



**EUROPÄISCHE KOMMISSION**  
GENERALDIREKTIONEN  
Regionalpolitik und Stadtentwicklung  
Beschäftigung, Soziales und Integration  
Maritime Angelegenheiten und Fischerei

## **Leitlinien zu Stichprobenverfahren für Prüfbehörden**

Programmplanungszeiträume 2007-2013 und 2014-2020

*HAFTUNGSAUSSCHLUSS: „Diese Arbeitsunterlage wurde von den Dienststellen der Kommission erstellt. Ausgehend vom geltenden Gemeinschaftsrecht bietet sie öffentlichen Verwaltungen, praktischen Anwendern, Begünstigten und möglichen Begünstigten sowie sonstigen mit der Überwachung, Kontrolle oder Durchführung der Kohäsionspolitik und der Meerespolitik befassten Stellen technische Unterstützung bei der richtigen Auslegung und Anwendung der gemeinschaftlichen Rechtsvorschriften in diesen Bereichen. Die Kommissionsdienststellen erläutern und interpretieren hierin die genannten Vorschriften, um die Durchführung von Programmen zu erleichtern und bewährte Verfahrensweisen zu fördern. Dieser Leitfaden greift jedoch einer Auslegung durch den Europäischen Gerichtshof und das Gericht sowie Entscheidungen der Kommission nicht vor.“*

## INHALTSVERZEICHNIS

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG .....</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>RECHTLICHER RAHMEN.....</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>PRÜFUNGSRISIKOMODELL UND PRÜFVERFAHREN.....</b>	<b>9</b>
3.1	RISIKOMODELL .....	9
3.2	SICHERHEITS-/KONFIDENZNIVEAU FÜR DIE PRÜFUNG VON VORHABEN.....	14
3.2.1	<i>Einleitung .....</i>	<i>14</i>
3.2.2	<i>Bestimmung des Sicherheitsniveaus bei der Zusammenfassung von Programmen .....</i>	<i>16</i>
<b>4</b>	<b>STATISTISCHE BEGRIFFE IM ZUSAMMENHANG MIT DER PRÜFUNG VON VORHABEN.....</b>	<b>17</b>
4.1	STICHPROBENVERFAHREN .....	17
4.2	AUSWAHLVERFAHREN .....	18
4.3	HOCHRECHNUNG (SCHÄTZUNG) .....	19
4.4	GENAUIGKEIT (STICHPROBENFEHLER).....	20
4.5	GRUNDGESAMTHEIT .....	21
4.6	NEGATIVE STICHPROBENEINHEITEN .....	23
4.7	SCHICHTUNG.....	27
4.8	STICHPROBENEINHEIT.....	28
4.9	ERHEBLICHKEIT .....	28
4.10	ZULÄSSIGER FEHLER UND GEPLANTE GENAUIGKEIT.....	28
4.11	STREUUNG .....	29
4.12	KONFIDENZINTERVALL UND OBERE FEHLERGRENZE.....	31
4.13	KONFIDENZNIVEAU.....	33
4.14	FEHLERQUOTE.....	33
<b>5</b>	<b>STICHPROBENVERFAHREN FÜR DIE PRÜFUNG VON VORHABEN.....</b>	<b>34</b>
5.1	ÜBERSICHT .....	34
5.2	BEDINGUNGEN FÜR DIE ANWENDUNG VON STICHPROBENDESIGNS .....	37
5.3	BEZEICHNUNGEN .....	39
<b>6</b>	<b>STICHPROBENVERFAHREN.....</b>	<b>41</b>
6.1	EINFACHES ZUFALLSSTICHPROBENVERFAHREN.....	41
6.1.1	<i>Standardansatz .....</i>	<i>41</i>
6.1.1.1	<i>Einleitung .....</i>	<i>41</i>
6.1.1.2	<i>Stichprobenumfang .....</i>	<i>42</i>
6.1.1.3	<i>Prognostizierter Fehler .....</i>	<i>43</i>
6.1.1.4	<i>Genauigkeit .....</i>	<i>44</i>
6.1.1.5	<i>Bewertung .....</i>	<i>45</i>
6.1.1.6	<i>Beispiel.....</i>	<i>46</i>
6.1.2	<i>Das geschichtete einfache Stichprobenverfahren.....</i>	<i>52</i>
6.1.2.1	<i>Einleitung .....</i>	<i>52</i>
6.1.2.2	<i>Stichprobenumfang .....</i>	<i>53</i>
6.1.2.3	<i>Prognostizierter Fehler .....</i>	<i>54</i>
6.1.2.4	<i>Genauigkeit .....</i>	<i>55</i>
6.1.2.5	<i>Bewertung .....</i>	<i>56</i>
6.1.2.6	<i>Beispiel.....</i>	<i>56</i>
6.1.3	<i>Einfaches Zufallsstichprobenverfahren – zwei Zeiträume.....</i>	<i>63</i>

6.1.3.1	Einleitung .....	63
6.1.3.2	Stichprobenumfang .....	64
6.1.3.3	Prognostizierter Fehler .....	66
6.1.3.4	Genauigkeit .....	67
6.1.3.5	Bewertung .....	68
6.1.3.6	Beispiel.....	68
6.2	DIFFERENZENSCHÄTZUNG .....	74
6.2.1	<i>Standardansatz</i> .....	74
6.2.1.1	Einleitung .....	74
6.2.1.2	Stichprobenumfang .....	75
6.2.1.3	Extrapolation .....	75
6.2.1.4	Genauigkeit .....	76
6.2.1.5	Bewertung .....	76
6.2.1.6	Beispiel.....	77
6.2.2	<i>Geschichtete Differenzschätzung</i> .....	80
6.2.2.1	Einleitung .....	80
6.2.2.2	Stichprobenumfang .....	80
6.2.2.3	Extrapolation .....	81
6.2.2.4	Genauigkeit .....	82
6.2.2.5	Bewertung .....	82
6.2.2.6	Beispiel.....	83
6.2.3	<i>Differenzschätzung – zwei Zeiträume</i> .....	87
6.2.3.1	Einleitung .....	87
6.2.3.2	Stichprobenumfang .....	87
6.2.3.3	Extrapolation .....	88
6.2.3.4	Genauigkeit .....	88
6.2.3.5	Bewertung .....	89
6.2.3.6	Beispiel.....	89
6.3	WERTBEZOGENES STICHPROBENVERFAHREN .....	94
6.3.1	<i>Standardansatz</i> .....	94
6.3.1.1	Einleitung .....	94
6.3.1.2	Stichprobenumfang .....	95
6.3.1.3	Stichprobenauswahl.....	96
6.3.1.4	Prognostizierter Fehler .....	97
6.3.1.5	Genauigkeit .....	98
6.3.1.6	Bewertung .....	99
6.3.1.7	Beispiel.....	100
6.3.2	<i>Geschichtetes wertbezogenes Stichprobenverfahren</i> .....	105
6.3.2.1	Einleitung .....	105
6.3.2.2	Stichprobenumfang .....	106
6.3.2.3	Stichprobenauswahl.....	107
6.3.2.4	Prognostizierter Fehler .....	108
6.3.2.5	Genauigkeit .....	109
6.3.2.6	Bewertung .....	110
6.3.2.7	Beispiel.....	110
6.3.3	<i>Wertbezogenes Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume</i> .....	116
6.3.3.1	Einleitung .....	116
6.3.3.2	Stichprobenumfang .....	116
6.3.3.3	Stichprobenauswahl.....	119
6.3.3.4	Prognostizierter Fehler .....	119
6.3.3.5	Genauigkeit .....	120
6.3.3.6	Bewertung .....	121
6.3.3.7	Beispiel.....	121
6.3.4	<i>Geschichtetes wertbezogenes Stichprobenverfahren für zwei Zeiträume</i> .....	130

6.3.4.1	Einleitung .....	130
6.3.4.2	Stichprobenumfang .....	130
6.3.4.3	Stichprobenauswahl.....	134
6.3.4.4	Prognostizierter Fehler .....	135
6.3.4.5	Genauigkeit .....	136
6.3.4.6	Bewertung .....	137
6.3.4.7	Beispiel.....	137
6.3.5	<i>Vorsichtig angelegter Ansatz</i> .....	150
6.3.5.1	Einleitung .....	150
6.3.5.2	Stichprobenumfang .....	150
6.3.5.3	Stichprobenauswahl.....	152
6.3.5.4	Prognostizierter Fehler .....	152
6.3.5.5	Genauigkeit .....	153
6.3.5.6	Bewertung .....	155
6.3.5.7	Beispiel.....	155
6.4	NICHTSTATISTISCHE STICHPROBENVERFAHREN .....	160
6.4.1	<i>Einleitung</i> .....	160
6.4.2	<i>Geschichtete und nicht geschichtete nichtstatistische Stichprobenverfahren</i> .....	162
6.4.3	<i>Stichprobenumfang</i> .....	163
6.4.4	<i>Stichprobenauswahl</i> .....	165
6.4.5	<i>Hochrechnung</i> .....	166
6.4.5.1	Gleiche Wahrscheinlichkeitsauswahl .....	166
6.4.5.2	Geschichtete gleiche Wahrscheinlichkeitsauswahl.....	167
6.4.5.3	Wahrscheinlichkeit proportional zur Auswahl nach Ausgaben .....	167
6.4.5.4	Geschichtete Wahrscheinlichkeit proportional zur Auswahl nach Ausgaben.....	168
6.4.6	<i>Bewertung</i> .....	169
6.4.7	<i>Beispiel 1 – PPS-Verfahren</i> .....	169
6.4.8	<i>Beispiel 2 – Stichprobenbeziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit</i> .....	172
6.4.9	<i>Nichtstatistische Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume</i> .....	175
6.4.9.1	Nichtstatistische Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume – Stichprobenziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit.....	176
6.4.9.2	Nichtstatistische Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume – PPS-Auswahl.....	180
6.4.10	<i>Zweistufiges Stichprobenverfahren (Unterstichprobenverfahren) bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren</i> .....	186
6.5	STICHPROBENVERFAHREN IM RAHMEN DER EUROPÄISCHEN TERRITORIALEN ZUSAMMENARBEIT (ETZ).....	186
6.5.1	<i>Einleitung</i> .....	186
6.5.2	<i>Stichprobeneinheit</i> .....	187
6.5.3	<i>Stichprobenmethodik</i> .....	188
6.5.3.1	Zwei- und dreistufiges Stichprobenverfahren (Unterstichprobenverfahren).....	189
6.5.3.2	Mögliche Hauptkonfigurationen der Stichprobeneinheiten bei zwei- und dreistufigen Stichprobenverfahren .....	192
6.5.3.3	Ein möglicher Ansatz beim zweistufigen Stichprobenverfahren (Vorhaben als Stichprobeneinheit und eine Unterstichprobe von Projektpartnern, wobei der Hauptpartner und eine Stichprobe von Projektpartnern ausgewählt werden) .....	198
<b>7</b>	<b>AUSGEWÄHLTE THEMEN .....</b>	<b>203</b>
7.1	BESTIMMUNG DES VORAUSSICHTLICHEN FEHLERS .....	203
7.2	ZUSÄTZLICHE STICHPROBENZIEHUNG .....	206
7.2.1	<i>Ergänzende Stichprobe (wegen unzureichender Erfassung hoch riskanter Bereiche)</i> .....	206
7.2.2	<i>Zusätzliche Stichprobe (wegen uneindeutiger Prüfergebnisse)</i> .....	207
7.3	STICHPROBENNAHME IM LAUFE DES JAHRES .....	208
7.3.1	<i>Einleitung</i> .....	208

7.3.2	<i>Zusätzliche Anmerkungen über Stichprobenverfahren für mehrere Zeiträume</i> .....	209
7.3.2.1	Überblick.....	209
7.3.2.2	Beispiel.....	212
7.4	ÄNDERUNG DES STICHPROBENVERFAHRENS WÄHREND DES PROGRAMMZEITRAUMS.....	219
7.5	FEHLERQUOTEN.....	220
7.6	ZWEISTUFIGES STICHPROBENVERFAHREN (UNTERSTICHPROBENVERFAHREN).....	220
7.6.1	<i>Einleitung</i> .....	220
7.6.2	<i>Stichprobenumfang</i> .....	223
7.6.3	<i>Hochrechnung</i> .....	224
7.6.4	<i>Genauigkeit</i> .....	226
7.6.5	<i>Beispiel</i> .....	226
7.7	NEUBERECHNUNG DES KONFIDENZNIVEAUS.....	231
7.8	STRATEGIEN ZUR PRÜFUNG VON PROGRAMMGRUPPEN UND PROGRAMMEN MIT MEHREREN FONDS.....	233
7.8.1	<i>Einleitung</i> .....	233
7.8.2	<i>Beispiel</i> .....	236
7.9	STICHPROBENVERFAHREN FÜR SYSTEMPRÜFUNGEN.....	243
7.9.1	<i>Einleitung</i> .....	243
7.9.2	<i>Stichprobenumfang</i> .....	244
7.9.3	<i>Extrapolation</i> .....	245
7.9.4	<i>Genauigkeit</i> .....	246
7.9.5	<i>Bewertung</i> .....	246
7.9.6	<i>Spezielle Methoden des Attributstichprobenverfahrens</i> .....	247
7.10	ANGEMESSENE KONTROLLVEREINBARUNGEN IM PROGRAMMPLANUNGSZEITRAUM 2014-2020 – AUSWIRKUNGEN AUF DAS STICHPROBENVERFAHREN.....	247
7.10.1	<i>Einschränkungen für die Stichprobenauswahl gemäß Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung</i> .....	247
7.10.2	<i>Stichprobenmethodik im Rahmen angemessener Kontrollvereinbarungen</i> .....	250
7.10.3	<i>Beispiele</i> .....	256
7.10.3.1	Beispiele einer Ersetzung von Stichprobeneinheiten bei PPS-Methoden (MUS und nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS).....	256
7.10.3.2	Beispiel eines Ausschlusses von Vorhaben auf der Stufe der Stichprobenauswahl mit MUS- Standardansatz.....	261
7.10.3.3	Beispiel eines Ausschlusses von Vorhaben auf der Stufe der Stichprobenauswahl mit dem vorsichtigen MUS-Ansatz.....	265
7.10.3.4	Beispiel eines Ausschlusses von Vorhaben auf der Stufe der Stichprobenauswahl beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren (Schätzung des Mittelwerts pro Einheit und Verhältnisschätzung) 268	

<b>ANHANG 1 – HOCHRECHNUNG VON ZUFALLSFEHLERN BEI FESTSTELLUNG SYSTEMBEDINGTER FEHLER</b> .....	<b>276</b>
1. EINLEITUNG.....	276
2. EINFACHES ZUFALLSSTICHPROBENVERFAHREN.....	277
2.2 <i>Schätzung des Mittelwerts pro Einheit</i> .....	277
2.3 <i>Verhältnisschätzung</i> .....	277
3. DIFFERENZENSCHÄTZUNG.....	278
4. WERTBEZOGENES STICHPROBENVERFAHREN.....	279
4.1 <i>MUS-Standardansatz</i> .....	280
4.2 <i>MUS-Verhältnisschätzung</i> .....	282
4.3 <i>Vorsichtiger MUS-Ansatz</i> .....	283
5. NICHTSTATISTISCHE STICHPROBENVERFAHREN.....	283

<b>ANHANG 2 – FORMELN FÜR STICHPROBENVERFAHREN FÜR MEHRERE ZEITRÄUME</b>	<b>286</b>
.....	
<b>1. EINFACHES ZUFALLSSTICHPROBENVERFAHREN</b>	<b>286</b>
1.1 DREI ZEITRÄUME	286
1.1.1 Stichprobenumfang	286
1.1.2 Hochrechnung und Genauigkeit	287
1.2 VIER ZEITRÄUME	288
1.2.1 Stichprobenumfang	288
1.2.2 Hochrechnung und Genauigkeit	290
<b>2. WERTBEZOGENES STICHPROBENVERFAHREN</b>	<b>291</b>
2.1 DREI ZEITRÄUME	291
2.1.1 Stichprobenumfang	291
2.1.2 Hochrechnung und Genauigkeit	292
2.2 VIER ZEITRÄUME	293
2.2.1 Stichprobenumfang	293
2.2.2 Hochrechnung und Genauigkeit	294
<b>ANHANG 3 – ZUVERLÄSSIGKEITSFAKTOREN FÜR DAS MUS</b>	<b>295</b>
<b>ANHANG 4 – WERTE DER STANDARDISIERTEN NORMALVERTEILUNG (Z)</b>	<b>296</b>
<b>ANHANG 5 – FUNKTIONEN IN MS EXCEL ZUR UNTERSTÜTZUNG VON STICHPROBENVERFAHREN</b>	<b>297</b>
<b>ANHANG 6 – GLOSSAR</b>	<b>298</b>

## Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen

AE – Voraussichtlicher Fehler

AR – Prüfungsrisiko

BP – Grundgenauigkeit

BV – Buchwert (die im Bezugszeitraum gegenüber der Kommission geltend gemachten Ausgaben)

COCOF – Koordinierungsausschuss für die Fonds

CR – Kontrollrisiko

DR – Aufdeckungsrisiko

$\bar{E}$  – Mittlerer Fehler der Stichprobe

$E_i$  – Einzelfehler in der Stichprobe

EDR – Hochgerechnete Abweichungsquote

EE – Prognostizierter Fehler

EF – Expansionsfaktor

EG – Europäische Gemeinschaft

ETZ – Europäische territoriale Zusammenarbeit

IA – Inkrementelle Toleranz

IR – Inhärentes Risiko

IT – Informationstechnologien

JKB – Jährlicher Kontrollbericht

MCS – Verwaltungs- und Kontrollsystem

MUS – Wertbezogenes Stichprobenverfahren

PB – Prüfbehörde

PPS – Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe

RF – Zuverlässigkeitsfaktor

SE – (Effektiver, d. h. nach Durchführung der Prüfung) Stichprobenfehler (Genauigkeit)

SI – Stichprobenintervall

TE – Maximal zulässiger Fehler

TPE – Prognostizierter Gesamtfehler (entspricht ebenfalls der TPER, der im Programmplanungszeitraum 2007-2013 verwendeten Abkürzung)

ULD – Obere Abweichungsgrenze

ULE – Obere Fehlergrenze

# 1 Einleitung

Die vorliegenden Leitlinien für Stichproben zu Prüfzwecken wurden erstellt, um den Prüfbehörden in den Mitgliedstaaten einen aktualisierten Überblick über die geeignetsten und am häufigsten verwendeten Stichprobenverfahren zu geben und sie auf diese Weise bei der Umsetzung des Rechtsrahmens im Programmplanungszeitraum 2007-2013 und gegebenenfalls im Programmplanungszeitraum 2014-2020 zu unterstützen.

Für die Planung der Prüfverfahren zur Erhebung von Prüfungsstichproben bieten die internationalen Rechnungslegungsstandards und neueste erkenntnistheoretische Hinweise zur Verwendung von Stichproben und anderen Auswahlverfahren zu Prüfzwecken.

Die vorliegenden Leitlinien ersetzen die bisherigen Leitlinien zum selben Thema (COCOF 08/0021/03-DE vom 4.4.2013). Das vorliegende Dokument gilt unbeschadet der anderen ergänzenden Leitfäden der Kommission:

- Programmplanungszeitraum 2007-2013:
  - „Leitfaden zu den jährlichen Kontrollberichten und Stellungnahmen“ vom 18.2.2009, COCOF 09/0004/01-EN und EFFC/0037/2009-EN vom 23.2.2009;
  - „Leitfaden zur Behandlung von in den jährlichen Kontrollberichten gemeldeten Fehlern“, EGESIF\_15-0007-01 vom 9.10.2015;
  - „Leitlinien zu einer einheitlichen Methode für die Bewertung von Verwaltungs- und Kontrollsystemen [MCS] in den Mitgliedstaaten“, COCOF 08/0019/01-DE und EFFC/27/2008 vom 12.9.2008.
- Programmplanungszeitraum 2014-2020:
  - Leitlinien für die Mitgliedstaaten zum jährlichen Kontrollbericht und Bestätigungsvermerk (Programmplanungszeitraum 2014-2020), EGESIF\_15-0002-02 final vom 9.10.2015;
  - Leitlinien für die Kommission und die Mitgliedstaaten für eine gemeinsame Methodik zur Bewertung von Verwaltungs- und Kontrollsystemen in den Mitgliedstaaten (EGESIF\_14-0010-final vom 18.12.2014).

Ein ergänzendes Studium dieser zusätzlichen Dokumente ist angeraten, um einen vollständigen Überblick über die Leitlinien für die Anfertigung jährlicher Kontrollberichte zu erhalten.



## 2 Rechtlicher Rahmen

Verordnung	Artikel
<b>Programmplanungszeitraum 2007-2013</b>	
Verordnung (EG) Nr. 1083/2006	Artikel 62 - Aufgaben der Prüfbehörde
Verordnung (EG) Nr. 1828/2006	Artikel 17 - Stichproben Anhang IV - Technische Parameter für die Auswahl der statistischen Zufallsstichproben nach Artikel 17
Verordnung (EG) Nr. 1198/2006	Artikel 61 - Aufgaben der Prüfbehörde
Verordnung (EG) Nr. 498/2007	Artikel 43 - Stichproben Anhang IV - Technische Parameter
<b>Programmplanungszeitraum 2014-2020</b>	
Verordnung (EU) Nr. 1303/2013 mit gemeinsamen Bestimmungen ( <i>im Folgenden „Dachverordnung“</i> )	Artikel 127 Absatz 5 - Aufgaben der Prüfbehörde Artikel 148 Absatz 1 - Angemessene Kontrolle operativer Programme
Verordnung (EU) Nr. 480/2014 Delegierte Verordnung der Kommission (nachstehend CDR, Commission Delegated Regulation)	Artikel 28 - Methode für die Auswahl der Stichproben von Vorhaben

## 3 Prüfungsrisikomodell und Prüfverfahren

### 3.1 Risikomodell

Das **Prüfungsrisiko** bezeichnet das Risiko, dass der Prüfer trotz wesentlicher Fehlangaben in der Ausgabenerklärung einen uneingeschränkten Bestätigungsvermerk ausspricht.

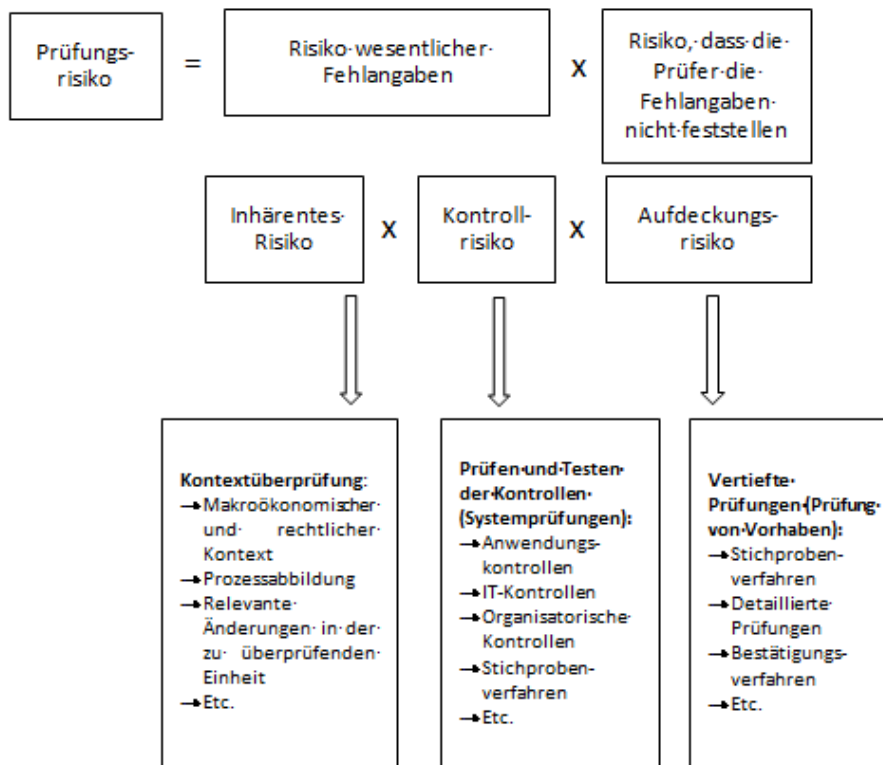


Abb. 1. Prüfungsrisikomodelle

Die drei Bestandteile, aus denen sich das Prüfungsrisiko (AR – audit risk) zusammensetzt, sind das inhärente Risiko (IR – inherent risk), das Kontrollrisiko (CR – control risk) und das Aufdeckungsrisiko (DR – detection risk). Somit ist das Prüfungsrisikomodelle

$$AR = IR \times CR \times DR$$

Dabei gilt Folgendes:

- **IR**, das inhärente Risiko, ist das Risiko, dass in den der Kommission vorgelegten Ausgabenaufstellungen oder in den zugrunde liegenden Aggregationsebenen bei nicht vorhandenen internen Kontrollverfahren ein wesentlicher Fehler vorkommen kann. Das inhärente Risiko ist direkt mit der Art der Tätigkeit der geprüften Stelle verknüpft und hängt von externen Faktoren (kultureller, politischer, wirtschaftlicher, geschäftstätigkeits-, kunden- und lieferantenbezogener und ähnlicher Art) sowie von internen Faktoren (Art der Organisation, Verfahren, Kompetenz der Mitarbeiter, Veränderungen in den Abläufen oder Neubesetzung von Führungsstellen usw.) ab. Das **IR** muss vor Inangriffnahme detaillierter Prüfungsverfahren bewertet werden (Befragungen des Managements und des Schlüsselpersonals, Überprüfung kontextbezogener Informationen, z. B. Organigramme, Handbücher und interne/externe Unterlagen). Für die Strukturfonds und den Fischereifonds wird das inhärente Risiko üblicherweise mit einem höheren Prozentsatz angesetzt.
- **CR**, das Kontrollrisiko, ist das Risiko, dass in den der Kommission vorgelegten Ausgabenaufstellungen oder in den zugrunde liegenden Aggregationsebenen mit den internen Kontrollverfahren der Verwaltung ein wesentlicher Fehler nicht

verhindert, entdeckt oder behoben wird. Die Kontrollrisiken sind mit dem Grad verknüpft, zu dem die inhärenten Risiken beherrscht (kontrolliert) werden, und dementsprechend mit dem internen Kontrollsystem, das u. a. Anwendungskontrollen, IT-Kontrollen und organisatorische Kontrollen umfasst. Die Kontrollrisiken können anhand der **Systemprüfung** bewertet werden – einer detaillierten Prüfung der Kontrollen und Berichte, die Aufschluss darüber geben soll, wie wirksam Konzeption und Funktionsweise eines Kontrollsystems sind, um wesentliche Fehler zu verhindern oder zu entdecken, sowie darüber, wie die Organisation in der Lage ist, Daten zu erfassen, zu verarbeiten, zusammenzufassen und zu melden.

Das Produkt aus dem inhärenten und dem Kontrollrisiko (d. h.  $IR \times CR$ ) wird als das **Risiko eines wesentlichen Fehlers** bezeichnet. Das Risiko eines wesentlichen Fehlers hängt mit dem Ergebnis der **Systemprüfungen** zusammen.

- *DR*, das Aufdeckungsrisiko, ist das wahrgenommene Risiko, dass der Prüfer in den der Kommission übermittelten Ausgabenaufstellungen oder in den zugrunde liegenden Aggregationsebenen einen wesentlichen Fehler nicht aufdeckt. Aufdeckungsrisiken sind mit dem Grad verknüpft, zu dem die Prüfungen ordnungsgemäß durchgeführt werden, einschließlich der angewandten Stichprobenverfahren, der Kompetenz der Mitarbeiter, der Prüfmethode, der Prüfwerkzeuge usw. Die Aufdeckungsrisiken sind mit der Durchführung von Prüfungen der Vorhaben verbunden. Dazu gehören vertiefte Prüfungen von Details oder Transaktionen im Zusammenhang mit den Vorhaben eines Programms, in der Regel auf der Grundlage einer Stichprobenprüfung der Vorhaben.

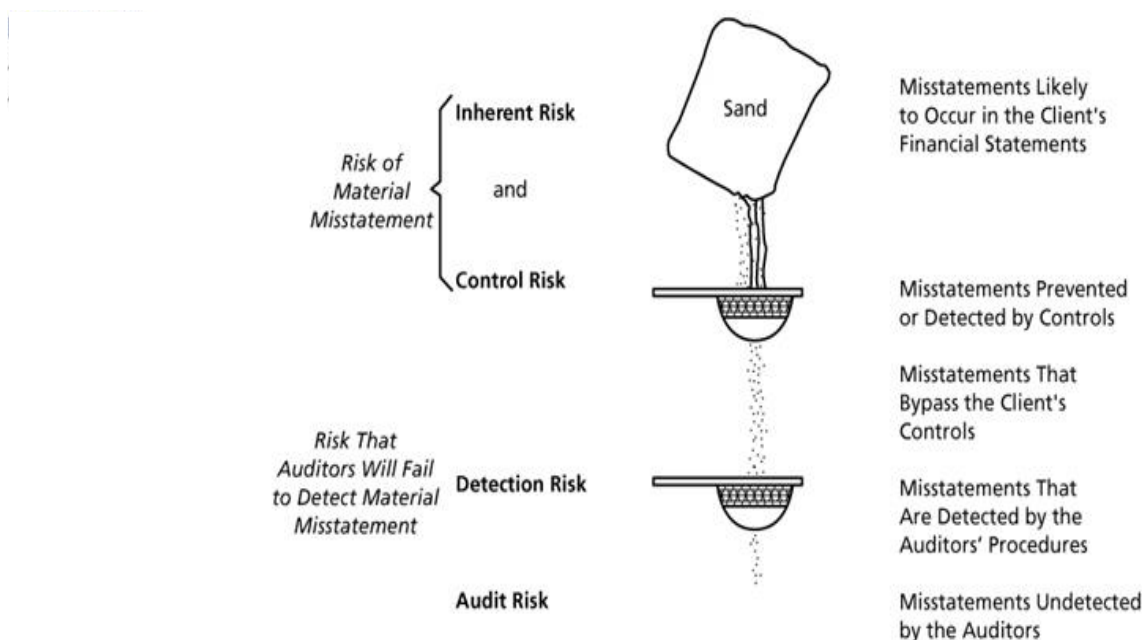


Abb. 2 Veranschaulichung des Prüfungsrisikos (nach einer unbekanntem Quelle)

Das Sicherheitsmodell ist das Gegenteil des Risikomodells. Wird das Prüfungsrisiko auf 5 % eingeschätzt, so wird von einer Prüfungssicherheit von 95 % ausgegangen.

Die Verwendung des Prüfungsrisiko- bzw. des Prüfungssicherheitsmodells bezieht sich auf die Planung und die zugrundeliegende Zuteilung der Ressourcen für ein bestimmtes operationelles Programm oder für mehrere operationelle Programme, wobei ein zweifacher Zweck verfolgt wird:

- Gewährleistung eines hohen Sicherheitsniveaus: Die Sicherheit wird auf einem bestimmten Niveau gewährleistet, beispielsweise liegt bei einer Sicherheit von 95 % das Prüfungsrisiko bei 5 %.
- Durchführung effizienter Prüfungen: Bei einem gegebenen Sicherheitsniveau von beispielsweise 95 % sollte der Prüfer seine Prüfungsverfahren unter Berücksichtigung des *IR* und des *CR* entwickeln. Das Prüfteam hat somit die Möglichkeit, in einigen Bereichen weniger eingehende Prüfungen vorzunehmen, um sich auf die Bereiche mit höherem Risiko zu konzentrieren.

Zu beachten ist, dass die Festlegung eines Wertes für das Aufdeckungsrisiko, der wiederum den Stichprobenumfang für die Stichprobenprüfung der Vorhaben beeinflusst, ein unmittelbares Ergebnis darstellt, sofern das *IR* und das *CR* zuvor bewertet wurden. So gilt

$$AR = IR \times CR \times DR \Rightarrow DR = \frac{AR}{IR \times CR}$$

wobei das *AR* in der Regel mit 5 % angesetzt wird, *IR* und *CR* werden vom Prüfer bewertet.

### ***Erläuterung***

***Geringe Kontrollsicherheit:*** Im Falle eines beabsichtigten und akzeptierten Prüfungsrisikos von 5 % sollte der Prüfer immer dann ein sehr niedriges Aufdeckungsrisiko von etwa 10 % anstreben, wenn es sich um eine Stelle mit hohem Risiko handelt, der es an geeigneten internen Kontrollverfahren zur Risikobeherrschung mangelt, d. h. wenn das inhärente Risiko (= 100 %) und das Kontrollrisiko (= 50 %) hoch sind. Um das Aufdeckungsrisiko niedrig zu halten, müssen der Umfang der vertieften Prüfungen und dementsprechend der Stichprobenumfang groß sein.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,5} = 0,1$$

***Hohe Kontrollsicherheit:*** In einem andersgearteten Umfeld mit hohem inhärenten Risiko (100 %), in dem jedoch geeignete Kontrollen eingerichtet sind, kann das Kontrollrisiko auf 12,5 % geschätzt werden. Um auf ein Prüfungsrisiko von 5 % zu

kommen, könnte das Aufdeckungsrisikoniveau bei 40 % liegen; der Prüfer kann somit durch die Reduzierung des Stichprobenumfangs ein höheres Risiko eingehen. Dies würde schließlich eine weniger detaillierte und finanziell weniger aufwendige Prüfung bedeuten.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,125} = 0,4$$

Trotz unterschiedlicher Umfelder ist das Prüfungsrisiko in beiden Beispielen gleich, nämlich 5 %.

Zur Planung der Prüfungstätigkeit sollten anhand einer Ablaufplanung die verschiedenen Risikoniveaus abgeschätzt werden. Dabei ist in erster Linie das inhärente Risiko abzuschätzen, da in Abhängigkeit davon das Kontrollrisiko überprüft werden muss. Anhand dieser beiden Faktoren setzt das Prüfteam das Aufdeckungsrisiko fest und wählt geeignete Verfahren für die Prüfung der Vorhaben aus.

So sehr das Prüfungsrisikomodell als Rahmen für die Konzipierung des Prüfplans und die Ressourcenzuteilung dienen kann, so schwierig wird es sich mitunter in der Praxis erweisen, eine genaue Quantifizierung des inhärenten und des Kontrollrisikos vorzunehmen.

Das Sicherheitsniveau/Konfidenzniveau für die Prüfung von Vorhaben hängt in erster Linie von der Qualität des internen Kontrollsystems ab. Zur Beurteilung der Risikokomponenten verwenden die Prüfer aufgrund ihres Wissens und ihrer Erfahrung anstelle genauer Wahrscheinlichkeitsangaben eher Begriffe wie NIEDRIG, MODERAT/DURCHSCHNITTLICH oder HOCH. Werden während der Systemprüfung bedeutende Schwachstellen festgestellt, so liegt ein hohes Kontrollrisiko vor, was zur Folge hätte, dass die sich aus dem System ergebende Sicherheit niedrig wäre. Bestehen keine bedeutenden Schwachstellen, so liegt ein niedriges Kontrollrisiko vor, und sollte auch das inhärente Risiko niedrig sein, so wäre die aus dem System resultierende Sicherheit hoch.

Werden im Zuge der Systemprüfungen bedeutende Schwachstellen vorgefunden, so ist, wie bereits festgestellt, das Risiko des Auftretens eines wesentlichen Fehlers (Kontrollrisiken in Verbindung mit inhärenten Risiken) hoch und das Sicherheitsniveau niedrig. Laut Anhang IV der Verordnungen muss bei niedrigem Sicherheitsniveau, das sich aus dem System ergibt, das Konfidenzniveau für die Stichprobenprüfung von Vorhaben mindestens 90 % betragen.

Sind die Systeme frei von bedeutenden Schwachstellen, so ist die Gefahr des Auftretens wesentlicher Fehler gering, und die Sicherheit, die sich aus dem System ergibt, wäre

hoch, d. h. dass das Konfidenzniveau für die Stichprobenprüfung von Vorhaben mindestens 60 % erreichen muss.

Abschnitt 3.2 enthält einen ausführlichen Rahmen für die Auswahl des Sicherheitsniveaus-/Konfidenzniveaus für die Prüfung von Vorhaben.

### **3.2 Sicherheits-/Konfidenzniveau für die Prüfung von Vorhaben**

#### **3.2.1 Einleitung**

An Stichproben sollten vertiefte Prüfungen durchgeführt werden, deren Umfang von dem Konfidenzniveau abhängt, das entsprechend dem aus den Systemprüfungen resultierenden Sicherheitsniveau bestimmt wird, d. h.

- mindestens 60 % bei hoher Sicherheit;
- durchschnittliche Sicherheit (für dieses Sicherheitsniveau ist in der Verordnung der Kommission kein Konfidenzniveau angegeben, obwohl ein Niveau von 70 % bis 80 % angeraten ist);
- mindestens 90 % bei niedriger Sicherheit.

Die Prüfbehörde sollte Kriterien für Systemprüfungen erstellen, um die Zuverlässigkeit der Verwaltungs- und Kontrollsysteme zu bestimmen. Diese Kriterien beinhalten eine quantifizierte Bewertung aller wichtigen Elemente des Systems (Kernanforderungen) und beziehen die an Verwaltung und Kontrolle des operationellen Programms beteiligten wichtigsten Behörden und zwischengeschalteten Stellen ein.

Die Kommission hat einen Leitfaden für die Methodik zur Bewertung der Verwaltungs- und Kontrollsysteme<sup>1</sup> erarbeitet. Dieser lässt sich sowohl auf die Mainstream- als auch auf die ETZ-Programme anwenden. Der PB wird empfohlen, dieser Methodik Rechnung zu tragen.

Laut dieser Methodik sind vier Zuverlässigkeitsniveaus vorgesehen:

- sehr zuverlässig. Keine oder nur geringfügige Verbesserungen notwendig;
- zuverlässig. Einige Verbesserungen notwendig;
- teilweise zuverlässig. Erhebliche Verbesserungen erforderlich.
- im Wesentlichen unzuverlässig.

Das Konfidenzniveau für Stichprobenprüfungen wird anhand des in den Systemprüfungen festgestellten Zuverlässigkeitsniveaus ermittelt.

Für Systeme könnte man drei Sicherheitsniveaus vorsehen: hoch, durchschnittlich und niedrig. Das durchschnittliche Niveau entspricht im Prinzip den Kategorien 2 und 3 der Methodik zur Bewertung der Verwaltungs- und Kontrollsysteme, die eine genauere

---

<sup>1</sup> COCOF 08/0019/01-DE vom 6.6.2008; EGESIF\_14-0010 vom 18.12.2014.

Differenzierung zwischen den beiden Extremen hoch/„sehr zuverlässig“ und niedrig/„unzuverlässig“ ermöglichen.

Die empfohlenen Beziehungen sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

<b>Sicherheitsniveau aus den Systemprüfungen</b>	<b>Entsprechende Zuverlässigkeit laut Verordnung/Sicherheit aus den Systemprüfungen</b>	<b>Konfidenzniveau</b>	<b>Aufdeckungsrisiko</b>
1. sehr zuverlässig. Keine oder nur geringfügige Verbesserungen notwendig.	hoch	mindestens 60 %	weniger als oder gleich 40 %
2. zuverlässig, einige Verbesserungen notwendig.	durchschnittlich	70 %	30 %
3. teilweise zuverlässig, erhebliche Verbesserungen notwendig.	durchschnittlich	80 %	20 %
4. im Wesentlichen unzuverlässig.	niedrig	mindestens 90 %	maximal 10 %

Tabelle 1. Konfidenzniveau für die Prüfung von Vorhaben entsprechend der sich aus den Systemprüfungen ergebenden Sicherheit

Zu Beginn des Programmzeitraums ist von einem niedrigen Sicherheitsniveau auszugehen, da bis dahin noch gar keine oder nur wenige Systemprüfungen stattgefunden haben. Daher darf das Konfidenzniveau nicht unter 90 % liegen. Falls die Systeme gegenüber dem vorherigen Programmzeitraum allerdings unverändert sind und ihr Sicherheitsniveau durch Prüfungen zuverlässig nachgewiesen ist, ist es den Mitgliedstaaten freigestellt, ein anderes Konfidenzniveau (zwischen 60 % und 90 %) zu verwenden. Das Niveau kann auch während eines Programmzeitraums abgesenkt werden, wenn keine wesentlichen Fehler festgestellt werden oder die Systeme im Laufe der Zeit nachweislich verbessert wurden. Die Methodik zur Bestimmung des Konfidenzniveaus ist in der Prüfstrategie unter Angabe der dazu herangezogenen Prüfnachweise zu erläutern.

Die Festlegung eines angemessenen Konfidenzniveaus ist für die Prüfung von Vorhaben von größter Bedeutung, da der Stichprobenumfang maßgeblich von diesem Niveau abhängt (mit dem Ansteigen des Konfidenzniveaus erhöht sich auch der Stichprobenumfang). Die Verordnungen bieten daher die Möglichkeit, für Systeme mit

einer niedrigen Fehlerquote (und somit hoher Sicherheit) das Konfidenzniveau abzusenken und somit das Arbeitspensum zu reduzieren, während für Systeme mit einer potenziell hohen Fehlerquote (und somit niedriger Sicherheit) auch weiterhin ein hohes Konfidenzniveau (und folglich ein größerer Stichprobenumfang) gefordert wird.

Den PB wird nahegelegt, aktiv jene Stichprobenparameter zu nutzen, die der Funktionsweise der Systeme in der Realität entsprechen, und dabei übergroße Prüfungsstichproben und den damit verbundenen Arbeitsaufwand zu vermeiden, sofern eine hinreichende Präzision gewährleistet ist.

### ***3.2.2 Bestimmung des Sicherheitsniveaus bei der Zusammenfassung von Programmen***

Die Prüfbehörde sollte, wenn sie Programme zusammenfasst, nur **ein** Sicherheitsniveau verwenden.

Ergeben sich bei den Systemprüfungen der zusammengefassten Programme unterschiedliche Schlussfolgerungen hinsichtlich der Funktionsweise der einzelnen Programme, so bestehen folgende Möglichkeiten:

- Aufteilung in zwei (oder mehr) Gruppen, beispielsweise die erste für Programme mit niedriger Sicherheit (Konfidenzniveau 90 %) und die zweite für Programme mit hoher Sicherheit (Konfidenzniveau 60 %) usw. Die beiden Gruppen werden als zwei unterschiedliche Grundgesamtheiten behandelt. Es müssten entsprechend mehr Kontrollen durchgeführt werden, weil von jeder Gruppe eine Stichprobe genommen werden muss.
- Anwendung des niedrigsten Sicherheitsniveaus eines Einzelprogramms auf die gesamte Programmgruppe. Die Programmgruppe wird als eine Grundgesamtheit behandelt. In diesem Fall gelten Schlussfolgerungen des Audits für die gesamte Programmgruppe. Folglich sind normalerweise keine Schlussfolgerungen über jedes einzelne Programm möglich.

