} \right)^2 \approx 89$$

La AA puede obtener resultados finales sobre el programa 2 utilizando las 33 operaciones anteriores y extrayendo una muestra adicional de 56 operaciones. En el cuadro siguiente se resumen los resultados de todas las 89 operaciones (incluidas las 33 operaciones de la primera muestra):

		Programa 2 (estrato de valor bajo)
(E1)	Gasto auditado	1 236 789 €
(F1)	Tamaño de la muestra (número de operaciones)	89
(G1)	Error total de la muestra	8 278 €
(H1)	Error promedio de la muestra	93 €
(I1)	Desviación estándar de los errores de la muestra	1 122 €

Los cálculos efectuados por la AA se reproducen en el cuadro siguiente:

		Programa 2
(L1)	Precisión (estimación de la media por unidad):= $(C) \times 1.282 \times \frac{(I1)}{\sqrt{(F1)}}$	263 469 €
(M1)	Error proyectado (estimación de la media por unidad):= $(H1) \times (C) + (K)$	161 715 €
(N1)	Límite superior de error:= $(M1) + (L1)$	425 184 €
(O1)	Índice de error proyectado (%):= $\frac{(M1)}{(A)+(B)}$	0,62 %
(P1)	Límite superior del índice de error proyectado:= $\frac{(N1)}{(A)+(B)}$	1,63%

Con los resultados de esta muestra amplia (89 operaciones), la AA puede concluir que la población de gasto declarado del programa 2 no arroja una inexactitud importante.

7.9 Técnica de muestreo aplicable a las auditorías de los sistemas

7.9.1 Introducción

El artículo 62 del Reglamento (CE) n.º 1083/2006 del Consejo establece que: «La autoridad de auditoría de un programa operativo tendrá, en particular, los siguientes cometidos: a) asegurarse de que se realizan auditorías para comprobar el funcionamiento eficaz del sistema de gestión y control del programa operativo...». Estas

auditorías se llaman auditorías de los sistemas. Las auditorías de los sistemas tienen por objetivo comprobar la eficacia de las pruebas del sistema de gestión y control y extraer conclusiones del nivel de garantía que se puede obtener del sistema. La decisión de usar o no un enfoque de muestreo estadístico para las pruebas de los controles se ha de tomar basándose en el criterio profesional relativo al modo más eficaz de obtener un dato de auditoría suficientemente apropiado en las circunstancias de que se trate.

Dada la importancia que en las auditorías de los sistemas presenta el análisis que el auditor realiza de la naturaleza y las causas de los errores, del mismo modo que la mera ausencia o presencia de errores, podría ser adecuado un enfoque no estadístico. En este caso, el auditor puede elegir un tamaño fijo para la muestra de los ítems que vaya a poner a prueba para cada control clave. No obstante, se habrá de aplicar el criterio profesional para decidir qué factores⁶³ tener en cuenta. Si no se sigue un enfoque estadístico, los resultados no se podrán extrapolar.

El muestreo de atributos es un enfoque estadístico que puede ayudar al auditor a determinar el nivel de garantía del sistema y a evaluar el porcentaje de aparición de errores en una muestra. Su uso más habitual en las auditorías consiste en comprobar el porcentaje de desviación de un control requerido para apoyar el nivel evaluado de riesgo para el control del auditor. A continuación, los resultados se pueden proyectar a la población.

Como método genérico que engloba diversas variantes, el muestreo por atributos es el método estadístico básico que se ha de aplicar en el caso de las auditorías de los sistemas; cualquier otro método que se pueda aplicar a las auditorías de los sistemas se basará en los conceptos desarrollados más abajo.

El muestreo por atributos aborda problemas binarios con respuestas del tipo sí o no, alto o bajo y verdadero o falso. Con este método, la información relativa a la muestra se proyecta a la población con el fin de determinar si la población pertenece a una categoría o a la otra.

El Reglamento no obliga a aplicar un enfoque estadístico al muestreo en las pruebas de control en el ámbito de una auditoría de los sistemas. Por lo tanto, el presente capítulo y los anexos correspondientes se incluyen con fines de información general y no se desarrollarán más.

Para más información y ejemplos relacionados con las técnicas de muestreo aplicables a las auditorías de los sistemas, consúltese la literatura especializada en muestreos para auditorías.

⁶³ Para más explicaciones o ejemplos, véase «Audit Guide on Sampling, American Institute of Certified Public Accountants, de 1.4.2001».

Al aplicar el muestreo por atributos en una auditoría de los sistemas, se debe seguir el siguiente plan genérico de seis etapas.

1. Se definen los objetivos de la prueba: por ejemplo, se determina si la frecuencia del error en una población cumple los criterios de un nivel de garantía alto;
2. Se definen la población y la unidad de muestreo: por ejemplo, las facturas correspondientes a un programa;
3. Se define la condición de la desviación, que es el atributo que se está evaluando (por ejemplo, la presencia de una firma en las facturas correspondientes a una operación de un programa);
4. Se determina el tamaño de la muestra, de acuerdo con la fórmula siguiente;
5. Se selecciona la muestra y se lleva a cabo la auditoría (la muestra se debe seleccionar aleatoriamente);
6. Se evalúan y documentan los resultados.

7.9.2 *Tamaño de la muestra*

El cálculo del tamaño de la muestra n en el marco del muestreo por atributos se basa en la información siguiente:

- El nivel de confianza y el correspondiente coeficiente z de una distribución normal (véase la sección 5.3).
- El índice máximo de desviación tolerable, T , determinado por el auditor. Los niveles tolerables los establece la autoridad de auditoría del Estado miembro (por ejemplo, el número de facturas sin firmar que el auditor no considera admisible).
- El índice anticipado de desviación de la población, p , estimado u observado en una muestra preliminar. Téngase en cuenta que el índice de desviación tolerable debe ser superior al índice previsto de desviación de la población, pues si no es así, la prueba no tiene sentido (es decir, si se espera un índice de error del 10 %, resulta inútil fijar un índice de error tolerable del 5 %, pues se esperaría encontrar más errores en la población de los que se está dispuesto a tolerar).

El tamaño de la muestra se calcula como sigue⁶⁴:

$$n = \frac{z^2 \times p \times (1 - p)}{T^2}.$$

⁶⁴ Cuando el tamaño de la población es pequeño, es decir, si la muestra final representa una proporción grande de la población (por regla general, más del 10 % de la población), se puede utilizar una fórmula más exacta que llevará a $n = \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{T^2} / \left(1 + \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{N.T^2}\right)$.

Ejemplo: suponiendo un nivel de confianza del 95 % ($z = 1.96$), un índice de desviación tolerable, T , del 12 % y un índice de desviación de la población previsto, p , del 6 %, el tamaño mínimo de la muestra sería

$$n = \frac{1.96^2 \times 0.06 \times (1 - 0.06)}{0.12^2} \approx 16.$$

Téngase en cuenta que el tamaño de la población no influye en el tamaño de la muestra; el cálculo anterior sobrestima ligeramente el tamaño de la muestra requerida para poblaciones pequeñas, lo cual se acepta. Algunas maneras de rebajar el tamaño de la muestra requerida son reducir el nivel de confianza (es decir, elevar el riesgo de dar una evaluación demasiado reducida del riesgo para el control) y elevar el índice de desviación tolerable.

7.9.3 *Extrapolación*

El índice de desviación de la muestra es el número de desviaciones observadas en la muestra dividido por el número de ítems de la muestra (es decir, el tamaño de la muestra):

$$EDR = \frac{\# \text{ of deviations in the sample}}{n}$$

También es el mejor estimador del índice de desviación extrapolado, EDR , que se puede obtener de la muestra.

7.9.4 *Precisión*

Recuérdese que la precisión (error muestral) es una medida de la incertidumbre asociada a la proyección (extrapolación). La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \frac{p_s \times (1 - p_s)}{\sqrt{n}}$$

donde p_s es la ratio entre el número de desviaciones observadas en la muestra y el tamaño de la muestra, el índice de desviación de la muestra.

7.9.5 *Evaluación*

El límite superior de la desviación alcanzado es una cifra teórica basada en el tamaño de la muestra y en el número de errores detectados.

$$ULD = EDR + SE.$$

Representa el índice de error máximo de la población con el nivel de confianza definido y se obtiene de las tablas binomiales. Por ejemplo, para una muestra de tamaño 150 y un importe de las desviaciones de 3 (índice de desviación de la muestra del 2 %), el índice de desviación máxima (o límite superior de la desviación alcanzado) con un nivel de confianza del 95 % es:

$$ULD = \frac{3}{150} + 1.96 \times \frac{\frac{3}{150} \times \left(1 - \frac{3}{150}\right)}{\sqrt{150}} = 0.023.$$

Si este porcentaje es superior al índice de desviación tolerable, la muestra no admite el índice de error esperado en la población supuesto con ese nivel de confianza. Así pues, la conclusión lógica es que la población no cumple los criterios establecidos de nivel de garantía alto y se debe clasificar en un nivel de garantía medio o bajo. Téngase en cuenta que el umbral de garantía baja, media o alta lo define la AA.

7.9.6 Métodos especializados de muestreo por atributos

El muestreo por atributos es un método genérico del que se han definido diversas variantes con fines específicos. Entre ellas, el muestreo por descubrimiento y el muestreo de parar o seguir se orientan a necesidades específicas.

El muestreo por descubrimiento se utiliza para auditar casos en los que un solo error ya sería crítico; por lo tanto, se orienta especialmente a la detección de casos de fraude o de elusión de controles. Este método basado en el muestreo por atributos parte de un índice de error cero (o muy bajo) y no es adecuado para proyectar los errores a la población, en caso de que se detecten errores en la muestra. El muestreo por descubrimiento permite al auditor inferir a partir de una muestra si la suposición de un determinado índice de error muy bajo o nulo en la población es válida. No es un método válido para evaluar el nivel de garantía de los controles internos, y por lo tanto no es aplicable a las auditorías de los sistemas.

El muestreo de parar o seguir surge de la frecuente necesidad de reducir el tamaño de la muestra todo lo que se pueda. Este método permite concluir que el índice de error de la población está por debajo de un nivel predefinido en un nivel de confianza dado examinando el menor número posible de ítems de la muestra. El muestreo se para tan pronto como se alcanza el resultado esperado. Este método tampoco es adecuado para proyectar los resultados en la población, si bien puede resultar útil para evaluar las conclusiones de la auditoría de los sistemas. Se puede utilizar cuando se cuestione el resultado de las auditorías de los sistemas, para comprobar si realmente se ha cumplido el criterio del nivel de garantía previsto.

7.10 Proporcionalidad en materia de control en el marco del periodo de programación 2014-2020 – implicaciones en el muestreo

7.10.1 Restricciones sobre la selección de muestras impuestas por el artículo 148, apartado 1, del RDC

La proporcionalidad en materia de control establecida en el artículo 148, apartado 1, del RDC tiene por objetivo reducir la carga administrativa que soportan los beneficiarios y evitar que sean auditados varias veces por distintos organismos, e incluso, ocasionalmente por el mismo gasto. Estos controles se resumen a continuación y tienen repercusión sobre el trabajo de la AA:

- a) En el caso de operaciones cuyo gasto total subvencionable no exceda de **100 000 EUR en el caso del FEMP, 150 000 EUR, en el caso del FSE, o 200 000 EUR, en el caso del FEDER y del Fondo de Cohesión**, solo se podrá realizar una auditoría, bien por la autoridad de auditoría o la Comisión, antes de la presentación de las cuentas del ejercicio contable en el que se concluya la operación;
- b) En el caso de operaciones cuyo gasto total subvencionable exceda de **100 000 EUR en el caso del FEMP, 150 000 EUR, en el caso del FSE, o 200 000 EUR, en el caso del FEDER y del Fondo de Cohesión**, solo se podrá realizar una auditoría por ejercicio contable, bien por la autoridad de auditoría o la Comisión, antes de la presentación de las cuentas del ejercicio contable en el que se concluya la operación;
- c) La AA o la Comisión no podrán realizar ninguna auditoría en cualquier ejercicio si el Tribunal de Cuentas Europeo ya ha realizado una auditoría en ese ejercicio, siempre y cuando los resultados de la auditoría realizada por el Tribunal para esas operaciones puedan ser utilizados por la autoridad de auditoría o la Comisión a efectos de cumplir sus respectivas tareas.

Para decidir sobre la aplicabilidad de este artículo, la evaluación del nivel del «gasto total subvencionable de la operación» se efectúa sobre la base del importe de subvención concedido, pues el gasto exacto que se declarará durante el periodo de programación no es conocido con antelación.

En el artículo 148, apartado 4, de RDC se prevé que la AA y la Comisión podrán aún efectuar auditorías de operaciones sujetas a las condiciones anteriores (en el supuesto de que una evaluación de riesgos o una auditoría del Tribunal de Cuentas Europeo determinen la existencia de un riesgo concreto de irregularidad o fraude, en caso de que existan pruebas de deficiencias graves en el funcionamiento eficaz del sistema de

gestión y control del programa operativo en cuestión, y durante el periodo a que se refiere el artículo 140, apartado 1). **En concreto, para la AA, esto supone que las disposiciones del artículo 148, apartado 1, no se aplican en el caso de muestras de auditoría complementarias basadas en riesgos.**

El artículo 148, apartado 1, del RDC introduce ciertos desafíos prácticos para el trabajo de la AA, concretamente en lo que respecta a la estrategia que se debe adoptar para la selección de muestras, teniendo en consideración la norma general establecida en el artículo 127, apartado 1, del RDC. Esta disposición establece que la AA deberá garantizar que las auditorías se lleven a cabo sobre «una muestra apropiada de las operaciones sobre la base del gasto declarado» y, en el caso de utilización de muestreo no estadístico, el tamaño del muestreo deberá ser suficiente para permitir que la AA elabore un dictamen de auditoría válido. En la sección 7.10.2 siguiente se ofrecen aclaraciones sobre los ajustes necesarios para adaptar la metodología de muestreo a los requisitos del artículo 148.

La AA podrá llevar a cabo su auditoría en relación con un ejercicio contable bien después de este en el contexto de un procedimiento de muestreo de un periodo o en fases, utilizando un diseño de muestreo en dos o múltiples periodos.