Im letztgenannten Fall ist die Verwendung eines nach Programmen geschichteten Stichprobenplans möglich, der normalerweise einen geringeren Stichprobenumfang zulässt. Aber auch hier ist nur ein einziges Sicherheitsniveau zu verwenden, und Schlussfolgerungen sind auch weiterhin nur für die gesamte Programmgruppe möglich. Für eine ausführlichere Vorstellung der Strategien für die Prüfung von Programmgruppen und aus mehreren Fonds unterstützten Programmen, siehe Abschnitt 7.8.



## 4 Statistische Begriffe im Zusammenhang mit der Prüfung von Vorhaben

### 4.1 Stichprobenverfahren

Das Stichprobenverfahren umfasst zwei Elemente: den Stichprobenplan (z. B. gleiche Wahrscheinlichkeit, Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe) und das Verfahren der Hochrechnung (Schätzung). Zusammen bilden diese beiden Elemente den Rahmen für die Berechnung des Stichprobenumfangs.

Die bekanntesten Stichprobenverfahren, die für die Prüfung von Vorhaben geeignet sind, werden in Abschnitt 5.1 dargelegt. Zu beachten ist, dass dabei zunächst zwischen statistischen und nichtstatistischen Stichprobenverfahren unterschieden wird.

Ein statistisches Stichprobenverfahren weist folgende Merkmale auf:

- Jedes Element in der Grundgesamtheit hat eine bekannte und positive Auswahlwahrscheinlichkeit.
- Die Zufälligkeit muss mithilfe eines geeigneten (spezialisierten oder nicht spezialisierten) Zufallsgenerators (z. B. kann man mit MS Excel Zufallszahlen generieren) sichergestellt werden.
- Die Stichprobengröße wird so berechnet, dass ein gewisses Maß an wünschenswerter Genauigkeit erreicht werden kann.

In ähnlicher Weise verweist Artikel 28 Absatz 4 der Verordnung (EU) Nr. 480/2014 darauf, dass „ein Stichprobenverfahren [...] für die Anwendung des Artikels 127 Absatz 1 der Verordnung (EU) Nr. 1303/2013 als statistisch [gilt], wenn es folgende Merkmale aufweist: i) Zufallsauswahl der Stichprobeneinheiten; ii) Verwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie zur Bewertung der Stichprobenergebnisse, einschließlich der Messung und Kontrolle der Stichprobenrisiken und der geplanten und erzielten Genauigkeit.“

Statistische Stichprobenverfahren ermöglichen die Auswahl einer Stichprobe, die die Grundgesamtheit „repräsentiert“ (weshalb die statistische Auswahl so wichtig ist). Ziel ist es, den in einer Stichprobe beobachteten Wert eines Parameters („Variable“) auf die Grundgesamtheit hochzurechnen (zu extrapolieren oder zu schätzen), woraus geschlossen werden kann, ob in Bezug auf eine Grundgesamtheit wesentliche Fehlangaben gemacht wurden oder nicht und, wenn ja, in welchem Ausmaß (fehlerhafter Betrag).

Bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren ist die Berechnung der Genauigkeit nicht möglich, folglich gibt es keine Kontrolle des Prüfungsrisikos und es kann nicht gewährleistet werden, dass die Stichprobe die Grundgesamtheit repräsentiert. Der Fehler muss daher empirisch bewertet werden.

Für den Programmplanungszeitraum 2007-2013 sind statistische Stichproben gemäß Verordnung (EG) Nr. 1083/2006 und Verordnung (EG) Nr. 1198/2006 des Rates sowie Verordnung (EG) Nr. 1828/2006 und Verordnung (EG) Nr. 498/2007 der Kommission für die Durchführung von vertieften Prüfungen (Prüfung von Vorhaben) vorgeschrieben. Für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 sind die betreffenden Anforderungen hinsichtlich der statistischen Stichprobenverfahren Artikel 127 Absatz 1 der Dachverordnung und Artikel 28 CDR zu entnehmen. Eine nichtstatistische Auswahl wird als angemessen erachtet, wenn die statistische Auswahl unmöglich ist, z. B. in Verbindung mit sehr kleinen Grundgesamtheiten oder Stichprobenumfängen (siehe Abschnitt 6.4).

## **4.2 Auswahlverfahren**

Das Auswahlverfahren kann zu einer der folgenden zwei großen Kategorien gehören:

- statistische Auswahl oder
- nichtstatistische Auswahl.

Die statistische Auswahl umfasst zwei mögliche Methoden:

- Zufallsauswahl;
- systematische Auswahl.

Bei der Zufallsauswahl werden für die einzelnen Einheiten der Grundgesamtheit Zufallszahlen generiert, die als Grundlage für die Auswahl der die Stichprobe bildenden Einheiten dienen.

Beim systematischen Stichprobenverfahren wird willkürlich ein Anfangspunkt ausgewählt und anschließend eine systematische Regel angewandt, um die zusätzlichen Elemente auszuwählen (z. B. jedes 20. Element nach dem willkürlich gewählten Anfangspunkt).

Die von gleicher Wahrscheinlichkeit ausgehenden Methoden beruhen normalerweise auf der Zufallsauswahl, doch findet beim wertbezogenen Stichprobenverfahren (MUS) eine systematische Auswahl Anwendung.

Für eine nichtstatistische Auswahl stehen (u. a.) folgende Möglichkeiten zur Verfügung:

- willkürliche Auswahl
- Blockauswahl
- Ermessensauswahl
- risikoorientiertes Stichprobenverfahren unter Einbeziehung von Elementen aus allen drei vorgenannten Auswahlverfahren

Die ungeordnete Auswahl ist eine „falsche zufällige“ Auswahl in dem Sinne, dass eine Person die zu prüfenden Elemente „zufällig“ auswählt und diese Auswahl ohne messbare Voreingenommenheit vornimmt (z. B. einfach zu analysierende Elemente, leicht zugängliche Elemente, Elemente aus einer gerade „zufällig“ am Bildschirm angezeigten Liste usw.).

Die Blockauswahl ähnelt einem Cluster-Stichprobenverfahren, bei dem das Cluster (eine Gruppe von Elementen der Grundgesamtheit) nicht nach dem Zufallsprinzip herausgegriffen wird.

Die Ermessensauswahl beruht ausschließlich auf dem Ermessen des Prüfers, unabhängig vom angewendeten Grundprinzip (z. B. Elemente mit ähnlichen Namen, alle Vorhaben im Zusammenhang mit einem bestimmten Forschungsbereich usw.).

Das risikoorientierte Stichprobenverfahren ist eine nichtstatistische Auswahl von Elementen, die auf verschiedenen willkürlich festgelegten Bestandteilen beruht, die vielfach allen drei nichtstatistischen Auswahlverfahren entnommen werden.

### **4.3 Hochrechnung (Schätzung)**

Wie bereits erwähnt, ist das Ziel bei der Anwendung eines Stichprobenverfahrens, das beobachtete Fehlerniveau (Fehlangaben) in der Stichprobe auf die Grundgesamtheit hochzurechnen (zu extrapolieren oder zu schätzen). Daraus kann geschlossen werden, ob in Bezug auf eine Grundgesamtheit wesentliche Fehlangaben gemacht wurden oder nicht und, wenn ja, in welchem Ausmaß (fehlerhafter Betrag). Das in der Stichprobe festgestellte Fehlerniveau selbst ist daher nicht von Interesse<sup>2</sup>, sondern dient lediglich als Mittel zur Hochrechnung des Fehlers auf die Grundgesamtheit.

---

<sup>2</sup> Obgleich die einzelnen gefundenen Fehler in der Stichprobe natürlich entsprechend korrigiert werden müssen.

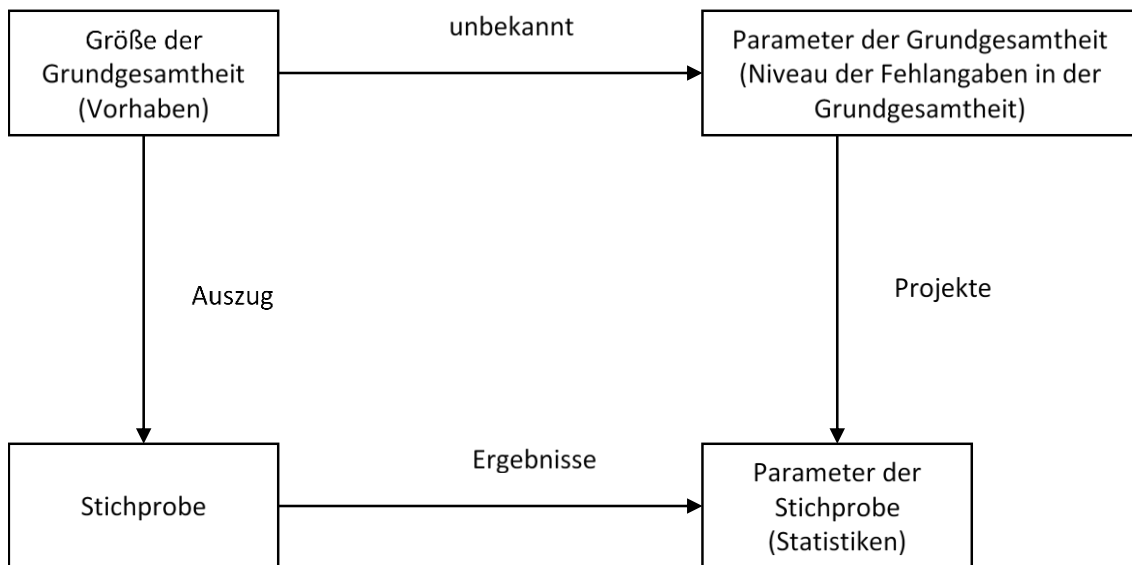


Abb. 3 Stichprobenauswahl und Hochrechnung

Statistische Daten von Stichproben, die zur Hochrechnung des Fehlers auf die Grundgesamtheit genutzt werden, werden als Schätzfunktionen bezeichnet. Der Vorgang der Hochrechnung wird als Schätzung bezeichnet, und der aus der Stichprobe errechnete Wert (prognostizierter Wert) ist der Schätzwert. Zweifelsohne ist dieser nur auf einem Teil der Grundgesamtheit basierende Schätzwert mit einem Fehler behaftet, dem sogenannten Stichprobenfehler.

#### 4.4 Genauigkeit (Stichprobenfehler)

Dieser Fehler entsteht dadurch, dass nicht die ganze Grundgesamtheit betrachtet wird. Bei einem Stichprobenverfahren kommt stets ein Schätzungsfehler (Extrapolationsfehler) vor, weil aus Stichprobendaten Rückschlüsse auf die Grundgesamtheit gezogen werden. Der Stichprobenfehler entspricht der Differenz zwischen dem anhand der Stichprobe hochgerechneten Parameter (Schätzwert) und dem tatsächlichen (unbekannten) Parameter der Grundgesamtheit (Wert des Fehlers). Er ist Ausdruck der Unsicherheit, die die Hochrechnung der Ergebnisse auf die Grundgesamtheit mit sich bringt. Ein Maß für diesen Fehler ist normalerweise die Genauigkeit oder **Präzision** der Schätzung. Sie hängt in erster Linie vom **Stichprobenumfang** und der **Streuung der Grundgesamtheit** ab und in geringerem Maße von der Größe der **Grundgesamtheit**.

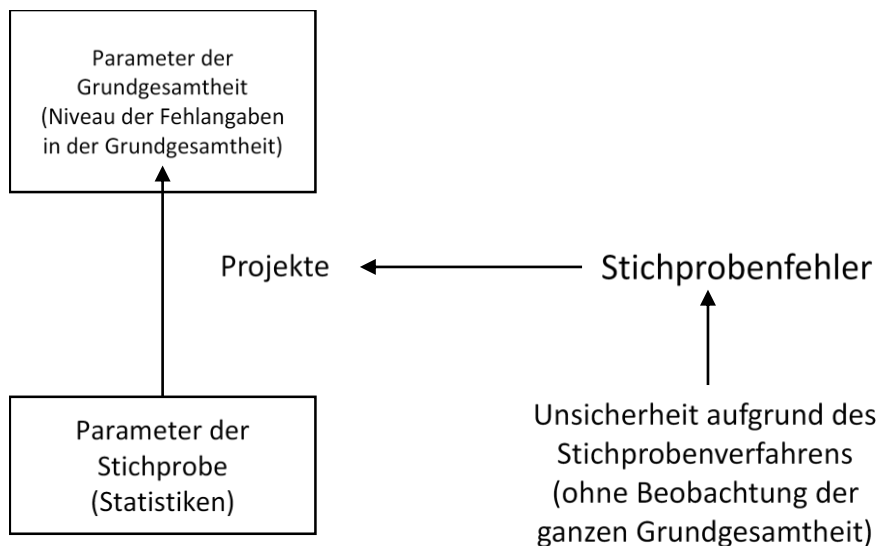


Abb. 4 Stichprobenfehler

Es sollte zwischen geplanter Genauigkeit und effektiver Genauigkeit (SE in den Formeln in Abschnitt 6) unterschieden werden. Während die geplante Genauigkeit der größtmögliche geplante Stichprobenfehler für die Ermittlung des Stichprobenumfangs ist (in der Regel die möglichst auf einen Wert unterhalb der Erheblichkeitsschwelle zu setzende Differenz zwischen dem maximal zulässigen Fehler und dem voraussichtlichen Fehler), entspricht der effektive Stichprobenfehler der Differenz zwischen dem anhand der Stichprobe hochgerechneten Parameter (Schätzwert) und dem tatsächlichen (unbekannten) Parameter der Grundgesamtheit (Wert des Fehlers) und ist Ausdruck der Unsicherheit, die die Hochrechnung der Ergebnisse auf die Grundgesamtheit mit sich bringt.

#### 4.5 Grundgesamtheit

Für Stichprobenzwecke umfasst die Grundgesamtheit die gegenüber der Kommission für Vorhaben im Rahmen eines Programms bzw. einer Gruppe von Programmen im Bezugszeitraum geltend gemachten Ausgaben, mit Ausnahme von negativen Stichprobenbestandteilen, wie unten in Abschnitt 4.6. erläutert. Alle in diesen Ausgaben enthaltenen Vorhaben sollten in der Grundgesamtheit enthalten sein, mit Ausnahme der Fälle, in denen die gemäß Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung und Artikel 28 Absatz 8 der Delegierten Verordnung (EU) Nr. 480/2014 der Kommission Regelungen für eine angemessene Kontrolle im Zusammenhang mit den im Programmplanungszeitraum 2014-2020 durchgeführten Stichproben Anwendung finden. Die Ausklammerung von Vorhaben aus der zu beprobenden Grundgesamtheit ist nach dem Rechtsrahmen für 2007-2013<sup>3</sup> nicht möglich, außer in Fällen höherer Gewalt<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> Dies bedeutet, dass die folgenden Ausgabenposten in die Grundgesamtheit, aus der die zufällige Stichprobe entnommen wird, eingeschlossen werden sollten und zum Zeitpunkt der Stichprobenerhebung

Die PB kann zur Steigerung der Effizienz der Prüfungen diese auf sonstige verwandte, für die ausgewählten Vorhaben gemeldete Ausgaben und im Hinblick auf den vorherigen Bezugszeitraum ausdehnen. Die Ergebnisse aus der Prüfung zusätzlicher Ausgaben außerhalb des Bezugszeitraums sind bei der Berechnung der Gesamtfehlerquote nicht zu berücksichtigen.

Generell gilt, dass für alle mit der Stichprobe ausgewählten Vorhaben auch alle der Kommission gemeldeten Ausgaben geprüft werden müssen. Wenn die ausgewählten Vorhaben jedoch eine hohe Anzahl an Auszahlungsanträgen oder Rechnungen beinhalten, **kann die PB ein zweistufiges Stichprobenverfahren anwenden**, wie unten in Abschnitt 7.6. erläutert.

In der Regel sollte die PB ihre Stichprobe aus **den gesamten geltend gemachten Ausgaben (d. h. öffentliche und private Ausgaben)** wählen, wie aus Artikel 17 Absatz 3 der Verordnung (EG) Nr. 1828/2006<sup>5</sup> und Artikel 127 Absatz 1 der Dachverordnung hervorgeht. In jedem Fall sollten die Prüfungen der Vorhaben die insgesamt geltend gemachten Ausgaben prüfen, wie aus Artikel 16 Absatz 2 und Artikel 17 Absatz 4 der Verordnung (EG) Nr. 1828/2006<sup>6</sup> und Artikel 27 Absatz 2 der Dachverordnung hervorgeht. Es ist jedoch bereits vorgekommen, dass eine PB die Stichprobe aus den geltend gemachten öffentlichen Ausgaben gewählt hat, und zwar mit dem Argument, dass der Beitrag aus dem Fonds auf dieser Grundlage gezahlt wird. Diese Praxis könnte sich aus einer fehlerhaften Auslegung der Bescheinigungsbehörde ergeben und dazu führen, dass die der Kommission vorgelegten Ausgabenanträge nur öffentliche Ausgaben enthalten, wohingegen das richtige Vorgehen wäre, gegenüber der Bescheinigungsbehörde immer die Gesamtausgaben geltend zu machen, auch wenn die Kofinanzierung auf der Grundlage der öffentlichen Ausgaben berechnet wird<sup>7</sup>.

Dies kann in dieser Situation und wenn die PB ein Stichprobenverfahren wählt, bei dem die Wahrscheinlichkeit in einem proportionalen Verhältnis zur Größe steht (d. h. MUS) zu zwei Arten von Problemen führen:

---

nicht ausgeschlossen werden sollten: (i) Vorhaben in Verbindung mit Finanzierungsinstrumenten (FEI); (ii) Projekte, die als „zu klein“ erachtet werden; (iii) Projekte, die in den Vorjahren geprüft worden sind oder Projekte, bei denen einer der Begünstigten in den Vorjahren geprüft worden ist; (iv) Projekte, die Berichtigungen in Form von Pauschalbeträgen unterliegen.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 7.6. des aktualisierten Leitfadens zur Behandlung von Fehlern (EGESIF\_15-0007-01 vom 9.10.2015) bezüglich der von der PB zu wählenden Vorgehensweise, wenn Belege für die in der Stichprobe enthaltenen Vorhaben infolge höherer Gewalt (z.B. Naturkatastrophen) verloren gegangen sind oder beschädigt wurden.

<sup>5</sup> Artikel 43 Absatz 3 der Verordnung (EG) Nr. 498/2007.

<sup>6</sup> Artikel 42 Absatz 2 und Artikel 43 Absatz 4 der Verordnung (EG) Nr. 498/2007.

<sup>7</sup> Dies ist auch für Prüfpfadzwecke erforderlich, da die vor Ort zu prüfenden Ausgaben auf Ebene des Begünstigten den insgesamt geltend gemachten Ausgaben entsprechen und nicht nur den öffentlichen Ausgaben; in der Regel werden Ausgabenposten durch öffentliche und private Fonds kofinanziert, und faktisch werden die Gesamtausgaben geprüft.

- a) Dieses Verfahren kann zu einer Verzerrung der Stichprobenergebnisse führen, weil Stichprobenbestandteile mit einem vergleichsweise hohen privaten Beitrag eine geringere Wahrscheinlichkeit aufweisen, ausgewählt zu werden.
- b) Der Umstand, dass die PB die Gesamtausgaben auf der Grundlage einer Stichprobe prüft, die ausschließlich aus öffentlichen Ausgaben stammt, kann dazu führen, dass die effektive Genauigkeit zu groß ist.

Im Hinblick auf Punkt a) oben könnte die PB, wenn sie die Stichprobe auf der Grundlage öffentlicher Ausgaben wählt, erwägen, ob die Erhebung einer ergänzenden Stichprobe aus dieser Teilgesamtheit erforderlich ist:

- falls es Ausgabenposten mit hohem Wert gibt<sup>8</sup>, die nicht in die Stichprobe einbezogen wurden (aufgrund des oben dargelegten Problems) und
- falls im Zusammenhang mit den geltend gemachten Ausgaben Risiken für diese Ausgabenposten vorliegen.

Im Hinblick auf Punkt b) oben deutet es, wenn die PB die Fehler auf die Gesamtausgaben hochrechnet und die obere Fehlergrenze über der Erheblichkeit liegt, d. h. die maximal zulässige Fehlerquote von 2 % überschreitet, auf eine mangelhafte Genauigkeit hin. Dies kann darauf hindeuten, dass die Stichprobenergebnisse uneindeutig sind und

- eine Neuberechnung des Konfidenzniveaus<sup>9</sup> notwendig ist oder, wenn dies nicht möglich ist,
- eine zusätzliche Stichprobe erforderlich ist<sup>10</sup>, und zwar dort, wo die effektive Genauigkeit über zwei Prozentpunkten liegt<sup>11</sup>.

Es wird darauf hingewiesen, dass **als allgemeine Vorgehensweise keine zusätzlichen Arbeiten in Erwägung gezogen werden müssen, wenn die effektive Genauigkeit (ULE – MLE) weniger als zwei Prozentpunkte beträgt und alle Informationen in Bezug auf das betreffende Programm berücksichtigt worden sind.**

#### 4.6 Negative Stichprobeneinheiten

Es kann vorkommen, dass negative Stichprobeneinheiten (Vorhaben oder Auszahlungsanträge) vorliegen, insbesondere aufgrund von Finanzkorrekturen durch nationale Behörden.

In diesem Fall müssen die negativen Stichprobeneinheiten in einer separaten Grundgesamtheit zusammengefasst und separat geprüft werden<sup>12</sup>, um zu verifizieren, ob

<sup>8</sup> Als Faustregel liegt ein „Posten mit hohem Wert“ vor, wenn die entsprechenden geltend gemachten Gesamtausgaben über dem Schwellenwert von 2 % der Gesamtausgaben für das Programm liegen.

<sup>9</sup> Vgl. Abschnitt 7.7 dieser Leitlinien.

<sup>10</sup> Vgl. Abschnitt 7.2.2 dieser Leitlinien.

<sup>11</sup> Vgl. letzter Absatz in Abschnitt 7.1. dieser Leitlinien.

der korrigierte Betrag dem entspricht, was Mitgliedstaat oder Kommission beschlossen haben. Gelangt die PB zu dem Schluss, dass der korrigierte Betrag unter dem beschlossenen Betrag liegt, ist dies im JKB zu melden, insbesondere wenn diese Nichtübereinstimmung auf Mängel in der Fähigkeit des Mitgliedstaats, Korrekturen vorzunehmen, hindeutet.

Bei der Berechnung der Gesamtfehlerquote berücksichtigt die PB in diesem Zusammenhang nur die in der Grundgesamtheit der positiven Beträge festgestellten Fehler, wobei es sich um den sowohl bei der Hochrechnung von Zufallsfehlern als auch der Gesamtfehlerquote zu berücksichtigenden Buchwert handelt. Vor der Berechnung der prognostizierten Fehlerquote sollte die Prüfbehörde untersuchen, ob die festgestellten Fehler im Bezugszeitraum bereits korrigiert wurden (d. h. wie oben dargestellt, in die Grundgesamtheit der negativen Beträge integriert wurden). Ist dies der Fall, sind sie bei der prognostizierten Fehlerquote nicht zu berücksichtigen.<sup>13</sup>

Konkret muss die PB in der Grundgesamtheit der zu prüfenden Stichprobeneinheiten (d. h. Vorhaben oder Auszahlungsanträge) diejenigen bestimmen, die einen Negativsaldo aufweisen und diese als separate Grundgesamtheit prüfen. Unter Verwendung von Vorhaben als Stichprobeneinheiten wird dieses Verfahren im Folgenden illustriert (dieselbe Logik gilt, wenn Auszahlungsanträge als Stichprobeneinheiten verwendet werden):

- Vorhaben X: 100 000 EUR (keine Korrekturen während des Bezugszeitraums);
- Vorhaben Y: 20 000 EUR => falls sich dieser Betrag aus 25 000 EUR abzüglich 5 000 EUR ergibt (aufgrund von Korrekturen/Abzügen während des Bezugszeitraums), muss die PB die 5 000 EUR nicht in der separaten Grundgesamtheit der negativen Beträge berücksichtigen;
- Vorhaben Z: **-5 000 EUR** (ergibt sich aus 10 000 EUR neuer Ausgaben im Bezugszeitraum abzüglich 15 000 EUR Korrekturen) => muss in der separaten Grundgesamtheit der negativen Beträge berücksichtigt werden;
- Für das Programm geltend gemachte Gesamtausgaben (Nettobetrag): 115 000 EUR (= 120 000 – 5 000);
- Grundgesamtheit, aus der die Zufallsstichprobe zu entnehmen ist: alle Vorhaben mit positiven Beträgen = X + Y (im Fall oben wären dies 120 000 EUR, wobei aus Gründen der Vereinfachung angenommen wird, dass das Programm aus den drei oben genannten Vorhaben besteht). Vorhaben Z muss separat geprüft werden.

---

<sup>12</sup> Natürlich kann die PB auch aus solch einer separaten Grundgesamtheit eine Stichprobe entnehmen, falls diese zu zahlreiche Posten enthält und dies zu einer hohen Arbeitsbelastung führen würde.

<sup>13</sup> Siehe auch Leitfaden zur Behandlung von Fehlern, in dem andere Fälle dargelegt werden, die einen Ausschluss bestimmter Fehler aus der Gesamtfehlerquote rechtfertigen.



Der oben erläuterte Ansatz legt nahe, dass die PB die negativen Beträge innerhalb der Stichprobeneinheit nicht als separate Grundgesamtheit identifizieren muss. In den meisten Fällen wäre dies nicht kostenwirksam<sup>14</sup>. Im Fall von Vorhaben Y könnte die PB daher den Betrag von 5 000 EUR in die negative Grundgesamtheit einschließen (was zur Aufnahme von 25 000 EUR in die positive Grundgesamtheit führen würde) oder, wie im Beispiel oben, 20 000 EUR in die positive Grundgesamtheit einbeziehen. Ein anderer Ansatz wäre der Abzug von Finanzkorrekturen/sonstigen negativen Beträgen, die sich auf den aktuellen Stichprobenzeitraum der positiven Grundgesamtheit beziehen, um zum Nettobetrag zu gelangen und die Beträge der Korrekturen/sonstigen negativen Beträge aus vorherigen Stichprobenzeiträumen in die Grundgesamtheit der negativen Beträge einzubeziehen.

Insbesondere für den Fall, dass Vorhaben Y eine Stichprobeneinheit aus dem aktuellen Stichprobenzeitraum bezeichnet und der negative Betrag von 5 000 EUR, der im aktuellen Stichprobenzeitraum aus den geltend gemachten Ausgaben abgezogen wurde, folgendes enthält:

- 4 000 EUR in Form von Finanzkorrekturen hinsichtlich der in den vorherigen Stichprobenzeiträumen geltend gemachten Ausgaben,
- 700 EUR in Form von Finanzkorrekturen hinsichtlich der im aktuellen Stichprobenzeitraum geltend gemachten Ausgaben,
- 300 EUR zur Korrektur eines Schreibfehlers hinsichtlich zu viel gemeldeter Ausgaben in den vorherigen Stichprobenzeiträumen,

könnte die PB 24 300 EUR (= 25 000 EUR – 700 EUR) in die positive Grundgesamtheit einbeziehen und den Betrag von 4 300 EUR (Finanzkorrekturen/künstliche negative Stichprobeneinheiten in Bezug auf die vorherigen Stichprobenzeiträume) in die negative Grundgesamtheit.

Insgesamt gibt es also drei Ansätze für die Trennung von positiven und negativen Stichprobeneinheiten:

- 1) Negative Beträge werden in die positive Grundgesamtheit einbezogen, falls die Summe der negativen und positiven Beträge innerhalb der Stichprobeneinheit positiv ist.
- 2) Alle positiven Beträge werden in die positive Grundgesamtheit und alle negativen Beträge werden in die negative Grundgesamtheit einbezogen.
- 3) Negative Beträge aus den vorherigen Stichprobenzeiträumen (wie z. B. Korrekturen der in den vorherigen Jahren geltend gemachten Beträge) werden in die negative Grundgesamtheit einbezogen, während negative Beträge zur Korrektur/Anpassung positiver Beträge in der positiven Grundgesamtheit des

---

<sup>14</sup> Die Ermittlung der negativen Beträge innerhalb der Stichprobeneinheit ist umso weniger zu empfehlen, wenn ein Unterstichprobenverfahren (oder ein zweistufiges Stichprobenverfahren) angewandt wird, da dies bedeuten würde, alle negativen Beträge innerhalb aller Stichprobeneinheiten jeder Unterstichprobe identifizieren zu müssen.

aktuellen Stichprobenzeitraums in die positive Grundgesamtheit einbezogen werden.

Aus Sicht der Kommission sind die Optionen 2 und 3 zu empfehlen. Option 1 ist akzeptabel, kann jedoch das Risiko bergen, dass Vorhaben oder Auszahlungsanträge, die im Bezugszeitraum der in den Vorjahren geltend gemachten Ausgaben Korrekturen unterliegen, eine geringere Wahrscheinlichkeit aufweisen, in die Stichprobe einbezogen/ausgewählt zu werden.

Sofern die IT-Systeme in den Mitgliedstaaten derart eingerichtet sind, dass sie Daten zu den negativen Beträgen innerhalb der Stichprobeneinheit liefern, obliegt es der PB zu erwägen, ob ein solches Maß an Genauigkeit im Stichprobenverfahren notwendig ist, um das oben bezeichnete Risiko zu mindern.

Falls die PB infolge der oben genannten Vorgehensweise das oben genannte Risiko als erheblich einstuft, sollte dies **im JKB offengelegt werden**. Dieses Risiko kann bei der Prüfung der negativen Beträge bewertet werden und es muss geschlussfolgert werden, dass eine erhebliche Anzahl an Elementen mit positiven Ausgaben in den negativen Stichprobeneinheiten enthalten sind. Auf der Grundlage ihres fachlichen Urteils sollte die PB bewerten, ob eine ergänzende Stichprobe (dieser positiven Ausgaben) notwendig ist, um ein solches Risiko zu vermeiden.

**Zum Zwecke der im JKB einbezogenen „Tabelle für geltend gemachte Ausgaben und Stichprobenprüfungen“ sollte die PB die Grundgesamtheit der positiven Beträge in der Spalte „Im Bezugszeitraum geltend gemachte Ausgaben“ darstellen. Die PB sollte im JKB einen Abgleich vorlegen zwischen den geltend gemachten Ausgaben (Nettobetrag) und der Grundgesamtheit, aus der die zufällige Stichprobe positiver Beträge genommen wurde.**

Die künstlichen negativen Stichprobeneinheiten (Schreibfehler, Stornobuchungen in der Rechnungslegung, die nicht mit Finanzkorrekturen übereinstimmen, Einnahmen aus einnehmenschaffenden Projekten und aus der Übertragung von Vorhaben aus einem Programm in ein anderes (oder innerhalb eines Programms), die nicht im Zusammenhang mit entdeckten Unregelmäßigkeiten dieses Vorhabens stehen), sollten nicht vom Stichprobenverfahren ausgeschlossen werden. Die PB könnte sich dafür entscheiden, sie ähnlich zu behandeln wie im Fall von Finanzkorrekturen und sie in die negative Grundgesamtheit einzubeziehen. Alternativ könnte eine Stichprobe solcher Einheiten aus einer spezifischen Grundgesamtheit der künstlichen negativen Stichprobeneinheiten ausgewählt werden. Die Bescheinigungsbehörde sollte die Art der negativen Stichprobeneinheiten regelmäßig aufzeichnen (insbesondere, um eine Unterscheidung zwischen Finanzkorrekturen, die aus Unregelmäßigkeiten herrühren, und künstlichen negativen Stichprobeneinheiten zu ermöglichen), um sicherzustellen, dass nur Finanzkorrekturen in die jährliche Berichterstattung über Einbehaltungen und Wiedereinzahlungen gemäß Artikel 20 der Verordnung (EG) Nr. 1828/2006 einbezogen

werden (für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 ist diese Berichterstattung in der Rechnungslegung enthalten). Daher sollte die Prüfung der negativen Stichprobeneinheiten eine Überprüfung der Richtigkeit solcher Einträge in den ausgewählten Einheiten umfassen.

Es ist zu beachten, dass von der PB nicht erwartet wird, dass sie die Fehlerquote auf der Grundlage der Ergebnisse der Prüfung der negativen Stichprobeneinheiten berechnet. Dennoch wird empfohlen, die negativen Stichprobeneinheiten zufällig auszuwählen. Finanzkorrekturen, die aus von der PB oder der EG entdeckten Unregelmäßigkeiten herrühren und laufend von der PB überwacht werden, könnten von der zufälligen Stichprobe der negativen Einheiten ausgeschlossen werden. Falls die PB in Anbetracht der spezifischen Probleme in Erwägung zieht, einen risikoorientierten Ansatz zu bevorzugen, wird empfohlen, einen gemischten Ansatz zu verwenden, bei dem zumindest ein Teil der negativen Stichprobeneinheiten zufällig ausgewählt wird.

Die Prüfung der negativen Stichprobeneinheiten kann in die Prüfung der Rechnungslegung für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 einbezogen werden.

#### **4.7 Schichtung**

Eine Schichtung liegt dann vor, wenn die Grundgesamtheit in Teilgesamtheiten („Schichten“) unterteilt wird und aus jeder Schicht unabhängige Stichproben gezogen werden.

Mit der Schichtung werden zwei Hauptziele verfolgt: Zum einen ermöglicht sie in der Regel eine höhere Genauigkeit (bei gleichem Stichprobenumfang) oder eine Verringerung des Stichprobenumfangs (bei gleichem Genauigkeitsgrad); zum anderen gewährleistet sie, dass in der Stichprobe alle Teilgesamtheiten vertreten sind, die den einzelnen Schichten entsprechen.

Wird mit unterschiedlichen Fehlerniveaus (Fehlangaben) für verschiedene Gruppen in der Grundgesamtheit gerechnet (z. B. nach Programm, Region, zwischengeschalteter Stelle, Risiko des Vorhabens), sind diese Einteilungskategorien gut für eine Schichtung geeignet.

Für die einzelnen Schichten können unterschiedliche Stichprobenverfahren angewandt werden. Beispielsweise ist es üblich, bei den hochwertigen Elementen eine 100%ige Prüfung vorzunehmen und ein statistisches Stichprobenverfahren für die Prüfung einer Stichprobe aus den verbleibenden Elementen mit niedrigerem Wert einzusetzen, die eine zusätzliche Schicht bzw. zusätzliche Schichten bilden. Das ist dann hilfreich, wenn die Grundgesamtheit einige herausragende Elemente enthält, weil auf diese Weise die Streuung in jeder Schicht verringert wird und damit eine höhere Genauigkeit (oder eine Verringerung des Stichprobenumfangs) möglich ist.

#### **4.8 Stichprobeneinheit**

Im Programmplanungszeitraum 2014-2020 wird die Bestimmung der Stichprobeneinheit durch die Delegierte Verordnung der Kommission Nr. 480/2013 geregelt. Insbesondere Artikel 28 dieser Verordnung legt fest:

*„Die Stichprobeneinheit wird von der Prüfbehörde anhand fachlicher Kriterien festgelegt. Die Stichprobeneinheit kann ein Vorhaben, ein Projekt innerhalb eines Vorhabens oder ein Auszahlungsantrag eines Begünstigten sein.“*

Sofern die PB entschieden hat, ein Vorhaben als Stichprobeneinheit zu nutzen, und die Anzahl der Vorhaben innerhalb eines Bezugszeitraums reicht nicht aus, um eine statistische Methode anzuwenden (der Grenzwert dafür liegt zwischen 50 und 150 Einheiten der Grundgesamtheit), so können Auszahlungsanträge als Stichprobeneinheiten verwendet werden, um die Grundgesamtheit bis auf den Grenzwert zu vergrößern, damit ein statistisches Stichprobenverfahren angewandt werden kann.

Angesichts des für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 vorgesehenen Rechtsrahmens kann die PB auch entweder Vorhaben (Projekte) oder die Auszahlungsanträge eines Begünstigten als Stichprobeneinheit im Programmplanungszeitraum 2007-2013 nutzen.

#### **4.9 Erheblichkeit**

Eine Erheblichkeitsschwelle von maximal 2 % gilt für Ausgaben, die im Bezugszeitraum bei der Kommission geltend gemacht werden (positive Grundgesamtheit). Die PB kann zu Planungszwecken eine Absenkung der Erheblichkeitsschwelle erwägen (zulässiger Fehler). Die Erheblichkeit wird verwendet:

- als Schwellenwert zum Vergleich des prognostizierten Fehlers bei den Ausgaben
- zur Festlegung des zulässigen/vertretbaren Fehlers, der für die Ermittlung des Stichprobenumfangs angewandt wird.

#### **4.10 Zulässiger Fehler und geplante Genauigkeit**

Der zulässige Fehler ist die höchstzulässige Fehlerquote in der Grundgesamtheit in einem bestimmten Bezugszeitraum. Bei einer Erheblichkeitsschwelle von 2 % beträgt daher der maximal zulässige Fehler 2 % der Ausgaben, die bei der Kommission für den Bezugszeitraum geltend gemacht wurden.

Die geplante Genauigkeit ist der größtmögliche Stichprobenfehler, der zur Hochrechnung der Fehler in einem bestimmten Bezugszeitraum akzeptiert wird, d. h.

die maximale Abweichung zwischen dem wahren Fehler der Grundgesamtheit und der anhand von Stichprobendaten vorgenommenen Hochrechnung. Sie sollte vom Prüfer auf einen Wert unterhalb des zulässigen Fehlers gesetzt werden, da ansonsten die Gefahr hoch ist, dass die Ergebnisse der Stichprobenprüfungen der Vorhaben nicht schlüssig sind und eine ergänzende oder zusätzliche Stichprobe erforderlich wird.

Beispielsweise beträgt für eine Grundgesamtheit mit einem Gesamtbuchwert von 10 000 000 EUR der entsprechende zulässige Fehler 200 000 EUR (2 % des Gesamtbuchwerts). Beläuft sich der prognostizierte Fehler auf 5000 EUR und setzt der Prüfer die Genauigkeit auf exakt 200 000 EUR (Ursache für diesen Fehler ist die ausschließliche Betrachtung eines kleinen Teils der Grundgesamtheit, d. h. der Stichprobe), liegt die obere Fehlergrenze (Obergrenze des Konfidenzintervalls) bei rund 205 000 EUR. Das ist kein schlüssiges Ergebnis, da einem sehr geringen prognostizierten Fehler eine Obergrenze gegenübersteht, die über der Erheblichkeitsschwelle liegt.

Die Bestimmung der geplanten Genauigkeit erfolgt am besten als Differenz zwischen dem zulässigen Fehler und dem voraussichtlichen Fehler (dem prognostizierten Fehler, den der Prüfer am Ende der Prüfung vorzufinden erwartet). Maßgeblich für den voraussichtlichen Fehler ist natürlich das fachliche Urteil des Prüfers, unterstützt durch die Nachweise aus der Prüftätigkeit in vorangegangenen Jahren in Bezug auf die gleiche oder eine ähnliche Grundgesamtheit oder aus einer Vorab-/Pilotstichprobe.

Zu beachten ist, dass die Wahl eines realistischen voraussichtlichen Fehlers wichtig ist, da der Stichprobenumfang sehr stark von diesem Wert abhängig ist. Siehe auch Abschnitt 7.1.

Abschnitt 6 enthält genaue Formeln zur Verwendung bei der Bestimmung des Stichprobenumfangs.

#### **4.11 Streuung**

Die Streuung der Grundgesamtheit ist ein Parameter, der den Stichprobenumfang sehr stark beeinflusst. Normalerweise wird die Streuung anhand eines als Standardabweichung<sup>15</sup> bezeichneten Parameters gemessen und mit  $\sigma$  angegeben. Bei einer Grundgesamtheit von 100 Vorhaben beispielsweise, die alle das gleiche Fehlerniveau von 1 000 000 EUR (durchschnittlicher Fehler von  $\mu = 1 000 000$  EUR)

---

<sup>15</sup> Die Standardabweichung ist ein Maß für die Streuung der Grundgesamtheit um ihren Mittelwert. Sie kann anhand von Fehlern oder von Buchwerten berechnet werden. Bei der Berechnung anhand der Grundgesamtheit wird sie normalerweise mit  $\sigma$  angegeben, bei der Berechnung anhand der Stichprobe mit  $s$ . Je größer die Standardabweichung, desto heterogener ist die Grundgesamtheit (oder die Stichprobe). Die Varianz ist das Quadrat der Standardabweichung.

haben, besteht keine Streuung (die Standardabweichung der Fehler ist Null). Jedoch ist bei einer Grundgesamtheit von 100 Vorhaben, von denen 50 zusammen einen Fehler von 0 EUR und die übrigen 50 jeweils einen Fehler von 2 000 000 EUR aufweisen (der gleiche durchschnittliche Fehler von  $\mu = 1\,000\,000$  EUR), die Standardabweichung der Fehler hoch (1 000 000 EUR).

**Für die Prüfung einer Grundgesamtheit mit niedriger Streuung wird ein kleinerer Stichprobenumfang benötigt als bei einer Grundgesamtheit mit hoher Streuung.** Im Extremfall des ersten Beispiels (mit einer Varianz von 0) wäre eine Stichprobe bestehend aus einem Vorhaben ausreichend, um den Fehler der Grundgesamtheit exakt hochzurechnen.

Die Standardabweichung ( $s$ ) ist das gebräuchlichste Maß für die Streuung, da sie leichter verständlich ist als die Varianz ( $s^2$ ). Sie wird in den Einheiten der Variablen angegeben, deren Streuung mit ihr gemessen werden soll. Die Varianz hingegen ist das Quadrat der Einheiten der Variablen, deren Streuung sie misst, und sie ist der einfache Durchschnitt der Quadrate der Abweichung der Variablenwerte vom Mittelwert<sup>16</sup>:

$$\text{Varianz: } s^2 = \frac{1}{\# \text{ der Einheiten}} \sum_{i=1}^{\# \text{ der Einheiten}} (V_i - \bar{V})^2$$

wobei  $V_i$  die einzelnen Werte der Variablen  $V$  und  $\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{\# \text{ der Einheiten}} V_i}{\# \text{ der Einheiten}}$  den mittleren Fehler bezeichnen.

Die Standardabweichung ist einfach die Quadratwurzel der Varianz:

$$s = \sqrt{s^2}$$

Die Standardabweichung der Fehler bei den am Anfang dieses Abschnitts genannten Beispielen kann wie folgt berechnet werden:

- a) Fall 1
  - a.  $N = 100$
  - b. Alle Vorhaben weisen das gleiche Fehlerniveau von 1 000 000 EUR auf.
  - c. Mittlerer Fehler
 
$$\frac{\sum_{i=1}^{100} 1\,000\,000}{100} = \frac{100 \times 1\,000\,000}{100} = 1\,000\,000$$
  - d. Standardabweichung der Fehler

---

<sup>16</sup> Immer wenn die Varianz anhand von Stichprobendaten berechnet wird, sollte sie die alternative Formel  $s^2 = \frac{1}{\# \text{ der Einheiten} - 1} \sum_{i=1}^{\# \text{ der Einheiten}} (V_i - \bar{V})^2$  umfassen, die dazu genutzt werden sollte, den bei der Schätzung verlorenen Freiheitsgrad auszugleichen.

$$s = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (1\,000\,000 - 1\,000\,000)^2} = 0$$

b) Fall 2

a.  $N = 100$

b. 50 Vorhaben weisen einen Fehler von 0 EUR und 50 Vorhaben einen Fehler von 2 000 000 EUR auf.

c. Mittlerer Fehler

$$\frac{\sum_{i=1}^{50} 0 + \sum_{i=1}^{50} 2\,000\,000}{100} = \frac{50 \times 2\,000\,000}{100} = 1\,000\,000$$

d. Standardabweichung der Fehler

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{100} \left( \sum_{i=1}^{50} (0 - 1\,000\,000)^2 + \sum_{i=1}^{50} (2\,000\,000 - 1\,000\,000)^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{50 \times 1\,000\,000^2 + 50 \times 1\,000\,000^2}{100}} \\ &= \sqrt{1\,000\,000^2} = 1\,000\,000 \end{aligned}$$

#### 4.12 Konfidenzintervall und obere Fehlergrenze

Das Konfidenzintervall ist das Intervall, das mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit (als Konfidenzniveau bezeichnet) den wahren (unbekannten) Wert der Grundgesamtheit (Fehler) enthält. Das Konfidenzintervall wird allgemein folgendermaßen ausgedrückt:

$$[EE - SE; EE + SE]$$

wobei

- EE den prognostizierten oder extrapolierten Fehler bezeichnet, der dem Begriff der wahrscheinlichsten Fehlerquote (MLE) beim MUS entspricht;
- SE die Genauigkeit (Stichprobenfehler) bezeichnet.

Der prognostizierte/extrapolierte Fehler (EE) und die obere Fehlergrenze (EE + SE) sind die beiden wichtigsten Faktoren, anhand derer geschlussfolgert werden kann, ob in Bezug auf eine Grundgesamtheit von Vorhaben wesentliche Fehlangaben gemacht wurden oder nicht<sup>17</sup>. Natürlich kann die ULE nur bei Verwendung eines statistischen

---

<sup>17</sup> Mit statistischen Methoden kann auch die untere Fehlergrenze berechnet werden, die für die Bewertung von Ergebnissen weniger bedeutsam ist. Daher konzentrieren sich andere statistische Modelle insbesondere auf den prognostizierten (wahrscheinlichsten) Fehler und die obere Fehlergrenze.

Stichprobenverfahrens berechnet werden; bei nichtstatistischen Verfahren ist der EE folglich immer die beste Schätzung des Fehlers in der Grundgesamtheit.

Bei der Verwendung von statistischen Stichprobenverfahren können die folgenden Situationen entstehen:

- Liegt der EE über der Erheblichkeitsschwelle (nachfolgend der Einfachheit halber „2 %“), schlussfolgert die Prüfbehörde, dass ein wesentlicher Fehler vorliegt.
- Sind sowohl der EE als auch die ULE niedriger als 2 %, schlussfolgert die Prüfbehörde, dass die Grundgesamtheit ausgehend von der festgelegten Höhe des Stichprobenrisikos nicht mehr als 2 % Fehlangaben enthält.
- Liegt der EE unter 2 %, die ULE jedoch über 2 %, schlussfolgert die Prüfbehörde, dass zusätzliche Arbeit erforderlich ist. Dabei kann es sich gemäß der INTOSAI-Leitlinie Nr. 23<sup>18</sup> um Folgendes handeln:
  - *„Aufforderung der geprüften Stelle zur Untersuchung der aufgedeckten Fehler/Ausnahmen und zur Ermittlung des weiteren Fehler-/Ausnahmepotentials. Dies führt möglicherweise dazu, dass die Stelle bereit ist, Berichtigungen an den Rechnungsabschlüssen vorzunehmen.*
  - *Durchführung weiterer Prüfungen, um den Stichprobenfehler und die bei der Bewertung der Ergebnisse aufgrund des wahrscheinlichen Stichprobenfehlers vorhandene Unsicherheit zu verringern.*
  - *Anwendung alternativer Prüfungsverfahren, um zusätzliche Bestätigung zu erhalten.“*

Die PB sollte sich bei der Auswahl einer der oben genannten Optionen auf ihr fachliches Urteil stützen und diese im JKB vermelden.

Es wird darauf hingewiesen, dass sich eine ULE von deutlich mehr als 2 % in den meisten Fällen vermeiden oder verringern lässt, wenn die Prüfbehörde bei der Berechnung des ursprünglichen Stichprobenumfangs einen realistischen voraussichtlichen Fehler in Betracht zieht (genauere Ausführungen dazu siehe Abschnitt 7.1 und 7.2.2 unten).

Bei der dritten Variante (prognostizierter Fehler unter 2 %, ULE jedoch über 2 %) könnte die Prüfbehörde in einigen Fällen feststellen, dass die Ergebnisse auch bei einem niedrigeren Konfidenzniveau als ursprünglich geplant immer noch schlüssig sind. **Ist dieses neu berechnete Konfidenzniveau mit einer Bewertung der Qualität der Verwaltungs- und Kontrollsysteme nach wie vor vereinbar, könnte sogar ohne weitere Prüfarbeiten mit Sicherheit geschlussfolgert werden, dass die Grundgesamtheit keine wesentlichen Fehlangaben enthält.** Erläuterungen zur Neuberechnung der Konfidenzniveaus finden sich in Abschnitt 7.7.

---

<sup>18</sup> siehe [http://www.eca.europa.eu/Lists/ECADocuments/GUIDELINES/GUIDELINES\\_EN.PDF](http://www.eca.europa.eu/Lists/ECADocuments/GUIDELINES/GUIDELINES_EN.PDF)



### 4.13 Konfidenzniveau

In der Verordnung sind mit Blick auf die Bestimmung des Stichprobenumfangs für vertiefte Prüfungen Festlegungen zum Konfidenzniveau getroffen worden.

Da der Umfang der Stichprobe vom Konfidenzniveau direkt beeinflusst wird, zielt die Verordnung eindeutig darauf ab, dass für Systeme mit einer feststehenden niedrigen Fehlerquote (und somit hoher Sicherheit) die Möglichkeit gegeben sein soll, das Arbeitspensum zu reduzieren, es für Systeme mit einer potenziell hohen Fehlerquote (und somit niedriger Sicherheit) jedoch möglich sein muss, eine höhere Zahl von Elementen zu prüfen.

Am einfachsten ausgedrückt, bezeichnet das Konfidenzniveau die Wahrscheinlichkeit, dass ein anhand der Stichprobendaten erstelltes Konfidenzintervall den wahren (unbekannten) Fehler der Grundgesamtheit enthält. Beträgt beispielsweise der prognostizierte Fehler in der Grundgesamtheit 6 000 000 EUR und das Intervall zum Konfidenzniveau 90 % ist

[5 000 000 EUR; 7 000 000 EUR],

so heißt das, dass der wahre (jedoch unbekannt) Fehler der Grundgesamtheit mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % zwischen diesen beiden Grenzwerten liegt. Die Auswirkungen dieser strategischen Entscheidungen auf die Planung der Prüfungen und die Stichprobenprüfung der Vorhaben werden in den folgenden Kapiteln erläutert.

### 4.14 Fehlerquote

Die **Stichprobenfehlerquote** wird berechnet als Quotient aus dem Gesamtfehler in der Stichprobe und dem Gesamtbuchwert der Elemente der Stichprobe, die **prognostizierte Fehlerquote** ist der Quotient aus dem **prognostizierten Fehler der Grundgesamtheit** und dem Gesamtbuchwert. Erneut ist zu beachten, dass der Stichprobenfehler als solcher nicht von Interesse ist, da er lediglich als Instrument zur Berechnung des prognostizierten Fehlers gesehen werden sollte<sup>19</sup>.

---

<sup>19</sup> Bei einigen Stichprobenverfahren, nämlich denen auf der Grundlage der Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit, kann die Stichprobenfehlerquote zur Hochrechnung der Fehlerquote der Grundgesamtheit verwendet werden.

## **5 Stichprobenverfahren für die Prüfung von Vorhaben**

### **5.1 Übersicht**

Im Rahmen der Prüfung von Vorhaben dient das Stichprobenverfahren dazu, die zu prüfenden Vorhaben für Einzelfallprüfungen auszuwählen, wobei die Grundgesamtheit die gegenüber der Kommission für Vorhaben im Rahmen eines Programms bzw. einer Gruppe von Programmen geltend gemachten Ausgaben im Bezugszeitraum umfasst.

Abbildung 5 enthält eine Zusammenfassung der bei Prüfungen am häufigsten verwendeten Stichprobenverfahren.

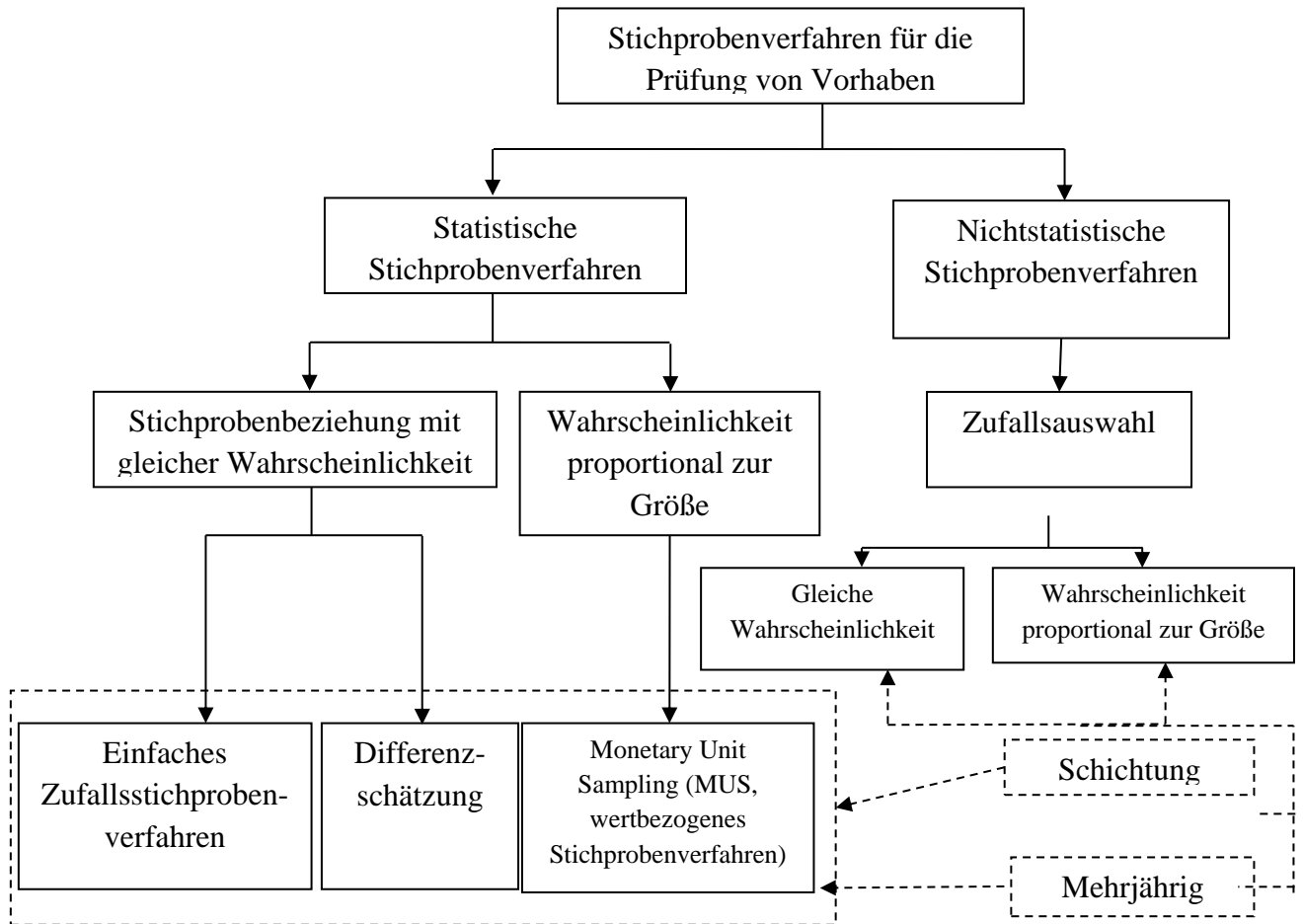


Abb. 5 Stichprobenverfahren zur Prüfung von Vorhaben

Wie bereits vermerkt, wird bei den Stichprobenverfahren zunächst zwischen statistischen und nichtstatistischen Verfahren unterschieden.

In Abschnitt 5.2 werden die Bedingungen für die Anwendung der verschiedenen Stichprobenpläne dargelegt und auf die spezifischen Extremsituationen verwiesen, in denen nichtstatistische Stichprobenverfahren zulässig sind.

Bei den statistischen Verfahren unterscheiden sich die Methoden hauptsächlich nach der Auswahlwahrscheinlichkeit: Es gibt Methoden mit gleicher Auswahlwahrscheinlichkeit (einschließlich einfacher Zufallsstichprobenverfahren und Differenzschätzung) und Methoden mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, von denen insbesondere das bekannte wertbezogene Stichprobenverfahren (MUS) zu nennen ist.

Beim wertbezogenen Stichprobenverfahren (MUS) ist die Wahrscheinlichkeit de facto proportional zur Größe (PPS). Die Vorhaben werden demnach mit Wahrscheinlichkeiten ausgewählt, die ihrem Geldwert proportional sind. Je höher der Geldwert, umso höher die Wahrscheinlichkeit der Auswahl. Günstige Bedingungen für

die Anwendung der einzelnen spezifischen Methoden werden, wie bereits festgestellt, im folgenden Abschnitt diskutiert.

Ungeachtet des gewählten spezifischen Stichprobenverfahrens sollte die Prüfung der Vorhaben immer nach folgendem grundlegenden Ablauf durchgeführt werden:

1. **Festlegung der Ziele der vertieften Prüfungen:** normalerweise die Ermittlung der Fehlerquote der bei der Kommission geltend gemachten Ausgabenaufstellungen für ein bestimmtes Jahr und für ein Programm (oder eine Gruppe von Programmen) auf der Grundlage einer Hochrechnung anhand einer Stichprobe.
2. **Festlegung der Grundgesamtheit:** die der Kommission geltend gemachten Ausgabenaufstellungen für ein bestimmtes Jahr für ein Programm oder für eine Gruppe von Programmen, und die **Stichprobeneinheit**, d.h. das für die Stichprobe zu ziehende Element (normalerweise das Vorhaben, jedoch sind auch andere Möglichkeiten wie beispielsweise die Auszahlungsanträge denkbar).
3. **Festlegung der Parameter der Grundgesamtheit:** beinhaltet die Festlegung des zulässigen Fehlers (2 % der bei der Kommission geltend gemachten Ausgaben), des voraussichtlichen Fehlers (wie er vom Prüfer erwartet wird), des Konfidenzniveaus (unter Berücksichtigung des Prüfungsrisikomodells) und (normalerweise) eines Maßes der Streuung der Grundgesamtheit.
4. **Festlegung des Stichprobenumfangs** entsprechend dem verwendeten Stichprobenverfahren. Es ist unbedingt zu beachten, dass der endgültige Stichprobenumfang immer auf die nächstliegende ganze Zahl aufgerundet wird<sup>20</sup>.
5. **Auswahl der Stichprobe und Durchführung der Prüfung.**
6. **Hochrechnung der Ergebnisse, Berechnung der Genauigkeit und Ziehen von Schlussfolgerungen:** beinhaltet die Berechnung der Genauigkeit und des prognostizierten Fehlers und den Vergleich dieser Ergebnisse mit der Erheblichkeitsschwelle.

Diese Grundstruktur wird durch die Wahl eines bestimmten Stichprobenverfahrens, das eine Formel zur Ermittlung des Stichprobenumfangs und einen Rahmen für die Hochrechnung der Ergebnisse vorsieht, verfeinert.

Zu beachten ist auch, dass die spezifischen Formeln zur Ermittlung des Stichprobenumfangs in Abhängigkeit vom gewählten Stichprobenverfahren unterschiedlich sind. Drei Parameter jedoch sind für den Stichprobenumfang, unabhängig vom gewählten Verfahren, maßgeblich:

---

<sup>20</sup> Falls der Stichprobenumfang für verschiedene Schichten und Zeiträume berechnet wird, so ist es akzeptabel, dass die Stichprobenumfänge für einige Schichten/Zeiträume nicht aufgerundet werden, sofern der allgemeine Stichprobenumfang aufgerundet wird.

- Das Konfidenzniveau (je höher das Konfidenzniveau umso größer der Stichprobenumfang).
- Die Streuung der Grundgesamtheit<sup>21</sup> (d. h. wie variabel die Werte der Grundgesamtheit sind; wenn alle Vorhaben in der Grundgesamtheit ähnliche Fehlerwerte aufweisen, wird von einer geringeren Streuung ausgegangen als bei einer Grundgesamtheit, bei der die Vorhaben höchst unterschiedliche Fehlerwerte haben). Je höher die Streuung der Grundgesamtheit umso größer der Stichprobenumfang.
- Die vom Prüfer festgelegte geplante Genauigkeit; die geplante Genauigkeit ist normalerweise die Differenz zwischen dem zulässigen Fehler von 2 % der Ausgaben und dem voraussichtlichen Fehler. Angenommen, der voraussichtliche Fehler liegt unter 2 %, dann ist der Stichprobenumfang umso größer, je größer der voraussichtliche Fehler (oder je kleiner die geplante Genauigkeit) ist.

Spezifische Formeln zur Ermittlung des Stichprobenumfangs werden in Abschnitt 6 angeboten. Als Faustregel jedoch gilt, dass niemals Stichproben mit weniger als 30 Einheiten verwendet werden sollten (damit die für die Konfidenzintervallbestimmung herangezogenen Annahmen zur Verteilung aufrechterhalten werden können).

## 5.2 Bedingungen für die Anwendung von Stichprobendesigns

Vorab ist in Bezug auf die Entscheidung für eine Methode zur Auswahl der zu prüfenden Vorhaben zu erwähnen, dass – auch wenn diese Entscheidung von zahlreichen Kriterien beeinflusst wird – aus statistischer Sicht die Erwartung hinsichtlich der Fehlerstreuung und ihres Zusammenhangs mit den Ausgaben am wichtigsten ist.

In der nachstehenden Tabelle sind in Abhängigkeit von den Kriterien die geeignetsten Methoden aufgeführt.

---

<sup>21</sup> Die Berechnung der Stichprobeneinheit im vorsichtigen MUS-Ansatz hängt nicht von einem der Parameter im Zusammenhang mit der Streuung der Grundgesamtheit ab.

<b>Stichprobenverfahren</b>	<b>Günstige Bedingungen</b>
MUS-Standardansatz	Fehler haben eine hohe Streuung <sup>22</sup> und verhalten sich nahezu proportional zur Ausgabenhöhe (d. h. die Streuung der Fehlerquoten ist gering). Die Werte der Ausgaben pro Vorhaben zeigen eine hohe Streuung.
Vorsichtiger MUS-Ansatz	Fehler haben eine hohe Streuung und verhalten sich nahezu proportional zur Ausgabenhöhe. Die Werte der Ausgaben pro Vorhaben zeigen eine hohe Streuung. Es wird von einem niedrigen Fehleranteil ausgegangen <sup>23</sup> . Die voraussichtliche Fehlerquote muss unter 2 % liegen.
Differenzschätzung	Fehler sind relativ konstant oder haben eine geringe Streuung. Es muss eine Schätzung der korrigierten Gesamtausgaben in der Grundgesamtheit vorgenommen werden.
Einfaches Zufallsstichprobenverfahren	Allgemeines vorgeschlagenes Verfahren für die Fälle, in denen die zuvor genannten Bedingungen nicht zutreffen. Kann zusammen mit der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder der Verhältnisschätzung angewendet werden (Abschnitt 6.1.1.3 enthält Anleitungen für die Entscheidung zwischen diesen beiden Schätzmethoden).
Nichtstatistische Verfahren	Wenn die Anwendung des statistischen Verfahrens nicht möglich ist (siehe Diskussion im Folgenden).
Schichtung	Kann in Kombination mit jeder der obengenannten Methoden angewendet werden. Sie ist immer dann besonders hilfreich, wenn bei der Fehlerquote mit sehr großen Unterschieden zwischen Gruppen der Grundgesamtheit (Teilgesamtheiten) gerechnet wird.

Tabelle 2. Günstige Bedingungen für die einzelnen Stichprobenverfahren

Zwar sollten die bislang erteilten Ratschläge befolgt werden, jedoch kann keines der genannten Verfahren als das einzig geeignete oder gar als das „beste Verfahren“ eingestuft werden. Generell sind alle anwendbar. Fällt die Entscheidung dabei auf ein Verfahren, das für die betreffende Sachlage nicht das am besten geeignete ist, so muss

<sup>22</sup> Eine hohe Streuung bedeutet, dass die Fehler bei den Vorhaben nicht vergleichbar sind, d. h. es kommen kleine und große Fehler vor. Das Gegenstück dazu sind Fälle, bei denen alle Fehler mehr oder weniger den gleichen Wert haben (vgl. Abschnitt 4.11).

<sup>23</sup> Da der vorsichtige MUS-Ansatz auf einer Verteilung für seltene Ereignisse basiert, ist er besonders dann geeignet, wenn der Quotient aus der Anzahl der Fehler und der Gesamtanzahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit (Fehleranteil) voraussichtlich niedrig ist.

der Stichprobenumfang größer sein als bei Verwendung eines besser geeigneten Verfahrens. Es wird jedoch immer möglich sein, durch eines der Verfahren eine repräsentative Stichprobe zu ziehen, sofern von einem angemessenen Stichprobenumfang ausgegangen wird.

Zu beachten ist in diesem Zusammenhang, dass bei allen Stichprobenverfahren die Möglichkeit der Schichtung besteht. Mithilfe der Schichtung lässt sich eine Grundgesamtheit in Gruppen (Schichten) aufteilen, die homogener sind (eine geringere Streuung aufweisen) als die Grundgesamtheit selbst. Statt einer Grundgesamtheit mit hoher Streuung stehen dann zwei oder mehr Teilgesamtheiten mit niedrigerer Streuung zur Verfügung. Auf die Schichtung sollte zurückgegriffen werden, um **die Streuung zu verringern oder Fehler generierende Teilmengen der Grundgesamtheit zu isolieren**. In beiden Fällen verringert sich der Umfang der benötigten Stichprobe.

Wie bereits festgestellt, sollten mithilfe statistischer Stichprobenverfahren Schlussfolgerungen zum Fehlerbetrag in einer Grundgesamtheit gezogen werden. Es gibt jedoch auch spezielle Fälle, in denen nach fachlichem Urteil der Prüfbehörde ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren in Übereinstimmung mit international anerkannten Prüfstandards angewendet werden kann.

In der Praxis beziehen sich diese speziellen Situationen, die die Anwendung nichtstatistischer Stichprobenverfahren rechtfertigen, auf die Größe der Grundgesamtheit. In der Tat kann es vorkommen, dass eine extrem kleine Grundgesamtheit vorliegt, deren Umfang die Anwendung statistischer Verfahren nicht erlaubt (die Grundgesamtheit ist kleiner als oder beinahe so groß wie der empfohlene Stichprobenumfang)<sup>24</sup>.

Die Prüfbehörde muss nach Möglichkeit eine ausreichend große Grundgesamtheit schaffen, etwa indem Programme, die zu einem gemeinsamen System gehören, zusammengefasst und/oder regelmäßige Auszahlungsanträge der Begünstigten als Einheit gewählt werden. Die PB sollte zudem beachten, dass selbst in einer extremen Situation, wenn zu Beginn des Programmzeitraums der statistische Ansatz nicht möglich ist, dieser angewendet werden sollte, sobald die Voraussetzungen gegeben sind.

### 5.3 Bezeichnungen

Bevor die wichtigsten Stichprobenverfahren für die Prüfung von Vorhaben dargelegt werden, sollen zunächst einige damit zusammenhängende Begriffe definiert werden, die bei allen Verfahren anzutreffen sind. Es gilt Folgendes:

---

<sup>24</sup> Vgl. Abschnitt 6.4.1.

- $z$  ist ein Parameter aus der Normalverteilung, der mit dem Konfidenzniveau im Zusammenhang steht, das mithilfe von Systemprüfungen ermittelt wird. Die möglichen Werte von  $z$  werden in der folgenden Tabelle angegeben. Eine vollständige Tabelle mit Werten der Normalverteilung ist in Anhang 3 enthalten.

Konfidenzniveau	60 %	70 %	80 %	90 %	95 %
Systemsicherheitsniveau	hoch	Moderat	Moderat	niedrig	Keine Sicherheit
$z$	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960

Tabelle 3. Werte von  $z$  nach Konfidenzniveau

- $N$  ist die Größe der Grundgesamtheit (z. B. Anzahl der Vorhaben in einem Programm oder der Auszahlungsanträge). Im Falle der Schichtung der Grundgesamtheit wird ein Index  $h$  verwendet, um die jeweilige Schicht anzugeben,  $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ , wobei  $H$  die Anzahl der Schichten ist.
- $n$  ist der Stichprobenumfang. Im Falle der Schichtung der Grundgesamtheit wird ein Index  $h$  verwendet, um die jeweilige Schicht anzugeben,  $n_h, h = 1, 2, \dots, H$ , wobei  $H$  die Anzahl der Schichten ist.
- $TE$  ist der nach der Verordnung maximal zulässige Fehler, d. h. 2 % der gegenüber der Kommission geltend gemachten Gesamtausgaben (Buchwert,  $BV$ ).
- $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$  ist der Buchwert (der gegenüber der Kommission geltend gemachten Ausgaben) für ein Element (Vorhaben/Auszahlungsantrag).
- $CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$  ist der korrigierte Buchwert, d. h. die nach Durchführung der Prüfverfahren für ein Element (Vorhaben/Auszahlungsantrag) bestimmten Ausgaben.
- $E_i = BV_i - CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$  ist der Fehlerbetrag eines Elements und definiert als die Differenz zwischen dem Buchwert des  $i$ -ten Elements in der Stichprobe und dem entsprechenden korrigierten Buchwert. Im Falle der Schichtung der Grundgesamtheit wird ein Index  $h$  verwendet, um die jeweilige Schicht anzugeben,  $E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}, i = 1, 2, \dots, N_h, h = 1, 2, \dots, H$ , wobei  $H$  die Anzahl der Schichten ist.
- $AE$  ist der voraussichtliche Fehler, der auf der Grundlage des erwarteten Fehlerniveaus auf der Ebene der Vorhaben vom Prüfer festgelegt wird (z. B. eine voraussichtliche Fehlerquote multipliziert mit den Gesamtausgaben auf der Ebene der Grundgesamtheit).  $AE$  kann anhand von historischen Daten (prognostizierter Fehler im vergangenen Zeitraum) oder einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringer Stichprobengröße (die auch zur Bestimmung der Standardabweichung verwendet wird) ermittelt werden.



Die oben genannten Parameter werden im Leitfaden oft von spezifischen Indexbuchstaben begleitet, die sich auf das Merkmal des Parameters beziehen können oder auf eine Schicht, auf die der Parameter sich bezieht. Insbesondere:

- wird  $r$  zusammen mit der Standardabweichung verwendet, wenn es sich auf die Standardabweichung von Fehlerquoten bezieht;
- bezieht  $e$  sich auf eine umfassende Schicht/hochwertige Schicht; falls diese Bezeichnung zusammen mit der Standardabweichung verwendet wird, könnte sie sich auch auf die Standardabweichung von Fehlern beziehen (im Gegensatz zur Standardabweichung von Fehlerquoten);
- wird  $w$  zusammen mit der Standardabweichung verwendet, wenn ein gewichteter Wert genutzt wird;
- bezieht  $s$  sich auf eine nicht umfassende Schicht;
- wird  $t$  zusammen mit geschichteten zwei- oder mehrjährigen Stichprobenahmeformeln verwendet, um sich auf bestimmte Zeiträume zu beziehen;
- wird  $q$  zusammen mit der Standardabweichung verwendet, um auf die Variable  $q$  beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren (Verhältnisschätzung) zu verweisen;
- bezieht  $h$  sich auf eine Schicht.

Falls ein Parameter von mehreren Indexbuchstaben begleitet wird, können diese in unterschiedlicher Reihenfolge verwendet werden, ohne dass dies die Bedeutung der Bezeichnungen ändert.

## **6 Stichprobenverfahren**

### **6.1 Einfaches Zufallsstichprobenverfahren**

#### **6.1.1 Standardansatz**

##### **6.1.1.1 Einleitung**

Beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren handelt es sich um ein statistisches Stichprobenverfahren. Unter den Auswahlverfahren mit gleicher Wahrscheinlichkeit ist es das bekannteste. Es dient der Hochrechnung der in der Stichprobe ermittelten Fehlerquote auf die gesamte Grundgesamtheit.

Die zu untersuchende statistische Einheit ist das Vorhaben (oder der Auszahlungsantrag). Die in der Stichprobe enthaltenen Einheiten werden nach dem Zufallsprinzip mit gleichen Wahrscheinlichkeiten ausgewählt. Das einfache Zufallsstichprobenverfahren ist ein generisches Verfahren, das zu verschiedenen Arten von Grundgesamtheiten passt, obwohl dafür – da keine Hilfsinformationen verwendet werden – in der Regel ein größerer Stichprobenumfang benötigt wird als beim MUS (wenn das Ausgabenniveau zwischen den Vorhaben sehr unterschiedlich ist und ein positiver Zusammenhang zwischen Ausgaben und Fehlern vorliegt). Die Hochrechnung

der Fehler kann sich auf zwei Teilverfahren gründen: Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder Verhältnisschätzung (siehe Abschnitt 6.1.1.3).

Wie alle anderen Verfahren lässt sich dieses Verfahren mit einer Schichtung kombinieren (günstige Bedingungen für die Schichtung werden in Abschnitt 5.2 erörtert).

### 6.1.1.2 Stichprobenumfang

Die Berechnung des Stichprobenumfangs  $n$  innerhalb der Rahmenbedingungen des einfachen Zufallsstichprobenverfahrens beruht auf den folgenden Informationen:

- dem Umfang der Grundgesamtheit  $N$
- dem Konfidenzniveau, das mithilfe von Systemprüfungen und dem damit verwandten Koeffizienten  $z$  aus einer Normalverteilung ermittelt wird (siehe Abschnitt 5.3)
- dem maximal zulässigen Fehler  $TE$  (in der Regel 2 % der gesamten Ausgaben)
- dem voraussichtlichen Fehler  $AE$ , der vom Prüfer anhand seines fachlichen Urteils und vorhandener Informationen ausgewählt wird
- der Standardabweichung  $\sigma_e$  der Fehler.

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet<sup>25</sup>:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_e$  die Standardabweichung der Fehler in der Grundgesamtheit ist. Zu beachten ist, dass die Standardabweichung der Fehler für die gesamte Grundgesamtheit in der vorstehenden Berechnung als bekannt angenommen wird. In der Praxis wird dies fast nie der Fall sein, und die Prüfbehörden müssen sich entweder auf historische Daten (Standardabweichung der Fehler für die Grundgesamtheit im vergangenen Zeitraum) bzw. auf eine Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang (für den nicht weniger als 20 bis 30 Einheiten empfohlen werden) stützen. Im letztgenannten Fall wird eine Stichprobe des Umfangs  $n^p$  gezogen, und ein Vorabschätzwert der Fehlervarianz (Quadrat der Standardabweichung) wird wie folgt errechnet:

---

<sup>25</sup> Bei einer kleinen Größe der Grundgesamtheit, d. h. wenn der endgültige Stichprobenumfang einen großen Teil der Grundgesamtheit repräsentiert (als Faustregel mehr als 10 % der Grundgesamtheit), kann eine genauere Formel verwendet werden  $n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 / \left( 1 + \left( \frac{\sqrt{N} \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 \right)$ . Diese Korrektur gilt für das einfache Zufallsstichprobenverfahren und für die Differenzschätzung. Sie lässt sich auch in zwei Schritten durchführen, indem der Stichprobenumfang  $n$  mit der üblichen Formel berechnet und unter Verwendung von  $n' = \frac{n \times N}{n + N - 1}$  sequentiell berichtigt wird.

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (E_i - \bar{E})^2,$$

Dabei sind  $E_i$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe und  $\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{n^p} E_i}{n^p}$  der mittlere Fehler der Stichprobe.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Pilotstichprobe im weiteren Verlauf als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden kann.

### 6.1.1.3 Prognostizierter Fehler

Für die Hochrechnung des Stichprobenfehlers auf die Grundgesamtheit gibt es zwei mögliche Ansätze. Der erste beruht auf der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit (absolute Fehler) und der zweite auf der Verhältnisschätzung (Fehlerquoten).

#### **Schätzung des Mittelwerts pro Einheit (absolute Fehler)**

Der aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehler pro Vorhaben wird mit der Zahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit multipliziert, so dass sich der prognostizierte Fehler ergibt:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

#### **Verhältnisschätzung (Fehlerquoten)**

Die aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehlerquote wird mit dem Buchwert auf der Ebene der Grundgesamtheit multipliziert:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Die Stichprobenfehlerquote in der obigen Formel errechnet sich durch einfache Division des Gesamtfehlerbetrags in der Stichprobe durch den Gesamtbetrag der Ausgaben der Einheiten in der Stichprobe (geprüfte Ausgaben).

Es lässt sich nicht von vornherein abschätzen, welches Extrapolationsverfahren das Beste ist, da die jeweiligen Vorteile von der Höhe des Zusammenhangs zwischen Fehlern und Ausgaben abhängen. Als Faustregel sollte gelten, dass das zweite Verfahren zur Anwendung kommt, wenn ein enger Zusammenhang zwischen Fehlern und Ausgaben (höhere Wertelemente weisen eher höhere Fehler auf) erwartet wird, und das erste Verfahren (Mittelwert pro Einheit), wenn die Erwartung besteht, dass die

Fehler relativ unabhängig von der Ausgabenhöhe sind (höhere Fehler finden sich entweder in Einheiten eines höheren oder niedrigen Ausgabenniveaus). Diese Bewertung lässt sich in der Praxis anhand von Stichprobendaten vornehmen, da die Entscheidung über das Extrapolationsverfahren nach der Auswahl und Prüfung der Stichprobe getroffen werden kann. Um das am besten geeignete Verfahren für die Extrapolation zu wählen, sollten die Stichprobendaten für die Berechnung der Varianz der Buchwerte der Stichprobeneinheiten ( $\text{VAR}_{\text{BV}}$ ) und der Kovarianz zwischen den Fehlern und den Buchwerten derselben Einheiten ( $\text{COV}_{\text{E,BV}}$ ) verwendet werden. Formal sollte die Verhältnisschätzung immer dann gewählt werden, wenn  $\frac{\text{COV}_{\text{E,BV}}}{\text{VAR}_{\text{BV}}} > \text{ER}/2$  gilt, wobei ER die Stichprobenfehlerquote bezeichnet, d. h. das Verhältnis zwischen der Summe der Fehler in der Stichprobe und den geprüften Ausgaben. Sofern die vorgenannte Bedingung nicht geprüft wird, sollte eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit vorgenommen werden, um die Fehler auf die Grundgesamtheit hochzurechnen.

#### 6.1.1.4 Genauigkeit

Genauigkeit (Stichprobenfehler) ist das Maß der mit der Hochrechnung (Extrapolation) verbundenen Unsicherheit. Sie errechnet sich je nach dem gewählten Extrapolationsverfahren auf unterschiedliche Weise.

##### **Schätzung des Mittelwerts pro Einheit (absolute Fehler)**

Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

wobei  $s_e$  die Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe ist (nunmehr aus der Stichprobe berechnet, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde)

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

##### **Verhältnisschätzung (Fehlerquoten)**

Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}}$$

wobei  $s_q$  die Stichprobenabweichung der Variablen ist  $q$ :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

Diese Variable berechnet sich für jede Einheit in der Stichprobe als Differenz zwischen ihrem Fehler und dem Produkt aus ihrem Buchwert und der Fehlerquote in der Stichprobe.

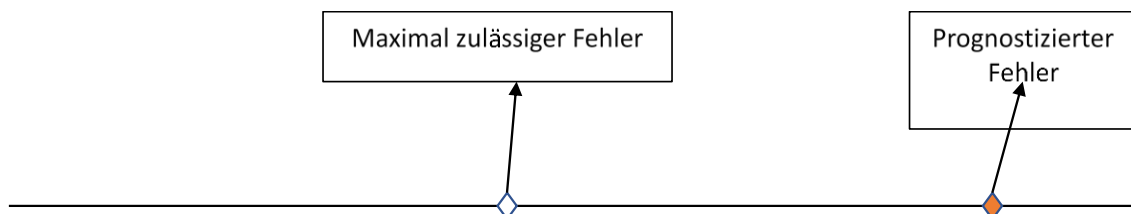
#### 6.1.1.5 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

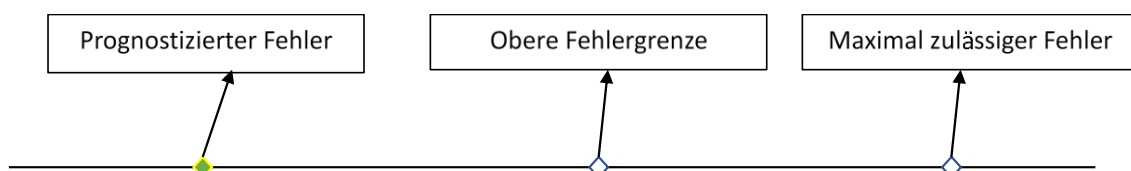
$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

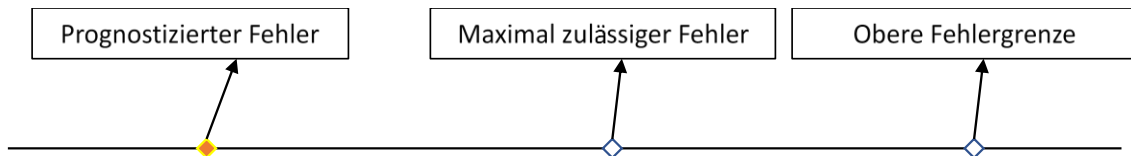
- Liegt der prognostizierte Fehler über dem maximal zulässigen Fehler, würde der Prüfer schlussfolgern, dass hinreichende Beweise dafür vorliegen, dass die Fehler in der Grundgesamtheit über der Erheblichkeitsschwelle liegen:



- Liegt die obere Fehlergrenze unter dem maximal zulässigen Fehler, sollte der Prüfer schlussfolgern, dass die Fehler in der Grundgesamtheit unter der Erheblichkeitsschwelle liegen.



- Liegt der prognostizierte Fehler unter dem maximal zulässigen Fehler, die obere Fehlergrenze jedoch darüber, so bedeutet dies, dass die Stichprobenergebnisse uneindeutig sein können. Siehe weitere Erläuterungen in Abschnitt 4.12



#### 6.1.1.6 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr für Vorhaben in einem Programm oder einer Gruppe von Programmen geltend gemacht wurden. Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein moderates Sicherheitsniveau. Daher ist für die Prüfung der Vorhaben ein Konfidenzniveau von 80 % angemessen. Die folgende Tabelle stellt die wichtigsten Merkmale der Grundgesamtheit dar.

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	46 501 186 EUR

Eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben ergab einen Vorabschätzwert für die Standardabweichung der Fehler von 518 EUR (in MS Excel berechnet als „:=STDEV.S(D2:D21)“):

	A	B	C	D
1	<b>Operation</b>	<b>Book Value (BV)</b>	<b>Correct Value (AV)</b>	<b>Error</b>
2	98	13,054 €	13,054 €	- €
3	120	10,758 €	10,758 €	- €
4	542	8,714 €	8,264 €	450 €
5	554	8,645 €	8,645 €	- €
6	587	9,297 €	9,297 €	- €
7	1156	7,908 €	7,908 €	- €
8	1325	6,717 €	6,717 €	- €
9	1453	16,535 €	16,535 €	- €
10	1840	15,718 €	15,718 €	- €
11	1904	13,175 €	13,175 €	- €
12	2028	6,486 €	6,486 €	- €
13	2338	13,072 €	13,072 €	- €
14	2428	8,753 €	8,753 €	- €
15	2735	17,507 €	17,507 €	- €
16	3054	8,875 €	8,875 €	- €
17	3196	6,568 €	6,568 €	- €
18	3276	6,478 €	6,478 €	- €
19	3321	12,448 €	12,448 €	- €
20	3366	17,894 €	15,598 €	2,296 €
21	3666	13,558 €	13,558 €	- €
22	<b>Total</b>	<b>222,160 €</b>	<b>219,413 €</b>	<b>2,747 €</b>
23	<b>Sample error rate:=D22/B22 -----&gt;</b>			<b>1.24%</b>
24	<b>Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) -----&gt;</b>			<b>518 €</b>

Der erste Schritt besteht in der Berechnung des erforderlichen Stichprobenumfangs unter Verwendung der folgenden Formel:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $z$  sich auf 1,282 beläuft (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 80 % entspricht),  $\sigma_e$  einen Wert von 518 EUR hat und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) des Buchwerts, d. h. 2 % x 46 501 186 EUR = 930 024 EUR beträgt. Diese Vorabstichprobe ergibt eine Stichprobenfehlerquote von 1,24 %. Ausgehend von den Erfahrungen des Vorjahres und der Schlussfolgerung im Bericht zu den Verwaltungs- und Kontrollsystemen rechnet die Prüfbehörde außerdem mit einer Fehlerquote von höchstens 1,24 %. Damit beträgt  $AE$ , der voraussichtliche Fehler, 1,24 % der Gesamtausgaben, d. h. 1,24 % x 46 501 186 EUR = 576 615 EUR.

$$n = \left( \frac{3852 \times 1,282 \times 518}{930\,024 - 576\,615} \right)^2 \approx 53$$

Der Mindestumfang der Stichprobe liegt daher bei 53 Vorhaben.

Die vorherige Vorabstichprobe von 20 Vorhaben wird im Rahmen der Hauptstichprobe verwendet. Daher muss der Prüfer nur 33 weitere Vorhaben nach dem Zufallsprinzip auswählen. Die folgende Tabelle weist die Ergebnisse der gesamten Stichprobe von 53 Vorhaben aus:

	A	B	C	D	E	F
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error	Error rate	q <sub>i</sub>
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(2)	(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)
3	74	9,093 €	9,093 €	- €	0.00%	107.17 €
4	98	13,054 €	13,054 €	- €	0.00%	153.85 €
5	120	10,758 €	10,758 €	- €	0.00%	126.79 €
6	153	16,194 €	16,194 €	- €	0.00%	190.86 €
7	223	11,662 €	11,662 €	- €	0.00%	137.45 €
8	246	16,331 €	16,331 €	- €	0.00%	192.48 €
9	542	8,714 €	8,264 €	450 €	5.17%	347.61 €
10	554	8,645 €	8,645 €	- €	0.00%	101.89 €
11	587	9,297 €	9,297 €	- €	0.00%	109.57 €
12	915	7,999 €	7,999 €	- €	0.00%	94.28 €
13	1014	11,906 €	11,906 €	- €	0.00%	140.32 €
14	1114	15,505 €	15,505 €	- €	0.00%	182.74 €
15	1156	7,908 €	7,908 €	- €	0.00%	93.20 €
16	1325	6,717 €	6,717 €	- €	0.00%	79.17 €
17	1403	9,730 €	9,730 €	- €	0.00%	114.68 €
18	1453	16,535 €	16,535 €	- €	0.00%	194.88 €
19	1577	17,723 €	17,723 €	- €	0.00%	208.88 €
20	1621	16,095 €	16,095 €	- €	0.00%	189.69 €
21	1624	15,171 €	15,171 €	- €	0.00%	178.80 €
54	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
55	3749	9971	9971	0	0.00%	117.52 €
56	<b>Total</b>	<b>661,580 €</b>	<b>653,783 €</b>	<b>7,797 €</b>		
57	Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D55)----->			758 €		755 €

Der Gesamtbuchwert der 53 Vorhaben in der Stichprobe beträgt 661 580 EUR (in MS Excel berechnet als „:=SUM(B3:B55)“). Der Gesamtfehlerbetrag in der Stichprobe beläuft sich auf 7797 EUR (in MS Excel berechnet als „:=SUM(D3:D55)“). Dieser Betrag – dividiert durch den Umfang der Stichprobe – entspricht dem durchschnittlichen Fehler eines Vorhabens innerhalb der Stichprobe.