En el contexto del muestreo de un periodo, el hecho de que la AA (o la Comisión) audite en un ejercicio las operaciones inferiores al umbral mencionado con anterioridad implica que estas operaciones no podrán ser auditadas por la AA en los ejercicios posteriores antes de la presentación de las cuentas correspondientes al ejercicio contable en el que se concluyó la operación, salvo que sea de aplicación lo dispuesto en el artículo 148, apartado 4, del RDC.

En el contexto del muestreo de múltiples periodos en relación con un ejercicio contable y cuando el gasto de la misma operación se selecciona más de una vez para ese ejercicio, la AA puede plantearse la auditoría de una operación concreta en dos (o más) etapas. Esto implica que si se seleccionó una operación para muestreo en un periodo de muestreo del ejercicio contable, la AA conservará la operación en la población que se incluirá en la muestra y la auditará para los siguientes periodos de muestreo del mismo ejercicio contable. En este caso, la sustitución o exclusión de operaciones no es aplicable pues hay una única auditoría, cuyo trabajo se extiende a lo largo de distintos momentos con relación al mismo ejercicio. Como, tras la selección de la muestra para el primer periodo de muestreo, la AA no puede predecir si el gasto de las operaciones seleccionadas será auditado en cualquier otro periodo de muestreo del mismo ejercicio contable, se recomienda que la AA informe a los beneficiarios afectados del hecho de que sus operaciones han sido seleccionadas para una auditoría relativa al ejercicio contable relevante y de la posibilidad de la auditoría en fases de la operación. Será

necesaria una aclaración en la carta a la MA/beneficiarios en la que se anuncie que la operación ha sido seleccionada para auditoría⁶⁵.

El artículo 148, apartado 1, del RDC especifica que puede realizarse una auditoría por ejercicio contable con respecto a las operaciones que exceden el correspondiente umbral. Este requisito se interpreta como una auditoría con relación al gasto declarado en un ejercicio contable y no como una auditoría en el periodo de un ejercicio contable.

A fin de evitar la carga administrativa que entraña para el beneficiario más de una visita sobre el terreno para la misma operación, la AA podrá decidir continuar las siguientes fases de la auditoría tras las primeras verificaciones en la autoridad de gestión/organismo intermedio, siempre que se puedan verificar los documentos acreditativos en los archivos obrantes en dichos organismos.

Operaciones auditadas por el TCE:

Junto con las primeras dos condiciones establecidas en el artículo 148, apartado 1, del RDC, esta disposición establece que la AA no puede auditar una operación si ya ha sido auditada en el mismo ejercicio por el TCE y la AA puede utilizar las conclusiones extraídas por esta institución.

También esta disposición entraña desafíos prácticos para la AA, en concreto cuando las conclusiones del TCE sobre la auditoría de las operaciones seleccionadas no están disponibles a tiempo para que la AA evalúe dichas conclusiones y decida si se pueden usar a efectos del dictamen de la auditoría de la AA. Además, puede suceder que las conclusiones del TCE guarden relación con un periodo de referencia para el gasto declarado distinto de aquel sobre el que la AA necesita emitir su dictamen de auditoría, lo que supone que la AA no podrá usar las conclusiones del TCE para ello.

De existir conclusiones del TCE sobre la auditoría de las operaciones seleccionadas por la AA disponibles con suficiente tiempo para que la AA emita el dictamen de auditoría relevante, la AA utiliza los resultados del trabajo de auditoría llevado a cabo por el TCE para determinar el error de esa operación, cuando está de acuerdo con las conclusiones y sin necesidad de volver a ejecutar los procedimientos de auditoría.

7.10.2 Metodología de muestreo con arreglo a la proporcionalidad de los controles

Selección de la muestra

⁶⁵ Se recomienda a la AA que incluya el siguiente texto, o uno similar, en las cartas de anuncio de auditoría en el marco de los diseños de muestreo en dos o múltiples periodos: «Su operación ha sido seleccionada para una auditoría por la autoridad de auditoría del programa en relación con el gasto declarado por las autoridades nacionales a la Comisión Europea en el ejercicio contable de julio de 20xx a junio de 20xx. Se le informa de que la auditoría puede distribuirse en más de una fase de auditoría durante los próximos meses. En una siguiente fase se le informará si la auditoría estará restringida al gasto declarado para el primer semestre (*otro periodo de muestreo*) o incluirá asimismo gasto relacionado con el segundo semestre (*otro periodo de muestreo*).»

Como se establece en el artículo 28, apartado 8, del RD: «*Cuando las condiciones para el control proporcional previsto en el artículo 148, apartado 1, del Reglamento (UE) n.º 1303/2013 sean aplicables, la autoridad de auditoría podrá excluir los elementos contemplados en el citado artículo de la población que constituirá la muestra. Si la operación de que se trate ya se ha seleccionado en la muestra, la autoridad de auditoría la reemplazará con la utilización de la selección aleatoria apropiada.*»

Como se desprende de lo dispuesto en el presente artículo, la AA podrá usar para la selección de la muestra bien la población positiva original del gasto declarado o una población reducida, es decir, población de la que se excluyen unidades de muestreo con sujeción al artículo 148 del RDC.

En caso de sustitución de las operaciones/otras unidades de muestreo en cuestión, estas unidades de muestreo deberán sustituirse en la muestra seleccionando una muestra adicional con un tamaño igual al número de operaciones sustituidas. Las «unidades de sustitución» deberán seleccionarse utilizando la misma metodología que para la muestra original. En particular, en los métodos con PPT (es decir, muestreo no estadístico PPT y MUM), las unidades de muestreo adicionales deberán seleccionarse usando la selección con probabilidad proporcional al tamaño. En la sección 7.10.3.1 se incluyen ejemplos de selección.

En caso de ambas situaciones de sustitución y exclusión, el tamaño de la muestra se calcula basándose en los parámetros de la población (como el valor contable, el número de unidades de muestreo) correspondientes a la población original (es decir, población incluidas las operaciones/otras unidades de muestreo afectadas por el artículo 148, apartado 1, del RDC). Se usan las correspondientes fórmulas para el cálculo del tamaño de la muestra (presentadas en la sección 6 de esta nota orientativa).

La decisión de utilizar la exclusión o la sustitución de unidades de muestreo deberá tomarla la AA en función de su criterio profesional. Podría ser que la AA considerase más práctico aplicar la sustitución de operaciones para poblaciones con un pequeño número de unidades de muestreo (muestreo aleatorio simple) o una pequeña parte del gasto (MUM) afectadas por el artículo 148, ya que la probabilidad de selección de esas unidades (y las implicaciones técnicas de la sustitución conexas) es baja. Por el contrario, en el caso de poblaciones con una gran cantidad de unidades de muestreo/gasto con sujeción al artículo 148, la sustitución sería más frecuente y a veces necesario repetirla varias veces. Por consiguiente, en esos casos la AA podría considerar más práctico aplicar la exclusión de las unidades de población con sujeción al artículo 148, del RDC de la población que se incluirán en la muestra, para evitar la sustitución de unidades de muestreo.

Proyección de errores

La AA necesita emitir un dictamen de auditoría sobre el gasto total declarado, como se desprende del artículo 127, apartado 1, del RDC. Por tanto, incluso aunque la población

de la que se extrae la muestra se corresponda con el gasto declarado reducido por el gasto relacionado con las operaciones afectadas por el artículo 148, sigue siendo necesario calcular el error total del gasto declarado, a los efectos de emitir el dictamen de auditoría de este gasto.

Existen dos maneras de alcanzar este objetivo. En primer lugar, en las fórmulas de proyección, el tamaño de la población $N_{(h)}$ y el valor contable de la población $BV_{(h)}$ son los correspondientes a la población original (es decir, la población que incluye las unidades de muestreo afectadas por el artículo 148). En ese caso, la proyección del error se efectuará en la población original (por estrato) y no será necesaria ninguna acción adicional. Se recomienda este enfoque en particular en el caso de sustitución de operaciones/otras unidades de muestreo.

De forma alternativa, puede hacerse en dos etapas: en primer lugar, en las fórmulas de proyección, el tamaño de la población $N_{(h)}$ y el valor contable de la población $BV_{(h)}$ son los correspondientes a la población reducida (es decir, obtenida tras deducir las unidades de población afectadas por el artículo 148 del RDC). Después de proyectar el error de esta forma, este error proyectado se multiplica por la ratio entre el gasto declarado en la población original y el gasto declarado en la población reducida $\frac{BV_{(h)} \text{ población original}}{BV_{(h)} \text{ población reducida}}$ para obtener el error proyectado total de la población original (normalmente en el MUM y en el muestreo aleatorio simple con estimación de la ratio). Esta proyección de la reducción de la población original puede efectuarse también multiplicando el error de la población reducida por la ratio entre el tamaño de la población de la población original y el tamaño de la población de la población reducida $\frac{N_{(h)} \text{ población original}}{N_{(h)} \text{ población reducida}}$ (normalmente en el muestreo aleatorio simple con estimación de la media por unidad). Este procedimiento realizado en dos etapas es en especial un enfoque recomendado en caso de exclusión de operaciones/otras unidades de muestreo.

De igual forma, la precisión podría calcularse también bien con respecto a la población original, $SE_{(h)} \text{ original}$, o a la población reducida, $SE_{(h)} \text{ reducida}$, (véanse también algunas restricciones que se presentan en los cuadros siguientes). En el caso de que la precisión se calcule para la población reducida, deberá ajustarse en la siguiente etapa para reflejar la población original.

De igual forma, como en el caso de la proyección del error, este ajuste se lleva a cabo multiplicando la precisión para la población reducida por la ratio $\frac{BV_{(h)} \text{ población original}}{BV_{(h)} \text{ población reducida}}$ (en el caso del MUM y el muestreo aleatorio simple con estimación de la ratio) o por la ratio $\frac{N_{(h)} \text{ población original}}{N_{(h)} \text{ población reducida}}$ (en el caso del muestreo aleatorio simple con estimación de la media por unidad).

No es posible identificar una metodología que sea siempre más adecuada que las restantes (por ejemplo proyección y cálculo de la precisión con respecto a la población

original o reducida) ya que algunos métodos de muestreo podrían plantear limitaciones técnicas.

En los cuadros siguientes se resumen los enfoques para la selección de muestras, la proyección de errores y el cálculo de la precisión de la muestra con sujeción a las restricciones impuestas por principios de controles proporcionales.

a) Enfoque estándar del MUM

Diseño del muestreo	MUM estándar: Exclusión de unidades de muestreo	MUM estándar: Sustitución de unidades de muestreo
<i>Parámetros utilizados para el cálculo del tamaño de la muestra</i>	Corresponde a la población original.	Corresponde a la población original.
<i>Población utilizada para la selección de la muestra</i>	Población reducida	Población original
<i>Enfoque recomendado para la proyección del error y el cálculo de la precisión</i>	<p>Proyección de error y cálculo de la precisión para la población reducida, en la siguiente etapa ajustada para reflejar la población original.</p> <p>El ajuste puede realizarse multiplicando el error proyectado y la precisión por la ratio entre el gasto $BV_{(h) \text{ original}}$ de la población original y el gasto $BV_{(h) \text{ reducida}}$ de la población reducida.</p> <p>En el caso de unidades del estrato de valor elevado afectadas por el artículo 148 (o cualquier otro estrato exhaustivo), podría ser necesario calcular el error para el estrato de alto valor y proyectar este error en las unidades que no han sido auditadas en este estrato utilizando la fórmula $EE_e = EE_e \text{ reducida} \times \frac{BV_e \text{ original}}{BV_e \text{ reducida}}$ (donde $EE_e \text{ reducida}$ representa el importe de error en las unidades de muestreo del estrato de valor elevado auditadas, $BV_e \text{ original}$ se refiere al valor contable del estrato de valor elevado original y $BV_e \text{ reducida}$ se refiere al valor contable de los ítems del estrato de valor elevado que han sido objeto de auditoría.)</p>	<p>Proyección de error y cálculo de la precisión para la población original.</p> <p>Las unidades del estrato de valor elevado (o unidades de cualquier otro estrato exhaustivo), que se excluyan de los procedimientos de auditoría debido a las disposiciones del artículo 148 deben sustituirse por las unidades de muestreo del estrato de valor bajo. En ese caso podría ser necesario calcular el error del estrato de valor elevado y proyectar este error en las unidades que no han sido auditadas en este estrato utilizando la fórmula $EE_e = EE_e \text{ reducida} \times \frac{BV_e \text{ original}}{BV_e \text{ reducida}}$ (donde $EE_e \text{ reducida}$ representa el importe de error en las unidades de muestreo del estrato de valor elevado auditadas, $BV_e \text{ original}$ se refiere al valor contable del estrato de valor elevado original y $BV_e \text{ reducida}$ se refiere al valor contable de los ítems del estrato de valor elevado que han sido objeto de auditoría).</p>

b) Enfoque conservador del MUM

Diseño del muestreo	MUM conservador: Exclusión de unidades de muestreo	MUM conservador: Sustitución de unidades de muestreo
<i>Parámetros utilizados para el cálculo del tamaño de la muestra</i>	No es aplicable (el tamaño de la muestra se mantendrá independientemente de si se calcula con los parámetros de la población original o reducida)	No es aplicable (el tamaño de la muestra se mantendrá independientemente de si se calcula con los parámetros de la población original o reducida)
<i>Población utilizada para la selección de la</i>	Población reducida	Población original

<i>muestra</i>		
<i>Enfoque recomendado para la proyección del error y el cálculo de la precisión</i>	<p>Proyección de error y cálculo de la precisión para la población reducida, en la siguiente etapa ajustada para reflejar la población original.</p> <p>El ajuste puede realizarse multiplicando el error proyectado y la precisión por la ratio entre el gasto $BV_{(h) \text{ original}}$ de la población original y el gasto $BV_{(h) \text{ reducida}}$ de la población reducida.</p> <p>En el caso de unidades de estrato de valor elevado afectadas por el artículo 148, podría ser necesario calcular el error para el estrato de alto valor y proyectar este error en las unidades que no han sido auditadas en este estrato utilizando la fórmula $EE_e = EE_e \text{ reducida} \times \frac{BV_e \text{ original}}{BV_e \text{ reducida}}$ (donde $EE_e \text{ reducida}$ representa el importe de error en las unidades de muestreo del estrato de valor elevado auditadas, $BV_e \text{ original}$ se refiere al valor contable del estrato de valor elevado original y $BV_e \text{ reducida}$ se refiere al valor contable de los ítems del estrato de valor elevado que han sido objeto de auditoría.)</p>	<p>En vista de las cuestiones técnicas relacionadas con la proyección de error y el cálculo de precisión en el caso de sustitución de unidades de muestreo en el enfoque conservador del MUM, se recomienda utilizar la exclusión de unidades de muestreo si se aplica el enfoque conservador del MUM⁶⁶.</p>

c) Muestreo aleatorio simple

<i>Diseño del muestreo</i>	Muestreo aleatorio simple: Exclusión de unidades de muestreo	Muestreo aleatorio simple: Sustitución de unidades de muestreo
<i>Parámetros utilizados para el cálculo del tamaño de la muestra</i>	Corresponde a la población original.	Corresponde a la población original.
<i>Población utilizada para la selección de la muestra</i>	Población reducida	Población original
<i>Enfoque recomendado para la proyección del error y el cálculo de la precisión</i>	<p>Proyección de error y cálculo de la precisión para la población reducida, en la siguiente etapa ajustada para reflejar la población original.</p> <p>Cuando se usa la estimación de la media por unidad, el ajuste pueda realizarse multiplicando el error proyectado y la precisión por la ratio entre el tamaño de la población $N_{(h) \text{ original}}$ de la población original y $N_{(h) \text{ reducida}}$ de la población reducida.</p> <p>Cuando se usa la estimación de la ratio, el ajuste puede realizarse multiplicando el error</p>	<p>Proyección del error en la población original (tanto en el caso de la estimación de la ratio como la estimación de la media por unidad).</p> <p>La precisión se calcula para la población original en el caso de la estimación de la media por unidad. En el caso de la estimación de la ratio, la precisión se debe calcular para la población reducida (población de la que se dedujeron todos los ítems de muestreo sujetos al artículo 148). Por consiguiente, deberá ser</p>

⁶⁶ En caso de que la AA decida aplicar la sustitución en el enfoque conservador del MUM, podría solicitarse el asesoramiento de la Comisión para determinar las fórmulas específicas que deben aplicarse para obtener información técnica con respecto a la selección de la muestra y la proyección.