Um zu ermitteln, ob eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder eine Verhältnisschätzung das am besten geeignete Schätzverfahren ist, berechnet die PB das Verhältnis der Kovarianz zwischen den Fehlern und den Buchwerten im Vergleich zur Varianz der Buchwerte der Vorhaben in der Stichprobe, was 0,02078 entspricht. Da das Verhältnis größer ist als die Hälfte der Stichprobenfehlerquote ((7797 EUR ÷ 661 580) ÷ 2=0,0059), kann die Prüfbehörde sicher sein, dass die Verhältnisschätzung das verlässlichste Schätzverfahren darstellt. Zu Lehrzwecken werden beide Schätzverfahren unten beispielhaft dargestellt.

Bei Verwendung einer Schätzung des Mittelwerts pro Einheit erfolgt die Hochrechnung des Fehlers auf die Grundgesamtheit, indem dieser durchschnittliche Fehler mit der



Größe der Grundgesamtheit (3852 in diesem Beispiel) multipliziert wird. Diese Zahl ist der prognostizierte Fehler auf der Ebene des Programms:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{n} = 3852 \times \frac{7797}{53} = 566\,703.$$

Bei Verwendung einer Verhältnisschätzung kann die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit durch Multiplikation der in der Stichprobe festgestellten durchschnittlichen Fehlerquote mit dem Buchwert auf der Ebene der Grundgesamtheit erfolgen:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} = 46\,501\,186 \times \frac{7797}{661\,580} = 548\,058.$$

Die Stichprobenfehlerquote in dieser Formel errechnet sich durch einfache Division des Gesamtfehlerbetrags in der Stichprobe durch den Gesamtbetrag der geprüften Ausgaben.

Die prognostizierte Fehlerquote ist der Quotient aus dem prognostizierten Fehler und dem Buchwert der Grundgesamtheit (Gesamtausgaben). Wird eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit vorgenommen, so beträgt der prognostizierte Fehler:

$$r_1 = \frac{566\,703}{46\,501\,186} = 1,22\%$$

und bei der Verhältnisschätzung ist:

$$r_2 = \frac{548\,058}{46\,501\,186} = 1,18\%$$

In beiden Fällen liegt der prognostizierte Fehler unterhalb der Erheblichkeitsschwelle. Endgültige Schlussfolgerungen können allerdings erst nach Berücksichtigung des Stichprobenfehlers (Genauigkeit) gezogen werden.

Der erste Schritt zur Ermittlung der Genauigkeit ist die Berechnung der Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe (in MS Excel berechnet als „:=STDEV.S(D3:D55)“):

$$s_e = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2} = \sqrt{\frac{1}{52} \sum_{i=1}^{53} (E_i - \bar{E})^2} = 758.$$

Die Genauigkeit der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit ergibt sich wie folgt:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}} = 3852 \times 1,282 \times \frac{758}{\sqrt{53}} = 514\,169.$$

Für die Verhältnisschätzung muss folgende Variable erstellt werden:

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} \times BV_i.$$

Diese Variable befindet sich in der letzten Spalte der Tabelle (Spalte F). Beispielsweise ergibt sich der Wert in Zelle F3 aus dem Wert des Fehlers des ersten Vorhabens (0 EUR) minus der Summe der Stichprobenfehler in Spalte D, 7797 EUR („:=SUM(D3:D55)“) dividiert durch die Summe der Buchwerte in Spalte B, 661 580 EUR („:=SUM(B3:B55)“) und multipliziert mit dem Buchwert des Vorhabens (9093 EUR):

$$q_1 = 0 - \frac{7797}{661\,580} \times 9093 = -107,17.$$

Ausgehend von der Standardabweichung dieser Variablen,  $s_q = 755$  (in MS Excel berechnet als „:=STDEV(F3:F55)“) ergibt sich die Genauigkeit für die Verhältnisschätzung anhand der folgenden Formel:

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}} = 3852 \times 1,282 \times \frac{755}{\sqrt{53}} = 512\,134$$

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Hochrechnung

$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

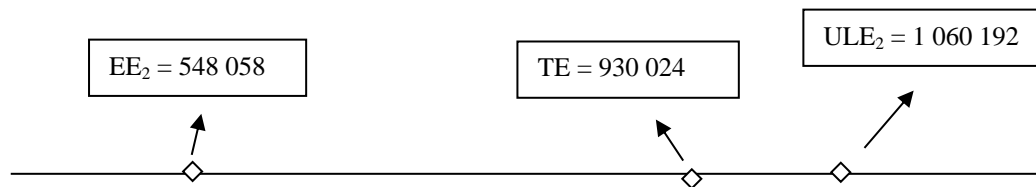
$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 566\,703 + 514\,169 = 1\,080\,871$$

oder

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 548\,058 + 512\,134 = 1\,060\,192$$

Beim Vergleich mit der Erheblichkeitsschwelle von 2 % des gesamten Buchwerts des Programms (2 % x 46 501 186 EUR = 930 024 EUR) mit dem prognostizierten Fehler

und der oberen Fehlergrenze bei einer Verhältnisschätzung (da dies das gewählte Hochrechnungsverfahren war) lautet die Schlussfolgerung, dass der prognostizierte Fehler unter dem maximal zulässigen Fehler, die obere Fehlergrenze aber darüber liegt. Der Prüfer kann daraus schließen, dass weitere Schritte erforderlich sind, da nicht hinreichend belegt ist, dass die Grundgesamtheit keine wesentlichen Fehlangaben enthält. Die erforderlichen Schritte werden in Abschnitt 5.11 erörtert.



## 6.1.2 Das geschichtete einfache Stichprobenverfahren

### 6.1.2.1 Einleitung

Beim geschichteten einfachen Stichprobenverfahren wird die Grundgesamtheit in Teilgesamtheiten („Schichten“) unterteilt, und es werden unter Anwendung des üblichen Zufallsstichprobenverfahrens unabhängige Stichproben gezogen.

Bei der Auswahl der Schichtungskriterien ist zu berücksichtigen, dass das Ziel in der Bildung von Gruppen (Schichten) besteht, deren Streuung geringer ist als die der Grundgesamtheit. Beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren stellt die Schichtung nach Ausgabenniveau je Vorhaben in der Regel immer dann einen guten Ansatz dar, wenn ein Zusammenhang zwischen Fehlerquote und Ausgabenniveau zu erwarten ist. Andere Variablen, von denen Aufklärung über das Fehlerniveau in den Vorhaben erwartet werden kann, sind somit ebenfalls gut für die Schichtung geeignet. In Frage kommen beispielsweise Programme, Regionen, zwischengeschaltete Stellen und Klassen, die auf dem Risiko des Vorhabens beruhen.

Wird eine Schichtung nach Ausgabenniveau vorgenommen, so sollte eine hochwertige Schicht<sup>26</sup> ermittelt, eine 100%ige Prüfung dieser Elemente vorgenommen und das einfache Zufallsstichprobenverfahren zur Prüfung der Stichproben aus den verbleibenden Elementen mit niedrigerem Wert eingesetzt werden, die eine zusätzliche Schicht bzw. zusätzliche Schichten bilden. Das ist dann hilfreich, wenn die Grundgesamtheit herausragende Elemente enthält. Die zu der 100 %-Schicht gehörenden Elemente sind in diesem Fall aus der Grundgesamtheit herauszunehmen, und alle in den übrigen Abschnitten betrachteten Schritte beziehen sich nur auf die Grundgesamtheit der niedrigwertigen Elemente. Es sei darauf hingewiesen, dass eine 100%ige Prüfung der Einheiten der hochwertigen Schicht nicht obligatorisch ist. Die PB kann eine Strategie auf der Grundlage mehrerer Schichten, die unterschiedlichen

---

<sup>26</sup> Eine generelle Regel für die Bestimmung des Schwellenwertes, ab dem es sich um eine hochwertige Schicht handelt, besteht nicht. Als Faustregel könnte gelten, dass alle Vorhaben, deren Ausgaben bei der Multiplikation mit den Gesamtausgaben der Grundgesamtheit oberhalb der Erheblichkeitsschwelle liegen (2 %) liegen, zu dieser Kategorie gehören. Bei vorsichtiger angelegten Ansätzen wird durch Division der Erheblichkeit durch 2 oder 3 ein kleinerer Schwellenwert verwendet, doch hängt der Schwellenwert von den Merkmalen der Grundgesamtheit ab und sollten dem fachlichen Urteil unterliegen.

Ausgabenhöhen entsprechen, entwickeln und alle Schichten durch Stichprobenahme prüfen lassen. Falls eine zu 100 % geprüfte Schicht besteht, muss betont werden, dass die geplante Genauigkeit für die Ermittlung des Stichprobenumfangs dennoch auf dem Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit beruhen sollte. Da die Schicht der niedrigwertigen Elemente die einzige Fehlerquelle darstellt, die geplante Genauigkeit sich jedoch auf die Ebene der Grundgesamtheit bezieht, sind der zulässige Fehler und der voraussichtliche Fehler ebenfalls auf der Ebene der Grundgesamtheit zu berechnen.

### 6.1.2.2 Stichprobenumfang

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

Darin bezeichnet  $\sigma_w^2$  den gewichteten Mittelwert der Fehlervarianzen für die gesamte Schichtenmenge:

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

und  $\sigma_{eh}^2$  ist die Fehlervarianz in jeder Schicht. Die Varianz der Fehler wird für jede Schicht als unabhängige Grundgesamtheit berechnet als

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

Dabei sind  $E_{hi}$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe von Schicht  $h$  und  $\bar{E}_h$  der mittlere Fehler der Stichprobe in der Schicht  $h$ .

Wie bereits im Zusammenhang mit dem Standardansatz für das einfache Zufallsstichprobenverfahren dargelegt wurde, können diese Werte auf historischem Wissen oder auf einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang beruhen. Im letztgenannten Fall kann die Pilotstichprobe in der Folge wie üblich als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden. Stehen am Anfang eines Programmplanungszeitraums keine historischen Informationen zur Verfügung und ist der Zugriff auf eine Pilotstichprobe nicht möglich, so kann der Stichprobenumfang (für das erste Jahr des Zeitraums) mit dem Standardansatz berechnet werden. Die in der Prüfungsstichprobe dieses ersten Jahres erfassten Daten können zur Präzisierung der Stichprobenumfangberechnung in den Folgejahren herangezogen werden. Der Preis für das Fehlen dieser Informationen besteht darin, dass der Stichprobenumfang im ersten Jahr wahrscheinlich größer sein wird, als er es sein müsste, wenn Hilfsinformationen über Schichten zur Verfügung stünden.

Nach Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs  $n$  ist die nach Schicht vorgenommene Aufteilung der Stichprobe wie folgt:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Dabei handelt es sich um eine allgemeine Aufteilungsmethode, die auch als proportionale Aufteilung bezeichnet wird. Es stehen viele andere Methoden zur Verfügung. Mit einer spezifischeren Aufteilung lassen sich in einigen Fällen ein zusätzlicher Genauigkeitsgewinn bzw. eine Verringerung des Stichprobenumfangs erreichen. Entscheidungen hinsichtlich der Eignung anderer Aufteilungsmethoden für einzelne spezifische Grundgesamtheiten erfordern ein gewisses Maß an stichprobentheoretischen Kenntnissen. Manchmal kann es passieren, dass die Aufteilungsmethode einen sehr kleinen Stichprobenumfang für eine oder mehrere Schichten hervorbringt. In der Praxis ist es daher ratsam, einen Stichprobenumfang von mindestens 3 Einheiten für jede Schicht in der Grundgesamtheit zu verwenden, um die Berechnung der Standardabweichungen, die zur Berechnung der Genauigkeit erforderlich sind, zu ermöglichen.

### 6.1.2.3 Prognostizierter Fehler

Anhand von  $H$  nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Stichproben von Vorhaben, deren Umfang jeweils nach der oben genannten Formel berechnet wurde, lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit anhand der beiden üblichen Methoden berechnen: Schätzung des Mittelwerts pro Einheit und Verhältnisschätzung.

#### **Schätzung des Mittelwerts pro Einheit**

Der in jeder Gruppe der Grundgesamtheit (Schicht) aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehler pro Vorhaben wird mit der Zahl der Vorhaben in der Schicht ( $N_h$ ) multipliziert; die Summe aller für jede Schicht ermittelten Ergebnisse ergibt den prognostizierten Fehler:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

#### **Verhältnisschätzung**

In jeder Gruppe der Grundgesamtheit (Schicht) wird die in der Stichprobe festgestellte durchschnittliche Fehlerquote mit dem Buchwert der Grundgesamtheit auf der Schichtebene ( $BV_h$ ) multipliziert:

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

Die Stichprobenfehlerquote in den einzelnen Schichten errechnet sich durch einfache Division des Gesamtfehlerbetrags in der Stichprobe der Schicht durch den Gesamtbetrag der Ausgaben in der gleichen Stichprobe.

Bei der Entscheidung für eine der beiden Methoden sollten die für den Standardansatz des einfachen Zufallsstichprobenverfahrens angestellten Überlegungen als Grundlage dienen.

Wurde eine 100-%-Schicht betrachtet und zuvor der Grundgesamtheit entnommen, ist der in dieser umfassenden Schicht festgestellte Gesamtfehlerbetrag dem oben genannten Schätzwert ( $EE_1$  oder  $EE_2$ ) hinzuzuaddieren, um die endgültige Hochrechnung für den Fehlerbetrag in der ganzen Grundgesamtheit zu erhalten.

#### 6.1.2.4 Genauigkeit

Wie beim Standardverfahren ist die Genauigkeit (Stichprobenfehler) das Maß der mit der Hochrechnung (Extrapolation) verbundenen Unsicherheit. Sie errechnet sich je nach dem gewählten Extrapolationsverfahren auf unterschiedliche Weise.

#### **Schätzung des Mittelwerts pro Einheit (absolute Fehler)**

Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}}$$

wobei  $s_w^2$  der gewichtete Mittelwert der Varianz der Fehler für die gesamte Schichtenmenge ist (nunmehr aus der Stichprobe berechnet, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde):

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

und  $s_{eh}^2$  die geschätzte Varianz der Fehler für die Stichprobe von Schicht h ist

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

#### **Verhältnisschätzung (Fehlerquoten)**

Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE_2 = N \times z \times \frac{S_{qw}}{\sqrt{n}}$$

wobei

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{qh}^2$$

ein gewichtetes Mittel der Stichprobenvarianzen der Variablen  $q_h$  ist und

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

Diese Variable berechnet sich für jede Einheit in der Stichprobe als Differenz zwischen ihrem Fehler und dem Produkt aus ihrem Buchwert und der Fehlerquote in der Stichprobe.

#### 6.1.2.5 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen unter Verwendung des Ansatzes zu ziehen, der in Abschnitt 6.1.1.5 dargelegt wurde.

#### 6.1.2.6 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr für Vorhaben in einer Gruppe von Programmen geltend gemacht wurden. Das Verwaltungs- und Kontrollsystem wird für die gesamte Gruppe von Programmen verwendet, und die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein moderates Sicherheitsniveau. Daher beschloss die Prüfbehörde, Prüfungen von Vorhaben mit einem Konfidenzniveau von 80 % durchzuführen.

Die PB hat Grund zu der Annahme, dass bei hochwertigen Vorhaben unabhängig vom jeweiligen Programm erhebliche Fehlerrisiken bestehen. Auch gibt es Anhaltspunkte dafür, dass in den Programmen mit unterschiedlichen Fehlerquoten zu rechnen ist.



Unter Berücksichtigung all dieser Aspekte entscheidet sich die PB für eine Schichtung der Grundgesamtheit nach Programm und nach Ausgaben (wobei in einer Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung alle Vorhaben mit einem über der Erheblichkeitsschwelle liegenden Buchwert isoliert werden).

In der nachstehenden Tabelle sind die vorhandenen Informationen zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	4807
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 1 (Anzahl der Vorhaben in Programm 1)	3582
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 2 (Anzahl der Vorhaben in Programm 2)	1225
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 3 (Anzahl der Vorhaben mit BV > Erheblichkeitsschwelle)	5
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	1 396 535 319 EUR
Buchwert – Schicht 1 (Gesamtausgaben in Programm 1)	43 226 801 EUR
Buchwert – Schicht 2 (Gesamtausgaben in Programm 2)	1 348 417 361 EUR
Buchwert – Schicht 3 (Gesamtausgaben der Vorhaben mit BV > Erheblichkeitsschwelle)	4 891 156 EUR

Die Stichprobenschicht mit 100%iger Prüfung, die die 5 hochwertigen Vorhaben enthält, sollte – wie in Abschnitt 6.1.2.1 dargelegt – separat behandelt werden. Daher entspricht nachfolgend der Wert von  $N$  der Gesamtzahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit abzüglich der Zahl der in der Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung enthaltenen Vorhaben, d. h. 4802 (= 4807 – 5) Vorhaben.

Der erste Schritt besteht in der Berechnung des erforderlichen Stichprobenumfangs unter Verwendung der folgenden Formel:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $z$  den Wert 1,282 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 80 % entspricht) und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) des Buchwerts beträgt, d. h. 2 % x 1 396 535 319 EUR = 27 930 706 EUR. Ausgehend von den Erfahrungen des Vorjahres und der Schlussfolgerung im Bericht zu den Verwaltungs- und Kontrollsystemen rechnet die Prüfbehörde mit einer Fehlerquote von höchstens 1,8 %. Damit beträgt  $AE$ , der voraussichtliche Fehler, 1,8 % der Gesamtausgaben, d. h. 1,8 % x 1 396 535 319 EUR = 25 137 636 EUR.

Da es sich bei der dritten Schicht um eine komplett zu prüfende Stichprobenschicht handelt, hat sie einen fixen Stichprobenumfang, der der Größe der Grundgesamtheit

(mit den fünf hochwertigen Vorhaben) entspricht. Die Berechnung des Stichprobenumfangs für die übrigen zwei Schichten erfolgt anhand der nachstehenden Formel, wobei  $\sigma_w^2$  den gewichteten Durchschnitt der Fehlervarianzen für die beiden übrigen Schichten bezeichnet:

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

und  $\sigma_{eh}^2$  ist die Fehlervarianz in jeder Schicht. Die Varianz der Fehler wird für jede Schicht als unabhängige Grundgesamtheit berechnet als

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

Dabei sind  $E_{hi}$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe von Schicht  $h$  und  $\bar{E}_h$  der mittlere Fehler der Stichprobe in Schicht  $h$ .

Eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben der Schicht 1 ergab einen Schätzwert für die Standardabweichung der Fehler von 444 EUR:

	A	B	C	D
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error
2	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €
3	3084	7,009 €	7,009 €	- €
4	105	7,948 €	7,948 €	- €
5	878	8,910 €	8,910 €	- €
6	2101	8,937 €	8,937 €	- €
7	3117	9,708 €	9,708 €	- €
8	1856	9,728 €	9,728 €	- €
9	734	9,985 €	9,985 €	- €
10	1333	10,160 €	10,160 €	- €
11	668	11,008 €	11,008 €	- €
12	3394	12,116 €	12,116 €	- €
13	1307	12,515 €	12,515 €	- €
14	189	12,553 €	12,553 €	- €
15	15	12,798 €	12,798 €	- €
16	256	16,414 €	16,414 €	- €
17	2621	16,420 €	16,420 €	- €
18	2118	16,729 €	16,729 €	- €
19	3344	16,798 €	16,798 €	- €
20	1551	17,330 €	17,330 €	- €
21	1243	17,592 €	17,592 €	- €
22	<b>Total</b>	<b>241,191 €</b>	<b>239,207 €</b>	<b>1,984 €</b>
23	<b>Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) -----&gt;</b>			<b>444 €</b>

Das gleiche Verfahren wurde für die Grundgesamtheit von Schicht 2 angewandt.

Eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben der Schicht 2 ergab einen Schätzwert für die Standardabweichung der Fehler von 9818 EUR:

Schicht 1 – Vorabschätzwert für die Standardabweichung der Fehler	444 EUR
Schicht 2 – Vorabschätzwert für die Standardabweichung der Fehler	9818 EUR

Daher beträgt der gewichtete Durchschnitt der Varianzen der Fehler dieser beiden Schichten

$$\sigma_w^2 = \frac{3582}{4802} 444^2 + \frac{1225}{4802} 9818^2 = 24\,737\,134$$

Der Stichprobenumfang errechnet sich wie folgt:

$$n = \left( \frac{4802 \times 1,282 \times \sqrt{24\,734\,134}}{27\,930\,706 - 25\,137\,636} \right)^2 \approx 121$$

Der Gesamtstichprobenumfang ergibt sich aus diesen 121 Vorhaben plus den fünf Vorhaben der Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung, also 126 Vorhaben.

Die Aufteilung der Stichprobe nach Schicht ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{3582}{4802} \times 121 \approx 90,$$

$$n_2 = n - n_1 = 31$$

und

$$n_3 = N_3 = 5$$

Die Prüfung von 90 Vorhaben in Schicht 1, von 31 Vorhaben in Schicht 2 und von fünf Vorhaben in Schicht 3 liefert dem Prüfer einen Gesamtfehler für die Vorhaben der Stichprobe. Die vorherigen Vorabstichproben von 20 Vorhaben in Schicht 1 und 2 werden als Teil der Hauptstichprobe verwendet. Somit braucht der Prüfer in Schicht 1 nur 70 weitere Vorhaben und in Schicht 2 nur 11 weitere Vorhaben nach dem Zufallsprinzip auszuwählen. Die folgende Tabelle weist die Stichprobenergebnisse für die geprüften Vorhaben aus:

<b>Stichprobenergebnisse – Schicht 1</b>		
A	Stichprobenbuchwert	1 055 043 EUR
B	Stichprobengesamtfehler	11 378 EUR
C	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (C = B ÷ 90)	126 EUR
D	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	698 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – Schicht 2</b>		
E	Stichprobenbuchwert	35 377 240 EUR
F	Stichprobengesamtfehler	102 899 EUR
G	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (G = F ÷ 31)	3319 EUR
H	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	13 012 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – Schicht 3</b>		
I	Stichprobenbuchwert	4 891 156 EUR
J	Stichprobengesamtfehler	889 EUR
K	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (K = J ÷ 5)	178 EUR

Die folgende Abbildung veranschaulicht die Ergebnisse für Schicht 1:

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Operation</b>	<b>Book Value (BV)</b>	<b>Correct Value (AV)</b>	<b>Error</b>	<b>Error rate</b>	<b>q_i</b>
2	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	<b>(4)/(2)</b>	<b>(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)</b>
3	559	6,106 €	6,106 €	- €	0.0%	65.85 €
4	1833	6,196 €	6,196 €	- €	0.0%	66.82 €
5	2759	6,441 €	6,441 €	- €	0.0%	69.46 €
6	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €	30.4%	1,913.19 €
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
72	606	14,305 €	13,275 €	1,030 €	7.2%	875.98 €
73	341	14,448 €	12,626 €	1,822 €	12.6%	1,666.23 €
74	1701	14,501 €	14,501 €	- €	0.0%	156.38 €
75	416	14,715 €	14,715 €	- €	0.0%	158.69 €
76	672	15,237 €	15,237 €	- €	0.0%	164.32 €
77	2859	15,445 €	9,428 €	6,017 €	39.0%	5,850.57 €
78	854	15,929 €	15,929 €	- €	0.0%	171.78 €
79	2154	16,233 €	16,233 €	- €	0.0%	175.06 €
80	256	16,414 €	16,414 €	- €	0.0%	177.01 €
81	2621	16,420 €	16,420 €	- €	0.0%	177.08 €
82	1224	16,532 €	16,532 €	- €	0.0%	178.28 €
83	2118	16,729 €	16,729 €	- €	0.0%	180.41 €
84	3344	16,798 €	16,798 €	- €	0.0%	181.15 €
85	2250	17,063 €	17,063 €	- €	0.0%	184.01 €
86	1551	17,330 €	17,330 €	- €	0.0%	186.89 €
87	19	17,458 €	16,933 €	525 €	3.0%	336.44 €
88	654	17,505 €	17,505 €	- €	0.0%	188.78 €
89	1243	17,592 €	17,592 €	- €	0.0%	189.72 €
90	1869	17,595 €	17,595 €	- €	0.0%	189.75 €
91	2483	17,867 €	17,867 €	- €	0.0%	192.68 €
92	306	17,876 €	17,876 €	- €	0.0%	192.78 €
93	<b>Total</b>	<b>1,055,043 €</b>	<b>1,043,665 €</b>	<b>11,378 €</b>		
94	<b>Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D92)-----&gt;</b>			698 €		695 €

Um zu ermitteln, ob eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder eine Verhältnisschätzung das am besten geeignete Schätzverfahren ist, berechnet die PB das Verhältnis der Kovarianz zwischen den Fehlern und den Buchwerten im Vergleich zur Varianz der Buchwerte der Vorhaben in der Stichprobe. Da das Verhältnis mehr beträgt als die Hälfte der Stichprobenfehlerquote, kann die Prüfbehörde sicher sein, dass die Verhältnisschätzung das verlässlichste Schätzverfahren darstellt. Zu Lehrzwecken werden beide Schätzverfahren unten beispielhaft dargestellt.

Bei der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit erfolgt die Extrapolation des Fehlers für die beiden Stichprobenschichten durch Multiplikation des durchschnittlichen Stichprobenfehlers mit der Größe der Grundgesamtheit. Die Summe dieser beiden Zahlen ist zum Fehler, der in der Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung festgestellt wurde, hinzuaddieren, um den Fehler auf die Grundgesamtheit hochzurechnen:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 3582 \times 126 + 1225 \times 3319 + 889 = 4\,519\,900$$

Ein alternatives Schätzergebnis unter Anwendung der Verhältnisschätzung ergibt sich, wenn die in der Stichprobe der Schicht festgestellte durchschnittliche Fehlerquote mit dem Buchwert auf der Schichtebene (für die beiden Stichprobenschichten) multipliziert wird. Anschließend ist die Summe dieser beiden Zahlen zum Fehler, der in der Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung festgestellt wurde, hinzuaddieren, um den Fehler auf die Grundgesamtheit hochzurechnen:

$$\begin{aligned} EE_2 &= \sum_{h=1}^3 BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i} \\ &= 43\,226\,802 \times \frac{11\,378}{1\,055\,043} + 1\,348\,417\,361 \times \frac{102\,899}{35\,377\,240} + 889 \\ &= 4\,389\,095. \end{aligned}$$

Die prognostizierte Fehlerquote ist der Quotient aus dem prognostizierten Fehler und dem Buchwert der Grundgesamtheit (Gesamtausgaben). Wird eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit vorgenommen, so beträgt der prognostizierte Fehler:

$$r_1 = \frac{4\,519\,900}{1\,396\,535\,319} = 0,32 \%$$

und bei der Verhältnisschätzung ist:

$$r_2 = \frac{4\,389\,095}{1\,396\,535\,319} = 0,31 \%$$

In beiden Fällen liegt der prognostizierte Fehler unterhalb der Erheblichkeitsschwelle. Endgültige Schlussfolgerungen können allerdings erst nach Berücksichtigung des

Stichprobenfehler (Genauigkeit) gezogen werden. Es ist zu beachten, dass die Schichten 1 und 2 die einzigen Stichprobenfehlerquellen sind, da die hochwertige Schicht einer 100%igen Stichprobenprüfung unterzogen wird. Im Folgenden werden nur die beiden Stichprobenschichten betrachtet.

Ausgehend von den Standardabweichungen der Fehler in den Stichproben der beiden Schichten (Tabelle mit Stichprobenergebnissen) beträgt der gewichtete Durchschnitt der Varianz der Fehler für alle Stichprobenschichten:

$$s_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{3582}{4802} \times 698^2 + \frac{1225}{4802} \times 13\,012^2 = 43\,507\,225.$$

Daher errechnet sich die Genauigkeit des absoluten Fehlers mit der folgenden Formel:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}} = 4802 \times 1,282 \times \frac{\sqrt{43\,507\,225}}{\sqrt{121}} = 3\,695\,304.$$

Für die Verhältnisschätzung muss folgende Variable erstellt werden:

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

Schicht 1 ist in der letzten Spalte der vorigen Tabelle (Spalte F) dargestellt. Beispielsweise ergibt sich der Wert in Zelle F3 aus dem Wert des Fehlers des ersten Vorhabens (0 EUR) minus der Summe der Stichprobenfehler in Spalte D, 11 378 EUR („:=SUM(D3:D92)“) dividiert durch die Summe der Buchwerte in Spalte B, 1 055 043 EUR („:=SUM(B3:B92)“) und multipliziert mit dem Buchwert des Vorhabens (6106 EUR):

$$q_{11} = 0 - \frac{11\,378}{1\,055\,043} \times 6106 = -65,85.$$

Die Standardabweichung dieser Variablen für Schicht 1 ist  $s_{q1} = 695$  (berechnet in MS Excel als „:=STDEV.S(F3:F92)“). Unter Anwendung der gerade beschriebenen Methodik ist die Standardabweichung für Schicht 2  $s_{q2} = 13\,148$ . Daher gilt für die gewichtete Summe der Varianzen von  $q_{ih}$ :

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^3 \frac{N_h}{N} s_{qh}^2 = \frac{3582}{4802} \times 695^2 + \frac{1225}{4802} \times 13\,148^2 = 44\,412\,784.$$

Die Genauigkeit für die Verhältnisschätzung ergibt sich aus

$$SE_2 = N \times z \times \frac{S_{qw}}{\sqrt{n}} = 4802 \times 1,282 \times \frac{\sqrt{44\,412\,784}}{\sqrt{59}} = 3\,733\,563.$$

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = EE + SE$$

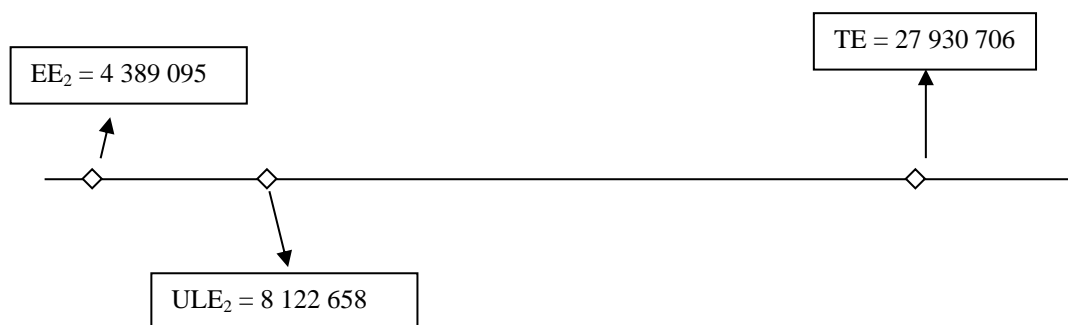
Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 4\,519\,900 + 3\,695\,304 = 8\,215\,204$$

oder

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 4\,389\,095 + 3\,733\,563 = 8\,122\,658$$

Beim Vergleich der Erheblichkeitsschwelle von 2 % des gesamten Buchwerts der Grundgesamtheit (2 % x 1 396 535 319 EUR = 27 930 706 EUR) mit den prognostizierten Ergebnissen bei der Verhältnisschätzung wird festgestellt, dass sowohl der prognostizierte Fehler als auch die obere Fehlergrenze unter dem maximal zulässigen Fehler liegen. Daraus kann geschlussfolgert werden, dass es ausreichend Belege dafür gibt, dass die Grundgesamtheit keine wesentlichen Fehlangaben enthält.



### 6.1.3 Einfaches Zufallsstichprobenverfahren – zwei Zeiträume

#### 6.1.3.1 Einleitung

Die Prüfbehörde kann das Stichprobenverfahren in mehreren Zeiträumen während des Jahres (typischerweise zwei Halbjahre) durchführen. Der wichtigste Vorteil dieses Ansatzes steht nicht im Zusammenhang mit einer Reduzierung des

Stichprobenumfangs, sondern mit der Möglichkeit, den Prüfungsaufwand über das Jahr zu verteilen und somit den Aufwand zu verringern, der bei nur einer Beobachtung am Ende des Jahres entstünde.

Mit diesem Ansatz wird die Jahresgrundgesamtheit in zwei Teilgesamtheiten aufgeteilt, die jeweils den Vorhaben und Ausgaben eines Halbjahres entsprechen. Für jedes Halbjahr werden unabhängige Stichproben unter Anwendung des üblichen Zufallsstichprobenverfahrens gezogen.

### 6.1.3.2 Stichprobenumfang

#### Erstes Halbjahr

Im ersten Prüfzeitraum (z. B. Halbjahr) wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Halbjahre) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_{ew}}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_{ew}^2$  der gewichtete Mittelwert der Fehlervarianzen in jedem Halbjahr ist:

$$\sigma_{ew}^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

und  $\sigma_{et}^2$  die Fehlervarianz in jedem Zeitraum  $t$  (Halbjahr) bezeichnet. Die Fehlervarianz der beiden Halbjahre wird jeweils als eigenständige Grundgesamtheit berechnet

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1, 2$$

Dabei sind  $E_{ti}$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe des Halbjahres  $t$  und  $\bar{E}_t$  der mittlere Fehler der Stichprobe im Halbjahr  $t$ .

Hierbei ist zu beachten, dass die Festlegung der Werte für die erwarteten Varianzen bei beiden Halbjahreswerten nach fachlichem Urteil und unter Verwendung von historischem Wissen erfolgen muss. Die Option einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang, wie sie bereits im Zusammenhang mit dem Standardansatz für das einfache Zufallsstichprobenverfahren dargelegt wurde, ist nach wie vor gegeben, lässt sich jedoch nur für das erste Halbjahr realisieren. Die Ausgaben für das zweite Halbjahr sind zum Zeitpunkt der ersten Beobachtung noch nicht getätigt, und es sind keine objektiven Daten (außer den historischen) verfügbar. Falls Pilotstichproben gezogen werden, können sie danach wie üblich als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden.



Der Prüfer darf annehmen, dass die erwartete Fehlervarianz für das 2. Halbjahr die gleiche ist wie im 1. Halbjahr. Daher kann für die Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs ein vereinfachter Ansatz gewählt werden

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_{e1}}{TE - AE} \right)^2$$

Bei diesem vereinfachten Ansatz werden übrigens nur Informationen zur Fehlerstreuung im ersten Beobachtungszeitraum benötigt. Es wird davon ausgegangen, dass die Fehlerstreuung in beiden Halbjahren annähernd gleich groß ist.

Außerdem ist zu beachten, dass die Formeln zur Berechnung des Stichprobenumfangs Werte für  $N_1$  und  $N_2$  erfordern, d. h. für die Anzahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit des ersten und des zweiten Halbjahres. Bei der Berechnung des Stichprobenumfangs wird der Wert für  $N_1$  bekannt sein, der Wert für  $N_2$  jedoch nicht. Er muss entsprechend den Erwartungen des Prüfers (und auch auf der Grundlage von historischen Informationen) bestimmt werden. Das stellt normalerweise kein Problem dar, da alle im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben bereits im ersten Halbjahr vorhanden sind und daher  $N_1 = N_2$  gilt.

Nach Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs  $n$  ist die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr wie folgt:

$$n_1 = \frac{N_1}{N} n$$

und

$$n_2 = \frac{N_2}{N} n$$

### **Zweites Halbjahr**

Im ersten Beobachtungszeitraum wurden Annahmen getroffen, die sich auf die nachfolgenden Beobachtungszeiträume (normalerweise das nächste Halbjahr) beziehen. Weichen die Merkmale der Grundgesamtheit in den nachfolgenden Zeiträumen erheblich von den Annahmen ab, so muss der Stichprobenumfang für den nachfolgenden Zeitraum möglicherweise berichtigt werden.

Im zweiten Prüfzeitraum (z. B. Halbjahr) stehen mehr Informationen zur Verfügung:

- Die Anzahl der im Halbjahr  $N_2$  aktiven Vorhaben ist genau bekannt.
- Die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenstandardabweichung der Fehlerquoten  $s_{e1}$  ist bereits vorhanden.
- Die Standardabweichung der Fehler für das zweite Halbjahr  $\sigma_{e2}$  lässt sich anhand realer Daten nunmehr genauer bewerten.

Unterscheiden sich diese Parameter nicht wesentlich von denen, die im ersten Halbjahr entsprechend den Erwartungen des Prüfers geschätzt wurden, so braucht der ursprünglich für das zweite Halbjahr geplante Stichprobenumfang ( $n_2$ ) nicht korrigiert zu werden. Sieht der Prüfer jedoch große Unterschiede zwischen den ursprünglichen Annahmen und den tatsächlichen Merkmalen der Grundgesamtheit, so können Korrekturen des Stichprobenumfangs erforderlich sein, um den ungenauen Schätzungen Rechnung zu tragen. In diesem Fall ist der Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres wie folgt neu zu berechnen:

$$n_2 = \frac{(z \cdot N_2 \cdot \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \cdot \frac{N_1^2}{n_1} \cdot s_{e1}^2}$$

wobei  $s_{e1}$  die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Standardabweichung der Fehler ist und  $\sigma_{e2}$  eine Schätzung der Standardabweichung der Fehler im zweiten Halbjahr auf der Grundlage historischen Wissens (möglicherweise anhand von Informationen aus dem ersten Halbjahr bereinigt) oder einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe des zweiten Halbjahres.

### 6.1.3.3 Prognostizierter Fehler

Auf der Grundlage der beiden Teilstichproben jedes Halbjahres lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit anhand der beiden üblichen Methoden berechnen: Schätzung des Mittelwerts pro Einheit und Verhältnisschätzung.

#### Schätzung des Mittelwerts pro Einheit

Der in jedem Halbjahr aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehler pro Vorhaben wird mit der Zahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit multipliziert ( $N_t$ ); die Summe der für beide Halbjahre ermittelten Ergebnisse ergibt dann den prognostizierten Fehler:

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

#### Verhältnisschätzung

In jedem Halbjahr wird die in der Stichprobe festgestellte durchschnittliche Fehlerquote mit dem Buchwert der Grundgesamtheit des entsprechenden Halbjahres ( $BV_t$ ) multipliziert:

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}}$$

Die Stichprobenfehlerquote in jedem Halbjahr errechnet sich durch einfache Division des Gesamtfehlerbetrags in der Stichprobe des Halbjahres durch den Gesamtbetrag der Ausgaben in der gleichen Stichprobe.

Bei der Entscheidung für eine der beiden Methoden sollten die für den Standardansatz des einfachen Zufallsstichprobenverfahrens angestellten Überlegungen als Grundlage dienen.

#### 6.1.3.4 Genauigkeit

Wie beim Standardverfahren ist die Genauigkeit (Stichprobenfehler) das Maß der mit der Hochrechnung (Extrapolation) verbundenen Unsicherheit. Sie errechnet sich je nach dem gewählten Extrapolationsverfahren auf unterschiedliche Weise.

#### Schätzung des Mittelwerts pro Einheit (absolute Fehler)

Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} \right)}$$

wobei  $s_{et}$  die Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe des Halbjahres  $t$  bezeichnet (nunmehr aus den Stichproben berechnet, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurden)

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$

#### Verhältnisschätzung (Fehlerquoten)

Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} \right)}$$

Darin ist  $s_{qt}$  die Standardabweichung der Variablen  $q$  in der Stichprobe des Halbjahres  $t$ , wobei

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

### 6.1.3.5 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen unter Verwendung des Ansatzes zu ziehen, der in Abschnitt 6.1.1.5 dargelegt wurde.

### 6.1.3.6 Beispiel

Eine PB hat sich entschieden, den Prüfaufwand auf zwei Zeiträume aufzuteilen. Am Ende des ersten Halbjahres betrachtet die PB die Grundgesamtheit in zwei Gruppen aufgeteilt, die beiden Halbjahren entsprechen. Am Ende des ersten Halbjahres stellen sich die Merkmale der Grundgesamtheit wie folgt dar:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	1 237 952 015 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	3852

Ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen ist der PB bekannt, dass in der Regel alle in den Programmen am Ende des Bezugszeitraums enthaltenen Vorhaben bereits in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres aktiv sind. Ferner wird erwartet, dass die am Ende des ersten Halbjahres geltend gemachten Ausgaben etwa 30 % der zum Ende des Bezugszeitraums insgesamt geltend gemachten Ausgaben ausmachen. Auf der Grundlage dieser Annahmen gibt die folgende Tabelle eine Übersicht über diese Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	1 237 952 015 EUR
Geltend gemachte Ausgaben am Ende des zweiten Halbjahres (Vorhersage)	2 888 554 702 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – Zeitraum 1)	3852
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – Zeitraum 2, Vorhersage)	3852

Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein hohes Sicherheitsniveau. Das Stichprobefahren kann für dieses Programm daher mit einem Konfidenzniveau von 60 % durchgeführt werden.

Im ersten Zeitraum wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Halbjahre) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_w^2$  der gewichtete Mittelwert der Varianzen der Fehler in jedem Halbjahr ist:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

und  $\sigma_{et}^2$  die Fehlervarianz in jedem Zeitraum t (Halbjahr) bezeichnet. Die Fehlervarianz der beiden Halbjahre wird jeweils als eigenständige Grundgesamtheit berechnet

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

Dabei sind  $E_{ti}$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe des Halbjahres t und  $\bar{E}_t$  der mittlere Fehler der Stichprobe im Halbjahr t.

Da der Wert von  $\sigma_{et}^2$  unbekannt ist, beschloss die PB, am Ende des ersten laufenden Halbjahres eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben zu ziehen. Die Standardabweichung der Fehler in dieser Vorabstichprobe im ersten Halbjahr beträgt 72 091 EUR. Auf der Grundlage einer fachlichen Beurteilung und in dem Wissen, dass die Ausgaben im zweiten Halbjahr gewöhnlich höher sind als im ersten, hat die Prüfbehörde in einer vorläufigen Vorhersage die Standardabweichung der Fehler für das zweite Halbjahr um 40 % höher angesetzt als im ersten Halbjahr, d. h. 100 927,40 EUR. Daher beträgt der gewichtete Durchschnitt der Fehlervarianzen:

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 \\ &= \frac{3852}{3852 + 3852} \times 72\,091^2 + \frac{3852}{3852 + 3852} \times 100\,927,4^2 \\ &= 7\,691\,726\,176. \end{aligned}$$

Hinweis: Die Größe der Grundgesamtheit in einem gegebenen Halbjahr entspricht der Anzahl der aktiven Vorhaben (mit Ausgaben) in dem entsprechenden Halbjahr.