<i>Diseño del muestreo</i>	Muestreo aleatorio simple: Exclusión de unidades de muestreo	Muestreo aleatorio simple: Sustitución de unidades de muestreo
	<p>proyectado y la precisión por la ratio entre el gasto $BV_{(h) original}$ de la población original y el gasto $BV_{(h) reducida}$ de la población reducida.</p> <p>Podrá también proyectarse el error directamente para la población original tanto en la estimación de la ratio como en la estimación de la media por unidad.</p> <p>La precisión no se debe calcular directamente para la población original en el caso de la estimación de la ratio; solo es posible en el caso de la estimación de la media por unidad. La precisión calculada para la población reducida en la estimación de la ratio deberá ajustarse para la población original multiplicando la precisión de la población reducida por la ratio $\frac{BV_{(h)población original}}{BV_{(h)población reducida}$.</p> <p>En el caso de unidades de estrato de valor elevado (o cualquier otro estrato exhaustivo) sujetas al artículo 148, podría ser necesario calcular un error para el estrato de valor elevado y proyectar este error en las unidades del estrato que no fueron auditadas. En el caso de la estimación de la ratio, se aplicaría la fórmula $EE_e = EE_e reducida \times \frac{BV_e original}{BV_e reducida}$, donde $EE_e reducida$ representa el importe del error en las unidades de muestreo del estrato de valor elevado auditadas, $BV_e original$ se refiere al valor contable del estrato de valor elevado original y $BV_e reducida$ se refiere al valor contable de ítems en el estrato de valor elevado sujetos a auditoría. En el caso de la estimación de la media por unidad, se aplicaría la fórmula $EE_e = EE_e reducida \times \frac{N_e original}{N_e reducida}$, donde $EE_e reducida$ representa el importe del error en las unidades de muestreo del estrato de valor elevado auditadas, $N_e original$ se refiere al número de unidades de muestreo del estrato de valor elevado original y $N_e reducida$ se refiere al número de unidades de muestreo del estrato de valor elevado sujetas a auditoría.</p>	<p>ajustado en la siguiente etapa para reflejar la población original. Este ajuste puede realizarse multiplicando la precisión de la población reducida por la ratio entre el gasto $BV_{(h) original}$ de la población original y el gasto $BV_{(h) reducida}$ de la población reducida. Debe observarse asimismo que incluso si la AA no seleccionó ningún ítem de muestreo afectado por el artículo 148 en su muestra, la precisión en el caso de la estimación de la ratio se tendrá que calcular también para la población reducida y ajustarse posteriormente utilizando la fórmula mencionada.</p> <p>En el caso de unidades de estrato de valor elevado (o cualquier otro estrato exhaustivo) sujetas al artículo 148, podría ser necesario calcular un error para el estrato de valor elevado y proyectar este error en las unidades del estrato que no fueron auditadas. En el caso de la estimación de la ratio, se aplicaría la fórmula $EE_e = EE_e reducida \times \frac{BV_e original}{BV_e reducida}$, donde $EE_e reducida$ representa el importe del error en las unidades de muestreo del estrato de valor elevado auditadas, $BV_e original$ se refiere al valor contable del estrato de valor elevado original y $BV_e reducida$ se refiere al valor contable de ítems en el estrato de valor elevado sujetos a auditoría. En el caso de la estimación de la media por unidad, se aplicaría la fórmula $EE_e = EE_e reducida \times \frac{N_e original}{N_e reducida}$, donde $EE_e reducida$ representa el importe del error en las unidades de muestreo del estrato de valor elevado auditadas, $N_e original$ se refiere al número de unidades de muestreo del estrato de valor elevado original y $N_e reducida$ se refiere al número de unidades de muestreo del estrato de valor elevado sujetas a auditoría.</p>

7.10.3 Ejemplos

7.10.3.1 Ejemplos de sustitución de unidades de muestreo en métodos con PPT (MUM y muestreo no estadístico con PPT)

Como ya se especificó en la anterior sección, en los métodos con PPT (MUM y muestreo no estadístico con PPT), las unidades de muestreo sujetas a lo dispuesto en el artículo 148 deberán sustituirse por la selección de las nuevas unidades utilizando la selección con probabilidad proporcional al tamaño.

Conviene señalar que el procedimiento para la selección de nuevas unidades de muestreo en el muestreo no estadístico con PPT es el mismo que en el caso del enfoque estándar del MUM, por lo que los ejemplos comunes ilustran la sustitución de unidades de muestreo en estos dos métodos. Los dos ejemplos siguientes ilustran respectivamente:

- a) Sustitución de unidades de muestreo en el estrato de valor bajo en el caso del enfoque estándar del MUM y el muestreo no estadístico con PPT
- b) Sustitución de unidades de muestreo en el estrato de valor elevado en el caso del enfoque estándar del MUM y el muestreo no estadístico con PPT

a) *Sustitución de unidades de muestreo en el estrato de valor bajo: enfoque estándar del MUM y muestreo no estadístico con PPT*

Supongamos que tenemos una población positiva de gasto declarado a la Comisión en un periodo de referencia dado para las operaciones de un programa.

El cuadro siguiente recoge los detalles de la población:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (gasto en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €

El tamaño de la muestra es de 30 operaciones (calculado para el enfoque estándar del MUM sobre la base de los parámetros de la muestra relevantes o la cobertura recomendada de operaciones para selección no estadística con PPT basada en el nivel de garantía de las auditorías del sistema). El estrato de valor elevado incluye 8 operaciones por encima del valor de corte de 139 996 067,47 con un valor total de 1 987 446 254 €. Por lo tanto, el intervalo de muestreo asciende a 100 565 262 €:

$$\text{Intervalo de muestreo (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254}{22 \text{ (i. e. } 30 - 8)} = 100,565,262$$

El valor de las 22 operaciones seleccionadas por la AA en el estrato de valor bajo con la aplicación del intervalo anterior es de 65 550 000 €. Esta muestra incluye dos

operaciones auditadas por los servicios de la Comisión con un gasto de 950 000 € declarado a la Comisión. Las operaciones se sustituyen en vista de lo dispuesto en el artículo 148 mediante la selección de una unidad de sustitución utilizando la selección de la probabilidad proporcional al tamaño.

Las nuevas unidades de muestreo deben seleccionarse en la población restante del estrato de valor bajo, que es un archivo que contiene 3 822 unidades de muestreo (3 852 operaciones de la población menos 30 operaciones seleccionadas originalmente)⁶⁷ usando el intervalo de 1 073 442 885 €:

$$\text{Intervalo de muestreo utilizado para la sustitución } (SI') = \frac{BV_{SI}}{n_{SI}} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254 - 65,550,000}{2} = 1\,073\,442\,885$$

En la muestra original, las operaciones afectadas por el artículo 148 se sustituyen por las dos operaciones recién seleccionadas. La proyección se efectúa como suele ser habitual utilizando los parámetros de la población y la muestra BV_s y n_s , es decir, se suman los errores del estrato de valor elevado y se proyectan los errores del estrato de valor bajo con la fórmula:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

donde $BV_s = 2\,212\,435\,770$ ($4,199,882,024 - 1,987,446,254$) y $n_s=22$.

Asumiendo que la suma de los índices de error de todas las unidades del estrato de valor bajo, $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$, es 0,52, el error extrapolado del estrato de valor bajo asciende a 52 293 936 €.

La autoridad de auditoría ha detectado errores en el estrato de valor elevado por importe total de 692 €. Por tanto, el error proyectado en nuestra población asciende a 52 294 628 € ($52\,293\,936 + 692$), es decir, el 1,25 % del valor de la población.

En el caso de la aplicación en el muestreo no estadístico con PPT, la autoridad de auditoría determinaría que no hay pruebas suficientes para concluir que la población contiene errores significativos. Sin embargo, no se puede determinar la precisión conseguida y se desconoce la confianza de la conclusión.

⁶⁷ La AA podría decidir asimismo eliminar del archivo todas las restantes unidades de muestreo afectadas por el artículo 148 y seleccionar las nuevas unidades de muestreo únicamente a partir de la población del estrato de valor bajo que no está afectado por el artículo 148. Este procedimiento evitaría el riesgo de llevar a cabo varias veces la selección por sustitución, como sería necesario si los elementos seleccionados de nuevo estuvieran sujetos asimismo al artículo 148.

En el caso de la aplicación del enfoque estándar del MUM, para determinar el límite de error superior, la autoridad de auditoría calcularía la precisión con la siguiente fórmula estándar:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

donde $BV_s = 2\,212\,435\,770$ (4,199,882,024 - 1,987,446,254) y $n_s=22$.

b) *Sustitución de unidades de muestreo en el estrato de valor elevado: enfoque estándar del MUM y muestreo no estadístico con PPT*

Supongamos que tenemos una población positiva de gasto declarado a la Comisión en un periodo de referencia dado para las operaciones de un programa.

El cuadro siguiente recoge los detalles de la población:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (gasto en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €

El tamaño de la muestra es de 30 operaciones (calculado para el enfoque estándar del MUM sobre la base de los parámetros de la muestra relevantes o la cobertura recomendada de operaciones para selección no estadística con PPT basada en el nivel de garantía de las auditorías del sistema). El estrato de valor elevado incluye 8 operaciones por encima del valor de corte de 139 996 067,47 con un valor total de 1 987 446 254 €.

Tras las determinaciones de las operaciones/unidades de muestreo pertenecientes al estrato de valor elevado en el enfoque estándar del MUM y el muestreo no estadístico con PPT, se recomienda que antes de realizar la selección de la muestra en el estrato de valor bajo, la AA verifique si el estrato de valor elevado incluye alguna unidad de muestreo afectada por el artículo 148. Si en nuestro ejemplo, las 8 operaciones del estrato de valor elevado incluyeran una operación afectada por el artículo 148, el tamaño de la muestra asignado al estrato de valor bajo sería 23 (30 menos 7), lo que garantizaría una auditoría de 30 operaciones. En ese caso, no sería necesario llevar a cabo una selección específica de las unidades de muestreo destinadas a sustituir la operación sujeta al artículo 148 en el estrato de valor elevado.

No obstante, en caso de que la autoridad de auditoría estableciera después de la selección del estrato de valor bajo de 22 operaciones (30 menos 8) que existe una operación en el estrato de valor elevado sujeta al artículo 148, la unidad de muestreo adicional del estrato de valor elevado destinada a sustituir la unidad de muestreo del estrato de valor elevado se seleccionaría utilizando la probabilidad proporcional al tamaño. (Como no hay otras unidades disponibles para la sustitución en el estrato de valor elevado, para evitar la reducción artificial del tamaño de la muestra por causa de

esta restricción, se seleccionaría un elemento del estrato de valor bajo para la sustitución, garantizando así la cobertura de 30 operaciones).

Originalmente, la AA ha seleccionado las 22 operaciones con el importe total de 65 550 000 € del estrato de valor bajo utilizando el intervalo de 100 565 262 €:

$$\text{Intervalo de muestreo (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254}{22 \text{ (i. e. } 30 - 8)} = 100,565,262$$

La nueva unidad de muestreo del estrato de valor bajo destinada a sustituir la unidad de muestreo del estrato de valor elevado debe seleccionarse en la población restante del estrato de valor bajo, que es un archivo que contiene 3 822 unidades de muestreo (3 852 operaciones de la población menos 30 operaciones seleccionadas originalmente)⁶⁸ usando el intervalo de 2 146 885 770,00 €:

$$\text{Intervalo de muestreo utilizado para la sustitución (SI')} = \frac{BV_{SI'}}{n_{SI'}} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254 - 65,550,000}{1} = 2\,146\,885\,770,00$$

Por consiguiente, nuestra auditoría cubre 7 operaciones en el estrato de valor elevado y 23 operaciones en el estrato de valor bajo.

La proyección de errores en el estrato de valor bajo se basa en la fórmula estándar:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

donde $BV_s = 2\,212\,435\,770$ (4,199,882,024 - 1,987,446,254) y $n_s=23$.

Asumiendo que la suma de los índices de error de todas las unidades del estrato de valor bajo, $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$, es 0,52, el error extrapolado del estrato de valor bajo asciende a 50 020 287 €.

La autoridad de auditoría ha detectado errores en las 7 operaciones del estrato de valor elevado sujetas a auditoría por importe total de 420 €. El error del estrato de valor elevado se tendría que calcular con la siguiente fórmula:

$$EE_{e \text{ original}} = EE_{e \text{ reduced}} \times \frac{BV_{e \text{ original}}}{BV_{e \text{ reduced}}}$$

donde:

⁶⁸ Véase también la nota al pie donde se aclara que la AA podría decidir seleccionar las nuevas unidades de muestreo de la población no afectada por el artículo 148.