Im ersten Halbjahr beträgt der für das gesamte Jahr geplante Stichprobenumfang:

$$n = \left( \frac{(N_1 + N_2) \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $z$  den Wert 0,842 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 60 % entspricht) und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % des Buchwerts (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) beträgt. Der Gesamtbuchwert umfasst den tatsächlichen Buchwert am Ende des ersten Halbjahres zuzüglich des vorhergesagten Buchwerts für das zweite Halbjahr (1 237 952 015 EUR + 2 888 554 702 EUR = 4 126 506 717 EUR), d. h. der zulässige Fehler beträgt 2 % x 4 126 506 718 EUR = 82 530 134 EUR. Die Vorabstichprobe auf die Grundgesamtheit des ersten Halbjahres ergibt eine Stichprobenfehlerquote von 0,6 %. Die Prüfbehörde erwartet, dass diese Fehlerquote über das gesamte Jahr konstant bleibt. Daher ergibt sich ein voraussichtlicher Fehler  $AE$  von 0,6 % x 4 126 506 718 EUR = 24 759 040 EUR. Der geplante Stichprobenumfang für das gesamte Jahr ist:

$$n = \left( \frac{(3852 + 3852) \times 0,842 \times \sqrt{7\,691\,726\,176}}{82\,530\,134 - 24\,759\,040} \right)^2 \approx 97$$

Die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 49$$

und

$$n_2 = n - n_1 = 49$$

Die Stichprobe des ersten Halbjahres führte zu den folgenden Ergebnissen:

Stichprobenbuchwert – erstes Halbjahr	13 039 581 EUR
Stichprobengesamtfehler – erstes Halbjahr	199 185 EUR
Stichprobenstandardabweichung der Fehler – erstes Halbjahr	69 815 EUR

Am Ende des zweiten Halbjahres stehen mehr Informationen zur Verfügung. Insbesondere die Anzahl der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben ist genau bekannt, die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenvarianz der Fehler  $s_{e1}$  ist bereits vorhanden, und die Standardabweichung der Fehler für das zweite Halbjahr  $\sigma_{e2}$  lässt sich anhand einer Vorabstichprobe realer Daten nunmehr genauer bewerten.

Die PB stellt fest, dass die am Ende des ersten Halbjahres getroffene Annahme zur Gesamtzahl der Vorhaben richtig war. Dennoch gibt es zwei Parameter, für die aktualisierte Zahlen verwendet werden sollten.

Erstens ergab die Schätzung der Standardabweichung der Fehler auf der Grundlage der Stichprobe des ersten Halbjahres von 49 Vorhaben einen Wert von 69 815 EUR. Dieser neue Wert sollte nun zur Neubewertung des geplanten Stichprobenumfangs herangezogen werden. Zweitens schätzt die Prüfbehörde auf der Grundlage einer neuen Vorabstichprobe von 20 Vorhaben der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres die Standardabweichung der Fehler für das zweite Halbjahr auf 108 369 EUR (dieser Wert liegt dicht bei dem am Ende des ersten Zeitraums vorhergesagten Wert, ist jedoch genauer). Die Schlussfolgerung lautet dementsprechend, dass die zur Planung des Stichprobenumfangs verwendeten Standardabweichungen der Fehler in beiden Halbjahren den am Ende des ersten Halbjahres erzielten Werten nahekommen. Dennoch hat sich die Prüfbehörde für eine Neuberechnung des Stichprobenumfangs unter Verwendung der verfügbaren aktualisierten Daten entschieden. Die Stichprobe für das zweite Halbjahr wird also korrigiert.

Darüber hinaus sollte der vorhergesagte Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres – 2 961 930 008 EUR – durch den realen Wert 2 888 554 703 EUR ersetzt werden.

<b>Parameter</b>	<b>Ende des ersten Halbjahres</b>	<b>Ende des zweiten Halbjahres</b>
Standardabweichung der Fehler im ersten Halbjahr	72 091 EUR	69 815 EUR
Standardabweichung der Fehler im zweiten Halbjahr	100 475 EUR	108 369 EUR
Gesamtausgaben im zweiten Halbjahr	2 888 554 703 EUR	2 961 930 008 EUR

Unter Berücksichtigung dieser drei Anpassungen beträgt der neu berechnete Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres

$$n_2 = \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

$$= \frac{(0,842 \times 3852 \times 108\,369)^2}{(83\,997\,640 - 25\,199\,292)^2 - 0,842^2 \times \frac{3852^2}{49} \times 69\,815^2} = 52$$

Mit der Prüfung der 49 Vorhaben im ersten Halbjahr zuzüglich dieser 52 Vorhaben im zweiten Halbjahr erhält der Prüfer Informationen über den Gesamtfehler für die Vorhaben der Stichprobe. Die vorherige Vorabstichprobe von 20 Vorhaben wird als

Teil der Hauptstichprobe verwendet. Daher braucht der Prüfer im zweiten Halbjahr nur 32 weitere Vorhaben auszuwählen.

Die Stichprobe des zweiten Halbjahres führte zu den folgenden Ergebnissen:

Stichprobenbuchwert – zweites Halbjahr	34 323 574 EUR
Stichprobengesamtfehler – zweites Halbjahr	374 790 EUR
Stichprobenstandardabweichung der Fehler – zweites Halbjahr	59 489 EUR

Auf der Grundlage der beiden Teilstichproben lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit anhand der beiden üblichen Methoden berechnen: Schätzung des Mittelwerts pro Einheit und Verhältnisschätzung. Um zu ermitteln, ob eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder eine Verhältnisschätzung das am besten geeignete Schätzverfahren ist, berechnet die PB das Verhältnis der Kovarianz zwischen den Fehlern und den Buchwerten im Vergleich zur Varianz der Buchwerte der Vorhaben in der Stichprobe. Da dieses Verhältnis größer ist als die Hälfte der Stichprobenfehlerquote, kann die Prüfbehörde sicher sein, dass die Verhältnisschätzung das verlässlichste Schätzverfahren ist. Zu Lehrzwecken werden beide Schätzverfahren unten beispielhaft dargestellt.

Bei der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit wird der aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehler pro Vorhaben mit der Zahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit multipliziert ( $N_t$ ); die Summe der für beide Halbjahre ermittelten Ergebnisse ergibt dann den prognostizierten Fehler:

$$\begin{aligned}
 EE_1 &= \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{49} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{52} E_{2i} = \frac{3852}{49} \times 199\,185 + \frac{3852}{52} \times 374\,790 \\
 &= 43\,421\,670
 \end{aligned}$$

Bei der Verhältnisschätzung wird die in der Stichprobe festgestellte durchschnittliche Fehlerquote mit dem Buchwert der Grundgesamtheit des entsprechenden Halbjahrs ( $BV_t$ ) multipliziert:

$$\begin{aligned}
 EE_2 &= BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} \\
 &= 1\,237\,952\,015 \times \frac{199\,185}{13\,039\,581} + 2\,961\,930\,008 \times \frac{374\,790}{34\,323\,574} \\
 &= 51\,252\,484
 \end{aligned}$$

Wird eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit vorgenommen, so beträgt der prognostizierte Fehler:



$$r_1 = \frac{43\,421\,670}{1\,237\,952\,015 + 2\,961\,930\,008} = 1,03\%$$

und bei der Verhältnisschätzung ist:

$$r_2 = \frac{51\,252\,451}{1\,237\,952\,015 + 2\,961\,930\,008} = 1,22\%.$$

Die Genauigkeit wird entsprechend der für die Hochrechnung verwendeten Methode auf unterschiedliche Weise berechnet. Bei einer Schätzung des Mittelwerts pro Einheit gilt für die Genauigkeit die folgende Formel:

$$\begin{aligned} SE_1 &= z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2}\right)} \\ &= 0,842 \times \sqrt{3852^2 \times \frac{69\,815^2}{49} + 3852^2 \times \frac{59\,489^2}{52}} = 41\,980\,051 \end{aligned}$$

Bei der Verhältnisschätzung ist die Standardabweichung der Variablen  $q$  zu berechnen (Abschnitt 6.1.3.4):

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

Diese Standardabweichung beträgt 54 897 EUR bzw. 57 659 EUR pro Halbjahr. Die Genauigkeit errechnet sich daher folgendermaßen:

$$\begin{aligned} SE_2 &= z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2}\right)} \\ &= 0,842 \times \sqrt{3852^2 \times \frac{54\,897^2}{49} + 3852^2 \times \frac{57\,659^2}{52}} = 36\,325\,544 \end{aligned}$$

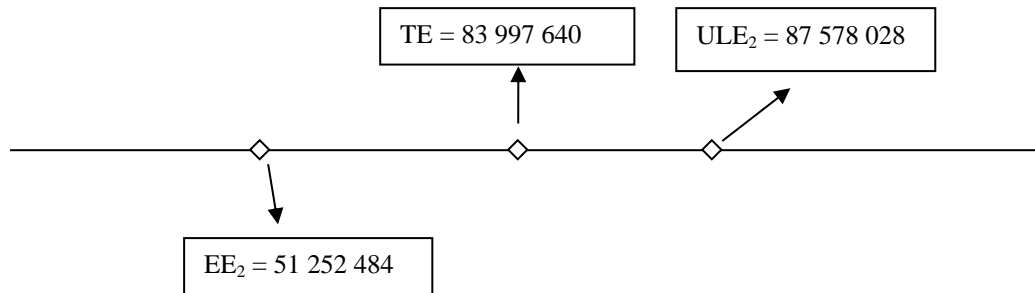
Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 43\,421\,670 + 41\,980\,051 = 85\,401\,721$$

oder

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 51\,252\,484 + 36\,325\,544 = 87\,578\,028$$

Beim Vergleich der Erheblichkeitsschwelle von 2 % des gesamten Buchwerts der Grundgesamtheit ( $2\% \times 4\,199\,882\,023 \text{ EUR} = 83\,997\,640 \text{ EUR}$ ) mit den prognostizierten Ergebnissen der Verhältnisschätzung wird festgestellt, dass der maximal zulässige Fehler größer ist als die prognostizierten Fehler, aber unterhalb der oberen Fehlergrenze liegt. Für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse, siehe Abschnitt 4.12.



## 6.2 Differenzschätzung

### 6.2.1 Standardansatz

#### 6.2.1.1 Einleitung

Die Differenzschätzung ist ebenfalls ein statistisches Stichprobenverfahren, das auf einer Auswahl mit gleichen Wahrscheinlichkeiten beruht. Das Verfahren stützt sich auf die Extrapolation des Fehlers in der Stichprobe und die Subtraktion des prognostizierten Fehlers von den gesamten geltend gemachten Ausgaben in der Grundgesamtheit, um die korrekten Ausgaben in der Grundgesamtheit abzuschätzen (d. h. die Ausgaben, die sich bei Prüfung sämtlicher Vorhaben in der Grundgesamtheit ergeben würden).

Dieses Verfahren kommt dem einfachen Zufallsstichprobenverfahren sehr nahe. Der Hauptunterschied besteht in der Verwendung eines komplexeren Extrapolationsansatzes.

Besonders nützlich ist dieses Verfahren, wenn die korrekten Ausgaben in der Grundgesamtheit prognostiziert werden sollen, wenn das Fehlerniveau in der Grundgesamtheit relativ konstant ist und wenn der Buchwert verschiedener Vorhaben ähnliche Größenordnungen aufweist (niedrige Streuung). Es ist in der Regel besser als das MUS-Verfahren, wenn Fehler eine geringe Streuung aufweisen oder ein schwacher oder negativer Zusammenhang mit den Buchwerten besteht. Bei einer hohen Streuung der Fehler und des Bestehens eines positiven Zusammenhangs mit den Buchwerten hingegen ist es tendenziell schlechter als das MUS-Verfahren.

Wie alle anderen Verfahren lässt sich dieses Verfahren mit einer Schichtung kombinieren (günstige Bedingungen für die Schichtung werden in Abschnitt 5.2 erörtert).

#### 6.2.1.2 Stichprobenumfang

Die Berechnung des Stichprobenumfangs  $n$  im Rahmen der Differenzschätzung beruht auf genau den gleichen Informationen und Formeln, die beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren verwendet werden:

- Größe der Grundgesamtheit  $N$
- Konfidenzniveau, das mithilfe von Systemprüfungen und dem damit verwandten Koeffizienten  $z$  aus einer Normalverteilung ermittelt wird (siehe Abschnitt 5.3)
- maximal zulässiger Fehler  $TE$  (in der Regel 2 % der gesamten Ausgaben)
- voraussichtlicher Fehler  $AE$ , der vom Prüfer anhand seines fachlichen Urteils und vorhandener Informationen ausgewählt wird
- Standardabweichung  $\sigma_e$  der Fehler.

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_e$  die Standardabweichung der Fehler in der Grundgesamtheit ist. Zu beachten ist, dass – wie bereits im Zusammenhang mit dem einfachen Zufallsstichprobenverfahren diskutiert – diese Standardabweichung fast nie im Voraus bekannt ist und sich die Prüfbehörden auf historisches Wissen oder auf eine Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang (für den nicht weniger als 20 bis 30 Einheiten empfohlen werden) stützen müssen. Außerdem kann die Pilotstichprobe in der Folge als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden. Weitere Informationen zur Berechnung dieser Standardabweichung sind dem Abschnitt 6.1.1.2 zu entnehmen.

#### 6.2.1.3 Extrapolation

Anhand einer nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Stichprobe von Vorhaben, deren Umfang nach der oben genannten Formel berechnet wurde, lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit berechnen, indem der in der Stichprobe beobachtete durchschnittliche Fehler pro Vorhaben mit der Zahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit multipliziert wird, woraus sich der prognostizierte Fehler ergibt

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}$$

Darin sind  $E_i$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe und  $\bar{E}$  der mittlere Fehler der Stichprobe.

In einem zweiten Schritt lässt sich der korrekte Buchwert (die korrekten Ausgaben, die bei Prüfung aller Vorhaben in der Grundgesamtheit gefunden würden) prognostizieren, indem der prognostizierte Fehler (EE) vom Buchwert (BV) der Grundgesamtheit (geltend gemachte Ausgaben) abgezogen wird. Die Hochrechnung auf den korrekten Buchwert (CBV) erfolgt mit folgender Formel:

$$CBV = BV - EE$$

#### 6.2.1.4 Genauigkeit

Für die Genauigkeit der Hochrechnung (Maß der mit der Hochrechnung verbundenen Unsicherheit) gilt

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

wobei  $s_e$  die Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe ist (nunmehr aus der Stichprobe berechnet, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde)

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

#### 6.2.1.5 Bewertung

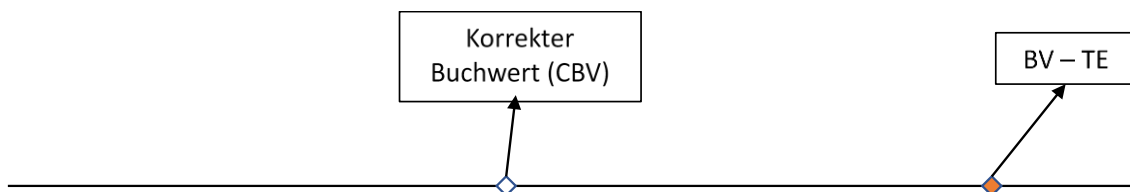
Um Rückschlüsse auf die Erheblichkeit der Fehler zu ermöglichen, wird zunächst die Untergrenze für den korrigierten Buchwert berechnet. Diese Untergrenze entspricht

$$LL = CBV - SE$$

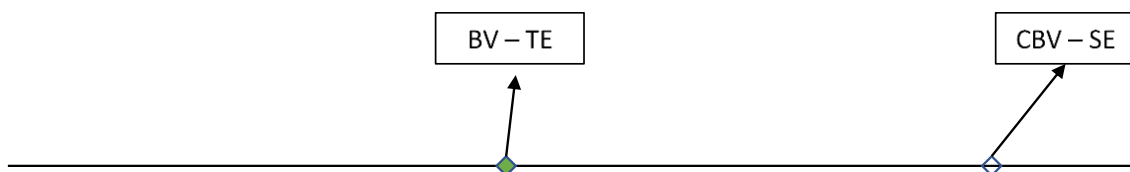
Die Hochrechnungen auf den korrekten Buchwert und die Untergrenze sind jeweils mit der Differenz zwischen dem Buchwert (geltend gemachte Ausgaben) und dem maximal zulässigen Fehler (TE) zu vergleichen, die dem Produkt aus Erheblichkeitsschwelle und Buchwert entspricht:

$$BV - TE = BV - 2 \% \times BV = 98 \% \times BV$$

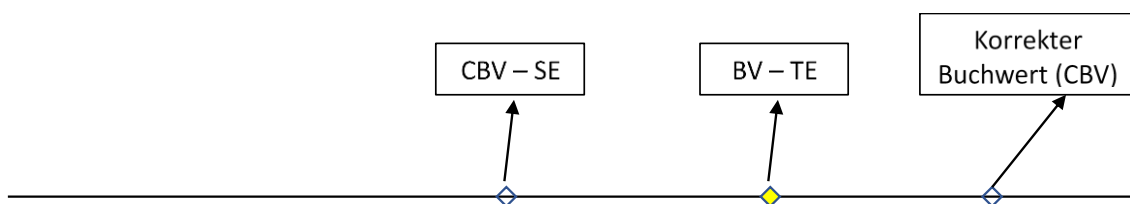
- Ist  $BV - TE$  größer als der  $CBV$ , sollte der Prüfer schlussfolgern, dass hinreichende Beweise dafür vorliegen, dass die Fehler im Programm oberhalb der Erheblichkeitsschwelle liegen:



- Liegt der Wert von  $BV - TE$  unter dem der Untergrenze  $CBV - SE$ , so bestehen hinreichende Beweise dafür, dass die Fehler im Programm unterhalb der Erheblichkeitsschwelle liegen.



Falls  $BV - TE$  zwischen der Untergrenze  $CBV - SE$  und  $CBV$  liegt, siehe Abschnitt 4.12 für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse.



#### 6.2.1.6 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr für Vorhaben in einem Programm geltend gemacht wurden. Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein hohes Sicherheitsniveau. Das Stichprobeverfahren kann für dieses Programm daher mit einem Konfidenzniveau von 60 % durchgeführt werden.

In der nachstehenden Tabelle werden die Angaben zur Grundgesamtheit zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Ausgehend von der Vorjahresprüfung rechnet die PB mit einer Fehlerquote von 0,7 % (Fehlerquote des letzten Jahres) und veranschlagt die Standardabweichung der Fehler auf 168 397 EUR.

Der erste Schritt besteht in der Berechnung des erforderlichen Stichprobenumfangs unter Verwendung der folgenden Formel:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $z$  den Wert 0,842 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 60 % entspricht),  $\sigma_e$  168 397 EUR beträgt,  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % des Buchwerts (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) ausmacht, d. h.  $2 \% \times 4\,199\,882\,024 \text{ EUR} = 83\,997\,640 \text{ EUR}$ , und  $AE$ , der voraussichtliche Fehler, bei 0,7 % liegt, d. h.  $0,7 \% \times 4\,199\,882\,024 \text{ EUR} = 29\,399\,174 \text{ EUR}$ :

$$n = \left( \frac{3852 \times 0,842 \times 168\,397}{83\,997\,640 - 29\,399\,174} \right)^2 \approx 101$$

Der Mindestumfang der Stichprobe beläuft sich daher auf 101 Vorhaben.

Die Prüfung dieser 101 Vorhaben liefert dem Prüfer den Gesamtfehler für die Vorhaben der Stichprobe.

Die Ergebnisse der Stichprobe sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

Stichprobenbuchwert	124 944 535 EUR
Stichprobengesamtfehler	1 339 765 EUR
Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	162 976 EUR

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist:

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^{101} E_i}{n} = 3852 \times \frac{1\,339\,765}{101} = 51\,096\,780,$$

Dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von:

$$r = \frac{51\,096\,780}{4\,199\,882\,024} = 1,22 \%$$

Zur Hochrechnung auf den korrekten Buchwert (korrekter Ausgabenbetrag, der festgestellt werden könnte, wenn alle Vorhaben in der Grundgesamtheit geprüft würden) wird der prognostizierte Fehler ( $EE$ ) vom Buchwert ( $BV$ ) der Grundgesamtheit (geltend gemachte Ausgaben) abgezogen. Die Hochrechnung auf den korrekten Buchwert ( $CBV$ ) erfolgt daher mit folgender Formel:

$$CBV = 4\,199\,882\,024 - 51\,096\,780 = 4\,148\,785\,244$$

Für die Genauigkeit der Hochrechnung gilt

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}} = 3852 \times 0,842 \times \frac{162\,976}{\sqrt{101}} = 52\,597\,044.$$

Durch Zusammenfassung des prognostizierten Fehlers und der Genauigkeit lässt sich eine Obergrenze für die Fehlerquote errechnen. Diese Obergrenze ist der Quotient aus der oberen Fehlergrenze und dem Buchwert der Grundgesamtheit. Die Obergrenze für die Fehlerquote ist daher:

$$r_{UL} = \frac{EE + SE}{BV} = \frac{51\,096\,780 + 52\,597\,044}{4\,199\,882\,024} = 2,47 \%$$

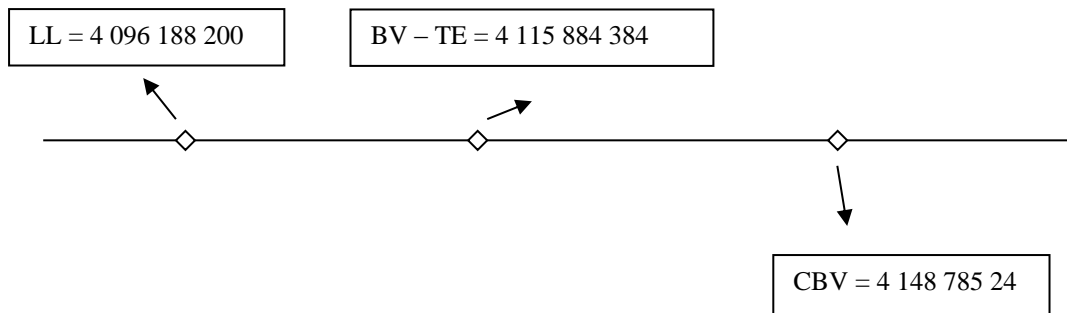
Um Rückschlüsse auf die Erheblichkeit der Fehler zu ermöglichen, wird zunächst die Untergrenze für den korrekten Buchwert berechnet. Diese Untergrenze entspricht

$$LL = CBV - SE = 4\,148\,785\,244 - 52\,597\,044 = 4\,096\,188\,200$$

Die Hochrechnungen auf den korrekten Buchwert und die Untergrenze sollten jeweils mit der Differenz zwischen dem Buchwert (geltend gemachte Ausgaben) und dem maximal zulässigen Fehler ( $TE$ ) verglichen werden:

$$BV - TE = 4\,199\,882\,024 - 83\,997\,640 = 4\,115\,884\,384$$

Falls  $BV - TE$  zwischen der Untergrenze  $LL = CBV - SE$  und  $CBV$  liegt, siehe Abschnitt 4.12 für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse.



## 6.2.2 *Geschichtete Differenzschätzung*

### 6.2.2.1 *Einleitung*

Bei der geschichteten Differenzschätzung wird die Grundgesamtheit in Teilgesamtheiten („Schichten“) unterteilt. Aus jeder Schicht werden unter Anwendung des Verfahrens der Differenzschätzung unabhängige Stichproben gezogen.

Die Gründe für die Anwendung der Schichtung und die Auswahlkriterien für die Schichtung sind die gleichen wie beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren (siehe Abschnitt 6.1.2.1). Wie auch schon bei diesem Verfahren, ist die Schichtung nach Ausgabenniveau pro Vorhaben in der Regel immer dann ein guter Ansatz, wenn ein Zusammenhang zwischen Fehlerquote und Ausgabenniveau zu erwarten ist.

Erfolgt die Schichtung nach Ausgabenniveau und findet sich eine bestimmte Anzahl extrem hochwertiger Vorhaben, so wird empfohlen, diese in eine hochwertige Schicht einzufügen, die zu 100 % geprüft wird. Die zu dieser Schicht gehörenden Elemente sind in diesem Fall getrennt zu behandeln, so dass sich die einzelnen Schritte des Stichprobenverfahrens nur auf die Grundgesamtheit der niedrigwertigen Elemente beziehen. Dabei ist beachten, dass die geplante Genauigkeit für die Ermittlung des Stichprobenumfangs dennoch auf dem Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit beruhen sollte. Da die Schicht der niedrigwertigen Elemente die Fehlerquelle darstellt, die geplante Genauigkeit jedoch auf der Ebene der Grundgesamtheit gelten soll, sind der zulässige Fehler und der voraussichtliche Fehler ebenfalls auf der Ebene der Grundgesamtheit zu berechnen.

### 6.2.2.2 *Stichprobenumfang*

Der Stichprobenumfang wird nach dem gleichen Ansatz wie beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren berechnet



$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

Darin bezeichnet  $\sigma_w^2$  den gewichteten Mittelwert der Fehlervarianzen für die gesamte Schichtenmenge (Einzelheiten siehe Abschnitt 6.1.2.2).

Wie üblich können die Varianzen auf historischem Wissen oder auf einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang beruhen. Im letztgenannten Fall kann die Pilotstichprobe in der Folge wie üblich als Teil der zur Prüfung ausgewählten Hauptstichprobe verwendet werden.

Nach Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs  $n$  ist die nach Schicht vorgenommene Aufteilung der Stichprobe wie folgt:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Diese allgemeine Aufteilungsmethode wird in gleicher Form auch beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren angewendet und als proportionale Aufteilung bezeichnet. Allerdings stehen auch hier andere Aufteilungsmethoden zur Verfügung.

### 6.2.2.3 Extrapolation

Anhand von  $H$  nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Stichproben von Vorhaben, deren Umfang jeweils nach der oben genannten Formel berechnet wurde, lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit errechnen als:

$$EE = \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

In der Praxis wird in jeder Gruppe der Grundgesamtheit (Schicht) der Durchschnitt der festgestellten Fehler in der Stichprobe mit der Anzahl der Vorhaben in der Schicht ( $N_h$ ) multipliziert, und alle für die einzelnen Schichten erzielten Ergebnisse werden addiert.

In einem zweiten Schritt lässt sich der korrekte Buchwert (die korrekten Ausgaben, die bei Prüfung aller Vorhaben in der Grundgesamtheit gefunden würden) mit der folgenden Formel hochrechnen:

$$CBV = BV - \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}$$

Mit dieser Formel wird 1) in jeder Schicht der Durchschnitt der festgestellten Fehler in der Stichprobe berechnet, 2) in jeder Schicht der durchschnittliche Stichprobenfehler mit der Schichtgröße ( $N_h$ ) multipliziert, 3) die Summe der Ergebnisse für alle Schichten gebildet, 4) dieser Wert vom Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit (BV) subtrahiert. Das Ergebnis der Summe ist eine Hochrechnung des korrekten Buchwerts (CBV) in der Grundgesamtheit.

#### 6.2.2.4 Genauigkeit

Genauigkeit (Stichprobenfehler) ist das Maß der mit der Hochrechnung (Extrapolation) verbundenen Unsicherheit. Die geschichtete Differenzschätzung wird durch folgende Formel bestimmt

$$SE = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}}$$

wobei  $s_w^2$  der gewichtete Mittelwert der Varianz der Fehler für die gesamte Schichtenmenge ist, die aus der Stichprobe errechnet wurden, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde:

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

und  $s_{eh}^2$  die geschätzte Varianz der Fehler für die Stichprobe von Schicht  $h$  ist

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

#### 6.2.2.5 Bewertung

Um Rückschlüsse auf die Erheblichkeit der Fehler zu ermöglichen, wird zunächst die Untergrenze für den korrigierten Buchwert berechnet. Diese Untergrenze entspricht

$$LL = CBV - SE$$

Die Hochrechnungen auf den korrekten Buchwert und die Untergrenze sollten jeweils mit der Differenz zwischen dem Buchwert (geltend gemachte Ausgaben) und dem maximal zulässigen Fehler ( $TE$ ) verglichen werden:

$$BV - TE = BV - 2 \% \times BV = 98 \% \times BV$$

Außerdem sollten Prüfungsschlussfolgerungen unter Verwendung des Ansatzes gezogen werden, der in Abschnitt 6.2.1.5 für die Standarddifferenzschätzung dargelegt wurde.

#### 6.2.2.6 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr für Vorhaben in einer Gruppe von Programmen geltend gemacht wurden. Das Verwaltungs- und Kontrollsystem wird für die gesamte Gruppe von Programmen verwendet, und die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein hohes Sicherheitsniveau. Das Stichprobeverfahren kann für dieses Programm daher mit einem Konfidenzniveau von 60 % durchgeführt werden.

Die PB hat Grund zu der Annahme, dass bei hochwertigen Vorhaben unabhängig vom jeweiligen Programm erhebliche Fehlerrisiken bestehen. Auch gibt es Anhaltspunkte dafür, dass in den Programmen mit unterschiedlichen Fehlerquoten zu rechnen ist. Unter Berücksichtigung all dieser Aspekte entscheidet sich die PB für eine Schichtung der Grundgesamtheit nach Programm und nach Ausgaben (wobei in einer Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung alle Vorhaben mit einem über der Erheblichkeitsschwelle liegenden Buchwert isoliert werden).

In der nachstehenden Tabelle sind die vorhandenen Informationen zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	4872
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 1 (Anzahl der Vorhaben in Programm 1)	1520
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 2 (Anzahl der Vorhaben in Programm 2)	3347
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 3 (Anzahl der Vorhaben mit $BV >$ Erheblichkeitsschwelle)	5
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	6 440 727 190 EUR
Buchwert – Schicht 1 (Gesamtausgaben in Programm 1)	3 023 598 442 EUR
Buchwert – Schicht 2 (Gesamtausgaben in Programm 2)	2 832 769 525 EUR
Buchwert – Schicht 3 (Gesamtausgaben der Vorhaben mit $BV >$ Erheblichkeitsschwelle)	584 359 223 EUR

Die Stichprobenschicht mit 100%iger Prüfung, die die 5 hochwertigen Vorhaben enthält, sollte – wie in Abschnitt 6.2.2.1 dargelegt – separat behandelt werden. Daher entspricht nachfolgend der Wert von  $N$  der Gesamtzahl der Vorhaben in der

Grundgesamtheit abzüglich der Zahl der in der Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung enthaltenen Vorhaben, d. h. 4867 (= 4872 – 5) Vorhaben.

Der erste Schritt besteht in der Berechnung des erforderlichen Stichprobenumfangs unter Verwendung der folgenden Formel:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $z$  den Wert 0,842 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 60 % entspricht) und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) des Buchwerts beträgt, d. h. 2 % x 6 440 727 190 EUR = 128 814 544 EUR. Ausgehend von den Erfahrungen des Vorjahres und der Schlussfolgerung im Bericht zu den Verwaltungs- und Kontrollsystemen rechnet die Prüfbehörde mit einer Fehlerquote von höchstens 0,4 %. Damit beträgt  $AE$ , der voraussichtliche Fehler, 0,4 % x 6 440 727 190 EUR = 25 762 909 EUR.

Da es sich bei der dritten Schicht um eine komplett zu prüfende Stichprobenschicht handelt, hat sie einen fixen Stichprobenumfang, der der Größe der Grundgesamtheit (mit den fünf hochwertigen Vorhaben) entspricht. Die Berechnung des Stichprobenumfangs für die übrigen zwei Schichten erfolgt anhand der nachstehenden Formel, wobei  $\sigma_w^2$  den gewichteten Durchschnitt der Varianzen der Fehler für die beiden übrigen Schichten bezeichnet:

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

und  $\sigma_{eh}^2$  die Fehlervarianz in jeder Schicht ist. Die Varianz der Fehler wird für jede Schicht als unabhängige Grundgesamtheit berechnet als

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

Dabei sind  $E_{hi}$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe von Schicht  $h$  und  $\bar{E}_h$  der mittlere Fehler der Stichprobe in der Schicht  $h$ . Eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben der Schicht 1 ergab einen Schätzwert für die Standardabweichung der Fehler von 21 312 EUR:

Das gleiche Verfahren wurde für die Grundgesamtheit von Schicht 2 angewandt. Eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben der Schicht 2 ergab einen Schätzwert für die Standardabweichung der Fehler von 215 546 EUR:

Schicht 1 – Vorabschätzwert für die Standardabweichung der Fehler	21 312 EUR
Schicht 2 – Vorabschätzwert für die Standardabweichung der Fehler	215 546 EUR

Daher beträgt der gewichtete Mittelwert der Fehlervarianzen dieser beiden Schichten

$$\sigma_w^2 = \frac{1520}{4867} \times 21\,312^2 + \frac{3347}{4867} 215\,546^2 = 32\,092\,103\,451$$

Der Mindestumfang der Stichproben errechnet sich wie folgt:

$$n = \left( \frac{4867 \times 0,845 \times \sqrt{32\,092\,103\,451}}{128\,814\,544 - 25\,762\,909} \right)^2 \approx 51$$

Die Aufteilung dieser 51 Vorhaben nach Schicht ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{1520}{4867} \times 51 \approx 16,$$

$$n_2 = n - n_1 = 35$$

und

$$n_3 = N_3 = 5$$

Der Gesamtumfang der Stichprobe beträgt daher 60 Vorhaben:

- 20 Vorhaben der Vorabstichprobe von Schicht 1 plus
- 35 Vorhaben von Schicht 2 (die 20 Vorhaben der Vorabstichprobe plus eine zusätzliche Stichprobe von 15 Vorhaben) plus
- 5 hochwertige Vorhaben.

Die folgende Tabelle weist die Ergebnisse der gesamten Stichprobe von 60 Vorhaben aus:

<b>Stichprobenergebnisse – Schicht 1</b>		
A	Stichprobenbuchwert	37 344 981 EUR
B	Stichprobengesamtfehler	77 376 EUR
C	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (C = B ÷ 16)	3869 EUR
D	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	16 783 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – Schicht 2</b>		
E	Stichprobenbuchwert	722 269 643 EUR
F	Stichprobengesamtfehler	264 740 EUR
G	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (G = F ÷ 35)	7564 EUR
H	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	117 335 EUR

<b>Stichprobenergebnisse –Schicht mit 100 %-Prüfung</b>		
I	Stichprobenbuchwert	584 359 223 EUR
J	Stichprobengesamtfehler	7 240 855 EUR
K	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (I = J ÷ 5)	1 448 171 EUR

Die Berechnung des prognostizierten Fehlers für die beiden Stichprobenschichten erfolgt durch Multiplikation des durchschnittlichen Stichprobenfehlers mit der Größe der Grundgesamtheit. Die Summe dieser beiden Zahlen, addiert zu dem in der Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung festgestellten Fehler, ist der erwartete Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit:

$$EE = \sum_{h=1}^3 1520 \times 3869 + 3347 \times 7564 + 7\,240\,855 = 38\,438\,139$$

Die prognostizierte Fehlerquote ist der Quotient aus dem hochgerechneten Fehler und dem Buchwert der Grundgesamtheit (Gesamtausgaben):

$$r_1 = \frac{39\,908\,283}{6\,440\,727\,190} = 0,60 \%$$

Der korrekte Buchwert (die korrekten Ausgaben, die bei Prüfung aller Vorhaben in der Grundgesamtheit gefunden würden) lässt sich mit der folgenden Formel prognostizieren:

$$CBV = BV - EE = 6\,440\,727\,190 - 39\,908\,283 = 6\,402\,289\,051$$

Ausgehend von den Standardabweichungen der Fehler in den Stichproben der beiden Schichten (Tabelle mit Stichprobenergebnissen) beträgt der gewichtete Mittelwert der Varianz der Fehler für alle Stichprobenschichten:

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{1520}{4867} \times 16\,783^2 + \frac{3347}{4867} \times 117\,335^2 = 9\,555\,777\,062$$

Für die Genauigkeit der Hochrechnung gilt

$$SE = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}} = 4867 \times 0,842 \times \frac{\sqrt{9\,555\,777\,062}}{\sqrt{55}} = 54\,016\,333$$

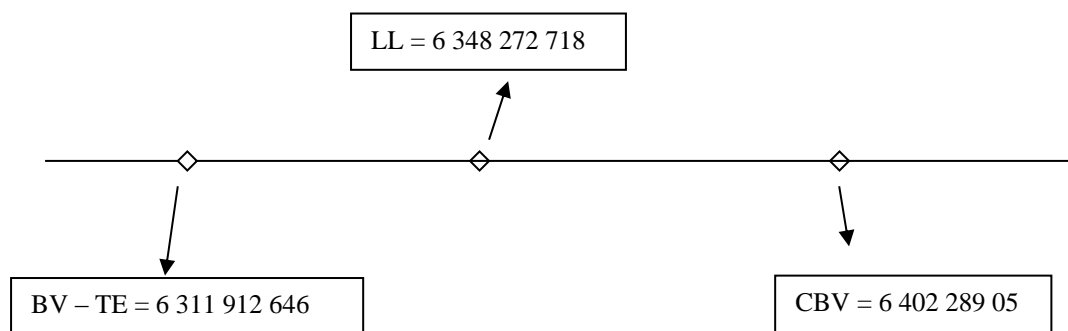
Um Rückschlüsse auf die Erheblichkeit der Fehler zu ermöglichen, wird zunächst die Untergrenze für den korrigierten Buchwert berechnet. Diese Untergrenze entspricht

$$LL = CBV - SE = 6\,402\,289\,051 - 54\,016\,333 = 6\,348\,272\,718$$

Die Hochrechnungen auf den korrekten Buchwert und die Untergrenze sollten jeweils mit der Differenz zwischen dem Buchwert (geltend gemachte Ausgaben) und dem maximal zulässigen Fehler ( $TE$ ) verglichen werden:

$$BV - TE = 6\,440\,727\,190 - 128\,814\,544 = 6\,311\,912\,646$$

Da  $BV - TE$  einen geringeren Wert aufweist als die Untergrenze  $CBV - SE$ , bestehen hinreichende Beweise dafür, dass die Fehler im Programm unterhalb der Erheblichkeitsschwelle liegen.



### 6.2.3 Differenzschätzung – zwei Zeiträume

#### 6.2.3.1 Einleitung

Die Prüfbehörde kann das Stichprobenverfahren in mehreren Zeiträumen während des Jahres (typischerweise zwei Halbjahre) durchführen. Der wichtigste Vorteil dieses Ansatzes steht nicht im Zusammenhang mit einer Reduzierung des Stichprobenumfangs, sondern mit der Möglichkeit, den Prüfungsaufwand über das Jahr zu verteilen und somit den Aufwand zu verringern, der bei nur einer Beobachtung am Ende des Jahres entstünde.

Mit diesem Ansatz wird die Jahresgrundgesamtheit in zwei Teilgesamtheiten aufgeteilt, die jeweils den Vorhaben und Ausgaben eines Halbjahres entsprechen. Für jedes Halbjahr werden unabhängige Stichproben unter Anwendung des üblichen Zufallsstichprobenverfahrens gezogen.

#### 6.2.3.2 Stichprobenumfang

Der Stichprobenumfang wird nach dem gleichen Ansatz wie beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren in zwei Halbjahren berechnet. Einzelheiten dazu siehe Abschnitt 6.1.3.2.

### 6.2.3.3 Extrapolation

Auf der Basis der beiden Teilstichproben jedes Halbjahres lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit wie folgt berechnen:

$$EE = N_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2}$$

In der Praxis wird in jedem Halbjahr der Durchschnitt der festgestellten Fehler in der Stichprobe mit der Anzahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit ( $N_t$ ) multipliziert, und die Ergebnisse für die beiden Halbjahre werden sodann addiert.

In einem zweiten Schritt lässt sich der korrekte Buchwert (die korrekten Ausgaben, die bei Prüfung aller Vorhaben in der Grundgesamtheit gefunden würden) mit der folgenden Formel hochrechnen:

$$CBV = BV - EE$$

wobei  $BV$  der jährliche Buchwert (beide Halbjahre) ist und  $EE$  den genannten prognostizierten Fehler bezeichnet.

### 6.2.3.4 Genauigkeit

Genauigkeit (Stichprobenfehler) ist das Maß der mit der Hochrechnung (Extrapolation) verbundenen Unsicherheit. Sie ergibt sich aus der folgenden Formel

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} \right)}$$

wobei  $s_{et}$  die Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe des Halbjahres  $t$  bezeichnet (nunmehr aus den Stichproben berechnet, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurden)

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$



### 6.2.3.5 Bewertung

Um Rückschlüsse auf die Erheblichkeit der Fehler zu ermöglichen, wird zunächst die Untergrenze für den korrigierten Buchwert berechnet. Diese Untergrenze entspricht

$$LL = CBV - SE$$

Die Hochrechnungen auf den korrekten Buchwert und die Untergrenze sollten jeweils mit der Differenz zwischen dem Buchwert (geltend gemachte Ausgaben) und dem maximal zulässigen Fehler (*TE*) verglichen werden:

$$BV - TE = BV - 2 \% \times BV = 98 \% \times BV$$

Außerdem sollten Prüfungsschlussfolgerungen unter Verwendung des Ansatzes gezogen werden, der in Abschnitt 6.2.1.5 für die Standarddifferenzschätzung dargelegt wurde.

### 6.2.3.6 Beispiel

Eine PB hat sich entschieden, den Prüfaufwand zwischen den beiden Halbjahren aufzuteilen. Am Ende des ersten Halbjahres stellen sich die Merkmale der Grundgesamtheit wie folgt dar:

Geltend gemachte Ausgaben (DE) am Ende des ersten Halbjahrs	1 237 952 015 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	3852

Ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen ist der PB bekannt, dass in der Regel alle in den Programmen am Ende des Bezugszeitraums enthaltenen Vorhaben bereits in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres aktiv sind. Ferner wird erwartet, dass die am Ende des ersten Halbjahres geltend gemachten Ausgaben etwa 30 % der zum Ende des Bezugszeitraums insgesamt geltend gemachten Ausgaben ausmachen. Auf der Grundlage dieser Annahmen gibt die folgende Tabelle eine Übersicht über diese Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben (DE) des ersten Halbjahres	1 237 952 015 EUR
Geltend gemachte Ausgaben (DE) des zweiten Halbjahres (Vorhersage)	2 888 554 702 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – Zeitraum 1)	3852
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – Zeitraum 2, Vorhersage)	3852

Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein niedriges Sicherheitsniveau. Die Stichprobenerhebung für dieses Programm sollte daher mit einem Konfidenzniveau von 90 % durchgeführt werden.

Am Ende des ersten Halbjahres wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Semester) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_w^2$  der gewichtete Mittelwert der Fehlervarianzen in jedem Halbjahr ist:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

und  $\sigma_{et}^2$  die Varianz der Fehler in jedem Zeitraum  $t$  (Halbjahr) bezeichnet. Die Fehlervarianz der beiden Halbjahre wird jeweils als eigenständige Grundgesamtheit berechnet

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

Dabei sind  $E_{ti}$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe des Halbjahres  $t$  und  $\bar{E}_t$  der mittlere Fehler der Stichprobe im Halbjahr  $t$ .