- $EE_{e\text{ reducida}}$ se refiere al importe del error detectado en las operaciones del estrato de valor elevado sujetas a auditoría (excluyendo las operaciones afectadas por el artículo 148),
- $BV_{e\text{ original}}$ se refiere al valor contable total del estrato de valor elevado incluidas las operaciones afectadas por el artículo 148, y
- $BV_{e\text{ reducida}}$ se refiere al valor contable del estrato de valor elevado excluyendo las operaciones afectadas por el artículo 148.

Asumiendo que en nuestro ejemplo se declaró un importe de 290 309 600 € para la operación sujeta al artículo 148 en el estrato de valor elevado, el error de este estrato ascendería a 492 €:

$$EE_{e\text{ original}} = 420 \times \frac{1,987,446,254}{1,697,136,654} = 492$$

Por consiguiente, el error extrapolado a nivel de la población sería de 50 020 779 (es decir, el 1,19 % del valor de la población):

$$EE = 50,020,287 + 492 = 50,020,779$$

En el caso de la aplicación en el muestreo no estadístico con PPT, la autoridad de auditoría determinaría que no hay pruebas suficientes para concluir que la población contiene errores significativos. Sin embargo, no se puede determinar la precisión conseguida y se desconoce la confianza de la conclusión.

En el caso de la aplicación del enfoque estándar del MUM, para determinar el límite de error superior, la autoridad de auditoría calcularía la precisión con la siguiente fórmula estándar:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

donde $BV_s = 2\,212\,435\,770 (4,199,882,024 - 1,987,446,254)$ y $n_s=23$.

7.10.3.2 Ejemplo de exclusiones de operaciones en la etapa de selección de la muestra en el enfoque estándar del MUM

Supongamos que tenemos una población de gasto declarado a la Comisión en un periodo de referencia dado para las operaciones de un programa. Las auditorías de los sistemas realizadas por la autoridad de auditoría han dado un nivel de garantía bajo. Por lo tanto, este programa se puede someter a muestreo con un nivel de confianza del 90 %.

El cuadro siguiente recoge los detalles de la población:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (suma de los gastos en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €

Existen 4 operaciones afectadas por las disposiciones del artículo 148, apartado 1, del RDC; la suma total de sus valores contables es de 12 706 417 €. Se excluirán de la población que se incluirá en la muestra.

El tamaño de la muestra se calcula como sigue:

$$n = \left(\frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

donde σ_r es la desviación estándar de los índices de error resultantes de una muestra MUM y BV es el gasto total del ejercicio de referencia que incluye las cuatro operaciones anteriores. Basándose en una muestra preliminar de 20 operaciones, la AA estima que la desviación estándar de índices de error es de 0,0935.

Con esta estimación de la desviación estándar de los índices de error, el error máximo tolerable y el error anticipado, podemos calcular el tamaño de la muestra. Asumiendo un error tolerable igual al 2 % del valor contable total, $2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$, (valor de materialidad fijado en la regulación) y un índice de error anticipado de 0,4%, $0,4\% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$,

$$n = \left(\frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.0935}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 93$$

En primer lugar, es necesario identificar las unidades de la población de valor elevado (si las hay) pertenecientes a un estrato de valor elevado que se auditará al 100 %. El valor de corte para determinar este estrato superior es igual a la ratio entre el valor contable, BV, excluyendo las cuatro operaciones ya indicadas (total de 12 706 417 €) y el tamaño de la muestra previsto, n. Todos los ítems cuyo valor contable sea superior a este valor de corte (si $BV_i > BV/n$) se situarán en el estrato de auditoría del 100 %. En este caso, el valor de corte es $4\,187\,175\,607/93=45\,023\,394$ €.

La AA sitúa en un estrato aislado todas las operaciones con valor contable superior a 45 023 394, lo que supone 6 operaciones que suman un total de 586 837 081 €

El intervalo de muestreo de la población restante es igual al valor contable en el estrato no exhaustivo, BV_s (la diferencia entre el valor contable total del que se dedujeron las operaciones excluidas y el valor contable de las seis operaciones pertenecientes al

estrato superior), dividido por el número de operaciones que se han de seleccionar (93 menos las 6 operaciones del estrato superior).

$$\text{Intervalo de muestreo} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,187,175,607 - 586,837,081}{87} = 41,383,201$$

La AA ha verificado la inexistencia de operaciones cuyo valor contable fuese mayor al intervalo, por tanto, el estrato superior incluye únicamente las 6 operaciones con valor contable mayor que el valor de corte. La muestra se selecciona de una lista aleatoria de operaciones, tomando cada ítem que contenga la 41 383 201-ésima unidad monetaria.

Se ordena aleatoriamente un archivo que contenga las 3 842 operaciones restantes de la población (3 852 – 4 operaciones excluidas y 6 operaciones de valor elevado) y se crea una variable de valor contable acumulativo secuencial. Se extrae un valor de muestra de 87 operaciones (93 menos 6 operaciones de valor elevado) aplicando la selección sistemática.

Tras auditar las 93 operaciones, la AA puede proyectar el error.

De las 6 operaciones de valor elevado (valor contable total de 586 837 081 €), 3 operaciones contienen un error que corresponde a un importe de error de 7 616 805 €.

En la muestra restante, el error recibe un tratamiento diferente. Para estas operaciones aplicamos el procedimiento que sigue:

- 1) Para cada unidad de la muestra se calcula el índice de error, es decir, la ratio entre el error y el gasto correspondiente; $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Se suman estos índices de error de todas las unidades de la muestra.
- 3) Se multiplica el resultado anterior por el intervalo de muestreo, SI

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

donde BV_s y n_s son, respectivamente el valor contable utilizado para calcular el intervalo de muestreo (4 187 175 607 €-586 837 081 € = 3 600 338 526 €) y 87.

$$EE_s = 41,383,201 \times 1.026 = 42,459,164$$

Para proyectar el error (en euros) del estrato de muestreo en la población positiva original del gasto declarado a la Comisión, es necesario multiplicar el error proyectado por la ratio del gasto original del estrato (sin deducir las unidades excluidas) y el gasto reducido del estrato (tras deducir la unidades excluidas)

$$EE_{s,original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reducido}} \times EE_s = \frac{3,613,044,943}{3,600,338,526} \times 42,459,164 = 42,609,012$$

El error detectado en el estrato de valor elevado no es necesario proyectarlo en la población original pues el gasto de las 4 unidades excluidas es inferior al valor de corte.

El error proyectado en la población original es simplemente la suma de los dos componentes (estrato de valor elevado y estrato de muestreo):

$$EE_{original} = 7,616,805 + 42,609,012 = 50,225,817$$

El índice de error proyectado es la ratio entre el error proyectado y el gasto total de la población original:

$$r = \frac{50,225,817}{4,199,882,024} = 1.20 \%$$

La desviación estándar de los índices de error de esta muestra de muestreo asciende a 0,0832.

La precisión viene dada por:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1.645 \times \frac{3,600,338,526}{\sqrt{87}} \times 0.0832 = 52,829,067$$

Para proyectar esta precisión en la población original (incluidas las unidades excluidas), se debe multiplicar el valor obtenido por la ratio entre el gasto original del estrato de muestreo y el gasto reducido del estrato de muestreo (del que se deducen las unidades excluidas)

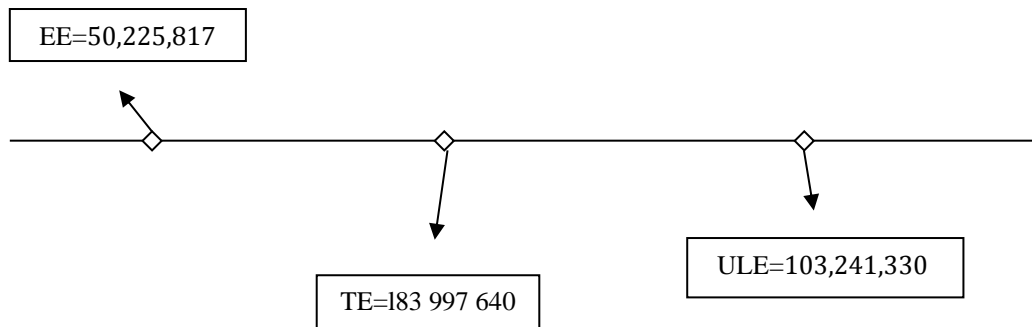
$$SE_{original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reducido}} \times SE = \frac{3,613,044,943}{3,600,338,526} \times 52,829,067 = 53,015,513$$

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = 50,225,817 + 53,015,513 = 103,241,330$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable, 83 997 640 €, y se extraen las conclusiones de auditoría pertinentes.

Como el error máximo tolerable es mayor que el error proyectado pero menor que el límite superior de error, los resultados de muestreo pueden ser no concluyentes. Véanse las explicaciones pormenorizadas en la sección 4.12.



7.10.3.3 Ejemplo de exclusiones de operaciones en la etapa de selección de la muestra en el enfoque conservador del MUM

Supongamos que tenemos una población de 3 857 operaciones con un gasto total de 4 207 500 608 EUR certificado a la Comisión en un periodo de referencia dado (población de importes positivos). La AA decidió utilizar el enfoque conservador del MUM con la operación como unidad de muestreo. Asimismo, basándose en el artículo 28, apartado 8, del RD, la autoridad de auditoría decidió excluir de la población que se incluirá en la muestra las operaciones contempladas en el artículo 148, apartado 1, del RDC.

Existían 5 operaciones de la población con un importe total de 7 618 584 € afectadas por las disposiciones del artículo 148 del RDC y se excluyeron de la población antes de la selección de la muestra. Por tanto, la muestra se seleccionó de la población de 3 852 operaciones con un gasto total de 4 199 882 024 €.

El cuadro siguiente resume la población excluyendo las operaciones afectadas por el artículo 148:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 852
Valor contable (gasto en el periodo de referencia)	4 199 882 024 €

El tamaño de la muestra correspondiente a un 90 % de nivel de confianza y un 2 % de umbral de materialidad es

$$136 \left(n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)} = \frac{4,207,500,608 \times 2.31}{0.02 \times 4,207,500,608 - (0.002 \times 4,207,500,608 \times 1.5)} \approx 136 \right).$$

La selección de la muestra se efectúa utilizando la probabilidad proporcional al tamaño mediante la aplicación del intervalo de 30 881 485 ($SI = \frac{BV}{n} = \frac{4,199,882,024}{136} = 30,881,485$)

En nuestra población hay 24 operaciones cuyo valor contable es mayor que el intervalo de muestreo. Estas 24 operaciones, con un valor contable total de 1 375 130 377 €, constituirán nuestro estrato de valor elevado (equivalente a 45 coincidencias, pues algunas operaciones se seleccionaron más de una vez). El tamaño de la muestra del estrato de valor bajo es de 91 operaciones, con un importe total de 301 656 001 €.

La proyección del error en el estrato de valor bajo se realiza de la forma habitual con la fórmula

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

donde

$$SI = \frac{BV}{n}$$

se refiere al intervalo utilizado para la selección de la muestra, es decir, basado el valor de nuestra población reducida ($BV = 4\,199\,882\,024$) y el tamaño de la muestra (número de coincidencias $n = 136$).

Asumiendo que la suma de índices de error en la muestra de valor bajo ($\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$) es 1,077, el error proyectado del estrato de valor bajo es 33 259 360:

$$EE_s = 30,881,485 \times 1.077 = 33,259,360$$

Para proyectar el error (en euros) del estrato de muestreo en la población positiva original del gasto declarado a la Comisión, es necesario multiplicar el error proyectado por la ratio del gasto original del estrato (sin deducir las unidades excluidas) y el gasto reducido del estrato (tras deducir la unidades excluidas). En nuestro ejemplo, la totalidad de las 5 operaciones afectadas por el artículo 148 forman parte del estrato de valor bajo.

$$EE_{s,original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times EE_s = \frac{2,832,370,231}{2,824,751,647} \times 33,259,360 = 33,349,063$$

El error detectado en el estrato de valor elevado no es necesario proyectarlo en la población original pues el gasto de las 5 operaciones excluidas es inferior al valor de corte.

El error proyectado a nivel de la población original es simplemente la suma del error detectado en el estrato de valor elevado y el error proyectado en el estrato de valor bajo (corregido para la población original). Asumiendo que en el estrato de valor elevado, la autoridad de auditoría ha detectado un error total de 7 843 574, el error proyectado en la población original sería:

$$EE_{original} = 7,843,574 + 33,349,063 = 41,192,637$$

(lo que corresponde a un índice de error proyectado del 0,98%).

La precisión global (SE) para la población reducida se calculará como suele ser habitual sumando dos componentes: precisión básica, $BP = SI \times RF$, y tolerancia incremental ($IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i$), donde la tolerancia incremental se calcula para cada unidad de muestreo que pertenece al estrato no exhaustivo que contiene un error con la siguiente fórmula estándar:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

La precisión básica en nuestro ejemplo será 71 336 231:

$$BP = 30\,881\,485 \times 2,31 = 71\,336\,231$$

Asumiendo que IA asciende a 14 430 761 (calculada utilizando el intervalo de 30 881 485 como SI), la precisión global de la población reducida ascendería a 85 766 992 (la suma de 71 336 231 y 14 430 761).

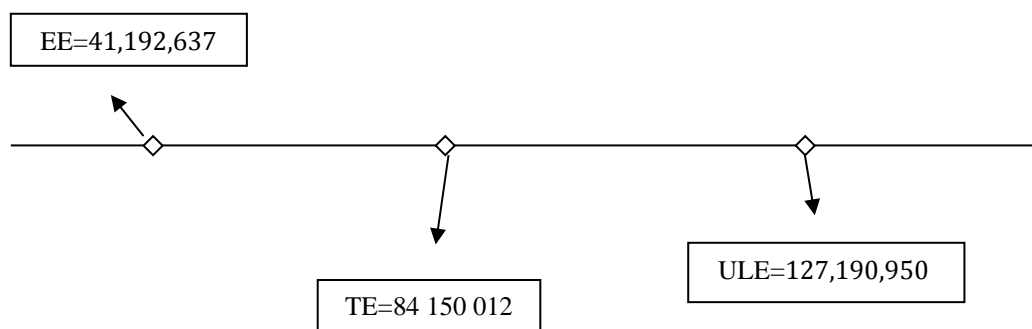
Para proyectar esta precisión en la población original (que incluye las operaciones afectadas por el artículo 148), se debe multiplicar el valor obtenido por la ratio entre el gasto original del estrato de muestreo y el gasto reducido del estrato de muestreo (del que se deducen las operaciones afectadas por el artículo 148)

$$SE_{original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reducida}} \times SE_{reducida} = \frac{2,832,370,231}{2,824,751,647} \times 85,766,992 \\ \approx 85,998,313$$

Para extraer una conclusión acerca de la materialidad de los errores, se deberá calcular el límite superior de error, ULE. Este límite superior es igual a la suma del propio error proyectado, EE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = 41,192,637 + 85,998,313 = 127,190,950$$

A continuación, el error proyectado y el límite superior se comparan con el error máximo tolerable, 84 150 012 € (2 % de 4 207 500 608). En nuestro ejemplo, el error máximo tolerable es mayor que el error proyectado, pero menor que el límite superior de error.



7.10.3.4 Ejemplo de exclusión de operaciones en la etapa de selección de la muestra en muestreo aleatorio simple (estimación de la media por unidad y de la ratio)

Supongamos que tenemos una población de 3 520 operaciones con un gasto total de 2 301 882 970 € certificado a la Comisión en un periodo de referencia dado (población de importes positivos). La AA decidió aplicar un diseño de muestreo con el uso del método de muestreo aleatorio simple combinado con la estratificación del gasto por operación, que incluirá nuestra unidad de muestreo. Asimismo, basándose en el artículo 28, apartado 8, del RD, la autoridad de auditoría decidió excluir las operaciones contempladas en el artículo 148, apartado 1, del RDC de la población que se incluirá en la muestra.

Existía 6 operaciones de la población con un importe total de 93 598 481 € afectadas por las disposiciones del artículo 148 del RDC y se excluyeron de la población antes de la selección de la muestra. Por tanto, la muestra se seleccionó de la población de 3 514 operaciones con un gasto total de 2 208 284 489 €.

Teniendo en cuenta las características de la población, la AA aplicó un valor de corte del 3 % de la población positiva (reducida) ($3 \% \times 2\,208\,284\,489 = 66\,248\,535$). Dos operaciones tenían un gasto superior a esta umbral, por un importe total de 203 577 481 €. Por consiguiente, el estrato de valor bajo incluía 3 512 operaciones, con un importe total de 2 004 707 008 €.

En el cuadro siguiente se resume la población positiva reducida con exclusión de las 6 operaciones sujetas al artículo 148:

Tamaño de la población sin las 6 operaciones sujetas al artículo 148 (número de operaciones)	3 514
Valor contable total, excluidas las 6 operaciones (población positiva de gasto en el periodo de referencia)	2 208 284 489 €
Valor de corte (3 % del valor de la población)	66 248 535 €
Estrato superior (2 operaciones)	203 577 481 €
Estrato de operaciones de valor bajo, sin 5 operaciones sujetas al artículo 148 (3 512 operaciones)	2 004 707 008 €

La población positiva original declarada a la CE se resume a continuación:

Tamaño de la población (número de operaciones)	3 520
Valor contable total (población positiva de gasto en el periodo de referencia)	2 301 882 970 €
Estrato superior (3 operaciones)	295 006 242 €
Estrato de operaciones de valor bajo (3 517 operaciones)	2 006 876 728 €

Para el cálculo del tamaño de la muestra, la AA aplica la fórmula estándar

$$n = \left(\frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

utilizando, de acuerdo con las anteriores explicaciones, los parámetros de muestreo correspondientes a la población total (incluidas las operaciones que se excluyen en la selección de la muestra atendiendo a las disposiciones del artículo 148).

En concreto, los cálculos del tamaño de la muestra se basan en los siguientes parámetros:

1) $z - 1,036$

coeficiente correspondiente a un nivel de confianza del 70 % determinado sobre la base del trabajo de la auditoría del sistema durante el que se evaluó una garantía del sistema media (categoría 2)

2) AE - 13 811 297,82 €

La autoridad de auditoría decidió utilizar datos históricos para la determinación del error anticipado. Se aplicó 0,6 % como índice de error anticipado (el índice de error resultante del último ejercicio de auditoría de las operaciones), que resulta en una AE de 13 811 297,82 € ($0,006 \times 2 301 882 970$ €), es decir, el valor total de la población positiva – el importe total del estrato de valor bajo y superior, que incluye las operaciones excluidas en una etapa posterior con arreglo a lo dispuesto en el artículo 148)

3) TE - 46 037 659,40 €

2 % del valor de la población total, es decir, el nivel de materialidad máximo según se prevé en el artículo 28, apartado 11, del RD

4) σ_e - 58 730

La autoridad de auditoría decidió utilizar datos históricos para la determinación de la desviación estándar de errores. Basándose en su criterio profesional, la AA decidió aplicar una desviación estándar media resultante de los 3 ejercicios de muestreo anteriores: por tanto, 34 973; 97 654; 97 654 y 43 564:

$$\sigma_e = \frac{34,973+97,654+43,564}{3} \approx 58\,730$$

5) N – 3 517

N = 3 512 + 5 (tamaño de la población de estrato de valor bajo, incluidas también operaciones sujetas al artículo 148 del estrato de valor bajo, que se excluyeron del procedimiento de selección de muestra; en nuestro caso, de 6 operaciones excluidas, 5 se encontraban por debajo del valor de corte)

Basándose en los anteriores parámetros, se estableció que el tamaño de la muestra del estrato de valor bajo debe ser 45 operaciones:

$$n = \left(\frac{3,517 \times 1.036 \times 58,730}{0.02 \times 2,301,882,970 - 0.006 \times 2,301,882,970} \right)^2 \approx 45$$

Así, nuestra muestra incluirá 47 operaciones, incluidas 2 operaciones del estrato superior y 45 operaciones del estrato de valor bajo.

A los efectos de la selección de la muestra en el estrato de valor bajo, la AA creó un archivo de 3 512 operaciones que excluían las operaciones afectadas por el artículo 148 de la población que se incluirá en la muestra y que excluían asimismo las operaciones del estrato de valor elevado. Por consiguiente, se seleccionó una muestra de 45 operaciones de forma aleatoria de esta población con un importe total de 23 424 898 €.

Durante la auditoría de operaciones del estrato superior, se detectó un error de 469 301 € en una de las dos operaciones auditadas. Como no se detectó ningún gasto irregular en la segunda operación auditada en este estrato, el importe total del error en el estrato de valor elevado era de 469 301 €.

En la auditoría de la muestra restante de 45 operaciones seleccionadas aleatoriamente, se detectó un error total de 378 906 €.

Estimación de la media por unidad

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, la AA ha decidido aplicar la estimación de la media por unidad para proyectar los errores en la población. Se decidió proyectar el error directamente en el estrato de valor bajo de la población original⁶⁹.

$$EE_{\text{estrato de valor bajo}} = N_{\text{estrato de valor bajo de la población original}} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}$$

$$EE_{\text{estrato de valor bajo}} = N \times \frac{\sum_{i=1}^{45} E_i}{n} = 3,517 \times \frac{378,906}{45} \approx 29,613,608.93 \text{ €}$$

Para calcular el error total de la población en los procedimientos MAS estándar, la AA debe sumar este error extrapolado del estrato de valor bajo al error del estrato superior. Téngase en cuenta, no obstante, que en nuestro caso se había excluido una operación del estrato superior en el procedimiento de auditoría en consideración de las disposiciones del artículo 148. Por consiguiente, la AA tiene que extrapolar el error establecido en el estrato superior que no incluía una operación en todo el estrato de valor elevado. En nuestro caso, calcularíamos el error del estrato de valor elevado aplicando la siguiente fórmula:

$$EE_{\text{estrato de valor elevado original}} = \frac{N_{\text{estrato de valor elevado de la población original}}}{N_{\text{estrato de valor elevado de la población reducida}}} \times \sum_{i=1}^2 E_i = \frac{3}{2} \times 469,301 = 703,951,5$$

Para calcular el error total de la población original, la AA debe sumar este error extrapolado del estrato de valor bajo al error del estrato de valor elevado original.

$$EE = 29,613,608,93 + 703,951,5 = 30,317,560,43$$

Por tanto, nuestro error más probable de 30,317,560,43 equivale a un 1,32 % del gasto de la población original.

La precisión para la población original puede calcularse utilizando la siguiente fórmula estándar⁷⁰:

$$SE_{\text{original}} = N_{\text{original}} \times z \times \frac{S_e}{\sqrt{n}}$$

⁶⁹ La AA podría calcular asimismo el error de la población reducida y ajustarla posteriormente para la población original. Dicho ajuste podría realizarse multiplicando el error de la población reducida por la ratio $\frac{N_{\text{estrato de v. bajo de p. original}}}{N_{\text{estrato de v. bajo de p. reducida}}}$. El resultado final de este cálculo sería el mismo que en el caso del cálculo del error por proyección directa en la población original, como se señala en el ejemplo.

⁷⁰ La AA podría calcular asimismo la precisión para la población reducida y ajustarla posteriormente para la población original. Dicho ajuste podría realizarse multiplicando la precisión de la población reducida por la ratio $\frac{N_{\text{estrato de v. bajo de p. original}}}{N_{\text{estrato de v. bajo de p. reducida}}}$. El resultado final de este cálculo sería el mismo que en el caso del cálculo de la precisión directamente en la población original, como se señala en el ejemplo.

donde $N_{original} = 3\ 517$ (es decir, todas las operaciones de valor bajo de la población original). Asumiendo que s_e ascendería a 28 199, la precisión en la población original sería de 15 316 501,38:

$$SE_{original} = 3,517 \times 1.036 \times \frac{28,199}{\sqrt{45}} \approx 15\ 316\ 501,38$$

Basándose en este cálculo, nuestro límite de error superior es 45 634 061,81 (30 317 560,43 + 15 316 501,38), que es inferior al umbral de materialidad del 2 % de la población original (46 037 659).

Estimación de la ratio

Para ilustrar el cálculo del error proyectado para la estimación de la ratio, asumamos que la AA ha aplicado la estimación de la ratio teniendo en cuenta los resultados obtenidos.

Para obtener el error del estrato de valor bajo en la población reducida, la AA aplica la fórmula estándar:

$$EE_{estrato\ de\ v.\ bajo\ de\ p.\ reducida} = BV_{estrato\ de\ v.\ bajo\ de\ p.\ reducida} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

En nuestro ejemplo, utilizaremos los siguientes datos para calcular el error proyectado en el estrato de valor bajo de la población reducida⁷¹ sobre la base de los resultados que se han descrito:

$BV_{estrato\ de\ valor\ bajo\ de\ la\ población\ reducida} - 2\ 004\ 707\ 008$

$\sum_{i=1}^n E_i - 378\ 906$ (importe total de los errores detectados en el estrato de valor bajo)

$\sum_{i=1}^n BV_i - 23\ 424\ 898$ (importe total del gasto declarado para 45 operaciones auditadas en la muestra aleatoria del estrato de valor bajo)

$$EE_{estrato\ de\ v.\ bajo\ de\ p.\ reducida} = 2,004,707,008 \times \frac{378,906}{23,424,898} \approx 32\ 426\ 844,02$$

El error proyectado en el estrato de valor bajo de la población original se puede obtener con la fórmula siguiente:

$$EE_{estrato\ de\ v.\ bajo\ original} = EE_{estrato\ de\ v.\ bajo\ reducida} \times \frac{BV_{estrato\ de\ v.\ bajo\ de\ p.\ original}}{BV_{estrato\ de\ v.\ bajo\ de\ p.\ reducida}}$$

⁷¹ Como se explicó en la sección 7.10.2 anterior, el error proyectado en el estrato podría calcularse también directamente en la población original (obteniendo el mismo resultado). En este caso se podría usar la siguiente fórmula:

$$EE_{estrato\ de\ v.\ bajo\ original} = BV_{estrato\ de\ v.\ bajo\ original} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

$$EE_{\text{estrato de v. bajo de p. original}} = 32,426,844.02 \times \frac{2,006,876,728}{2,004,707,008} \approx 32\,461\,940,01$$

Para calcular el error total de la población en los procedimientos MAS estándar, la AA debe sumar este error extrapolado del estrato de valor bajo al error del estrato superior. Téngase en cuenta, no obstante, que en nuestro caso se había excluido una operación del estrato superior en el procedimiento de auditoría en consideración de las disposiciones del artículo 148. Por consiguiente, la AA tiene que extrapolar el error establecido en el estrato superior que no incluía una operación en el valor total del estrato superior que incluye esta operación. En nuestro caso, calcularíamos el error del estrato de valor elevado aplicando la siguiente fórmula:

$$EE_{\text{e original}} = \sum_{i=1}^2 E_i \times \frac{BV_{\text{e original}}}{BV_{\text{e reducida}}} = 469,301 \times \frac{295,006,242}{203,577,481} = 680\,068,95$$

Para calcular el error total de la población original, la AA debe sumar este error extrapolado del estrato de valor bajo original al error del estrato de valor elevado original.

$$EE = 32\,461\,940,01 + 680\,068,95 = 33\,142\,008,96$$

Este error extrapolado de la población original constituye el 1,44 % del valor de la población original.

La precisión de la población reducida se calcula mediante la siguiente fórmula estándar (como ya se explicó en la sección 7.10.2 anterior, no es posible calcular la precisión directamente para la población original en el caso de estimación de la ratio):

$$SE_{\text{población reducida}} = N_{\text{estrato de v. bajo de p. reducida}} \times z \times \frac{S_q}{\sqrt{n}}$$

En nuestro ejemplo, utilizaríamos los siguientes datos para calcular la precisión de la población reducida:

$$N_{\text{población reducida del estrato de valor bajo}} = 3\,512$$

$$z = 1,036$$

$$n = 45$$

s_q es la desviación estándar de la muestra de la variable q :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

donde:

$$\sum_{i=1}^n E_i = 378\,906 \text{ (importe total de los errores detectados en el estrato de valor bajo)}$$

$\sum_{i=1}^n BV_i - 23\,424\,898$ (importe total del gasto declarado para 45 operaciones auditadas en la muestra aleatoria del estrato de valor bajo)

La precisión de la población original tendría que ajustarse según la fórmula:

$$SE_{población\ original} = SE_{población\ reducida} \times \frac{BV_{estrato\ de\ v.\ bajo\ de\ p.\ original}}{BV_{estrato\ de\ v.\ bajo\ de\ p.\ reducida}} =$$
$$SE_{población\ reducida} \times \frac{2,006,876,728}{2,004,707,008} = SE_{población\ reducida} \times 1.0011$$

Para calcular el límite de error superior, la autoridad de auditoría deberá sumar el error más probable de la población original (33 142 008,96 en nuestro caso) y la precisión calculada para la población original (es decir, $SE_{población\ reducida} \times 1.0011$ en nuestro ejemplo). Este límite de error superior deberá compararse con el umbral de materialidad (46 037 659, que es el 2 % de la población original) para extraer conclusiones de la auditoría.