Da der Wert von  $\sigma_{et}^2$  unbekannt ist, beschloss die PB, am Ende des ersten laufenden Halbjahres eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben zu ziehen. Die Standardabweichung der Fehler in dieser Vorabstichprobe im ersten Halbjahr beträgt 49 534 EUR. Auf der Grundlage einer fachlichen Beurteilung und in dem Wissen, dass die Ausgaben im zweiten Halbjahr gewöhnlich höher sind als im ersten, hat die Prüfbehörde in einer vorläufigen Vorhersage die Standardabweichung der Fehler für das zweite Halbjahr um 20 % höher angesetzt als im ersten Halbjahr, d. h. 59 441 EUR. Daher beträgt der gewichtete Durchschnitt der Fehlervarianzen:

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 = 0,5 \times 69\,534^2 + 0,5 \times 59\,441^2 \\ &= 2\,993\,412\,930. \end{aligned}$$

Hinweis: Die Größe der Grundgesamtheit in einem gegebenen Halbjahr entspricht der Anzahl der aktiven Vorhaben (mit Ausgaben) in dem entsprechenden Halbjahr.

Am Ende des ersten Halbjahres beträgt der Stichprobenumfang für das gesamte Jahr:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_w^2$  den gewichteten Durchschnitt der Varianzen der Fehler für die gesamte Schichtenmenge (Einzelheiten siehe Abschnitt 7.1.2.2) bezeichnet,  $z$  1,645 (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 90 % entspricht) beträgt und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % des Buchwerts (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) beträgt. Der Gesamtbuchwert umfasst den tatsächlichen Buchwert am Ende des ersten Halbjahres zuzüglich des vorhergesagten Buchwerts für das zweite Halbjahr 4 126 506 717 EUR, d. h. der zulässige Fehler beträgt 2 % x 4 126 506 717 EUR = 82 530 134 EUR. Die Vorabstichprobe auf die Grundgesamtheit des ersten Halbjahres ergibt eine Stichprobenfehlerquote von 0,6 %. Die Prüfbehörde erwartet, dass diese Fehlerquote über das gesamte Jahr konstant bleibt. Daher ergibt sich ein voraussichtlicher Fehler  $AE$  von 0,6 % x 4 126 506 717 EUR = 24 759 040 EUR. Der Stichprobenumfang für das gesamte Jahr ist:

$$n = \left( \frac{3852 \times 2 \times 1,645 \times \sqrt{5\,898\,672\,130}}{82\,530\,134 - 24\,759\,040} \right)^2 \approx 145$$

Die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 73$$

und

$$n_2 = n - n_1 = 72$$

Die Stichprobe des ersten Halbjahres führte zu den folgenden Ergebnissen:

Stichprobenbuchwert – erstes Halbjahr	41 009 806 EUR
Stichprobengesamtfehler – erstes Halbjahr	577 230 EUR
Stichprobenstandardabweichung der Fehler – erstes Halbjahr	52 815 EUR

Am Ende des zweiten Halbjahres stehen mehr Informationen zur Verfügung. Insbesondere die Anzahl der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben ist genau bekannt, die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenvarianz der Fehler  $s_{e1}$  ist bereits vorhanden, und die Standardabweichung der Fehler für das zweite Halbjahr  $\sigma_{e2}$  lässt sich anhand einer Vorabstichprobe realer Daten nunmehr genauer bewerten.

Die PB stellt fest, dass die am Ende des ersten Halbjahres getroffene Annahme zur Gesamtzahl der Vorhaben richtig war. Dennoch gibt es zwei Parameter, für die aktualisierte Zahlen verwendet werden sollten.

Erstens ergab die Schätzung der Standardabweichung der Fehler auf der Grundlage der Stichprobe des ersten Halbjahres von 73 Vorhaben einen Wert von 52 815 EUR. Dieser neue Wert sollte nun zur Neubewertung des geplanten Stichprobenumfangs herangezogen werden. Zweitens schätzt die Prüfbehörde auf der Grundlage einer neuen Vorabstichprobe von 20 Vorhaben der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres die Standardabweichung der Fehler für das zweite Halbjahr auf 87 369 EUR (weit entfernt vom am Ende des ersten Zeitraums vorhergesagten Wert). Die Schlussfolgerung lautet dementsprechend, dass die zur Planung des Stichprobenumfangs verwendete Standardabweichung der Fehler im ersten Halbjahr dem am Ende des ersten Halbjahres erzielten Wert nahekommt. Dennoch ist die zur Planung des Stichprobenumfangs verwendete Standardabweichung der Fehler im zweiten Halbjahr weit von der durch die neue Vorabstichprobe gelieferten Zahl entfernt. Die Stichprobe für das zweite Halbjahr muss also korrigiert werden.

Darüber hinaus sollte der vorhergesagte Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres – 5 202 775 175 EUR – durch den realen Wert 2 888 554 702 EUR ersetzt werden.

<b>Parameter</b>	<b>Ende des ersten Halbjahres</b>	<b>Ende des zweiten Halbjahres</b>
Standardabweichung der Fehler im ersten Halbjahr	49 534 EUR	52 815 EUR
Standardabweichung der Fehler im zweiten Halbjahr	59 441 EUR	87 369 EUR
Gesamtausgaben im zweiten Halbjahr	2 888 554 702 EUR	5 202 775 175 EUR

Unter Berücksichtigung dieser beiden Anpassungen beträgt der neu berechnete Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres

$$\begin{aligned}
 n_2 &= \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2} \\
 &= \frac{(1,645 \times 3852 \times 107\,369)^2}{(128\,814\,544 - 38\,644\,363)^2 - 1,645^2 \times \frac{3\,852^2}{142} \times 65\,815^2} \approx 47
 \end{aligned}$$

Mit der Prüfung der 73 Vorhaben im ersten Halbjahr zuzüglich dieser 47 Vorhaben im zweiten Halbjahr erhält der Prüfer Informationen über den Gesamtfehler für die Vorhaben der Stichprobe. Die vorherige Vorabstichprobe von 20 Vorhaben wird als Teil der Hauptstichprobe verwendet. Daher braucht der Prüfer im zweiten Halbjahr nur 27 weitere Vorhaben auszuwählen.

Die Stichprobe des zweiten Halbjahres führte zu den folgenden Ergebnissen:

Stichprobenbuchwert – zweites Halbjahr	59 312 212 EUR
Stichprobengesamtfehler – zweites Halbjahr	588 336 EUR
Stichprobenstandardabweichung der Fehler – erstes Halbjahr	78 489 EUR

Auf der Grundlage beider Stichproben lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit berechnen als:

$$EE = N_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2} = 3852 \times \frac{577\,230}{142} + 3852 \times \frac{588\,336}{68} \\ = 78\,677\,283$$

Dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von 1,22 %.

In einem zweiten Schritt lässt sich der korrekte Buchwert (die korrekten Ausgaben, die bei Prüfung aller Vorhaben in der Grundgesamtheit gefunden würden) mit der folgenden Formel hochrechnen:

$$CBV = BV - EE = 6\,440\,727\,190 - 78\,677\,283 = 6\,362\,049\,907$$

wobei  $BV$  der jährliche Buchwert (beide Halbjahre) ist und  $EE$  den genannten prognostizierten Fehler bezeichnet.

Die Genauigkeit (Stichprobenfehler) ist ein Maß der mit der Hochrechnung (Extrapolation) verbundenen Unsicherheit und wird anhand folgender Formel berechnet:

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{S_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{S_{e2}^2}{n_2} \right)} \\ = 1,645 \times \sqrt{\left( 3852^2 \times \frac{52\,815^2}{73} + 3852^2 \times \frac{78\,849^2}{47} \right)} = 82\,444\,754$$

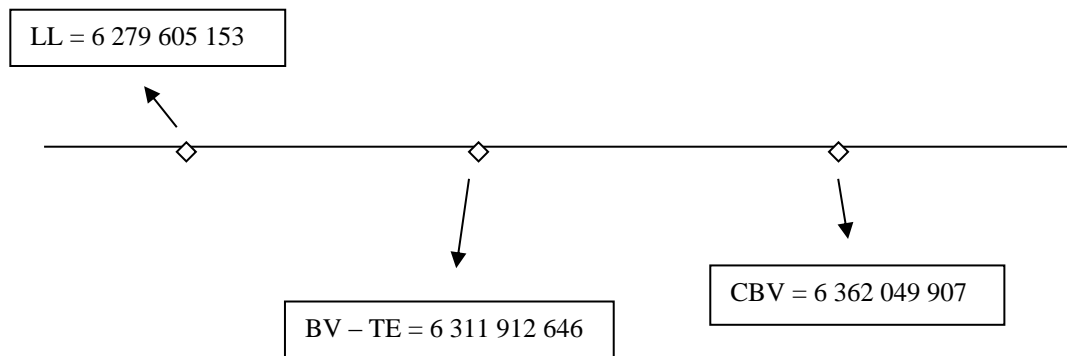
Um Rückschlüsse auf die Erheblichkeit der Fehler zu ermöglichen, wird zunächst die Untergrenze für den korrigierten Buchwert berechnet. Diese Untergrenze entspricht

$$LL = CBV - SE = 6\,362\,049\,907 - 82\,444\,754 = 6\,279\,605\,153$$

Die Hochrechnungen auf den korrekten Buchwert und die Untergrenze sollten jeweils mit der Differenz zwischen dem Buchwert (geltend gemachte Ausgaben) und dem maximal zulässigen Fehler ( $TE$ ) verglichen werden:

$$BV - TE = 6\,440\,727\,190 - 128\,814\,544 = 6\,311\,912\,646$$

Falls  $BV - TE$  zwischen der Untergrenze  $LL = CBV - SE$  und  $CBV$  liegt, siehe Abschnitt 4.12 für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse.



## 6.3 Wertbezogenes Stichprobenverfahren

### 6.3.1 Standardansatz

#### 6.3.1.1 Einleitung

Das wertbezogene Stichprobenverfahren (MUS) ist ein statistisches Stichprobenverfahren, bei dem die Geldeinheit als Hilfsvariable für die Probenahme verwendet wird. Dieser Ansatz beruht in der Regel auf einer systematischen Stichprobenziehung, bei der die Wahrscheinlichkeit in einem proportionalen Verhältnis zur Größe steht (PPS = Probability Proportional to Size), d. h. in einem proportionalen Verhältnis zum Geldwert der Stichprobeneinheit (Elemente mit höheren Beträgen werden mit größerer Wahrscheinlichkeit ausgewählt).

Dabei handelt es sich um das wohl beliebteste Stichprobenverfahren für die Buchprüfung. Besonders nützlich ist es, wenn die Buchwerte eine hohe Streuung aufweisen und eine positive Korrelation (Assoziation) zwischen Fehlern und Buchwerten besteht, also immer, wenn zu erwarten ist, dass Elemente mit höheren Werten eher höhere Fehler aufweisen.

Eine derartige Situation kommt im Prüfungszusammenhang häufig vor. Bei Vorliegen der genannten Bedingungen – also Buchwerte mit hoher Variabilität und Fehler positiv korreliert (assoziiert) mit Buchwerten – ergibt das MUS bei gleichem Genauigkeitsgrad eher kleinere Stichprobenumfänge als Stichprobenverfahren mit gleicher Wahrscheinlichkeit.

Außerdem sei darauf hingewiesen, dass bei nach diesem Verfahren gezogenen Stichproben typischerweise hochwertige Elemente über- und niedrigwertige Elemente unterrepräsentiert sind. Zwar stellt dies an sich kein Problem dar, da im Extrapolationsprozess ein Ausgleich geschaffen wird, doch werden

Stichprobenergebnisse (z. B. die Stichprobenfehlerquote) damit nicht interpretierbar (nur extrapolierte Ergebnisse lassen sich interpretieren).

Wie die Verfahren mit gleicher Wahrscheinlichkeit lässt sich dieses Verfahren mit einer Schichtung kombinieren (günstige Bedingungen für die Schichtung werden in Abschnitt 5.2 erörtert).

### 6.3.1.2 Stichprobenumfang

Die Berechnung des Stichprobenumfangs  $n$  innerhalb der Rahmenbedingungen des wertbezogenen Stichprobenverfahrens beruht auf den folgenden Informationen:

- dem Buchwert der Grundgesamtheit (insgesamt geltend gemachte Ausgaben)  $BV$
- dem Konfidenzniveau, das mithilfe von Systemprüfungen und dem damit verwandten Koeffizienten  $z$  aus einer Normalverteilung ermittelt wird (siehe Abschnitt 5.3)
- maximal zulässiger Fehler  $TE$  (in der Regel 2 % der gesamten Ausgaben)
- voraussichtlicher Fehler  $AE$ , der vom Prüfer anhand seines fachlichen Urteils und vorhandener Informationen ausgewählt wird
- der Standardabweichung  $\sigma_r$  der Fehlerquoten (aus einer MUS-Stichprobe).

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_r$  die Standardabweichung der Fehlerquoten aus einer MUS-Stichprobe bezeichnet. Für eine Näherung an diese Standardabweichung vor Durchführung der Prüfung müssen sich die Mitgliedstaaten entweder auf ihr historisches Wissen (Varianz der Fehlerquoten in einer Stichprobe des vergangenen Zeitraums) oder auf eine Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang  $n^p$  stützen (für die Vorabstichprobe wird ein Stichprobenumfang von nicht weniger als 20 bis 30 Einheiten empfohlen). In jedem Fall wird die Varianz der Fehlerquoten (Quadrat der Standardabweichung) wie folgt berechnet:

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (r_i - \bar{r})^2;$$

wobei  $r_i = \frac{E_i}{BV_i}$  die Fehlerquote eines Vorhabens <sup>27</sup> ist und als Quotient aus  $E_i$  und dem Buchwert (die gegenüber der Kommission geltend gemachten Ausgaben,  $BV_i$ ) des  $i$ -ten Vorhabens in der Stichprobe definiert wird und  $\bar{r}$  die mittlere Fehlerquote in der Stichprobe bezeichnet, das heißt:

$$\bar{r} = \frac{1}{n^p} \sum_{i=1}^{n^p} \frac{E_i}{BV_i}$$

Beruhet die Standardabweichung wie üblich auf einer Vorabstichprobe, so kann die Stichprobe auch in diesem Fall anschließend als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden. Dennoch ist die Auswahl und Beobachtung einer Vorabstichprobe im Rahmen von MUS weitaus komplizierter als beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren oder bei der Differenzschätzung. Dies liegt daran, dass für die Stichprobe hochwertige Elemente mit größerer Häufigkeit ausgewählt werden. Daher stellt die Betrachtung einer Stichprobe von 20 bis 30 Vorhaben oft eine schwierige Aufgabe dar. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich im Rahmen des MUS nachdrücklich, dass die Schätzung der Standardabweichung  $\sigma_r$  auf historischen Daten beruht, weil dann die Notwendigkeit einer Vorabstichprobe entfällt.

### 6.3.1.3 Stichprobenauswahl

Nach der Festlegung des Stichprobenumfangs sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die einer zu 100 % zu prüfenden hochwertigen Schicht angehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_i > BV/n$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet.

Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang  $n_s$  wird als Differenz zwischen  $n$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der umfassenden Schicht ( $n_e$ ) berechnet.

Die Auswahl der Stichprobe in der nicht umfassenden Schicht erfolgt mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, d. h. proportional zu den Buchwerten der

---

<sup>27</sup> Immer wenn der Buchwert der Einheit  $i$  ( $BV_i$ ) größer als der Schwellenwert  $BV/n$  ist, sollte das Verhältnis  $\frac{E_i}{BV_i}$  durch  $\frac{E_i}{BV/n}$  ersetzt werden, wobei  $BV$  den Buchwert der aktuellen Grundgesamtheit bezeichnet, falls eine Vorabstichprobe verwendet wird, oder den Buchwert der historischen Grundgesamtheit, falls eine historische Stichprobe verwendet wird. Außerdem stellt  $n$  den Stichprobenumfang der Vorabstichprobe (falls verwendet) oder den Stichprobenumfang der historischen Stichprobe dar.



Elemente  $BV_i$ <sup>28</sup>. Eine gängige Möglichkeit zur Durchführung der Auswahl ist eine systematische Auswahl unter Verwendung eines Stichprobenintervalls, das dem Quotienten aus Gesamtausgaben in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_s$ ) und der Stichprobengröße ( $n_s$ ) entspricht, d. h.

$$SI = \frac{BV_s}{n_s}$$

In der Praxis wird die Stichprobe aus einer in zufälliger Reihenfolge angeordneten Liste von Elementen (in der Regel Vorhaben) ausgewählt, wobei jedes Element, welches die x-te Geldeinheit enthält, ausgewählt wird, und x dem Stichprobenintervall entspricht und einen willkürlich ausgewählten Anfangspunkt zwischen 1 und SI aufweist. Wenn beispielsweise eine Grundgesamtheit einen Buchwert von 10 000 000 EUR besitzt und eine Stichprobe von 40 Vorhaben gebildet wird, so wird jedes Vorhaben ausgewählt, das den 250 000-sten Euro enthält.

Es ist zu beachten, dass es in der Praxis vorkommen kann, dass einige Einheiten der Grundgesamtheit nach der Berechnung des Stichprobenintervalls auf der Grundlage der Ausgaben und des Stichprobenumfangs der Stichprobenschicht immer noch eine Ausgabe aufweisen, die größer als dieses Stichprobenintervall  $BV_s/n_s$  ist (obwohl sie zuvor keine Ausgabe über dem Schwellenwert aufwiesen ( $BV/n$ )). In der Tat müssen alle Elemente, deren Buchwert immer noch größer ist als dieses Intervall ( $BV_i > BV_s/n_s$ ) ebenfalls zur hochwertigen Schicht hinzugefügt werden. In diesem Fall und nach Verschiebung der neuen Elemente in die hochwertige Schicht muss das Stichprobenintervall für die Stichprobenschicht neu berechnet werden, wobei die neuen Werte für das Verhältnis  $BV_s/n_s$  berücksichtigt werden müssen. Dieses iterative Verfahren muss möglicherweise mehrmals durchgeführt werden, bis es keine weiteren Einheiten gibt, die eine Ausgabe über dem Stichprobenintervall aufweisen.

#### 6.3.1.4 Prognostizierter Fehler

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt für die Einheiten in der umfassenden Schicht anders als für die Einheiten in der nicht umfassenden Schicht.

Bei der umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag ( $BV_i > \frac{BV}{n}$ ), entspricht der prognostizierte

---

<sup>28</sup> Dies kann mittels spezieller Software, einem Statistikpaket oder sogar einfacher Software wie Excel durchgeführt werden. Es ist zu beachten, dass die Aufteilung zwischen der umfassenden hochwertigen Schicht und der nicht umfassenden Schicht in bestimmter Software nicht erforderlich ist, da diese automatisch die Auswahl von Einheiten mit einer 100%igen Auswahlwahrscheinlichkeit einbezieht.

Fehler einfach der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Schicht festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Bei der nicht umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenbetrag ist ( $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ ), ergibt sich der prognostizierte Fehler wie folgt:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

- 1) für jede Einheit in der Stichprobe wird die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag bestimmt;  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) die ermittelten Fehlerquoten werden für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert;
- 3) das Ergebnis des vorigen Schritts wird mit dem Stichprobenintervall (SI) multipliziert:

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s$$

### 6.3.1.5 Genauigkeit

Die Genauigkeit ist das Maß der mit der Extrapolation verbundenen Unsicherheit. Sie steht für den Stichprobenfehler und ist zu berechnen, um anschließend ein Konfidenzintervall zu erhalten.

Für die Genauigkeit gilt die Formel:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

wobei  $s_r$  die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Schicht ist (aus der gleichen Stichprobe berechnet, die auch zur Extrapolation der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde)

$$s_r^2 = \frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} (r_i - \bar{r}_s)^2$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_s$  dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der Schicht:

$$\bar{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{n_s}$$

Zu beachten ist, dass der Stichprobenfehler nur für die nicht umfassende Schicht berechnet wird, da in der umfassenden Schicht kein Stichprobenfehler nachgewiesen werden muss.

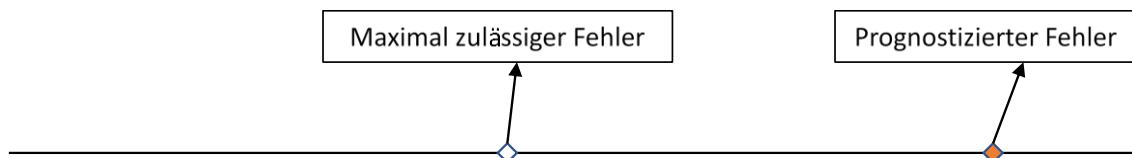
### 6.3.1.6 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

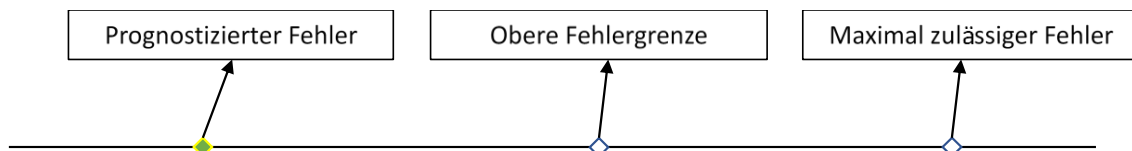
$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

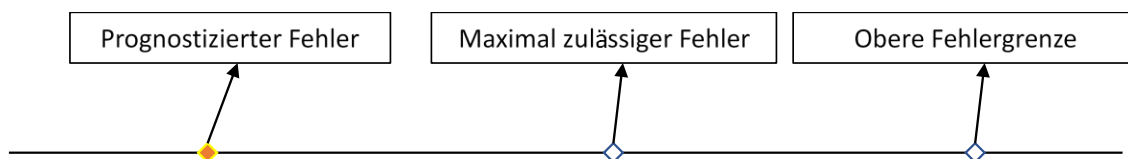
- Liegt der prognostizierte Fehler über dem maximal zulässigen Fehler, würde der Prüfer schlussfolgern, dass hinreichende Beweise dafür vorliegen, dass die Fehler in der Grundgesamtheit über der Erheblichkeitsschwelle liegen:



- Liegt die obere Fehlergrenze unter dem maximal zulässigen Fehler, sollte der Prüfer schlussfolgern, dass die Fehler in der Grundgesamtheit unter der Erheblichkeitsschwelle liegen.



Falls der prognostizierte Fehler unter dem maximal zulässigen Fehler liegt, die obere Fehlergrenze jedoch größer ist, siehe bitte Abschnitt 4.12 für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse.



### 6.3.1.7 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr für Vorhaben in einem Programm geltend gemacht wurden. Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein geringes Sicherheitsniveau. Die Stichprobenerhebung für dieses Programm sollte daher mit einem Konfidenzniveau von 90 % durchgeführt werden.

Die Grundgesamtheit ist in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_r$  die Standardabweichung der Fehlerquoten aus einer MUS-Stichprobe bezeichnet. Um eine Näherung an diese Standardabweichung zu ermitteln, beschloss die PB, die Standardabweichung des Vorjahres heranzuziehen. Die Stichprobe des Vorjahres bestand aus 50 Vorhaben, von denen fünf einen Buchwert hatten, der über dem Stichprobenintervall lag.

Die folgende Tabelle zeigt für diese fünf Vorhaben die Ergebnisse der Vorjahresprüfung:

Vorhabenkennnummer	Buchwert (BV)	Korrekt Buchwert (CBV)	Fehler	Fehlerquote
1850	115 382 867 EUR	115 382 867 EUR	- EUR	-
4327	129 228 811 EUR	129 228 811 EUR	- EUR	-
4390	142 151 692 EUR	138 029 293 EUR	4 122 399 EUR	0,0491
1065	93 647 323 EUR	93 647 323 EUR	- EUR	-
1817	103 948 529 EUR	100 830 073 EUR	3 118 456 EUR	0,0371

Hierbei ist besonders zu beachten, dass die Fehlerquote (letzte Spalte) berechnet wird als  $r_i = \frac{E_i}{BV/n}$ , dem Quotienten aus dem Fehler des Vorhabens und dem BV dividiert

durch den anfänglichen Stichprobenumfang, also 50, da diese Vorhaben einen Buchwert aufweisen, der größer ist als das Stichprobenintervall (Einzelheiten dazu siehe Abschnitt 6.3.1.2).

In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse der Vorjahresprüfung für die Stichprobe von 45 Vorhaben mit Buchwert unter dem Schwellenwert zusammengefasst.

	A	B	C	D	E
1	<b>Operation ID</b>	<b>Book Value (BV)</b>	<b>Audit Value (AV)</b>	<b>Error</b>	<b>Error rate</b>
2	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.0207
3	424	23,014,045 €	23,014,045 €	- €	
4	2327	32,886,198 €	32,886,198 €	- €	
5	5009	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	
6	1491	78,695,230 €	78,695,230 €	- €	
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
39	2596	8,912,999 €	8,909,491 €	3,508 €	0.00039
40	779	26,009,790 €	26,009,790 €	- €	-
41	1250	264,950 €	264,950 €	- €	-
42	3895	30,949,004 €	30,949,004 €	- €	-
43	2011	617,668 €	617,668 €	- €	-
44	4796	335,916 €	335,916 €	- €	-
45	3632	7,971,113 €	7,971,113 €	- €	-
46	2451	17,470,048 €	17,470,048 €	- €	-
47	<b>Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E46;0;0;0.0491;0;0.0371)-----&gt;</b>				<b>0.085</b>

Auf der Grundlage dieser Vorabstichprobe beträgt die Standardabweichung der Fehlerquoten  $\sigma_r$  0,085 (in MS Excel berechnet als „:=STDEV.S(E2:E46;0;0;0.0491;0;0.0371)“).

Ausgehend von diesen Schätzwerten für die Standardabweichung der Fehlerquoten, den maximal zulässigen Fehlern und den voraussichtlichen Fehlern, lässt sich der Stichprobenumfang errechnen. Bei einem zulässigen Fehler von 2 % des Gesamtbuchwertes,  $2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$  (in der Verordnung festgelegter Erheblichkeitswert), und einer voraussichtlichen Fehlerquote von 0,4 %,  $0,4 \% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$  (dies entspricht der festen Überzeugung der PB auf der Grundlage der Vorjahresinformationen und der Ergebnisse des Berichts über die Bewertung von Verwaltungs- und Kontrollsystemen), gilt

$$n = \left( \frac{1,645 \times 4\,199\,882\,024 \times 0,085}{83\,997\,640 - 16\,799\,528} \right)^2 \approx 77$$

Zunächst einmal sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert (BV) und dem geplanten

Stichprobenumfang ( $n$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_i > BV/n$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert  $4\,199\,882\,024 \div 77 = 54\,593\,922$  EUR.

In eine isolierte Schicht ordnete die PB alle Vorhaben mit einem Buchwert von über  $54\,593\,922$  EUR ein, was acht Vorhaben und  $786\,837\,081$  EUR entspricht.

Das Stichprobenintervall für die übrige Grundgesamtheit ist gleich dem Buchwert in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_s$ ) (Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert und dem Buchwert der acht Vorhaben der oberen Schicht) dividiert durch die Anzahl der auszuwählenden Vorhaben (77 minus die 8 Vorhaben in der oberen Schicht).

$$\text{Stichprobenintervall} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4\,199\,882\,024 - 786\,837\,081}{69} = 49\,464\,419$$

Die PB hat geprüft, dass es keine Vorhaben mit höheren Buchwerten als das Intervall gab; daher umfasst die obere Schicht nur die 8 Vorhaben mit einem größeren Buchwert als dieser Schwellenwert. Aus einer in zufälliger Reihenfolge angeordneten Liste von Vorhaben wird die Stichprobe durch Auswahl jedes Elements gezogen, das die  $49\,464\,419$ -te Geldeinheit enthält.

Eine Datei mit den übrigen 3844 Vorhaben ( $3852$  minus 8 hochwertige Vorhaben) der Grundgesamtheit wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 69 Vorhaben ( $77$  minus 8 hochwertige Vorhaben) nach genau folgendem Verfahren gezogen.

Es wurde ein Zufallswert zwischen 1 und dem Stichprobenintervall  $49\,464\,419$  generiert ( $22\,006\,651$ ). Die erste Auswahl entspricht dem ersten Vorhaben in der Datei, dessen kumulierter Buchwert größer oder gleich  $22\,006\,651$  ist.

Die zweite Auswahl entspricht dem ersten Vorhaben, das die  $71\,471\,070$ -ste Geldeinheit ( $22\,006\,651 + 49\,464\,419 = 71\,471\,070$ , Ausgangspunkt plus Stichprobenintervall) enthält. Das dritte auszuwählende Vorhaben entspricht dem ersten Vorhaben mit der  $120\,935\,489$ -sten Geldeinheit ( $71\,471\,070 + 49\,464\,419 = 120\,935\,489$ , vorheriger Geldeinheit plus Stichprobenintervall) usw.

Vorhabenkennummer	Buchwert (BV)	AcumBV	Stichprobe
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR	Nein
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR	Ja
2327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR	Nein
5009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR	Ja
1491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR	Ja
(...)	(...)	(...)	...
2596	8 912 999 EUR	307 654 321 EUR	Nein
779	26 009 790 EUR	333 664 111 EUR	Ja
1250	264 950 EUR	333 929 061 EUR	Nein
3895	30 949 004 EUR	364 878 065 EUR	Nein
2011	617 668 EUR	365 495 733 EUR	Nein
4796	335 916 EUR	365 831 649 EUR	Nein
3632	7 971 113 EUR	373 802 762 EUR	Ja
2451	17 470 048 EUR	391 272 810 EUR	Nein
(...)	(...)	(...)	...

Nach der Prüfung der 77 Vorhaben kann die PB den Fehler hochrechnen.

Von den acht hochwertigen Vorhaben (Gesamtbuchwert 786 837 081 EUR) enthalten drei Vorhaben Fehler, was einem Fehlerbetrag von 7 616 805 EUR entspricht.

Bei der restlichen Stichprobe gestaltet sich die Fehlerbehandlung anders. Für diese Vorhaben wird folgendes Verfahren verwendet:

- 1) für jede Einheit in der Stichprobe wird die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag bestimmt;  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) diese Fehlerquoten werden für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert (in MS Excel berechnet als „:=SUM(E2:E70)“)
- 3) das Ergebnis des vorigen Schritts wird mit dem Stichprobenintervall (SI) multipliziert:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

	A	B	C	D	E
1	<b>Operation ID</b>	<b>Book Value (BV)</b>	<b>Audited Value (AV)</b>	<b>Error</b>	<b>Error rate</b>
2	5002	48,725,645 €	48,725,645 €	- €	-
3	779	26,009,790 €	333,664,111 €	- €	-
4	2073	859,992 €	859,992 €	- €	-
5	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.02
6	989	394,316 €	394,316 €	- €	-
7	65	25,234,699 €	25,125,915 €	108,784 €	0
8	5010	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	-
9	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
64	1841	768,278 €	768,278 €	- €	-
65	3672	624,882 €	624,882 €	- €	-
66	2355	343,462 €	301,886 €	41,576 €	0.12
67	959	204,847 €	204,847 €	- €	-
68	608	15,293,716 €	15,293,716 €	- €	-
69	4124	6,773,014 €	6,773,014 €	- €	-
70	262	662 €	662 €	- €	-
71	<b>Total:=SUM(E2:E70)</b> ----->				1.096
72	<b>Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E70)</b> ----->				0.09

$$EE_s = 49\,464\,419 \times 1,096 = 54\,213\,004$$

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = 7\,616\,805 + 54\,213\,004 = 61\,829\,809$$

Die prognostizierte Fehlerquote ist der Quotient aus dem prognostizierten Fehler und den Gesamtausgaben:

$$r = \frac{61\,829\,809}{4\,199\,882\,024} = 1,47\%$$

Die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobenschicht beträgt 0,09 (in MS Excel berechnet als „:=STDEV.S(E2:E70)“).

Die Genauigkeit errechnet sich folgendermaßen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1,645 \times \frac{4\,199\,882\,024 - 786\,837\,081}{\sqrt{69}} \times 0,09 = 60\,831\,129$$

Zu beachten ist, dass der Stichprobenfehler nur für die nicht umfassende Schicht berechnet wird, da in der umfassenden Schicht kein Stichprobenfehler nachgewiesen werden muss.

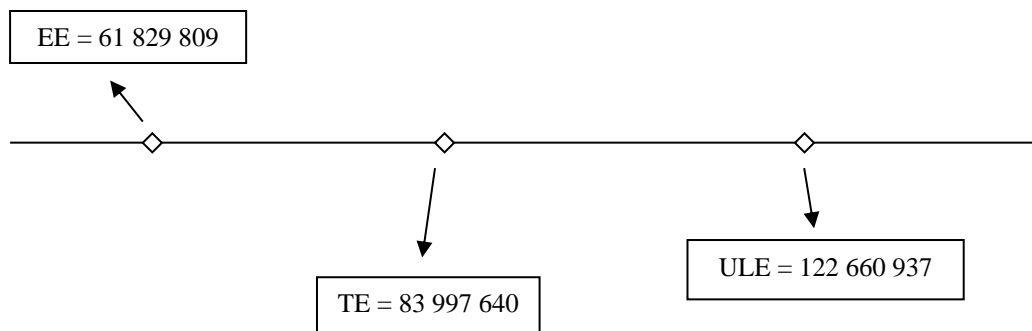


Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = 61\,829\,809 + 60\,831\,129 = 122\,660\,937$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler 83 997 640 EUR verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen.

Da der maximal zulässige Fehler größer als der prognostizierte Fehler aber kleiner als die Fehlerobergrenze ist, siehe bitte Abschnitt 4.12 für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse.



## 6.3.2 Geschichtetes wertbezogenes Stichprobenverfahren

### 6.3.2.1 Einleitung

Beim geschichteten MUS wird die Grundgesamtheit in Teilgesamtheiten („Schichten“) unterteilt. Aus jeder Schicht werden unter Anwendung des MUS-Standardansatzes unabhängige Stichproben gezogen.

Wie üblich ist bei der Auswahl der Schichtungskriterien zu berücksichtigen, dass das Ziel in der Bildung von Gruppen (Schichten) besteht, deren Streuung geringer ist als die der Grundgesamtheit. Alle Variablen, von denen Aufklärung über das Fehlerniveau in den Vorhaben erwartet werden kann, sind somit ebenfalls gut für die Schichtung geeignet. In Frage kommen beispielsweise Programme, Regionen, verantwortliche Stellen oder Klassen, die auf dem Risiko des Vorhabens beruhen.

Eine Schichtung nach Ausgabenniveau ist beim geschichteten MUS nicht von Interesse, da die Ausgabenhöhe hier bereits bei der Auswahl der Stichprobeneinheit berücksichtigt wird.

### 6.3.2.2 Stichprobenumfang

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

Dabei ist  $\sigma_{rw}^2$  ein gewichtetes Mittel der Varianzen der Fehlerquoten für die Gesamtheit der Schichten; das Gewicht jeder Schicht ist gleich dem Quotienten aus dem Buchwert der Schicht ( $BV_h$ ) und dem Buchwert der Grundgesamtheit ( $BV$ ):

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

und  $\sigma_{rh}^2$  ist die Varianz der Fehlerquoten in jeder Schicht. Die Varianz der Fehlerquoten wird für jede Schicht als unabhängige Grundgesamtheit berechnet als

$$\sigma_{rh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (r_{hi} - \bar{r}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

Dabei sind  $r_{hi} = \frac{E_i}{BV_i}$  die einzelnen Fehler der Einheiten in der Stichprobe von Schicht  $h$  und  $\bar{r}_h$  der mittlere Fehler der Stichprobe in der Schicht  $h$ <sup>29</sup>.

Im Zusammenhang mit dem MUS-Standardansatz wurde bereits erklärt, dass diese Werte auf historischem Wissen oder auf einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Umfang beruhen können. Im letztgenannten Fall kann die Pilotstichprobe in der Folge wie üblich als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden. Auch hier gilt die Empfehlung, diese Parameter anhand historischer Daten zu berechnen, weil dann die Notwendigkeit einer Vorabstichprobe entfällt. Wenn die geschichtete MUS erstmals angewandt wird, sind jedoch möglicherweise keine historischen geschichteten Daten verfügbar. In diesem Fall kann der Stichprobenumfang unter Zuhilfenahme der Formeln für den MUS-Standardansatz (siehe Abschnitt 6.3.1.2) bestimmt werden. Das fehlende historische Wissen schlägt natürlich nachteilig zu Buche: Im ersten Prüfzeitraum ist die Stichprobe zwangsläufig größer, als es sonst notwendig wäre. Andererseits können die Informationen, die im ersten Zeitraum der

---

<sup>29</sup> Ist der Buchwert von Einheit  $i$  ( $BV_i$ ) größer als der Schwellenwert  $BV_h/n_h$ , so wird der Quotient  $\frac{E_i}{BV_i}$  durch den Quotienten  $\frac{E_i}{BV_h/n_h}$  ersetzt.

Anwendung der geschichteten MUS gewonnen werden, in künftigen Zeiträumen zur Ermittlung des Stichprobenumfangs herangezogen werden.

Nach Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs  $n$  ist die nach Schicht vorgenommene Aufteilung der Stichprobe wie folgt:

$$n_h = \frac{BV_h}{BV} n.$$

Hierbei handelt es sich um eine allgemeine Aufteilungsmethode, bei der die Aufteilung der Stichprobe auf die Schichten proportional zu den Ausgaben (dem Buchwert) der Schichten erfolgt. Es stehen auch andere Methoden zur Verfügung. Mit einer spezifischeren Aufteilung lassen sich in einigen Fällen ein zusätzlicher Genauigkeitsgewinn bzw. eine Verringerung des Stichprobenumfangs erreichen. Entscheidungen hinsichtlich der Eignung anderer Aufteilungsmethoden für einzelne spezifische Grundgesamtheiten erfordern ein gewisses Maß an stichprobentheoretischen Kenntnissen.

### 6.3.2.3 Stichprobenauswahl

In jeder Schicht  $h$  wird es zwei Komponenten geben: die umfassende Gruppe innerhalb der Schicht  $h$  (d. h. die Gruppe, in der die Stichprobeneinheiten enthalten sind, deren Buchwert größer als der Schwellenwert ist,  $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ ); und die umfassende Gruppe innerhalb der Schicht  $h$  (d. h. die Gruppe, in der die Stichprobeneinheiten enthalten sind, deren Buchwert kleiner als der Schwellenwert ist,  $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$ );

Nach der Festlegung des Stichprobenumfangs sind in jeder der ursprünglichen Schichten ( $h$ ) die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die einer zu 100 % zu prüfenden hochwertigen Gruppe angehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Gruppe entspricht dem Quotient aus dem Buchwert der Schicht ( $BV_h$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_h$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ ), werden der Stichprobengruppe der 100-%-Prüfung zugeordnet.

Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang  $n_{hs}$  wird als Differenz zwischen  $n_h$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der umfassenden Gruppe der Schicht ( $n_{he}$ ) berechnet.

Die Auswahl der Stichproben schließlich erfolgt in der nicht umfassenden Gruppe einer jeden Schicht mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, d. h. proportional zu den Buchwerten der Elemente  $BV_i$ . Eine gängige Möglichkeit zur Durchführung der

Auswahl ist eine systematische Auswahl unter Verwendung eines Auswahlintervalls, das dem Quotienten aus den Gesamtausgaben in der nicht umfassenden Gruppe der ( $BV_{hs}$ ) und dem Stichprobenumfang ( $n_{hs}$ ) entspricht<sup>30</sup>, d. h.

$$SI_h = \frac{BV_{hs}}{n_{hs}}$$

Es ist zu beachten, dass mehrere unabhängige Stichproben ausgewählt werden, nämlich eine für jede ursprüngliche Schicht.

#### 6.3.2.4 Prognostizierter Fehler

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt für die Einheiten in den umfassenden Gruppen anders als für die Elemente in den nicht umfassenden Gruppen.

Bei den umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert ( $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Gruppe festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$

In der Praxis bedeutet dies:

- 1) Für jede Schicht h werden die zur umfassenden Gruppe gehörenden Einheiten ermittelt und ihre Fehler summiert,
- 2) die Ergebnisse des vorigen Schritts werden für die Gesamtheit der H Schichten addiert.

Bei den nicht umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenwert ( $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$ ) ist, errechnet sich der prognostizierte Fehler anhand folgender Formel

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}}{n_{hs}} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

---

<sup>30</sup> Wenn einige Einheiten der Grundgesamtheit immer noch eine Ausgabe aufweisen, die größer als dieses Auswahlintervall ist, dann muss das in Abschnitt 6.3.1.3 dargelegte Verfahren angewendet werden.

- 1) in jeder Schicht  $h$  wird für jede Einheit in der Stichprobe die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und den jeweiligen Ausgaben,  $\frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$
- 2) in jeder Schicht  $h$  werden die ermittelten Fehlerquoten für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert,
- 3) in jeder Schicht  $h$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts mit den Gesamtausgaben in der Grundgesamtheit der nicht umfassenden Gruppe ( $BV_{hs}$ ) multipliziert; diese Ausgaben entsprechen auch den Gesamtausgaben in der Schicht abzüglich der Ausgaben der zur umfassenden Gruppe gehörenden Elemente,
- 4) in jeder Schicht  $h$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts durch den Stichprobenumfang in der nicht umfassenden Gruppe ( $n_{hs}$ ) dividiert,
- 5) die vorherigen Ergebnisse werden für die Gesamtheit der  $H$  Schichten addiert.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.3.2.5 Genauigkeit

Wie beim MUS-Standardansatz, ist die Genauigkeit das Maß der mit der Extrapolation verbundenen Unsicherheit. Sie steht für den Stichprobenfehler und ist zu berechnen, um anschließend ein Konfidenzintervall zu erhalten.

Für die Genauigkeit gilt die Formel:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \cdot s_{r_{hs}}^2}$$

wobei  $s_{r_{hs}}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Gruppe von Schicht  $h$  ist (berechnet aus der gleichen Stichprobe, die auch zur Extrapolation der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde)

$$s_{r_{hs}}^2 = \frac{1}{n_{hs} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hs}} (r_{hi} - \bar{r}_{hs})^2, h = 1, 2, \dots, H$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{hs}$  dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nichtumfassenden Gruppe von Schicht  $h$ .

Der Stichprobenfehler wird nur für die nicht umfassenden Gruppen berechnet, da sich aus den umfassenden Gruppen kein Stichprobenfehler ergibt.

### 6.3.2.6 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen unter Verwendung des Ansatzes zu ziehen, der in Abschnitt 6.3.1.6 dargelegt wurde.

### 6.3.2.7 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr für Vorhaben in einer Gruppe von zwei Programmen geltend gemacht wurden. Die von der PB durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein geringes Sicherheitsniveau. Die Stichprobenerhebung für dieses Programm sollte daher mit einem Konfidenzniveau von 90 % durchgeführt werden.

Die PB hat Grund zu der Annahme, dass in den Programmen mit unterschiedlichen Fehlerquoten zu rechnen ist. Unter Berücksichtigung all dieser Aspekte entschied sich die Prüfbehörde für eine Schichtung der Grundgesamtheit nach Programm.

In der nachstehenden Tabelle sind die vorhandenen Informationen zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	6252
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 1	4520
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 1 Größe der Grundgesamtheit – Schicht 2	1732
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR
Buchwert – Schicht 1	2 506 626 292 EUR
Buchwert – Schicht 2	1 693 255 732 EUR

Der erste Schritt besteht in der Berechnung des erforderlichen Stichprobenumfangs unter Verwendung der folgenden Formel:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

Dabei ist  $\sigma_{rw}^2$  ein gewichtetes Mittel der Varianzen der Fehlerquoten für die Gesamtheit der Schichten; das Gewicht jeder Schicht ist gleich dem Quotienten aus dem Buchwert der Schicht ( $BV_h$ ) und dem Buchwert der Grundgesamtheit ( $BV$ ):

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

wobei  $\sigma_{rh}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten aus einer MUS-Stichprobe bezeichnet. Um eine Näherung an diese Standardabweichung zu ermitteln, beschloss die PB, die Standardabweichung des Vorjahres heranzuziehen. Die Stichprobe des Vorjahres bestand aus 110 Vorhaben, 70 Vorhaben aus dem ersten Programm (Schicht) und 40 aus dem zweiten Programm.

Auf der Grundlage dieser Vorjahresstichprobe erfolgt die Berechnung der Varianz der Fehlerquoten wie folgt (Einzelheiten siehe Abschnitt 7.3.1.7):

$$\sigma_{r1}^2 = \frac{1}{70 - 1} \sum_{i=1}^{70} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0,000045$$

und

$$\sigma_{r2}^2 = \frac{1}{40 - 1} \sum_{i=1}^{40} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0,010909$$

Das führt zu folgendem Ergebnis:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{2\,506\,626\,292}{4\,199\,882\,024} \times 0,000045 + \frac{1\,693\,255\,732}{4\,199\,882\,024} \times 0,010909 = 0,004425$$

Ausgehend von diesem Schätzwert für die Varianz der Fehlerquoten lässt sich der Stichprobenumfang errechnen. Wie bereits festgestellt, rechnet die PB mit erheblichen Unterschieden zwischen beiden Schichten. Ausgehend vom Bericht zur Funktionsweise des Verwaltungs- und Kontrollsystems erwartet sie eine Fehlerquote von rund 1,1 %. Bei einem angenommenen zulässigen Fehler von 2 % des Gesamtbuchwertes (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle), d. h.  $TE = 2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$ , und dem voraussichtlichen Fehler, d. h.  $AE = 1,1 \% \times 4\,199\,882\,024 = 46\,198\,702$ , beträgt der Stichprobenumfang

$$n = \left( \frac{1,645 \times 4\,199\,882\,024 \times \sqrt{0,004425}}{83\,997\,640 - 46\,198\,702} \right)^2 \approx 148$$

Die Aufteilung der Stichprobe nach Schicht ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} \times n = \frac{2\,506\,626\,292}{4\,199\,882\,024} \times 148 \approx 89$$

$$n_2 = n - n_1 = 148 - 89 = 59.$$

Diese beiden Stichprobenumfänge haben folgende Schwellenwerte für hochwertige Schichten zur Folge:

$$\text{Schwellenwert}_1 = \frac{BV_1}{n_1} = \frac{2\,506\,626\,292}{89} = 28\,164\,340$$

und

$$\text{Schwellenwert}_2 = \frac{BV_2}{n_2} = \frac{1\,693\,255\,731}{59} = 28\,699\,250$$

Bei Verwendung dieser beiden Schwellenwerte befinden sich in der Schicht 1 16 und in der Schicht 2 12 hochwertige Vorhaben.

Der Stichprobenumfang für den in die Stichprobe einzubeziehenden Teil von Schicht 1 ergibt sich aus dem Gesamtstichprobenumfang (89), von dem die 16 hochwertigen Vorhaben abgezogen werden. Sie umfasst also 73 Vorhaben. Bei gleichem Vorgehen ergibt sich für Schicht 2 ein Stichprobenumfang für den einzubeziehenden Teil von  $59 - 12 = 47$  Vorhaben.

Der nächste Schritt ist die Berechnung der Stichprobenintervalle für die Stichprobenschichten. Sie betragen

$$SI_1 = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1\,643\,963\,924}{73} = 22\,520\,054$$

und

$$SI_2 = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{1\,059\,467\,667}{47} = 22\,541\,865$$

In der nachstehenden Tabelle werden die bisherigen Ergebnisse zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	6252
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 1	4520
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 1 Größe der Grundgesamtheit – Schicht 2	1732



Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR
Buchwert – Schicht 1	2 506 626 292 EUR
Buchwert – Schicht 2	1 693 255 732 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – Schicht 1</b>	
Schwellenwert	28 164 340 EUR
Anzahl der Vorhaben über dem Schwellenwert	16
Buchwert der Vorhaben über dem Schwellenwert	862 662 369 EUR
Buchwert der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	1 643 963 923 EUR
Stichprobenintervall (nicht umfassende Grundgesamtheit)	22 520 054 EUR
Anzahl der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	4504
<b>Stichprobenergebnisse – Schicht 2</b>	
Schwellenwert	28 699 250 EUR
Anzahl der Vorhaben über dem Schwellenwert	12
Buchwert der Vorhaben über dem Schwellenwert	633 788 064 EUR
Buchwert der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	1 059 467 668 EUR
Stichprobenintervall (nicht umfassende Grundgesamtheit)	22 541 865 EUR
Anzahl der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	1720

Für Schicht 1 wird eine Datei mit den restlichen 4504 Vorhaben (4520 minus 16 hochwertige Vorhaben) der Grundgesamtheit nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 73 Vorhaben (89 minus 16 hochwertige Vorhaben) nach genau dem Verfahren gezogen, das in Abschnitt 7.3.1.7 beschrieben wird.

Für Schicht 2 wird eine Datei mit den restlichen 1720 Vorhaben (1732 minus 12 hochwertige Vorhaben) der Grundgesamtheit nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 47 Vorhaben (59 minus 12 hochwertige Vorhaben) nach dem im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Verfahren gezogen.

In Schicht 1 wurden bei den 16 hochwertigen Vorhaben keine Fehler entdeckt.

In Schicht 2 wurden bei 6 der 12 hochwertigen Vorhaben Fehler in Höhe von 15 460 340 EUR festgestellt.

Bei den restlichen Stichproben gestaltet sich die Fehlerbehandlung anders. Für diese Vorhaben wird folgendes Verfahren verwendet:

- 1) für jede Einheit in der Stichprobe wird die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag bestimmt;  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) die ermittelten Fehlerquoten werden für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert;
- 3) das Ergebnis des vorigen Schritts wird mit dem Stichprobenintervall (SI) multipliziert:

$$EE_{hs} = SI_{hs} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Die Summe der Fehlerquoten für die nicht umfassende Grundgesamtheit in Schicht 1 beträgt 1,0234,

$$EE_{1s} = 22\,520\,054 \times 1,0234 = 23\,047\,023$$

und in Schicht 2 beträgt sie 1,176,

$$EE_{2s} = 22\,541\,865 \times 1,176 = 26\,509\,234.$$

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist einfach die Summe aller Komponenten, d. h. des im umfassenden Teil beider Schichten gefundenen Fehlbetrags (15 460 340 EUR) und des prognostizierten Fehlers für beide Schichten:

$$EE = 15\,460\,340 + 23\,047\,023 + 26\,509\,234 = 65\,016\,597$$

Dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von 1,55 %.

Zur Berechnung der Genauigkeit müssen unter Verwendung des in Abschnitt 7.3.1.7 beschriebenen Verfahrens die Varianzen der Fehlerquoten für beide Stichprobenschichten ermittelt werden:

$$s_{r1}^2 = \frac{1}{72-1} \sum_{i=1}^{72} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0,000036$$

und

$$s_{r2}^2 = \frac{1}{48-1} \sum_{i=1}^{48} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0,0081$$

Die Genauigkeit errechnet sich folgendermaßen:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \times S_{rhs}^2}$$

$$SE = 1,645 \times \sqrt{\frac{1\,643\,963\,923^2}{73} \times 0,000036 + \frac{1\,059\,467\,668^2}{47} \times 0,0081}$$

$$= 22\,958\,216$$

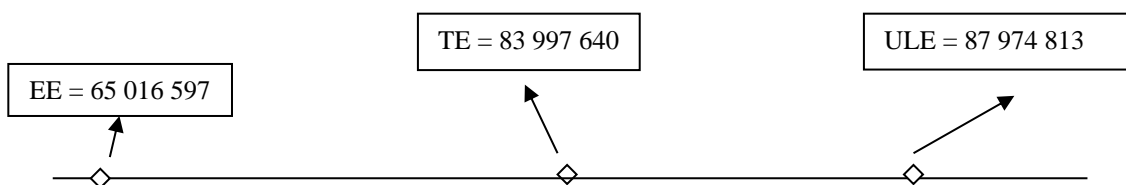
Zu beachten ist, dass der Stichprobenfehler nur für die nicht umfassenden Teile der Grundgesamtheit berechnet wird, da in der umfassenden Schicht kein Stichprobenfehler nachgewiesen werden muss.

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler *EE* selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = 65\,016\,597 + 22\,958\,216 = 87\,974\,813$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

Beim Vergleich der prognostizierten Ergebnisse mit der Erheblichkeitsschwelle von 2 % des gesamten Buchwerts der Grundgesamtheit (2 % x 4 199 882 024 EUR = 83 997 640 EUR) wird festgestellt, dass der maximal zulässige Fehler größer ist als der prognostizierte Fehler, jedoch unterhalb der Obergrenze liegt. Für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse, siehe Abschnitt 4.12.



### 6.3.3 Wertbezogenes Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume

#### 6.3.3.1 Einleitung

Die Prüfbehörde kann das Stichprobenverfahren in mehreren Zeiträumen während des Jahres (typischerweise zwei Halbjahre) durchführen. Wie bei allen anderen Stichprobenverfahren steht der wichtigste Vorteil dieses Ansatzes nicht im Zusammenhang mit einer Reduzierung des Stichprobenumfangs, sondern mit der Möglichkeit, den Prüfungsaufwand über das Jahr zu verteilen und somit den Aufwand zu verringern, der bei nur einer Beobachtung am Ende des Jahres entstünde.

Mit diesem Ansatz wird die Jahresgrundgesamtheit in zwei Teilgesamtheiten aufgeteilt, die jeweils den Vorhaben und Ausgaben eines Halbjahres entsprechen. Für jedes Halbjahr werden unabhängige Stichproben unter Anwendung des MUS-Standardansatzes gezogen.

#### 6.3.3.2 Stichprobenumfang

##### Erstes Halbjahr

Im ersten Prüfzeitraum (z. B. Halbjahr) wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Halbjahre) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

Dabei ist  $\sigma_{rw}^2$  ein gewichtetes Mittel der Varianzen der Fehlerquoten im jeweiligen Halbjahr; das Gewicht jedes Halbjahres entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert des Halbjahres ( $BV_t$ ) und dem Buchwert der Grundgesamtheit ( $BV$ )

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

und  $\sigma_{rt}^2$  ist die Varianz der Fehlerquoten in jedem Halbjahr. Die Varianz der Fehlerquoten wird für jedes Halbjahr berechnet als

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2$$

Dabei sind  $r_{ti} = \frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$  die einzelnen Fehlerquoten der Einheiten in der Stichprobe des Halbjahres  $t$  und  $\bar{r}_t$  der mittlere Fehler der Stichprobe im Halbjahr  $t$ <sup>31</sup>.

Die Festlegung der Werte für die erwarteten Standardabweichungen der Fehlerquoten in beiden Halbjahren muss nach fachlichem Urteil und unter Verwendung von historischem Wissen erfolgen. Die Option einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang, wie sie bereits im Zusammenhang mit dem Standard-MUS dargelegt wurde, ist nach wie vor gegeben, lässt sich jedoch nur für das erste Halbjahr realisieren. Die Ausgaben für das zweite Halbjahr sind zum Zeitpunkt der ersten Beobachtung noch nicht getätigt, und es sind keine objektiven Daten (außer den historischen) verfügbar. Falls Pilotstichproben gezogen werden, können sie danach wie üblich als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden.

Stehen zur Einschätzung der Datenstreuung im zweiten Halbjahr keine historischen Daten oder Kenntnisse zur Verfügung, so kann ein vereinfachter Ansatz genutzt werden, bei dem der Gesamtstichprobenumfang wie folgt errechnet wird:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{r1}}{TE - AE} \right)^2$$

Bei diesem vereinfachten Ansatz werden übrigens nur Informationen zur Streuung der Fehlerquoten im ersten Beobachtungszeitraum benötigt. Es wird davon ausgegangen, dass die Streuung der Fehlerquoten in beiden Halbjahren annähernd gleich groß ist.

Probleme wegen fehlender zusätzlicher historischer Informationen treten in der Regel nur im ersten Jahr des Programmzeitraums auf. Die im ersten Prüfljahr gewonnenen Informationen können dann künftig für die Ermittlung des Stichprobenumfangs verwendet werden.

Außerdem ist zu beachten, dass die Formeln zur Berechnung des Stichprobenumfangs Werte für  $BV_1$  und  $BV_2$  erfordern, d. h. für den Gesamtbuchwert (geltend gemachte Ausgaben) des ersten und des zweiten Halbjahres. Bei der Berechnung des Stichprobenumfangs wird der Wert für  $BV_1$  bekannt sein, der Wert für  $BV_2$  jedoch nicht. Er muss entsprechend den Erwartungen des Prüfers (und auch auf der Grundlage von historischen Informationen) bestimmt werden.

Nach Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs  $n$  ist die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr wie folgt:

---

<sup>31</sup> Ist der Buchwert von Einheit  $i$  ( $BV_i$ ) größer als  $BV_t/n_t$ , so wird der Quotient  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$  durch den Quotienten  $\frac{E_{ti}}{BV_t/n_t}$  ersetzt.

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

und

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

### Zweites Halbjahr

Im ersten Beobachtungszeitraum wurden Annahmen getroffen, die sich auf die nachfolgenden Beobachtungszeiträume (normalerweise das nächste Halbjahr) beziehen. Weichen die Merkmale der Grundgesamtheit in den nachfolgenden Zeiträumen erheblich von den Annahmen ab, so muss der Stichprobenumfang für den nachfolgenden Zeitraum möglicherweise berichtigt werden.

Im zweiten Prüfzeitraum (z. B. Halbjahr) stehen mehr Informationen zur Verfügung:

- Der Gesamtbuchwert im zweiten Halbjahr  $BV_2$  ist genau bekannt.
- Die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenstandardabweichung der Fehlerquoten  $s_{r1}$  ist bereits vorhanden.
- Die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr  $\sigma_{r2}$  lässt sich anhand realer Daten nunmehr genauer bewerten.

Unterscheiden sich diese Parameter nicht wesentlich von denen, die im ersten Halbjahr entsprechend den Erwartungen des Prüfers geschätzt wurden, so braucht der ursprünglich für das zweite Halbjahr geplante Stichprobenumfang ( $n_2$ ) nicht korrigiert zu werden. Sieht der Prüfer jedoch große Unterschiede zwischen den ursprünglichen Annahmen und den tatsächlichen Merkmalen der Grundgesamtheit, so können Korrekturen des Stichprobenumfangs erforderlich sein, um den ungenauen Schätzungen Rechnung zu tragen. In diesem Fall ist der Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres wie folgt neu zu berechnen:

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

wobei  $s_{r1}$  die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Standardabweichung der Fehlerquoten ist und  $\sigma_{r2}$  eine Schätzung der Standardabweichung der Fehlerquoten im zweiten Halbjahr auf der Grundlage historischen Wissens (möglicherweise anhand von Informationen aus dem ersten Halbjahr bereinigt) oder einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe des zweiten Halbjahres.

### 6.3.3.3 Stichprobenauswahl

Die Auswahl der Stichprobe erfolgt in jedem Halbjahr genau nach dem Verfahren, das für den MUS-Standardansatz beschrieben wurde. Es wird an dieser Stelle zur besseren Verdeutlichung noch einmal dargelegt.

Für jedes Halbjahr sind nach der Festlegung des Stichprobenumfangs die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die einer zu 100 % zu prüfenden hochwertigen Gruppe angehören werden. Der Schwellenwert zur Bestimmung dieser oberen Gruppe entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert des Halbjahres ( $BV_t$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_t$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ ), werden der Stichprobenschicht der 100-%-Prüfung zugeordnet.

Der der nicht umfassenden Gruppe zuzuordnende Stichprobenumfang  $n_{ts}$  wird als Differenz zwischen  $n_t$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der umfassenden Gruppe ( $n_{te}$ ) berechnet.

Die Auswahl der Stichproben schließlich erfolgt in jedem Halbjahr in der nicht umfassenden Gruppe mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, d. h. proportional zu den Buchwerten der Elemente  $BV_{ti}$ . Eine gängige Möglichkeit zur Durchführung der Auswahl ist eine systematische Auswahl unter Verwendung eines Auswahlintervalls, das dem Quotienten aus Gesamtausgaben in der nicht umfassenden Gruppe ( $BV_{ts}$ ) und dem Stichprobenumfang ( $n_{ts}$ )<sup>32</sup> entspricht, d. h.

$$SI_t = \frac{BV_{ts}}{n_{ts}}$$

### 6.3.3.4 Prognostizierter Fehler

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt für die Einheiten in den umfassenden Gruppen anders als für die Elemente in den nicht umfassenden Gruppen.

Bei den umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert ( $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Gruppe festgestellt werden:

---

<sup>32</sup> Wenn einige Einheiten der Grundgesamtheit immer noch eine Ausgabe aufweisen, die größer als dieses Auswahlintervall ist, dann muss das in Abschnitt 6.3.1.3 dargelegte Verfahren angewendet werden.

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

In der Praxis bedeutet dies:

- 1) Für jedes Halbjahr  $t$  werden die zur umfassenden Gruppe gehörenden Einheiten ermittelt und ihre Fehler aufsummiert.
- 2) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Bei den nicht umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenwert ( $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ ) ist, errechnet sich der prognostizierte Fehler anhand folgender Formel

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

- 1) In jedem Halbjahr  $t$  wird für jede Einheit in der Stichprobe die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) In jedem Halbjahr  $t$  werden diese Fehlerquoten für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert.
- 3) In jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts mit den Gesamtausgaben in der Grundgesamtheit der nicht umfassenden Gruppe ( $BV_{ts}$ ) multipliziert; diese Ausgaben entsprechen auch den Gesamtausgaben des Halbjahres abzüglich der Ausgaben der zur umfassenden Gruppe gehörenden Elemente.
- 4) In jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts durch den Stichprobenumfang in der nicht umfassenden Gruppe ( $n_{ts}$ ) dividiert.
- 5) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s$$

### 6.3.3.5 Genauigkeit



Wie beim MUS-Standardansatz, ist die Genauigkeit das Maß der mit der Extrapolation verbundenen Unsicherheit. Sie steht für den Stichprobenfehler und ist zu berechnen, um anschließend ein Konfidenzintervall zu erhalten.

Für die Genauigkeit gilt die Formel:

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r_{1s}}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r_{2s}}^2}$$

wobei  $s_{r_{2s}}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Gruppe von Halbjahr  $t$  ist (berechnet aus der Stichprobe, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde)

$$s_{r_{ts}}^2 = \frac{1}{n_{ts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{ts}} (r_{ti} - \bar{r}_{ts})^2, t = 1,2$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{ts}$  dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Gruppe von Halbjahr  $t$ .

Der Stichprobenfehler wird nur für die nicht umfassenden Gruppen berechnet, da sich aus den umfassenden Gruppen kein Stichprobenfehler ergibt.

### 6.3.3.6 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen unter Verwendung des Ansatzes zu ziehen, der in Abschnitt 6.3.1.6 dargelegt wurde.

### 6.3.3.7 Beispiel

Um die sich normalerweise am Ende eines Prüfjahres häufenden Prüfarbeiten besser zu verteilen, hat sich die PB entschieden, den Prüfaufwand auf zwei Zeiträume aufzuteilen. Am Ende des ersten Halbjahres betrachtet die PB die Grundgesamtheit in zwei Gruppen

aufgeteilt, die den beiden Halbjahren entsprechen. Am Ende des ersten Halbjahres stellen sich die Merkmale der Grundgesamtheit wie folgt dar:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	1 827 930 259 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	2344

Ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen ist der PB bekannt, dass in der Regel alle in den Programmen am Ende des Bezugszeitraums enthaltenen Vorhaben bereits in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres aktiv sind. Ferner wird erwartet, dass die am Ende des ersten Halbjahres geltend gemachten Ausgaben etwa 35 % der zum Ende des Bezugszeitraums insgesamt geltend gemachten Ausgaben ausmachen. Auf der Grundlage dieser Annahmen gibt die folgende Tabelle eine Übersicht über diese Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben (DE) am Ende des ersten Halbjahrs	1 827 930 259 EUR
Geltend gemachte Ausgaben (DE) am Ende des zweiten Halbjahres (Vorhersage) (1 827 930 259 EUR ÷ 35 % – 1 827 930 259 EUR) = 3 394 727 624 EUR	3 394 727 624 EUR
Prognostizierte Gesamtausgaben im ganzen Jahr	5 222 657 883 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	2344
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – zweites Halbjahr, Vorhersage)	2344

Im ersten Zeitraum wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Halbjahre) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

Dabei ist  $\sigma_{rw}^2$  der gewichtete Durchschnitt der Varianzen der Fehlerquoten im jeweiligen Halbjahr; das Gewicht jedes Halbjahres entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert des Halbjahres ( $BV_t$ ) und dem Buchwert der Grundgesamtheit ( $BV$ ).

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

und  $\sigma_{rt}^2$  ist die Varianz der Fehlerquoten in jedem Halbjahr. Die Varianz der Fehlerquoten wird für jedes Halbjahr berechnet als

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Da diese Varianzen nicht bekannt sind, beschloss die PB, am Ende des ersten laufenden Halbjahres eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben zu ziehen. Die Standardabweichung der Fehlerquoten bei dieser Vorabstichprobe im ersten Halbjahr beträgt 0,12. Auf der Basis einer fachlichen Beurteilung und in dem Wissen, dass die Ausgaben im zweiten Halbjahr gewöhnlich höher sind als im ersten, hat die PB vorläufig vorausgesagt, dass die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr 110 % höher ist als im ersten Halbjahr, d. h. 0,25 beträgt. Daraus ergibt sich folgender gewichteter Durchschnitt der Varianzen der Fehlerquoten:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{1\,827\,930\,259}{1\,827\,930\,259 + 3\,394\,727\,624} \times 0,12^2 + \frac{3\,394\,727\,624}{1\,827\,930\,259 + 3\,394\,727\,624} \times 0,25^2 = 0,0457$$

Im ersten Halbjahr erachtet die PB angesichts der Funktionsweise des Verwaltungs- und Kontrollsystems ein Konfidenzniveau von 60 % für angemessen. Der Gesamtstichprobenumfang für das gesamte Jahr ist:

$$n = \left( \frac{0,842 \times (1\,827\,930\,259 + 3\,394\,727\,624) \times \sqrt{0,0457}}{104\,453\,158 - 20\,890\,632} \right)^2 \approx 127$$

wobei  $z$  den Wert 0,842 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 60 % entspricht) und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % des Buchwerts (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) beträgt. Der Gesamtbuchwert umfasst den tatsächlichen Buchwert am Ende des ersten Halbjahres zuzüglich des vorhergesagten Buchwerts für das zweite Halbjahr 3 394 727 624 EUR, d. h. der zulässige Fehler beträgt 2 % x 5 222 657 883 EUR = 104,453,158 EUR. Bei der Vorjahresprüfung wurde eine Fehlerquote von 0,4 % prognostiziert. Es ergibt sich ein voraussichtlicher Fehler  $AE$  von 0,4 % x 5 222 657 883 EUR = 20 890 632 EUR.

Die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1\,827\,930\,259}{1\,827\,930\,259 + 3\,394\,727\,624} \times 127 \approx 45$$

und

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

Für das erste Halbjahr sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zu einer hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören. Der Schwellenwert zur Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV_1$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_1$ ). Alle

Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_{i1} > BV_1/n_1$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert 40 620 672 EUR. Es gibt 11 Vorhaben, deren Buchwert über diesem Schwellenwert liegt. Der Gesamtbuchwert dieser Vorhaben beläuft sich auf 891 767 519 EUR.

Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang ( $n_{1s}$ ) ist die Differenz zwischen  $n_1$  und der Zahl der Stichprobeneinheiten in der umfassenden Schicht ( $n_e$ ), d. h. 34 Vorhaben.

Die Auswahl der Stichprobe in der nicht umfassenden Schicht schließlich erfolgt mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe (PPS), d. h. proportional zu den Buchwerten der Elemente  $BV_{is1}$ , durch systematische Auswahl unter Verwendung eines Stichprobenintervalls, das dem Quotienten aus den Gesamtausgaben in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_{1s}$ ) und dem Stichprobenumfang ( $n_{1s}$ ) entspricht, d. h.

$$SI_{1s} = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1\,827\,930\,259 - 891\,767\,519}{34} = 27\,534\,198$$

Der Buchwert in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_{1s}$ ) ist einfach nur die Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert und dem Buchwert der 11 Vorhaben in der oberen Schicht.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Schwellenwert – erstes Halbjahr	40 620 672 EUR
Buchwert der Vorhaben, deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt – erstes Halbjahr	11
Zahl der Vorhaben, deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt – erstes Halbjahr	891 767 519 EUR
$BV_{s1}$ – erstes Halbjahr	936 162 740 EUR
$n_{s1}$ – erstes Halbjahr	34
$SI_{s1}$ – erstes Halbjahr	27 534 198 EUR

Sechs der elf Vorhaben, deren Buchwert über dem Stichprobenintervall liegt, weisen Fehler auf. Der Gesamtfehler in dieser Schicht beläuft sich auf 19 240 855 EUR.

Eine Datei mit den restlichen 2333 Vorhaben der Grundgesamtheit wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Unter Anwendung des systematischen PPS-Verfahrens wird eine Stichprobe von 34 Vorhaben gezogen.

Der Wert der 34 Vorhaben wird geprüft. Die Summe der Fehlerquoten für das erste Halbjahr beträgt:

$$\sum_{i=1}^{34} \frac{E_{i1s}}{BV_{i1s}} = 1,4256$$

Die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Grundgesamtheit des ersten Halbjahres ergibt sich folgendermaßen (Näheres dazu siehe Abschnitt 6.3.1.7):

$$s_{r_{1s}} = \sqrt{\frac{1}{34-1} \sum_{i=1}^{34} (r_{i1s} - \bar{r}_{1s})^2} = 0,085$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{1s}$  dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Gruppe des ersten Halbjahres.

Am Ende des zweiten Halbjahres stehen mehr Informationen zur Verfügung. Insbesondere der Gesamtbetrag der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben ist genau bekannt, die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenvarianz der Fehlerquoten  $s_{r_1}$  ist bereits vorhanden, und die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr  $\sigma_{r_2}$  lässt sich anhand einer Vorabstichprobe realer Daten nunmehr genauer bewerten.

Die PB stellt fest, dass in der am Ende des ersten Halbjahres getroffenen Annahme zu den Gesamtausgaben (3 394 727 624 EUR) der wirkliche Wert (2 961 930 008 EUR) überschätzt wurde. Es gibt noch zwei Parameter, für die aktualisierte Zahlen verwendet werden sollten.

Erstens ergab die Schätzung der Standardabweichung der Fehlerquoten auf der Grundlage der Stichprobe des ersten Halbjahres von 34 Vorhaben einen Wert von 0,085. Dieser neue Wert sollte nun zur Neubewertung des geplanten Stichprobenumfangs herangezogen werden. Zweitens sind die Ausgaben im zweiten Halbjahr höher als zunächst geschätzt, so dass es die PB für sinnvoller hält, die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr nicht wie anfänglich mit 0,25, sondern mit 0,30 anzusetzen. Die aktualisierten Zahlen für die Standardabweichung der Fehlerquoten in den beiden Halbjahren sind weit von den ursprünglichen Schätzwerten entfernt. Die Stichprobe für das zweite Halbjahr muss also korrigiert werden.

Parameter	Vorhersage im ersten Halbjahr	Ende des zweiten Halbjahres
Standardabweichung der Fehlerquoten erstes Halbjahr	0,12	0,085
Standardabweichung der Fehlerquoten zweites Halbjahr	0,25	0,30
Gesamtausgaben im zweiten Halbjahr	3 394 727 624 EUR	2 961 930 008 EUR

Unter Berücksichtigung dieser drei Anpassungen beträgt der neu berechnete Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

Dabei ist  $s_{r1}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten, die (ebenso wie der prognostizierte Fehler) anhand der Stichprobe des ersten Halbjahres berechnet wurde, und  $\sigma_{r2}$  eine Schätzung der Standardabweichung der Fehlerquoten im zweiten Halbjahr:

$$n_2 = \frac{(0,842 \times 2\,961\,930\,008 \times 0,30)^2}{(95\,797\,205 - 19\,159\,441)^2 - 0,842^2 \times \frac{1\,827\,930\,259^2}{45} \times 0,085^2} \approx 102$$

Dabei gilt Folgendes:

- $TE = (1\,827\,930\,259 \text{ EUR} + 2\,961\,930\,008 \text{ EUR}) \times 2\% = 95\,797\,205 \text{ €}$
- $AE = (1\,827\,930\,259 \text{ EUR} + 2\,961\,930\,008 \text{ EUR}) \times 0,4\% = 19\,159\,441 \text{ EUR}$

Es sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV_2$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_2$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_{iz} > BV_2/n_2$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert 29 038 529 EUR. Es gibt sechs Vorhaben, deren Buchwert über diesem Schwellenwert liegt. Der Gesamtbuchwert dieser Vorhaben beläuft sich auf 415 238 983 EUR.

Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang  $n_{2s}$  wird als Differenz zwischen  $n_2$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der umfassenden Schicht ( $n_{2e}$ ) berechnet; es handelt sich also um 96 Vorhaben (Stichprobenumfang 102 minus 6 hochwertige Vorhaben). Folglich muss der Prüfer bei der Auswahl folgendes Stichprobenintervall verwenden:

$$SI_{2s} = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{2\,961\,930\,008 - 415\,238\,983}{96} = 26\,528\,032$$

Der Buchwert in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_{2s}$ ) ist einfach nur die Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert und dem Buchwert der sechs Vorhaben in der oberen Schicht.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Schwellenwert – zweites Halbjahr	29 038 529 EUR
Anzahl der Vorhaben, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert – erstes Halbjahr	6
Anzahl der Vorhaben, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert – zweites Halbjahr	415 238 983 EUR
$BV_{2s}$ – zweites Halbjahr	2 546 691 025 EUR
$n_{2s}$ – zweites Halbjahr	96
$SI_{2s}$ – zweites Halbjahr	26 528 032 EUR

Von den sechs Vorhaben, deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt, weisen vier Fehler auf. Der Gesamtfehler in dieser Schicht beläuft sich auf 9 340 755 EUR.

Eine Datei mit den übrigen 2338 Vorhaben der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Unter Anwendung des systematischen PPS-Verfahrens wird eine Stichprobe von 96 Vorhaben gezogen.

Der Wert dieser 96 Vorhaben wird geprüft. Die Summe der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr beläuft sich auf:

$$\sum_{i=1}^{96} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 1,1875$$

Die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres ist:

$$s_{r_{2s}} = \sqrt{\frac{1}{96-1} \sum_{i=1}^{96} (r_{i_{2s}} - \bar{r}_{2s})^2} = 0,29$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{2s}$  dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Schicht des zweiten Halbjahres.

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt bei den Einheiten in der umfassenden Schicht anders als bei den Elementen in der nicht umfassenden Schicht.

Bei den umfassenden Schichten, d. h. den Schichten mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag ( $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in diesen Schichten festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19\,240\,855 + 9\,340\,755 = 28\,581\,610$$

In der Praxis bedeutet dies:

- 1) Für jedes Halbjahr  $t$  werden die zur umfassenden Gruppe gehörenden Einheiten ermittelt und ihre Fehler aufsummiert.
- 2) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Bei der nicht umfassenden Gruppe, d. h. den Schichten mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenbetrag ist ( $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ ), ergibt sich der prognostizierte Fehler wie folgt:

$$\begin{aligned} EE_s &= \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} \\ &= \frac{936\,162\,740}{34} \times 1,4256 + \frac{2\,546\,691\,025}{96} \times 1,1875 = 70\,754\,790 \end{aligned}$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

- 1) In jedem Halbjahr  $t$  wird für jede Einheit in der Stichprobe die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) In jedem Halbjahr  $t$  werden diese Fehlerquoten für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert.
- 3) In jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts mit den Gesamtausgaben in der Grundgesamtheit der nicht umfassenden Gruppe ( $BV_{ts}$ ) multipliziert; diese Ausgaben entsprechen auch den Gesamtausgaben des Halbjahres abzüglich der Ausgaben der zur umfassenden Gruppe gehörenden Elemente.
- 4) In jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts durch den Stichprobenumfang in der nicht umfassenden Gruppe ( $n_{ts}$ ) dividiert.
- 5) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s = 28\,581\,610 + 70\,754\,790 = 99\,336\,400$$

Dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von 2,07 %.

Die Genauigkeit ist das Maß der mit der Hochrechnung verbundenen Unsicherheit. Für die Genauigkeit gilt die Formel:



$$\begin{aligned}
SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2} \\
&= 0,842 \times \sqrt{\frac{936\,162\,740^2}{34} \times 0,085^2 + \frac{2\,546\,691\,025^2}{96} \times 0,29^2} \\
&= 64\,499\,188
\end{aligned}$$

wobei  $s_{rts}$  die Standardabweichung der bereits berechneten Fehlerquoten ist.

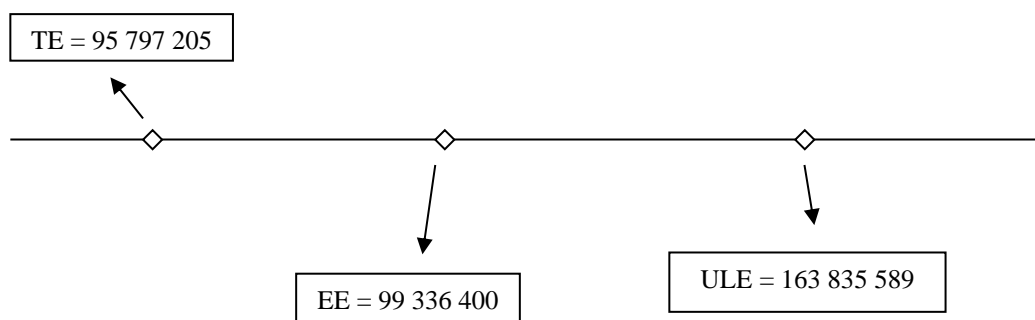
Der Stichprobenfehler wird nur für die nicht umfassenden Schichten berechnet, da sich aus den umfassenden Gruppen kein Stichprobenfehler ergibt.

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Hochrechnung

$$ULE = EE + SE = 99\,336\,400 + 64\,499\,188 = 163\,835\,589$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

In diesem konkreten Fall liegt der prognostizierte Fehler über dem maximal zulässigen Fehler. Somit würde der Prüfer schlussfolgern, dass hinreichende Beweise dafür vorliegen, dass die Fehler in der Grundgesamtheit die Erheblichkeitsschwelle überschreiten:



### 6.3.4 *Geschichtetes wertbezogenes Stichprobenverfahren für zwei Zeiträume*

#### 6.3.4.1 *Einleitung*

Die Prüfbehörde kann entscheiden, einen geschichteten Stichprobenplan zu wählen und gleichzeitig die Prüfarbeit auf mehrere Zeiträume über das Jahr aufteilen (normalerweise zwei Halbjahre; dieselbe Logik würde aber auch für mehr Zeiträume gelten). Formal ergibt sich daraus ein neuer Stichprobenplan, der Merkmale eines geschichteten wertbezogenen Stichprobenverfahrens und eines wertbezogenen Stichprobenverfahrens für zwei Zeiträume umfasst. In diesem Abschnitt wird eine Methode vorgeschlagen, um diese beiden Funktionen in einem einzigen Stichprobenplan zu vereinen.

Zunächst muss angemerkt werden, dass durch die Anwendung dieses kombinierten Ansatzes die PB von den Vorteilen des geschichteten sowie des Stichprobenverfahrens über mehrere Zeiträume profitieren können wird. Durch die Verwendung einer Schichtung kann es unter Umständen möglich sein, die Genauigkeit im Vergleich zum nicht geschichteten Verfahren (oder zur Verwendung eines kleineren Stichprobenumfangs für dasselbe Genauigkeitsniveau) zu verbessern. Durch die gleichzeitige Verwendung eines Ansatzes über mehrere Zeiträume kann die PB die Prüfarbeit über das Jahr verteilen und damit das Arbeitsaufkommen reduzieren, das sonst am Ende des Jahres auf der Grundlage eines einzigen Beobachtungszeitraums anfallen würde.

Mit diesem Ansatz wird die Grundgesamtheit des Bezugszeitraums in zwei Teilgesamtheiten aufgeteilt, die jeweils den Vorhaben und Ausgaben eines Halbjahres entsprechen. Für jedes Halbjahr werden unabhängige Stichproben unter Anwendung des geschichteten MUS-Ansatzes gezogen. Es ist zu beachten, dass in den jeweiligen Prüfzeiträumen nicht die exakt gleiche Schichtung verwendet werden muss. In der Tat kann die Art der Schichtung und sogar die Anzahl der Schichten zwischen den Prüfzeiträumen variieren.

#### 6.3.4.2 *Stichprobenumfang*

##### **Erstes Halbjahr**

Im ersten Prüfzeitraum (z. B. Halbjahr) wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Halbjahre) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

Darin bezeichnet  $\sigma_{rw}^2$  den gewichteten Mittelwert der Fehlervarianzen für die gesamte Schichtenmenge: Die Gewichtung für jede Schicht in jedem Halbjahr entspricht dem Verhältnis zwischen dem geschichteten Buchwert ( $BV_{ht}$ ) und dem Buchwert für die ganze Grundgesamtheit,  $BV = BV_1 + BV_2$  (einschließlich beider Halbjahre).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^{H_1} \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1, 2, \dots, H_1;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^{H_2} \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1, 2, \dots, H_2;$$

$BV_{ht}$  sind die Ausgaben der Schicht  $h$  im Zeitraum  $t$ ,  $H_t$  ist die Anzahl der Schichten im Zeitraum  $t$  und  $\sigma_{rht}^2$  ist die Varianz der Fehlerquoten in jeder Schicht jedes Halbjahres. Die Varianz der Fehlerquoten wird für jede Schicht in jedem Halbjahr berechnet als

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1, 2, \dots, H_t, t = 1, 2$$

Dabei sind  $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$  die einzelnen Fehlerquoten der Einheiten in der Stichprobe der Schicht  $h$  des Halbjahres  $t$  und  $\bar{r}_{ht}$  ist der mittlere Fehler der Stichprobe in der Schicht  $h$  im Halbjahr  $t$ <sup>33</sup>.

Die Festlegung der Werte für die erwarteten Standardabweichungen der Fehlerquoten in beiden Halbjahren muss nach fachlichem Urteil und unter Verwendung von historischem Wissen erfolgen. Die Option einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe mit geringem Stichprobenumfang zur Erlangung von Annäherungen an die Parameter des ersten Halbjahres, wie sie bereits im Zusammenhang mit dem Standard-MUS dargelegt wurde, ist nach wie vor gegeben, lässt sich jedoch nur für das erste Halbjahr realisieren. Wieder sind die Ausgaben für das zweite Halbjahr zum Zeitpunkt der ersten Beobachtung noch nicht getätigt, und es sind keine objektiven Daten (außer den historischen) verfügbar. Falls Pilotstichproben gezogen werden, können sie danach wie üblich als Teil der zur Prüfung ausgewählten Stichprobe verwendet werden.

Stehen zur Einschätzung der Datenstreuung im zweiten Halbjahr keine historischen Daten oder Kenntnisse zur Verfügung, so kann ein vereinfachter Ansatz genutzt werden, bei dem der Gesamtstichprobenumfang wie folgt errechnet wird:

---

<sup>33</sup> Ist der Buchwert von Einheit  $i$  ( $BV_i$ ) größer als  $BV_{ht}/n_{ht}$ , so wird der Quotient  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$  durch den Quotienten  $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$  ersetzt.

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw1}}{TE - AE} \right)^2$$

Bei diesem vereinfachten Ansatz werden übrigens nur Informationen zur Streuung der Fehlerquoten im ersten Beobachtungszeitraum benötigt. Es wird davon ausgegangen, dass die Streuung der Fehlerquoten in beiden Halbjahren annähernd gleich groß ist.

Probleme wegen fehlender zusätzlicher historischer Informationen treten in der Regel nur im ersten Jahr des Programmzeitraums auf. Die im ersten Prüfljahr gewonnenen Informationen können dann künftig für die Ermittlung des Stichprobenumfangs verwendet werden.

Außerdem ist zu beachten, dass die Formeln zur Berechnung des Stichprobenumfangs Werte für  $BV_{h1}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_1$ ) und  $BV_{h2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ) erfordern, d. h. für den Gesamtbuchwert (geltend gemachte Ausgaben) in jeder Schicht des ersten und des zweiten Halbjahres. Bei der Berechnung des Stichprobenumfangs wird der Wert für  $BV_{h1}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_1$ ) bekannt sein, der Wert für  $BV_{h2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ) jedoch nicht. Er muss entsprechend den Erwartungen des Prüfers (und auch auf der Grundlage von historischen Informationen und/oder Prognosen der Programmverwaltungs- oder Bescheinigungsbehörde) bestimmt werden.

Nach Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs  $n$  ist die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr wie folgt:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n$$

und

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n$$

wobei  $BV = BV_1 + BV_2$  die gesamten prognostizierten Ausgaben im Bezugszeitraum sind.

Wie zuvor sollte beachtet werden, dass es sich hierbei um eine allgemeine Aufteilungsmethode handelt, bei der die Aufteilung der Stichprobe auf die Schichten proportional zu den Ausgaben (dem Buchwert) der Schichten erfolgt, dass aber auch andere Aufteilungsmethoden zur Verfügung stehen. Mit einer spezifischeren Aufteilung lassen sich in einigen Fällen ein zusätzlicher Genauigkeitsgewinn bzw. eine Verringerung des Stichprobenumfangs erreichen. Entscheidungen hinsichtlich der Eignung anderer Aufteilungsmethoden für einzelne spezifische Grundgesamtheiten erfordern ein gewisses Maß an stichprobentheoretischen Kenntnissen und werden von dieser Anmerkung zu den Leitlinien nicht erfasst.

## Zweites Halbjahr

Im ersten Beobachtungszeitraum wurden Annahmen getroffen, die sich auf die nachfolgenden Beobachtungszeiträume (normalerweise das nächste Halbjahr) beziehen. Weichen die Merkmale der Grundgesamtheit in den nachfolgenden Zeiträumen erheblich von den Annahmen ab, so muss der Stichprobenumfang für den nachfolgenden Zeitraum möglicherweise berichtigt werden.