Apéndice 1: Proyección de errores aleatorios cuando se detectan errores sistémicos

1. Introducción

El propósito de este apéndice es aclarar el cálculo de los errores aleatorios proyectados cuando se detectan errores sistémicos. La identificación de un error sistémico potencial implica la realización de las tareas complementarias necesarias para la identificación de su alcance total y posterior cuantificación. Esto significa que deben identificarse todas las situaciones que puedan contener un error del mismo tipo que el detectado en la muestra, para poder así delimitar su incidencia total en la población. Si esa delimitación no se ha hecho antes de la presentación del ICA, los errores sistémicos deben ser tratados como aleatorios a efectos del cálculo del error aleatorio proyectado.

El índice de error total, TER, corresponde a la suma de los errores siguientes: los errores aleatorios proyectados, los errores sistémicos y los errores anómalos no corregidos.

En este contexto, al extrapolar a la población los errores aleatorios detectados en la muestra, la autoridad responsable de la auditoría debe restar el importe del error sistémico procedente del valor contable (gasto total declarado en el periodo de referencia), siempre que este valor forme parte de la fórmula de proyección, como se explica a continuación.

Respecto de la estimación de la media por unidad⁷² y la estimación de la diferencia, se trata de las mismas fórmulas presentadas en la nota orientativa para la proyección de los errores aleatorios. En cuanto al muestreo de unidad monetaria, el presente apéndice establece dos enfoques posibles (uno con la misma fórmula y otro que requiere fórmulas más complejas que permitan obtener una mejor precisión). En cuanto a la estimación de la ratio, la proyección de los errores aleatorios y el cálculo de la precisión, SE, requieren el uso del valor contable total del que se deducen los errores sistémicos.

En todos los métodos de muestreo estadístico, cuando existen errores sistémicos o errores anómalos no corregidos, el límite superior de error, ULE, corresponde a la suma del TER más la precisión, SE. Cuando solo hay errores aleatorios, el ULE es la suma de los errores aleatorios proyectados más la precisión.

En las secciones siguientes se ofrece una explicación más detallada de la extrapolación de errores aleatorios en presencia de errores sistémicos para las técnicas de muestreo más importantes.

⁷² Véase la sección sobre muestreo aleatorio simple de esta nota orientativa.

2. Muestreo aleatorio simple

2.2 Estimación de la media por unidad

La proyección de los errores aleatorios y el cálculo de la precisión se realizan como siempre:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

donde E_i representa el importe del error aleatorio observado en cada unidad de muestreo y s_e es, como de costumbre, la desviación estándar de los errores aleatorios en la muestra.

El error proyectado total es la suma de los errores aleatorios proyectados, los errores sistémicos y los errores anómalos no corregidos.

El límite superior de error, ULE, es igual a la suma del error proyectado total, TPE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = TPE + SE$$

2.3 Estimación de la ratio

La proyección del error aleatorio es:

$$EE_2 = BV' \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$$

donde BV' representa el valor contable total de la población del que se deducen los errores sistémicos que se delimitaron con anterioridad, $BV' = BV - \text{errores sistémicos}$. BV'_i es el valor contable de la unidad i deducido por la cantidad de errores sistémicos que afectan a esa unidad.

El índice de error de la muestra de la fórmula anterior se calcula dividiendo el importe total del error aleatorio en la muestra por el importe total del gasto (del que se deducen los errores sistémicos) de las unidades de la muestra (gasto auditado).

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{S_{q'}}{\sqrt{n}}$$

donde $S_{q'}$ es la desviación estándar de la muestra de la variable q' :

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i} \times BV'_i.$$

Para cada unidad de la muestra, esta variable se calcula como la diferencia entre su error aleatorio y el producto de su valor contable (del que se deducen los errores sistémicos) por el índice de error de la muestra.

El error proyectado total es la suma de los errores aleatorios proyectados, los errores sistémicos y los errores anómalos no corregidos.

El límite superior de error, ULE, es igual a la suma del error proyectado total, TPE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = TPE + SE$$

3. Estimación de la diferencia

El error aleatorio proyectado en la población se puede calcular, como de costumbre, multiplicando el error aleatorio medio observado por operación de la muestra por el número de operaciones de la población.

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.^{73}$$

En una segunda fase, el índice de error total, TER, se debe calcular añadiendo el importe del error sistémico y los errores anómalos no corregidos al error aleatorio proyectado, EE.

El valor contable correcto (el gasto corregido que se encontraría si se auditasen todas las operaciones de la población) se puede proyectar restando el TER del valor contable,

⁷³ De forma alternativa puede obtenerse el error aleatorio proyectado de la muestra aplicando la fórmula propuesta en estimación de la ratio $EE_2 = BV' \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$.

BV, de la población (gasto declarado sin restar los errores sistémicos). La proyección del valor contable correcto, CBV, es

$$CBV = BV - TER$$

Como de costumbre, la precisión de la proyección viene dada por

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

donde s_e es la desviación estándar de los errores aleatorios en la muestra.

Para extraer conclusiones acerca de la materialidad de los errores, primero se ha de calcular el límite inferior del valor contable corregido. Como de costumbre, este límite inferior es igual a

$$LL = CBV - SE$$

La proyección del valor contable correcto y el límite superior se han de comparar con la diferencia entre el valor contable (gasto declarado) y el error máximo tolerable, TE, lo que corresponde al nivel de materialidad multiplicado por el valor contable:

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

La evaluación del error se debe efectuar de acuerdo con la sección 6.2.1.5 de la nota orientativa.

4. Muestreo de unidad monetaria

Hay dos enfoques posibles para proyectar los errores aleatorios y calcular la precisión en presencia de errores sistémicos con el muestreo de unidad monetaria. Los llamaremos *enfoque estándar del MUM* y *estimación de ratios del MUM*. El segundo de estos métodos se basa en un cálculo más complejo. Aunque ambos se pueden usar en todas las situaciones, por lo general el segundo producirá resultados más precisos cuando los errores aleatorios estén más correlacionados con los valores contables corregidos a partir del error sistémico que con los valores contables originales. Cuando el nivel de errores sistémicos en la población sea bajo, por lo general la mejora de la precisión originada por el segundo método será muy modesta, y el primer método podría ser una opción preferible dada la simplicidad de su aplicación.

4.1 Enfoque estándar del MUM

La proyección de los errores aleatorios y el cálculo de la precisión se realizan como siempre:

La proyección de los errores aleatorios en la población se llevará a cabo de forma diferente para las unidades del estrato exhaustivo y los ítems que no se encuentren en el estrato exhaustivo.

En el estrato exhaustivo, es decir, en el estrato que contiene los ítems de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_i > \frac{BV}{n}$, el error proyectado es la suma de los errores observados en los ítems pertenecientes al estrato:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

En el estrato no exhaustivo, es decir, en el estrato en el que los ítems de muestreo tienen un valor contable menor o igual al valor de corte, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, el error aleatorio proyectado es

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Téngase en cuenta que los valores contables mencionados en la fórmula anterior se refieren al gasto **sin** restar el importe del error sistémico. Esto significa que los índices de error, $\frac{E_i}{BV_i}$, se deben calcular utilizando el gasto total de las unidades de la muestra, independientemente de si en cada unidad se ha encontrado o no un error sistémico.

La precisión también viene dada por la fórmula habitual:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

donde s_r es la desviación estándar de los índices de error aleatorio en la muestra del estrato no exhaustivo. Una vez más, estos índices de error se deben calcular utilizando los valores contables originales, BV_i , **sin** restar el importe del error sistémico.

El error proyectado total es la suma de los errores aleatorios proyectados, los errores sistémicos y los errores anómalos no corregidos.

El límite superior de error, ULE, es igual a la suma del error proyectado total, TPE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = TPE + SE$$

4.2 Estimación de ratios del MUM

Una vez más, la proyección de los errores aleatorios en la población se llevará a cabo de forma diferente para las unidades del estrato exhaustivo y para los ítems del estrato no exhaustivo.

En el estrato exhaustivo, es decir, en el estrato que contiene las unidades de muestreo cuyo valor contable es mayor que el valor de corte, $BV_i > \frac{BV}{n}$, el error proyectado es la suma de los errores aleatorios observados en los ítems pertenecientes al estrato:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

En el estrato no exhaustivo, es decir, en el estrato en el que las unidades de muestreo tienen un valor contable menor o igual al valor de corte, $BV_i \leq \frac{BV}{n}$, el error aleatorio proyectado es

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

donde BV'_s representa el valor contable total del estrato de valor bajo del que se deducen los errores sistémicos que se delimitaron con anterioridad en el mismo estrato, $BV'_s = BV_s - \text{systemic errors in the sampling stratum}$. BV'_i es el valor contable de la unidad i reducido por la cantidad de errores sistémicos que afectan a esa unidad.

La precisión viene dada por la fórmula siguiente:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_{rq}$$

donde s_{rq} es la desviación estándar de los índices de error correspondiente al **error transformado** q' . Para calcular esta fórmula, primero se han de calcular los valores de los **errores transformados** para todas las unidades de la muestra:

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}} \times BV'_i.$$

Por último, la desviación estándar de los índices de error en la muestra del estrato no exhaustivo, s_{rq}) correspondiente al error transformado, q' , se obtiene como:

$$s_{rq} = \sqrt{\frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} \left(\frac{q'_i}{BV_{i_i}} - \bar{rq}_s \right)^2}$$

donde \bar{rq}_s es igual a la media simple de los índices de error transformado en la muestra del estrato

$$\bar{rq}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{q'_i}{BV_{i_i}}}{n_s}$$

El error proyectado total es la suma de los errores aleatorios proyectados, los errores sistémicos y los errores anómalos no corregidos.

El límite superior de error, ULE, es igual a la suma del error proyectado total, TPE , y la precisión de la extrapolación.

$$ULE = TPE + SE$$

4.3 Enfoque conservador del MUM

En el contexto del enfoque conservador del MUM, el uso de la estimación de ratios no es recomendable pues no es posible tener en cuenta sus efectos sobre la precisión de estimación. Por tanto, se recomienda proyectar los errores y calcular el error proyectado y la precisión utilizando las fórmulas habituales (sin deducir del gasto el importe afectado por errores sistémicos).

5. Muestreo no estadístico

Si la proyección se basa en la estimación de la media por unidad, la proyección se realiza de la forma habitual.

Si existe un estrato exhaustivo, es decir, un estrato que contenga las unidades de muestreo cuyo valor contable sea superior al valor de corte, el error proyectado será la suma de los errores aleatorios detectados en ese grupo:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

En el estrato de muestreo, si las unidades se han seleccionado con probabilidad igual, el error aleatorio proyectado es, como siempre

$$EE_s = N_s \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{n_s}$$

donde N_s es el tamaño de la población y n_s el tamaño de la muestra del estrato de valor bajo.

Si se utiliza la estimación de la ratio (asociada a la selección aleatoria con probabilidad igual), la proyección del error aleatorio es igual que la que se presenta en el contexto del muestreo aleatorio simple.

$$EE_{s2} = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{\sum_{i=1}^{n_s} BV'_i}$$

donde BV'_s representa el valor contable total de la población del estrato de muestreo del que se deducen los errores sistémicos. BV'_i es el valor contable de la unidad i del que se deducen la cantidad de errores sistémicos que afectan a esa unidad.

Si las unidades se han seleccionado con probabilidad proporcional al valor del gasto, el error proyectado del estrato de valor bajo es

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

donde BV_s es el valor contable total (**sin** restar el importe del error sistémico), BV_i es el valor contable de la unidad de la muestra i (**sin** restar el importe del error sistémico) y n_s es el tamaño de la muestra en el estrato de valor bajo.

De igual forma a lo presentado para el método del MUM, puede utilizarse la fórmula de estimación de ratios

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

de forma alternativa. De nuevo, BV'_s representa el valor contable total del estrato de valor bajo del que se deducen los errores sistémicos que se delimitaron con anterioridad

en el mismo estrato, $BV'_s = BV_s - \text{errores sistémicos en el estrato de muestreo}$. BV'_i es el valor contable de la unidad i reducido por la cantidad de errores sistémicos que afectan a esa unidad.

El índice de error total, TER, es la suma de los errores aleatorios proyectados, los errores sistémicos y los errores anómalos no corregidos.

Apéndice 2: Fórmulas para muestreo de múltiples periodos

1. Muestreo aleatorio simple

1.1 Tres periodos

1.1.1 Tamaño de la muestra

Primer periodo

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times N_{1+2+3} \times \sigma_{ew1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

donde

$$\sigma_{ew1+2+3}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{1+2+3} = N_1 + N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

Segundo periodo

$$n_{2+3} = \frac{(z \times N_{2+3} \times \sigma_{ew2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

donde

$$\sigma_{ew2+3}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{2+3} = N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3}} n_{2+3}$$

Tercer periodo

$$n_3 = \frac{(z \times N_3 \times \sigma_{e3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$

Notas:

En cada periodo todos los parámetros poblacionales deben estar actualizados con la información más precisa disponible.

Cuando no se puedan obtener o no sean aplicables distintas aproximaciones para las desviaciones estándar de cada periodo, podrá aplicarse el mismo valor de desviación estándar a todos los periodos. En ese caso $\sigma_{ew1+2+3}$ es simplemente igual a la desviación estándar sencilla de errores σ_e .

El parámetro σ se refiere a la desviación estándar obtenida de los datos auxiliares (por ejemplo, datos históricos) y s se refiere a la desviación estándar obtenida de la muestra auditada. En las fórmulas, cuando s no esté disponible, puede sustituirse por σ .

1.1.2 Proyección y precisión

Estimación de la media por unidad

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} \right)}$$

Estimación de la ratio

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

1.2 Cuatro periodos

1.2.1 Tamaño de la muestra

Primer periodo

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times N_{1+2+3+4} \times \sigma_{ew1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

donde

$$\sigma_{ew1+2+3+4}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{1+2+3+4} = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

Segundo periodo

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times N_{2+3+4} \times \sigma_{ew2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

donde

$$\sigma_{ew2+3+4}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{2+3+4} = N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

Tercer periodo

$$n_{3+4} = \frac{(z \times N_{3+4} \times \sigma_{ew3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$

donde

$$\sigma_{ew3+4}^2 = \frac{N_3}{N_{3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{3+4} = N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{3+4}} n_{3+4}$$

Cuarto periodo

$$n_4 = \frac{(z \times N_4 \times \sigma_{e4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2 - z^2 \times \frac{N_3^2}{n_3} \times s_{e3}^2}$$

Notas:

En cada periodo todos los parámetros poblacionales deben estar actualizados con la información más precisa disponible.

Cuando no se puedan obtener o no sean aplicables distintas aproximaciones para las desviaciones estándar de cada periodo, podrá aplicarse el mismo valor de desviación estándar a todos los periodos. En ese caso $\sigma_{ew1+2+3+4}$ es simplemente igual a la desviación estándar sencilla de errores σ_e .

El parámetro σ se refiere a la desviación estándar obtenida de los datos auxiliares (por ejemplo, datos históricos) y s se refiere a la desviación estándar obtenida de la muestra auditada. En las fórmulas, cuando s no esté disponible, puede sustituirse por σ .

1.2.2 Proyección y precisión

Estimación de la media por unidad

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \frac{N_4}{n_4} \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{e4}^2}{n_4} \right)}$$

Estimación de la ratio

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}} + BV_4 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}}{\sum_{i=1}^{n_4} BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{q4}^2}{n_4} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

2. Muestreo de unidad monetaria

2.1 Tres periodos

2.1.1 Tamaño de la muestra

Primer periodo

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times BV_{1+2+3} \times \sigma_{rw1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

donde

$$\sigma_{rw1+2+3}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{1+2+3} = BV_1 + BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

Segundo periodo

$$n_{2+3} = \frac{(z \times BV_{2+3} \times \sigma_{rw2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

donde

$$\sigma_{rw2+3}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{2+3} = BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3}} n_{2+3}$$

Tercer periodo

$$n_3 = \frac{(z \times BV_3 \times \sigma_{r3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$

Notas:

En cada periodo todos los parámetros poblacionales deben estar actualizados con la información más precisa disponible.

Cuando no se puedan obtener o no sean aplicables distintas aproximaciones para las desviaciones estándar de cada periodo, podrá aplicarse el mismo valor de desviación estándar a todos los periodos. En ese caso $\sigma_{rw1+2+3}$ es simplemente igual a la desviación estándar sencilla de índices de error σ_r .

El parámetro σ se refiere a la desviación estándar obtenida de los datos auxiliares (por ejemplo, datos históricos) y s se refiere a la desviación estándar obtenida de la muestra auditada. En las fórmulas, cuando s no esté disponible, puede sustituirse por σ .

2.1.2 Proyección y precisión

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2}$$

2.2 Cuatro periodos

2.2.1 Tamaño de la muestra

Primer periodo

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times BV_{1+2+3+4} \times \sigma_{rw1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

donde

$$\sigma_{rw1+2+3+4}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{1+2+3+4} = BV_1 + BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

Segundo periodo

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times BV_{2+3+4} \times \sigma_{rw2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

donde

$$\sigma_{rw2+3+4}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{2+3+4} = BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

Tercer periodo

$$n_{3+4} = \frac{(z \times BV_{3+4} \times \sigma_{rw3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$

donde

$$\sigma_{rw3+4}^2 = \frac{BV_3}{BV_{3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{3+4} = BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{3+4}} n_{3+4}$$

Cuarto periodo

$$n_4 = \frac{(z \times BV_4 \times \sigma_{r4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2 - z^2 \times \frac{BV_3^2}{n_3} \times s_{r3}^2}$$

Notas:

En cada periodo todos los parámetros poblacionales deben estar actualizados con la información más precisa disponible.

Cuando no se puedan obtener o no sean aplicables distintas aproximaciones para las desviaciones estándar de cada periodo, podrá aplicarse el mismo valor de desviación estándar a todos los periodos. En ese caso $\sigma_{rw1+2+3+4}$ es simplemente igual a la desviación estándar sencilla de índices de error σ_r .

El parámetro σ se refiere a la desviación estándar obtenida de los datos auxiliares (por ejemplo, datos históricos) y s se refiere a la desviación estándar obtenida de la muestra auditada. En las fórmulas, cuando s no esté disponible, puede sustituirse por σ .

2.2.2 Proyección y precisión

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}} + \frac{BV_{4s}}{n_{4s}} \times \sum_{i=1}^{n_{4s}} \frac{E_{4i}}{BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2 + \frac{BV_{4s}^2}{n_{4s}} \times s_{r4s}^2}$$

Apéndice 3: Factores de fiabilidad para el MUM

Número de errores	Riesgo de aceptación incorrecta									
	1 %	5 %	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %	37 %	40 %	50 %
0	4,61	3,00	2,30	1,90	1,61	1,39	1,20	0,99	0,92	0,69
1	6,64	4,74	3,89	3,37	2,99	2,69	2,44	2,14	2,02	1,68
2	8,41	6,30	5,32	4,72	4,28	3,92	3,62	3,25	3,11	2,67
3	10,05	7,75	6,68	6,01	5,52	5,11	4,76	4,34	4,18	3,67
4	11,60	9,15	7,99	7,27	6,72	6,27	5,89	5,42	5,24	4,67
5	13,11	10,51	9,27	8,49	7,91	7,42	7,01	6,49	6,29	5,67
6	14,57	11,84	10,53	9,70	9,08	8,56	8,11	7,56	7,34	6,67
7	16,00	13,15	11,77	10,90	10,23	9,68	9,21	8,62	8,39	7,67
8	17,40	14,43	12,99	12,08	11,38	10,80	10,30	9,68	9,43	8,67
9	18,78	15,71	14,21	13,25	12,52	11,91	11,39	10,73	10,48	9,67
10	20,14	16,96	15,41	14,41	13,65	13,02	12,47	11,79	11,52	10,67
11	21,49	18,21	16,60	15,57	14,78	14,12	13,55	12,84	12,55	11,67
12	22,82	19,44	17,78	16,71	15,90	15,22	14,62	13,88	13,59	12,67
13	24,14	20,67	18,96	17,86	17,01	16,31	15,70	14,93	14,62	13,67
14	25,45	21,89	20,13	19,00	18,13	17,40	16,77	15,97	15,66	14,67
15	26,74	23,10	21,29	20,13	19,23	18,49	17,83	17,02	16,69	15,67
16	28,03	24,30	22,45	21,26	20,34	19,57	18,90	18,06	17,72	16,67
17	29,31	25,50	23,61	22,38	21,44	20,65	19,96	19,10	18,75	17,67
18	30,58	26,69	24,76	23,50	22,54	21,73	21,02	20,14	19,78	18,67
19	31,85	27,88	25,90	24,62	23,63	22,81	22,08	21,17	20,81	19,67
20	33,10	29,06	27,05	25,74	24,73	23,88	23,14	22,21	21,84	20,67
21	34,35	30,24	28,18	26,85	25,82	24,96	24,20	23,25	22,87	21,67
22	35,60	31,41	29,32	27,96	26,91	26,03	25,25	24,28	23,89	22,67
23	36,84	32,59	30,45	29,07	28,00	27,10	26,31	25,32	24,92	23,67
24	38,08	33,75	31,58	30,17	29,08	28,17	27,36	26,35	25,95	24,67
25	39,31	34,92	32,71	31,28	30,17	29,23	28,41	27,38	26,97	25,67
26	40,53	36,08	33,84	32,38	31,25	30,30	29,46	28,42	28,00	26,67
27	41,76	37,23	34,96	33,48	32,33	31,36	30,52	29,45	29,02	27,67
28	42,98	38,39	36,08	34,57	33,41	32,43	31,56	30,48	30,04	28,67
29	44,19	39,54	37,20	35,67	34,49	33,49	32,61	31,51	31,07	29,67
30	45,40	40,69	38,32	36,76	35,56	34,55	33,66	32,54	32,09	30,67
31	46,61	41,84	39,43	37,86	36,64	35,61	34,71	33,57	33,11	31,67
32	47,81	42,98	40,54	38,95	37,71	36,67	35,75	34,60	34,14	32,67
33	49,01	44,13	41,65	40,04	38,79	37,73	36,80	35,63	35,16	33,67
34	50,21	45,27	42,76	41,13	39,86	38,79	37,84	36,66	36,18	34,67
35	51,41	46,40	43,87	42,22	40,93	39,85	38,89	37,68	37,20	35,67
36	52,60	47,54	44,98	43,30	42,00	40,90	39,93	38,71	38,22	36,67
37	53,79	48,68	46,08	44,39	43,07	41,96	40,98	39,74	39,24	37,67
38	54,98	49,81	47,19	45,47	44,14	43,01	42,02	40,77	40,26	38,67
39	56,16	50,94	48,29	46,55	45,20	44,07	43,06	41,79	41,28	39,67
40	57,35	52,07	49,39	47,63	46,27	45,12	44,10	42,82	42,30	40,67
41	58,53	53,20	50,49	48,72	47,33	46,17	45,14	43,84	43,32	41,67
42	59,71	54,32	51,59	49,80	48,40	47,22	46,18	44,87	44,34	42,67
43	60,88	55,45	52,69	50,87	49,46	48,27	47,22	45,90	45,36	43,67
44	62,06	56,57	53,78	51,95	50,53	49,32	48,26	46,92	46,38	44,67
45	63,23	57,69	54,88	53,03	51,59	50,38	49,30	47,95	47,40	45,67
46	64,40	58,82	55,97	54,11	52,65	51,42	50,34	48,97	48,42	46,67
47	65,57	59,94	57,07	55,18	53,71	52,47	51,38	49,99	49,44	47,67
48	66,74	61,05	58,16	56,26	54,77	53,52	52,42	51,02	50,45	48,67
49	67,90	62,17	59,25	57,33	55,83	54,57	53,45	52,04	51,47	49,67
50	69,07	63,29	60,34	58,40	56,89	55,62	54,49	53,06	52,49	50,67

Apéndice 4: Valores de la distribución normal estandarizada (z)

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.998650	0.998694	0.998736	0.998777	0.998817	0.998856	0.998893	0.998930	0.998965	0.998999
3.1	0.999032	0.999064	0.999096	0.999126	0.999155	0.999184	0.999211	0.999238	0.999264	0.999289
3.2	0.999313	0.999336	0.999359	0.999381	0.999402	0.999423	0.999443	0.999462	0.999481	0.999499
3.3	0.999517	0.999533	0.999550	0.999566	0.999581	0.999596	0.999610	0.999624	0.999638	0.999650
3.4	0.999663	0.999675	0.999687	0.999698	0.999709	0.999720	0.999730	0.999740	0.999749	0.999758
3.5	0.999767	0.999776	0.999784	0.999792	0.999800	0.999807	0.999815	0.999821	0.999828	0.999835
3.6	0.999841	0.999847	0.999853	0.999858	0.999864	0.999869	0.999874	0.999879	0.999883	0.999888
3.7	0.999892	0.999896	0.999900	0.999904	0.999908	0.999912	0.999915	0.999918	0.999922	0.999925
3.8	0.999928	0.999930	0.999933	0.999936	0.999938	0.999941	0.999943	0.999946	0.999948	0.999950
3.9	0.999952	0.999954	0.999956	0.999958	0.999959	0.999961	0.999963	0.999964	0.999966	0.999967
4.0	0.999968	0.999970	0.999971	0.999972	0.999973	0.999974	0.999975	0.999976	0.999977	0.999978

Apéndice 5: Fórmulas de MS Excel de ayuda a los métodos de muestreo

Las siguientes fórmulas pueden utilizarse en MS Excel para facilitar el cálculo de diversos parámetros requeridos por los métodos y conceptos detallados en esta nota orientativa. Para obtener más información sobre la forma en que funcionan estas fórmulas, puede consultarse el archivo de ayuda de Excel que explica las fórmulas matemáticas subyacentes.

En las fórmulas anteriores, (.) equivale a un vector que contiene la dirección de las celdas con los valores de la muestra o población.

=PROMEDIO(.) : media de un conjunto de datos

=VAR.M(.) : varianza de un conjunto de datos de la muestra

=VAR.P(.) : varianza de un conjunto de datos de la población

=DESVEST.M(.) : desviación estándar de un conjunto de datos de la muestra

=DESVEST.P(.) : desviación estándar de un conjunto de datos de la población

=COVARIANZA.M(.) : covarianza entre dos variables de una muestra

=COVARIANCE.P(.) : covarianza entre dos variables de la muestra en una población

=ALEATORIO() : número aleatorio entre 0 y 1, de una distribución uniforme

=SUMA(.) : suma de un conjunto de datos

Apéndice 6 – Glosario

Término	Definición
Error anómalo	Error o inexactitud que puede demostrarse que no es representativa de la población. Una muestra estadística es representativa de la población y, por consiguiente, los errores anómalos solo deben aceptarse en circunstancias muy excepcionales bien motivadas.
Error anticipado (<i>AE</i>)	El importe de error que el auditor espera encontrar en la población (después de realizar la auditoría). A efectos de planificación del tamaño de la muestra, el índice de error anticipado se fija en un máximo del 4,0 % del valor contable de la población.
Muestreo por atributos	Un enfoque estadístico para determinar el nivel de garantía del sistema y evaluar el porcentaje de aparición de errores en una muestra. Su uso más habitual en las auditorías consiste en comprobar el porcentaje de desviación de un control requerido para apoyar el nivel evaluado de riesgo para el control del auditor.
Garantía de auditoría	El modelo de garantía es lo contrario del modelo de riesgo. Si se considera que el riesgo de auditoría es del 5 %, entonces la garantía de la auditoría es del 95 %. El uso del modelo de garantía de auditoría está relacionado con la planificación y la correspondiente asignación de recursos en un programa o grupo de programas determinados.
Riesgo de auditoría (<i>AR</i>)	El riesgo de que el auditor emita un dictamen sin reservas cuando la declaración de gastos contenga errores significativos.
Precisión básica (<i>BP</i>)	Se usa en el enfoque conservador del MUM y se corresponde con el producto del intervalo de muestreo por el factor de fiabilidad (RF) (ya utilizado para calcular el tamaño de la muestra).
Valor contable (<i>BV</i>)	El gasto declarado a la Comisión de un ítem (operación/solicitud de pago), $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$. El valor contable total de una población comprende la suma de valores contables de los ítems de la población.

Término	Definición
Intervalo de confianza	El intervalo que contiene el valor real de la población (desconocido) –en general el importe de error o el índice de error– con una probabilidad determinada (llamada nivel de confianza).
Nivel de confianza	La probabilidad de que un intervalo de confianza producido por los datos de la muestra contenga el error real de la población (desconocido).
Riesgo para el control (<i>CR</i>)	El nivel percibido de riesgo de que los procedimientos de control interno no prevengan, detecten y corrijan una inexactitud importante en las declaraciones financieras del cliente o en los niveles ordinarios de agregación.
Valor contable correcto (<i>CBV</i>)	Gasto correcto que se detectaría si se hubieran auditado todas las operaciones/solicitudes de pago de la población y no existieran errores en la población.
Riesgo para la detección	El nivel percibido de riesgo de que el auditor no detecte una inexactitud importante en las declaraciones financieras del cliente o en los niveles ordinarios de agregación. Los riesgos para la detección guardan relación con la ejecución de auditorías de operaciones.
Estimación de la diferencia	Método de muestreo estadístico basado en la selección con probabilidad igual. El método se basa en la extrapolación del error a la muestra. El error proyectado se resta del gasto total declarado en la población, con el fin de evaluar el gasto correcto en la población (es decir, el gasto que se obtendría si se auditaran todas las operaciones de la población).

Término	Definición
Error (<i>E</i>)	<p>A efectos de la presente nota orientativa, un error es una sobrevaloración cuantificable de los gastos declarados a la Comisión.</p> <p>Se define como la diferencia entre el valor contable del <i>i</i>-ésimo ítem incluido en una muestra y su correspondiente valor contable correcto. $E_i = BV_i - CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$.</p> <p>Si la población está estratificada, se utiliza un índice <i>h</i> para denotar el estrato respectivo:</p> <p>$E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}$, where $i = 1, 2, \dots, N_h, h = 1, 2, \dots, H$ y <i>H</i> es el número de estratos.</p>
Factor de expansión (<i>EF</i>)	<p>Factor utilizado en el cálculo del MUM conservador cuando se esperan errores, que se basa en el riesgo de aceptación incorrecta. El factor de expansión reduce el error muestral. Si no se esperan errores, el error anticipado, <i>AE</i>, es cero y no se usa el factor de expansión. Los valores del factor de expansión pueden consultarse en la sección 6.3.4.2 de la presente nota orientativa.</p>
Tolerancia incremental (<i>IA</i>)	<p>La tolerancia incremental mide el incremento en el nivel de precisión introducido por cada error detectado en la muestra. Esta tolerancia se usa en el enfoque conservador de MUM y deben sumarse al valor de precisión básica siempre que se detecten errores en la muestra (véase la sección 6.3.4.5 de la nota orientativa).</p>
Riesgo inherente (<i>IR</i>)	<p>El nivel percibido de riesgo de que se produzcan errores significativos en las declaraciones de gastos declaradas a la Comisión o en los niveles ordinarios de agregación, a falta de procedimientos de control interno.</p> <p>El riesgo inherente se ha de evaluar antes de que empiecen los procedimientos de auditoría detallados mediante entrevistas con la dirección y el personal clave, análisis de la información contextual, como organigramas, manuales y documentación interna y externa.</p>
Irregularidad	<p>Tiene el mismo significado que error.</p>

Término	Definición
Error conocido	<p>Un error detectado en la muestra puede llevar al auditor a detectar uno o más errores fuera de la muestra. Esos errores detectados fuera de la muestra se clasifican como «errores conocidos».</p> <p>El error detectado en la muestra se considera aleatorio y se incluye en la proyección. Este error de la muestra que permite identificar los errores conocidos deberá extrapolarse en el conjunto de la población como cualquier otro error aleatorio.</p>
Materialidad	<p>Los errores son significativos si superan un nivel de error determinado situado por encima de lo que se consideraría tolerable. Al gasto declarado a la Comisión en el periodo de referencia se le puede aplicar un nivel de materialidad máximo del 2 %.</p> <p>La autoridad de auditoría puede considerar la posibilidad de reducir la materialidad con fines de planificación (error tolerable). La materialidad se usa como umbral para comparar el error proyectado en el gasto.</p>
Error máximo tolerable (<i>TE</i>)	<p>El error máximo aceptable que se puede detectar en la población para un ejercicio dado, es decir, el nivel por encima del cual se considera que la población contiene errores significativos. Un nivel de materialidad del 2 % significa que el error máximo tolerable es el 2 % del gasto declarado a la Comisión para ese periodo de referencia.</p>
Inexactitud	<p>Tiene el mismo significado que error.</p>
Muestreo de unidad monetaria (MUM)	<p>El método de muestreo estadístico que utiliza la unidad monetaria como variable auxiliar de muestreo. Por lo general, este enfoque se basa en el muestreo sistemático con probabilidad proporcional al tamaño (PPT), es decir, proporcional al valor monetario de la unidad de muestreo (los ítems de valor elevado tienen más probabilidad de ser seleccionados).</p>

Término	Definición
Muestreo en múltiples etapas	Una muestra seleccionada en etapas, sometiéndose las unidades de muestreo en cada etapa a submuestreo de las unidades (mayores) elegidas en la etapa anterior. Las unidades de muestreo pertenecientes a la primera etapa se denominan unidades primarias o de primera etapa; de igual forma para las unidades de la segunda etapa, etc.
Población	La población de la que se va a tomar muestras incluye el gasto declarado a la Comisión para operaciones dentro de un programa o grupo de programas en el periodo de referencia, con la salvedad de las unidades de muestreo negativas (según se explica en la sección 4.6) y cuando se aplican los controles proporcionales establecidos en el artículo 148, apartado 1, del RDC y el artículo 28, apartado 8, del Reglamento Delegado (UE) n.º 480/2014 en el contexto del muestreo realizado para el periodo de programación 2014-2020.
Tamaño de la población (N)	El número de operaciones o solicitudes de pago incluidas en los gastos declarados a la Comisión en el periodo de referencia. Si la población está estratificada, se utiliza un índice h para denotar el estrato correspondiente, $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ donde H es el número de estratos.
Precisión planificada	El máximo error muestral planificado para determinar el tamaño de la muestra, es decir, la máxima desviación entre el valor poblacional real y la estimación obtenida a partir de datos muestrales. Por lo general, es la diferencia existente entre el error máximo tolerable y el error anticipado y se debe establecer en un valor inferior (o igual) al nivel de materialidad.

Término	Definición
Precisión (efectiva) (<i>SE</i>)	Es el error que surge porque no se observa el conjunto de la población. De hecho, el muestreo conlleva un error de estimación (extrapolación), pues el auditor se basa en datos muestrales para extrapolar al conjunto de la población. Este error muestral efectivo es una indicación de la diferencia entre la proyección de la muestra (estimación) y el valor verdadero (desconocido) del parámetro poblacional (valor de error). Representa la incertidumbre en la proyección de los resultados a la población.
Error proyectado/extrapolado (<i>EE</i>)	El error proyectado/extrapolado representa el efecto estimado de los errores aleatorios en la población.
Error aleatorio proyectado	El error aleatorio proyectado es el resultado de la extrapolación de los errores aleatorios detectados en la muestra (en la auditoría de las operaciones) a la población total. El procedimiento de extrapolación/proyección depende del método de muestreo utilizado.
Error aleatorio	Los errores que no se consideran sistémicos, conocidos o anómalos se clasifican como errores aleatorios. Este concepto presupone la probabilidad de que los errores aleatorios encontrados en la muestra auditada estén también presentes en la población no auditada. Estos errores se han de incluir en el cálculo de la proyección de errores.

Término	Definición
Periodo de referencia	<p>Este término se corresponde con el periodo sobre el que la AA necesita proporcionar garantías.</p> <p>Para el periodo de programación 2007-2013, el periodo de referencia se corresponde con el año N, al que se refiere el ICA presentado a finales del año N+1; las excepciones a esta norma se aplican en el primer ICA y en el último informe de control que se presentará antes del 31.3.2017 (véase la nota orientativa sobre cierre).</p> <p>Para el periodo de programación 2014-2020, el periodo de referencia se corresponde con el ejercicio contable que se desarrolla desde 1.7.N hasta el 30.6/N+1, al que se refiere el ICA presentado antes del 15 de febrero de N+2.</p>
Factor de fiabilidad (<i>RF</i>)	El factor de fiabilidad, RF, es una constante obtenida de la distribución de Poisson para un error previsto nulo. Depende del nivel de confianza, y los valores aplicables en cada situación se pueden consultar en la sección 6.3.4.2 de la presente nota orientativa.
Riesgo de errores significativos	El producto del riesgo inherente por el riesgo para el control. El riesgo de errores significativos está relacionado con el resultado de las auditorías de los sistemas.
Índice de error muestral	El índice de error muestral se corresponde con el importe de irregularidades detectadas por las auditorías de operaciones dividido entre el gasto auditado.
Tamaño de la muestra (<i>n</i>)	<p>El número de unidades/ítems incluidos en la muestra.</p> <p>Si la población está estratificada, se utiliza un índice <i>h</i> para denotar el estrato correspondiente, n_h, $h = 1, 2, \dots, H$ donde <i>H</i> es el número de estratos;</p>
Error muestral	Tiene el mismo significado que precisión.

Término	Definición
Intervalo de muestreo (<i>SI</i>)	El intervalo de muestreo es el paso de selección utilizado en los métodos de muestreo basados en la selección sistemática. En los métodos que utilizan la selección por probabilidad proporcional al gasto (como el método del MUM), el intervalo de muestreo es la ratio entre el valor contable total en la población y el tamaño de la muestra.
Método de muestreo	El método de muestreo abarca dos elementos: el diseño del muestreo (p. ej., probabilidad igual, probabilidad proporcional al tamaño) y el procedimiento de proyección (estimación). Juntos, estos dos elementos constituyen el marco de cálculo del tamaño de la muestra y de proyección del error.
Periodo de muestreo	En el contexto del muestreo en dos periodos o en múltiples periodos, el periodo de muestreo se refiere a una parte del periodo de referencia (generalmente un trimestre, un cuatrimestre o un semestre). El periodo de muestreo puede ser el mismo que el periodo de referencia.
Unidad de muestreo	La unidad en la que se divide una población a efectos de muestreo. La unidad de muestreo podrá ser una operación o un proyecto dentro de una operación o una solicitud de pago de un beneficiario.
Muestreo aleatorio simple	El muestreo aleatorio simple es un método de muestreo estadístico. La unidad estadística que se someterá a muestreo es la operación (o la solicitud de pago, como ya se ha explicado). Las unidades de la muestra se seleccionan aleatoriamente con probabilidades iguales.
Desviación estándar (σ o s)	Es una medida de la variabilidad de la población en torno a su media. Se puede calcular a partir de errores o de valores contables. Cuando se calcula para la población se suele representar como σ y cuando se calcula para la muestra se representa como

Término	Definición
	s. Cuanto mayor es la desviación estándar, más heterogénea es la población (o la muestra).
Estratificación	<p>Consiste en dividir la población en varios grupos (estratos) según el valor de una variable auxiliar (normalmente, la variable que se audita, es decir, el valor del gasto por operación en el programa auditado). En el muestreo estratificado se extraen muestras independientes de cada estrato.</p> <p>El principal objetivo de la estratificación es doble: por una parte, en general permite mejorar la precisión (para una muestra de igual tamaño) o reducir el tamaño de la muestra (para un mismo nivel de precisión); por otra, garantiza la representación en la muestra de las subpoblaciones correspondientes a cada estrato.</p>
Error sistémico	<p>Los errores sistémicos son errores detectados en la muestra auditada que tienen incidencia en la población no auditada y se producen en circunstancias similares y bien definidas. Estos errores, por lo general, tienen una característica común, por ejemplo, el tipo de operación, la ubicación o el periodo de tiempo. En general están asociados con procedimientos de control ineficaces en (parte de) los sistemas de gestión y control.</p>
Error tolerable	<p>El índice de error aceptable máximo que se puede encontrar en la población. Un nivel de materialidad del 2 % significa que el error tolerable es el 2 % del gasto declarado a la Comisión para ese periodo de referencia.</p>
Inexactitud tolerable	<p>Tiene el mismo significado que error tolerable.</p>
Valor contable total	<p>Gasto total declarado a la Comisión para un programa o grupo de programas, correspondiente a la población de la que se extrae la muestra.</p>

Término	Definición
Índice de error total (<i>TER</i>)	<p>El índice de error total corresponde a la suma de los errores siguientes: los errores aleatorios proyectados, los errores sistémicos y los errores anómalos no corregidos. La autoridad de auditoría deberá cuantificar todos los errores, que se habrán de incluir en el TER, con la excepción de los errores anómalos corregidos.</p> <p>Tiene el mismo significado que índice de error proyectado total (TPER) o inexactitud proyectada total.</p>
Muestreo en dos etapas	<p>Una muestra que se selecciona en dos etapas, en la que las unidades de muestreo de la segunda etapa (unidades de submuestreo) se eligen entre las unidades de muestreo de la muestra principal. En el caso de auditorías de los Fondos EIE, un ejemplo típico de diseño de muestreo en dos etapas guarda relación con el uso de la operación en la primera etapa y de la factura como unidad de submuestreo en la segunda etapa.</p>
Límite superior de error (<i>ULE</i>)	<p>Este límite superior es igual a la suma del error proyectado y la precisión de la extrapolación.</p> <p>Tiene el mismo significado que límite superior del intervalo de confianza, límite superior de inexactitud de la población y límite superior de inexactitud.</p>
Varianza (σ^2)	El cuadrado de la desviación estándar.
z	<p>Parámetro de la distribución normal relacionado con el nivel de confianza determinado en las auditorías de los sistemas. Los valores posibles de z se presentan en la sección 5.3 de la presente nota orientativa.</p>