Im zweiten Prüfzeitraum (z. B. Halbjahr) stehen mehr Informationen zur Verfügung:

- Der Gesamtbuchwert im zweiten Halbjahr  $BV_{h2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ) ist genau bekannt.
- Die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenstandardabweichung der Fehlerquoten  $s_{rh1}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_1$ ) ist bereits vorhanden.
- Die Standardabweichung der Fehlerquoten der Schichten für das zweite Halbjahr  $\sigma_{rh2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ) lässt sich anhand realer Daten nunmehr genauer bewerten (z. B. auf der Grundlage von Pilotstichproben).

Falls große Unterschiede zwischen den ursprünglichen Annahmen und den tatsächlichen Merkmalen der Grundgesamtheit bestehen, so können Korrekturen des Stichprobenumfangs für das zweite Halbjahr erforderlich sein, um den ungenauen Schätzungen Rechnung zu tragen. In diesem Fall ist der Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres wie folgt neu zu berechnen:

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^{H_2} (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^{H_2} \left( \frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

wobei  $s_{rh1}$  die aus der Stichprobe jeder Schicht  $h$  des ersten Halbjahres errechnete Standardabweichung der Fehlerquoten ist (sofern bereits vorhanden) und  $\sigma_{rh2}$  eine Schätzung der Standardabweichung der Fehlerquoten im zweiten Halbjahr auf der Grundlage historischen Wissens (möglicherweise anhand von Informationen aus dem ersten Halbjahr bereinigt) oder einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe des zweiten Halbjahres.

Nach Neuberechnung des Gesamtstichprobenumfangs für das zweite Halbjahr, erfolgt die Aufteilung nach Schicht eindeutig mit

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV_2} n_2, (h = 1, 2, \dots, H_2)$$

### 6.3.4.3 Stichprobenauswahl

Die Auswahl der Stichprobe erfolgt in jedem Halbjahr genau nach dem Verfahren, das für den geschichteten MUS-Ansatz beschrieben wurde. Es wird an dieser Stelle zur besseren Verdeutlichung noch einmal dargelegt.

In jedem Halbjahr und in jeder Schicht  $h$  wird es zwei Komponenten geben: die umfassende Gruppe innerhalb der Schicht  $h$  (d. h. die Gruppe, in der die Stichprobeneinheiten enthalten sind, deren Buchwert größer als der Schwellenwert ist,  $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ); und die Stichprobengruppe innerhalb der Schicht  $h$  (d. h. die Gruppe mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert kleiner gleich dem Schwellenwert  $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$  ist oder kleiner gleich einem anderen neu berechneten Schwellenwert, sofern es Elemente mit Buchwerten über dem Intervall und unter den Schwellenwerten gibt).

Alle hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit müssen, nach Ermittlung des Stichprobenumfangs, für jedes Halbjahr in jeder der ursprünglichen Schichten ( $h$ ) geprüft werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Gruppe entspricht dem Quotient aus dem Buchwert der Schicht ( $BV_{ht}$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_{ht}$ ). Für jede Schicht  $h$  werden alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ), der Stichprobenschicht der 100%-Prüfung zugeordnet.

Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang  $n_{hts}$  wird als Differenz zwischen  $n_{ht}$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der umfassenden Gruppe der Schicht ( $n_{hte}$ ) berechnet.

Die Auswahl der Stichproben schließlich erfolgt in jedem Halbjahr in der nicht umfassenden Gruppe mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, d. h. proportional zu den Buchwerten der Elemente  $BV_{hti}$ . Eine gängige Möglichkeit zur Durchführung der Auswahl ist eine systematische Auswahl unter Verwendung eines Auswahlintervalls, das dem Quotienten aus den Gesamtausgaben in der nicht umfassenden Gruppe der ( $BV_{hts}$ ) und dem Stichprobenumfang ( $n_{hts}$ )<sup>34</sup> entspricht, d. h.

$$SI_{hts} = \frac{BV_{hts}}{n_{hts}}$$

Es ist zu beachten, dass in jedem Halbjahr mehrere unabhängige Stichproben ausgewählt werden, nämlich eine für jede ursprüngliche Schicht.

---

<sup>34</sup> Wenn einige Einheiten der Grundgesamtheit immer noch eine Ausgabe aufweisen, die größer als dieses Auswahlintervall ist, dann muss das in Abschnitt 6.3.1.3 dargelegte Verfahren angewendet werden.

#### 6.3.4.4 Prognostizierter Fehler

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt für die Einheiten in den umfassenden Gruppen anders als für die Elemente in den nicht umfassenden Gruppen.

Bei den umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert ( $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Gruppe festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{h=1}^{H_1} \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^{H_2} \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i}$$

In der Praxis bedeutet dies:

- 1) Für jedes Halbjahr  $t$  und für jede Schicht  $h$  werden die zur umfassenden Gruppe gehörenden Einheiten ermittelt und ihre Fehler summiert,
- 2) die Ergebnisse des vorigen Schritts werden für die Gesamtheit der  $H_1 + H_2$  Schichten addiert.

Bei den nicht umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert kleiner oder gleich den Schwellenwerten ( $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ) ist, errechnet sich der prognostizierte Fehler anhand folgender Formel

$$EE_s = \sum_{h=1}^{H_1} \left( \frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left( \frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right)$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

- 1) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  wird für jede Einheit in der Stichprobe die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  werden diese Fehlerquoten für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert,
- 3) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts mit den Gesamtausgaben in der Grundgesamtheit der nicht umfassenden Gruppe ( $BV_{hts}$ ) multipliziert; diese Ausgaben entsprechen auch den Gesamtausgaben in der Schicht abzüglich der Ausgaben der zur umfassenden Gruppe der Schicht gehörenden Elemente.

- 4) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts durch den Stichprobenumfang in der nicht umfassenden Gruppe ( $n_{hts}$ ) dividiert.  
 5) Die vorherigen Ergebnisse werden für die Gesamtheit der  $H_1 + H_2$  Schichten addiert.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.3.4.5 Genauigkeit

Wie beim MUS-Standardansatz für zwei Zeiträume, ist die Genauigkeit das Maß der mit der Extrapolation verbundenen Unsicherheit (Hochrechnung). Sie steht für den Stichprobenfehler und ist zu berechnen, um anschließend ein Konfidenzintervall zu erhalten.

Für die Genauigkeit gilt die Formel:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^{H_1} \left( \frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot s_{rh1s}^2 \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left( \frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot s_{rh2s}^2 \right)}$$

wobei  $s_{rhts}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Gruppe der Schicht  $h$  von Halbjahr  $t$  ist (berechnet aus der Stichprobe, die auch zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet wurde)

$$s_{rhts}^2 = \frac{1}{n_{hts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hts}} (r_{hti} - \bar{r}_{hts})^2$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{hts}$  dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Gruppe der Schicht  $h$  von Halbjahr  $t$ .

Der Stichprobenfehler wird nur für die nicht umfassenden Gruppen berechnet, da sich aus den umfassenden Gruppen kein Stichprobenfehler ergibt.



#### 6.3.4.6 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler *EE* selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen unter Verwendung des Ansatzes zu ziehen, der in Abschnitt 6.3.3.6 dargelegt wurde.

#### 6.3.4.7 Beispiel

Um die sich normalerweise am Ende eines Prüfjahres häufenden Prüfarbeiten besser zu verteilen, hat sich die PB entschieden, den Prüfaufwand auf zwei Zeiträume aufzuteilen. Am Ende des ersten Halbjahres betrachtet die PB die Grundgesamtheit in zwei Gruppen aufgeteilt, die den beiden Halbjahren entsprechen. Darüber hinaus umfasst die Grundgesamtheit zwei verschiedene Programme und die PB hat Grund zu der Annahme, dass in den Programmen mit unterschiedlichen Fehlerquoten zu rechnen ist. Unter Berücksichtigung all dieser Informationen, und abgesehen von der Aufteilung des Arbeitsvolumens auf zwei Halbjahre, entschied sich die PB für eine Schichtung der Grundgesamtheit nach Programm.

Am Ende des ersten Halbjahres stellen sich die Merkmale der Grundgesamtheit wie folgt dar:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	42 610 732 EUR
Programm 1	27 623 498 EUR
Programm 2	14 987 234 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	5603
Programm 1	3257
Programm 2	2346

Ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen ist der PB bekannt, dass in der Regel alle in den Programmen am Ende des Bezugszeitraums enthaltenen Vorhaben bereits in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres aktiv sind. Darüber hinaus erwartet die PB ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen, dass die im zweiten Halbjahr geltend gemachten Ausgaben bei zwei Programmen steigen werden, wenn auch unterschiedlich stark. Er wird erwartet, dass die geltend gemachten Ausgaben für das zweite Halbjahr

um 40 % und 10 % für die Programme 1 bzw. 2 steigen werden. Auf der Grundlage dieser Annahmen gibt die folgende Tabelle eine Übersicht über diese Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	42 610 732 EUR
Programm 1	27 623 498 EUR
Programm 2	14 987 234 EUR
Geltend gemachte Ausgaben am Ende des zweiten Halbjahres (Vorhersage)	55 158 855 EUR
Programm 1 (27 623 498 EUR x 1,4)	38 672 897 EUR
Programm 2 (14 987 234 EUR x 1,1)	16 485 957 EUR
Prognostizierte Gesamtausgaben im ganzen Jahr	97 769 587 EUR
Programm 1	66 296 395 EUR
Programm 2	31 473 191 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	5603
Programm 1	3257
Programm 2	2346
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – zweites Halbjahr, Vorhersage)	5603
Programm 1	3257
Programm 2	2346

Im ersten Prüfungshalbjahr wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Halbjahre) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

Darin bezeichnet  $\sigma_{rw}^2$  den gewichteten Mittelwert der Fehlervarianzen für die gesamte Schichtenmenge und für beide Zeiträume. Die Gewichtung für jede Schicht in jedem Halbjahr entspricht dem Verhältnis zwischen dem geschichteten Buchwert ( $BV_{ht}$ ) und dem Buchwert für die ganze Grundgesamtheit,  $BV = BV_1 + BV_2$  (einschließlich beider Halbjahre).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1,2;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1,2;$$

$BV_{ht}$  sind die Ausgaben der Schicht  $h$ ,  $h=1,2$ , im Zeitraum  $t$  und  $\sigma_{rht}^2$  ist die Varianz der Fehlerquoten in jeder Schicht jedes Halbjahres. Die Varianz der Fehlerquoten wird für jede Schicht in jedem Halbjahr berechnet als

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1,2, t = 1,2$$

Dabei sind  $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$  die einzelnen Fehlerquoten der Einheiten in der Stichprobe der Schicht  $h$  des Halbjahres  $t$  und  $\bar{r}_{ht}$  ist der mittlere Fehler der Stichprobe in der Schicht  $h$  im Halbjahr  $t$ <sup>35</sup>.

Da diese Varianzen nicht bekannt sind, beschloss die PB, am Ende des ersten laufenden Halbjahres des aktuellen Bezugszeitraums in jeder Schicht (Programm) eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben zu ziehen. Die Standardabweichung der Fehlerquoten bei dieser Vorabstichprobe im ersten Halbjahr beträgt 0,0924 und 0,0515 für die Programme 1 bzw. 2. Auf der Basis einer fachlichen Beurteilung erwartet die PB, dass die Standardabweichungen der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr um 40 % und 10 % steigen, dies entspricht 0,1294 bzw. 0,0567. Daraus ergibt sich folgender gewichteter Durchschnitt der Varianzen der Fehlerquoten:

$$\sigma_{rw}^2 = 0,0028188 + 0,0071654 = 0,009984,$$

vorausgesetzt, der gewichtete Durchschnitt für beide Halbjahre ist:

$$\sigma_{rw1}^2 = \frac{27\,623\,498}{97\,769\,587} \times 0,0924^2 + \frac{14\,987\,234}{97\,769\,587} \times 0,0515^2 = 0,0028188$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \frac{38\,672\,897}{97\,769\,587} \times 0,1294^2 + \frac{16\,485\,957}{97\,769\,587} \times 0,0567^2 = 0,0071654$$

Im ersten Halbjahr erachtet die PB angesichts der Funktionsweise des Verwaltungs- und Kontrollsystems ein Konfidenzniveau von 90 % für angemessen. Der Gesamtstichprobenumfang für das gesamte Jahr ist:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

---

<sup>35</sup> Ist der Buchwert von Einheit  $i$  ( $BV_i$ ) größer als  $BV_{ht}/n_{ht}$ , so wird der Quotient  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$  durch den Quotienten  $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$  ersetzt.

$$n = \left( \frac{1,645 \times 97\,769\,587 \times \sqrt{0,009984}}{1\,955\,392 - 391\,078} \right)^2 \approx 106$$

wobei  $z$  den Wert 1,645 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 90 % entspricht) und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % des Buchwerts (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) beträgt. Der Gesamtbuchwert umfasst den tatsächlichen Buchwert am Ende des ersten Halbjahres zuzüglich des vorhergesagten Buchwerts für das zweite Halbjahr 2 EUR, d. h. der zulässige Fehler beträgt 2 % x 97 769 587 EUR = 1 955 392 EUR. Bei der Vorjahresprüfung wurde eine Fehlerquote von 0,4 % prognostiziert. Es ergibt sich ein voraussichtlicher Fehler  $AE$  von 0,4 % x 97 769 587 EUR = 391 078 EUR.

Die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr und Schicht ist wie folgt:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n, h = 1,2; n_{11} = \frac{27\,623\,498}{97\,769\,587} \times 106 \cong 30; n_{21} = \frac{14\,987\,234}{97\,769\,587} \times 106 \cong 17$$

und

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n, h = 1,2; n_{12} = \frac{38\,672\,897}{97\,769\,587} \times 106 \cong 42; n_{22} = \frac{16\,485\,957}{97\,769\,587} \times 106 \cong 18$$

Für das erste Halbjahr sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit beider Programme (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zu einer hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören. Der Schwellenwert zur Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV_{h1}$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_{h1}$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_{ih1} > BV_{h1}/n_{h1}$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet.

Diese beiden Stichprobenumfänge des ersten Halbjahres (30 und 17) haben für beide Programme folgende Schwellenwerte für hochwertige Schichten zur Folge:

$$\text{Schwellenwert}_{11} = \frac{BV_{11}}{n_{11}} = \frac{27\,623\,498}{30} = 920\,783$$

und

$$\text{Schwellenwert}_{21} = \frac{BV_{21}}{n_{21}} = \frac{14\,987\,234}{17} = 881\,602$$

Unter Verwendung dieser beiden Schwellenwerte findet man 3 und 4 hochwertige Vorhaben in den Programmen 1 bzw. 2, die insgesamt einen Buchwert von 3 475 552 EUR bzw. 4 289 673 EUR ergeben.

Der der nicht umfassenden Schicht ( $n_{h1s}$ ) zuzuordnende Stichprobenumfang wird als Differenz zwischen  $n_{h1}$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten in der umfassenden Schicht berechnet. Der Stichprobenumfang für den in die Stichprobe einzubeziehenden Teil von Programm 1 ergibt sich aus dem Gesamtstichprobenumfang (30), von dem die 3 hochwertigen Vorhaben abgezogen werden; sie umfasst also 27 Vorhaben. Bei gleichem Vorgehen ergibt sich für Programm 2 ein Stichprobenumfang für den einzubeziehenden Teil von  $17 - 4 = 13$  Vorhaben.

Der nächste Schritt ist die Berechnung der Stichprobenintervalle für die Stichprobenschichten. Sie betragen

$$SI_{11} = \frac{BV_{11s}}{n_{11s}} = \frac{27\,623\,498 - 3\,475\,552}{27} = 894\,368$$

und

$$SI_{21} = \frac{BV_{21s}}{n_{21s}} = \frac{14\,987\,234 - 4\,289\,673}{13} = 822\,889$$

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Buchwert (Summe der Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres)	42 610 732 EUR
Buchwert – Programm 1	27 623 498 EUR
Buchwert – Programm 2	14 987 234 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – Programm 1</b>	
Schwellenwert	920 783 EUR
Anzahl der Vorhaben über dem Schwellenwert	3
Buchwert der Vorhaben über dem Schwellenwert	3 475 552 EUR
Buchwert der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	24 147 946 EUR
Stichprobenintervall (nicht umfassende Grundgesamtheit)	894 368 EUR
Anzahl der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	3254
<b>Stichprobenergebnisse – Programm 2</b>	
Schwellenwert	881 602 EUR
Anzahl der Vorhaben über dem Schwellenwert	4
Buchwert der Vorhaben über dem Schwellenwert	4 289 673 EUR
Buchwert der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	10 697 561 EUR
Stichprobenintervall (nicht umfassende Grundgesamtheit)	822 889 EUR
Anzahl der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	2342

Die Auswahl der Stichprobe in der nicht umfassenden Schicht erfolgt mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, d. h. proportional zu den Buchwerten der Elemente  $BV_{ih1s}$ , und zwar durch systematische Auswahl.

Für Programm 1 wird am Ende des ersten Halbjahres eine Datei mit den restlichen 3254 Vorhaben (3257 minus 3 hochwertige Vorhaben) der Grundgesamtheit nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 27 Vorhaben (30 minus 3 hochwertige Vorhaben) nach genau dem Verfahren gezogen, das in Abschnitt 6.3.1.7 beschrieben wird.

Für Programm 2 wird am Ende des ersten Halbjahres eine Datei mit den restlichen 2342 Vorhaben (2346 minus 4 hochwertige Vorhaben) der Grundgesamtheit nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 13 Vorhaben (17 minus 4 hochwertige Vorhaben) nach dem im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Verfahren gezogen.

Für Programm 1 wurde in den 3 hochwertigen Vorhaben ein Gesamtfehler von 13 768 EUR festgestellt. Für Programm 2 wurden keine Fehler in der hochwertigen Schicht festgestellt.

Die Ausgaben der 40 in die Stichprobe einbezogenen Vorhaben (27 + 13) werden geprüft. Die Summe der Fehlerquoten der Stichprobe für Programm 1 am Ende des ersten Halbjahres ist:

$$\sum_{i=1}^{27} \frac{E_{i11s}}{BV_{i11s}} = 0,0823.$$

Die Summe der Fehlerquoten der Stichprobe für Programm 2 am Ende des ersten Halbjahres ist:

$$\sum_{i=1}^{13} \frac{E_{i21s}}{BV_{i21s}} = 0,1145$$

Die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Grundgesamtheit des ersten Halbjahres ergibt sich für beide Programme folgendermaßen:

$$s_{r11s} = \sqrt{\frac{1}{27-1} \sum_{i=1}^{27} (r_{i11s} - \bar{r}_{11s})^2} = 0,0868$$

$$s_{r_{21s}} = \sqrt{\frac{1}{13-1} \sum_{i=1}^{13} (r_{i21s} - \bar{r}_{21s})^2} = 0,0696$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{h1s}, h = 1,2$ , dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Gruppe des ersten Halbjahres.

Am Ende des zweiten Halbjahres stehen mehr Informationen zur Verfügung. Insbesondere der Gesamtbetrag der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben ist genau bekannt, die aus den Stichproben der Schicht des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenvarianz der Fehlerquoten für beide Programme,  $s_{r_{11}}$  und  $s_{r_{21}}$ , könnte bereits vorhanden sein, und die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr für beide Programme,  $\sigma_{r_{12}}$  und  $\sigma_{r_{22}}$ , lässt sich anhand einer Vorabstichprobe realer Daten nunmehr genauer bewerten.

Die Prüfbehörde stellt fest, dass in der am Ende des ersten Halbjahres getroffenen Annahme zu den Ausgaben im zweiten Halbjahr (55 158 855 EUR) der wirkliche Wert (49 211 269 EUR) überschätzt wurde. Es gibt noch zwei Parameter, für die aktualisierte Zahlen verwendet werden sollten.

Erstens ergab die Schätzung der Standardabweichung der Fehlerquoten auf der Grundlage der Stichprobe der Programme des ersten Halbjahres von 27 und 13 Vorhaben einen Wert von 0,0868 bzw. 0,0696. Diese neuen Werte sollten nun zur Neubewertung des geplanten Stichprobenumfangs herangezogen werden. Zweitens hält es die PB auf der Grundlage der zwei Vorabstichproben des zweiten Halbjahres für beide Programme für sinnvoller, die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr nicht wie anfänglich mit 0,1294 und 0,0567, sondern mit 0,0943 und 0,0497 anzusetzen. Die aktualisierten Zahlen für die Standardabweichung der Fehlerquoten für die beiden Programme in beiden Halbjahren sind weit von den ursprünglichen Schätzwerten entfernt. Die Stichprobe für das zweite Halbjahr muss also korrigiert werden.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Parameter	Vorhersage am Ende des ersten Halbjahres	Ende des zweiten Halbjahres
Standardabweichung der Fehlerquoten erstes Halbjahr		
Programm 1	0,0924	0,0868
Programm 2	0,0515	0,0696
Standardabweichung der Fehlerquoten zweites Halbjahr		
Programm 1	0,1294	0,0943
Programm 2	0,0567	0,0497
Gesamtausgaben im zweiten Halbjahr		
Programm 1	38 672 897 EUR	32 976 342 EUR
Programm 2	16 485 957 EUR	16 234 927 EUR

Unter Berücksichtigung dieser drei Anpassungen beträgt der neu berechnete Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^2 (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

Dabei ist  $s_{rh1}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten, die anhand der Teilstichproben des ersten Halbjahres für jede Schicht  $h$ ,  $h=1,2$  berechnet wurde, und  $\sigma_{rh2}$  ist eine Schätzung der Standardabweichung der Fehlerquoten in jeder Schicht im zweiten Halbjahr auf der Grundlage von Vorabstichproben:

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{1,645^2 \times 49\,211\,269 \times (32\,976\,342 \times 0,0943^2 + 16\,234\,927 \times 0,0497^2)}{(1\,836\,440 - 367\,288)^2 - 1,645^2 \times \left( \frac{27\,623\,498^2}{30} \times 0,0868^2 + \frac{14\,987\,234^2}{17} \times 0,0696^2 \right)} \\ &\cong 31 \end{aligned}$$

Auf der Grundlage dieser aktualisierten Zahlen beträgt der für die gewünschte Genauigkeit benötigte Stichprobenumfang 31 Vorhaben und nicht 60, wie am Ende des ersten Halbjahres geplant. Die Aufteilung nach Programm ist nun eindeutig:

$$n_{12} = \frac{BV_{12}}{BV_2} n_2 = \frac{32\,976\,342}{49\,211\,269} \times 31 \cong 21$$

$$n_{22} = 31 - 21 = 10$$



Es sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV_{h2}$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_{h2}$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als diese Schwellenwerte (wenn  $BV_{ih2} > BV_{h2}/n_{h2}, h = 1,2$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet. In diesen Fällen betragen die Schwellenwerte:

Diese beiden aktualisierten Stichprobenumfänge des zweiten Halbjahres (21 und 10) haben für beide Programme folgende Schwellenwerte für hochwertige Schichten zur Folge:

$$\text{Schwellenwert}_{12} = \frac{BV_{12}}{n_{12}} = \frac{32\,976\,342}{21} = 1\,570\,302$$

und

$$\text{Schwellenwert}_{22} = \frac{BV_{22}}{n_{22}} = \frac{16\,243\,927}{10} = 1\,624\,393$$

Es gibt 3 Vorhaben in Programm 1 und 2 Vorhaben in Programm 2, deren Buchwert größer ist als der entsprechende Schwellenwert. Der Gesamtbuchwert dieser Vorhaben beläuft sich auf 7 235 619 EUR in Programm 1 und 4 329 527 EUR in Programm 2.

Die der nicht umfassenden Schicht zuzuordnenden Stichprobenumfänge ( $n_{12s}$  und  $n_{22s}$ ) werden als Differenz zwischen  $n_{h2}, h = 1,2$  und der Zahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der jeweiligen Schicht berechnet, d. h. 14 Vorhaben für Programm 1 (21, der aktualisierte Stichprobenumfang von Programm 1 im zweiten Halbjahr, minus die 7 hochwertigen Vorhaben) und 6 Vorhaben für Programm 2 (10, der aktualisierte Stichprobenumfang von Programm 2 im zweiten Halbjahr, minus 4 hochwertige Vorhaben). Folglich muss der Prüfer bei der Auswahl der verbleibenden Stichproben folgendes Stichprobenintervall verwenden:

$$SI_{12s} = \frac{BV_{12s}}{n_{12s}} = \frac{32\,976\,342 - 7\,235\,619}{18} = 1\,430\,040$$

$$SI_{22s} = \frac{BV_{22s}}{n_{22s}} = \frac{16\,234\,927 - 4\,329\,527}{8} = 1\,489\,300$$

Der Buchwert in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_{12s}$  und  $BV_{22s}$ ) ist einfach die Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert der Schicht und dem Buchwert der entsprechenden fünf hochwertigen Vorhaben.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Buchwert (geltend gemachte Ausgaben im zweiten Halbjahr)	49 211 269 EUR
Buchwert – Programm 1	32 976 342 EUR
Buchwert – Programm 2	16 234 927 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – Programm 1</b>	
Schwellenwert	1 570 302 EUR
Anzahl der Vorhaben über dem Schwellenwert	3
Buchwert der Vorhaben über dem Schwellenwert	7 235 619 EUR
Buchwert der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	25 740 723 EUR
Stichprobenintervall (nicht umfassende Grundgesamtheit)	1 430 040 EUR
Anzahl der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	3254
<b>Stichprobenergebnisse – Programm 2</b>	
Schwellenwert	1 623 493 EUR
Anzahl der Vorhaben über dem Schwellenwert	2
Buchwert der Vorhaben über dem Schwellenwert	4 329 527 EUR
Buchwert der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	11 914 400 EUR
Stichprobenintervall (nicht umfassende Grundgesamtheit)	1 489 300 EUR
Anzahl der Vorhaben (nicht umfassende Grundgesamtheit)	2344

Bei den Ausgaben für die hochwertigen Vorhaben beider Programme wurden keine Fehler gefunden.

Eine Datei mit den 3254 Vorhaben von Programm 1 (3257 minus 3 hochwertige Vorhaben) und den entsprechenden im zweiten Halbjahr geltend gemachten Ausgaben wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 18 Vorhaben (21 minus 3 hochwertige Vorhaben) nach genau demselben Verfahren wie zuvor gezogen.

Eine Datei mit den 2344 Vorhaben von Programm 2 (2346 minus 2 hochwertige Vorhaben) und den entsprechenden im zweiten Halbjahr geltend gemachten Ausgaben wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 8 Vorhaben (10 minus 3 hochwertige Vorhaben) mit der Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe gezogen.

Der Wert der 26 Vorhaben (18 + 8) wird geprüft. Die Summe der Fehlerquoten der Stichprobe für Programm 1 am Ende des zweiten Halbjahres ist:

$$\sum_{i=1}^{18} \frac{E_{i12s}}{BV_{i12s}} = 0,1345.$$

Die Summe der Fehlerquoten der Stichprobe für Programm 2 am Ende des ersten Halbjahres ist:

$$\sum_{i=1}^8 \frac{E_{i22s}}{BV_{i22s}} = 0,0934$$

Die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Grundgesamtheit des ersten Halbjahres ergibt sich für beide Programme folgendermaßen:

$$s_{r12s} = \sqrt{\frac{1}{18-1} \sum_{i=1}^{18} (r_{i12s} - \bar{r}_{12s})^2} = 0,0737$$

$$s_{r22s} = \sqrt{\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^8 (r_{i22s} - \bar{r}_{22s})^2} = 0,0401$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{h2s}, h = 1,2$ , dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Schicht des zweiten Halbjahres.

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt für die Einheiten in den umfassenden Gruppen anders als für die Elemente in den nicht umfassenden Gruppen.

Bei den umfassenden Schichten, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert ( $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Gruppe festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i} = 13\,768$$

In der Praxis bedeutet dies:

1) Für jedes Halbjahr und für jede Schicht  $h$  werden die zur umfassenden Gruppe gehörenden Einheiten ermittelt und ihre Fehler summiert,

2) die Ergebnisse des vorigen Schritts werden für die Gesamtheit der Schichten addiert.

Bei den nicht umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert kleiner oder gleich den Schwellenwerten ( $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ) ist, errechnet sich der prognostizierte Fehler anhand folgender Formel

$$\begin{aligned}
 EE_s &= \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right) \\
 &= 894\,368 \times 0,0823 + 822\,889 \times 0,1145 + 1\,430\,040 \times 0,1345 \\
 &\quad + 1\,489\,300 \times 0,0934 = 499\,268
 \end{aligned}$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

- 1) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  wird für jede Einheit in der Stichprobe die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  werden diese Fehlerquoten für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert,
- 3) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts mit den Gesamtausgaben in der Grundgesamtheit der nicht umfassenden Gruppe ( $BV_{hts}$ ) multipliziert; diese Ausgaben entsprechen auch den Gesamtausgaben in der Schicht abzüglich der Ausgaben der zur umfassenden Gruppe der Schicht gehörenden Elemente.
- 4) In jeder Schicht  $h$  in jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts durch den Stichprobenumfang in der nicht umfassenden Gruppe ( $n_{hts}$ ) dividiert.
- 5) die vorherigen Ergebnisse werden für die Gesamtheit der Schichten addiert.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = 13\,768 + 499\,268 = 513\,036,$$

Dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von 0,56 %.

Die Genauigkeit ist das Maß der mit der Hochrechnung verbundenen Unsicherheit. Für die Genauigkeit gilt die Formel:

$$\begin{aligned}
SE &= z \times \sqrt{\sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot s_{rh1s}^2 \right) + \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot s_{rh2s}^2 \right)} \\
&= 1,645 \times \sqrt{\frac{24\,147\,946^2}{27} \cdot 0,0823^2 + \frac{10\,697\,561^2}{13} \cdot 0,0696^2} \\
&\quad + \sqrt{\frac{25\,740\,723^2}{18} \cdot 0,0737^2 + \frac{11\,914\,400^2}{8} \cdot 0,0401^2} \\
&= 1\,062\,778
\end{aligned}$$

wobei  $s_{rhts}$  die bereits berechnete Standardabweichung der Fehlerquoten der nicht umfassenden Gruppe von Schicht  $h$  im Halbjahr  $t$  ist.

Der Stichprobenfehler wird nur für die nicht umfassenden Gruppen berechnet, da sich aus den umfassenden Gruppen kein Stichprobenfehler ergibt.

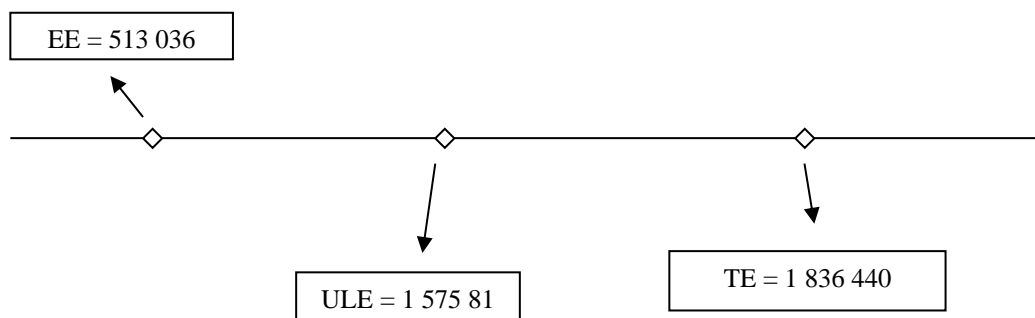
Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Hochrechnung

$$ULE = EE + SE = 513\,036 + 1\,062\,778 = 1\,575\,814$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

In diesem konkreten Fall liegen sowohl der prognostizierte Fehler als auch der obere Grenzwert unter dem maximal zulässigen Fehler. Somit würde der Prüfer schlussfolgern, dass keine hinreichenden Beweise dafür vorliegen, dass die Fehler in der Grundgesamtheit die Erheblichkeitsschwelle überschreiten:



### 6.3.5 *Vorsichtig angelegter Ansatz*

#### 6.3.5.1 *Einleitung*

Beim wertbezogenen Stichprobenverfahren verwenden die Prüfer meist einen vorsichtig angelegten Ansatz. Der Vorteil liegt darin, dass weniger Kenntnisse über die Grundgesamtheit erforderlich sind (z. B. werden für die Berechnung des Stichprobenumfangs keine Angaben zur Streuung der Grundgesamtheit benötigt). Außerdem wird dieser Ansatz von mehreren Prüfsoftwarepaketen automatisch implementiert, was seine Anwendung zusätzlich erleichtert. Wenn eine ausreichende Unterstützung durch derartige Softwarepakete gegeben ist, setzt die vorsichtig angelegte Methode weit weniger technische und statistische Kenntnisse voraus als der sogenannte Standardansatz. Genau diese unproblematische Anwendung des konservativen Ansatzes hat aber auch einen großen Nachteil: Da weniger detaillierte Informationen für die Berechnung des Stichprobenumfangs und die Bestimmung der Genauigkeit verwendet werden, erfordert diese Methode in der Regel größere Stichproben und führt zu größeren geschätzten Stichprobenfehlern als die genaueren Formeln des Standardansatzes. Wenn jedoch die Stichprobe bereits einen überschaubaren Umfang aufweist und dem Prüfer keine größeren Probleme bereitet, kann dieser Ansatz wegen seiner Einfachheit eine gute Wahl sein. Es ist außerdem wichtig zu betonen, dass diese Methode nur in Situationen anwendbar ist, in denen die Häufigkeit von Fehlern gering ist und die Fehlerquoten eindeutig unterhalb der Signifikanzschwelle liegen<sup>36</sup>. Abschließend ist zu bemerken, dass Nutzer manchmal versucht sind, diese Methode mit sehr kleinen und unrealistischen voraussichtlichen Fehlern zu füttern, weil diese Methode normalerweise große Stichprobenumfänge produziert. Diese Praxis wird aufgrund der zu großen oberen Fehlergrenze unvermeidlich zu uneindeutigen Prüfergebnissen führen und es darf daher nicht vergessen werden, dass der voraussichtliche Fehler – wie bei jedem anderen Stichprobenverfahren – vom Prüfer nach bestem Wissen und Urteil realistisch gewählt werden muss.

Es ist nicht möglich, diese Methode mit einer Schichtung zu kombinieren oder die Prüfungen innerhalb des Bezugszeitraums auf zwei oder mehr Zeiträume aufzuteilen, da die Formeln zur Bestimmung der Genauigkeit zu unhandlich wären. Daher wird den Prüfbehörden nahegelegt, für diese Zwecke den Standardansatz zu verwenden.

#### 6.3.5.2 *Stichprobenumfang*

Die Berechnung des Stichprobenumfangs  $n$  innerhalb der Rahmenbedingungen des wertbezogenen Stichprobenverfahrens beruht auf den folgenden Informationen:

---

<sup>36</sup> Insbesondere ist es nicht möglich, den Stichprobenumfang zu berechnen, falls der voraussichtliche Fehler größer oder fast gleich der Signifikanzschwelle ist.

- dem Buchwert der Grundgesamtheit (insgesamt geltend gemachte Ausgaben)  $BV$
- einer als Zuverlässigkeitsfaktor ( $RF$ ) bezeichneten Konstante, die sich durch das Konfidenzniveau bestimmt
- maximal zulässiger Fehler  $TE$  (in der Regel 2 % der gesamten Ausgaben)
- voraussichtlicher Fehler  $AE$ , der vom Prüfer anhand seines fachlichen Urteils und vorhandener Informationen ausgewählt wird
- dem Expansionsfaktor  $EF$ , einer Konstante, die auch mit dem Konfidenzniveau zusammenhängt und verwendet wird, wenn Fehler erwartet werden.

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

Der Zuverlässigkeitsfaktor  $RF$  ist eine Konstante aus der Poisson-Verteilung für einen erwarteten Null-Fehler. Er ist vom Konfidenzniveau abhängig. In der folgenden Tabelle sind die jeweils anzuwendenden Werte angegeben.

Konfidenzniveau	99 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Zuverlässigkeitsfaktor (RF)	4,61	3,00	2,31	1,90	1,61	1,39	1,21	0,92	0,70

Tabelle 4. Zuverlässigkeitsfaktoren nach Konfidenzniveau

Der Expansionsfaktor  $EF$  ist ein Faktor, der bei der Berechnung der MUS-Stichprobe verwendet wird, wenn Fehler erwartet werden, und beruht auf dem Risiko der fälschlichen Akzeptanz. Er reduziert den Stichprobenfehler. Werden keine Fehler erwartet, dann ist der voraussichtliche Fehler ( $AE$ ) gleich Null, und es wird kein Expansionsfaktor verwendet. Werte für den Expansionsfaktor sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

Konfidenzniveau	99 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Expansionsfaktor (EF)	1,9	1,6	1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	1,1	1,0

Tabelle 5. Expansionsfaktoren nach Konfidenzniveau

Aus der Formel für die Bestimmung des Stichprobenumfangs geht hervor, warum dieser Ansatz als vorsichtig bezeichnet wird. Der Stichprobenumfang hängt weder von der Größe der Grundgesamtheit noch von deren Streuung ab. Die Formel soll auf alle Arten von Grundgesamtheiten ungeachtet ihrer spezifischen Merkmale anwendbar sein und

führt daher in der Regel zu Stichprobenumfängen, die die praktischen Erfordernisse übersteigen.

#### 6.3.5.3 Stichprobenauswahl

Nach der Bestimmung des Stichprobenumfangs erfolgt die Auswahl der Stichprobe mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, d. h. proportional zu den Buchwerten der Elemente  $BV_i$ . Eine gängige Möglichkeit zur Durchführung der Auswahl ist eine systematische Auswahl unter Verwendung eines Stichprobenintervalls, das dem Quotienten aus den Gesamtausgaben ( $BV$ ) und dem Stichprobenumfang ( $n$ ) entspricht, d. h.

$$SI = \frac{BV}{n}$$

Typischerweise wird die Stichprobe aus einer in zufälliger Reihenfolge angeordneten Liste aller Elemente ausgewählt, wobei jedes Element, welches die  $x$ -te Geldeinheit enthält, ausgewählt wird, und  **$x$  die Schrittweite ist, die dem Buchwert – dividiert durch den Stichprobenumfang – entspricht**, also dem Stichprobenintervall.

Einige Elemente können mehrfach ausgewählt werden (wenn ihr Buchwert über dem Stichprobenintervall liegt). In diesem Fall sollte der Prüfer eine umfassende Schicht bilden, die alle Elemente enthält, deren Buchwert größer ist als das Stichprobenintervall. Bei dieser Schicht gestaltet sich die Behandlung der Fehlerprognose anders als sonst üblich.

#### 6.3.5.4 Prognostizierter Fehler

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt nach dem Verfahren, das im Zusammenhang mit dem MUS-Standardansatz vorgestellt wurde. Auch hier erfolgt die Hochrechnung für die Einheiten in der umfassenden Schicht anders als für die Einheiten in der nicht umfassenden Schicht.

Bei der umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als das Stichprobenintervall ( $BV_i > \frac{BV}{n}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler einfach der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Schicht festgestellt werden:



$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Bei der nicht umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Stichprobenintervall ( $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ ) ist, ist der prognostizierte Fehler:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

- 1) für jede Einheit in der Stichprobe wird die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag bestimmt;  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) die ermittelten Fehlerquoten werden für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert;
- 3) das Ergebnis des vorigen Schritts wird mit dem Stichprobenintervall (SI) multipliziert:

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.3.5.5 Genauigkeit

Die Genauigkeit, also die Messung des Stichprobenfehlers, hat zwei Komponenten: die Grundgenauigkeit  $BP$  und die inkrementelle Toleranz  $IA$ .

Die Grundgenauigkeit ist das Produkt aus Stichprobenintervall und Zuverlässigkeitsfaktor (bereits zur Berechnung des Stichprobenumfangs verwendet):

$$BP = SI \times RF.$$

Die inkrementelle Toleranz wird für jede mit einem Fehler behaftete Stichprobeneinheit in der nicht umfassenden Schicht berechnet.

Zuerst werden die fehlerhaften Elemente nach absteigendem Wert des Fehlers geordnet.

Danach wird die inkrementelle Toleranz für jedes dieser (fehlerbehafteten) Elemente mit folgender Formel berechnet:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

Dabei ist  $RF(n)$  der Zuverlässigkeitsfaktor für den Fehler, der an  $n^{th}$ -ter Ordnung bei einem vorgegebenen Konfidenzniveau (in der Regel dasselbe wie bei der Berechnung der Stichprobengröße) auftritt, und  $RF(n - 1)$  der Zuverlässigkeitsfaktor für den Fehler an  $(n - 1)^{th}$ -ter Ordnung bei einem vorgegebenen Konfidenzniveau. Bei einer Konfidenz von 90 % ergibt sich folgende Tabelle von Zuverlässigkeitsfaktoren:

Ordnung des Fehlers	Zuverlässigkeitsfaktor (RF)	$RF(n) - RF(n - 1) - 1$
Nullte Ordnung	2,31	
1.	3,89	0,58
2.	5,33	0,44
3.	6,69	0,36
4.	8,00	0,31
...		

Tabelle 7. Zuverlässigkeitsfaktoren nach Fehlerordnung

Beläuft sich beispielsweise der größere prognostizierte Fehler in der Stichprobe auf 10 000 EUR (25 % der Ausgaben von 40 000 EUR) und das Stichprobenintervall auf 200 000 EUR, so ist die individuelle inkrementelle Toleranz für diesen Fehler gleich  $0,58 \times 0,25 \times 200\ 000 = 29\ 000$  EUR.

Eine Tabelle mit Zuverlässigkeitsfaktoren für unterschiedliche Konfidenzniveaus und unterschiedliche Fehlerzahlen ist im Anhang enthalten.

Die inkrementelle Toleranz ist die Summe der inkrementellen Toleranzen aller Elemente:

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i$$

Die Gesamtgenauigkeit ( $SE$ ) entspricht der Summe der beiden Komponenten: Grundgenauigkeit ( $BP$ ) und inkrementelle Toleranz ( $IA$ ):

$$SE = BP + IA$$

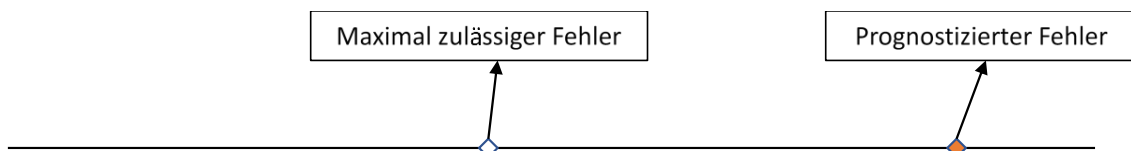
### 6.3.5.6 Bewertung

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Hochrechnung:

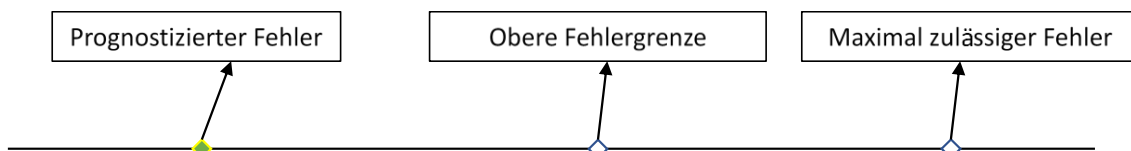
$$ULE = EE + SE$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

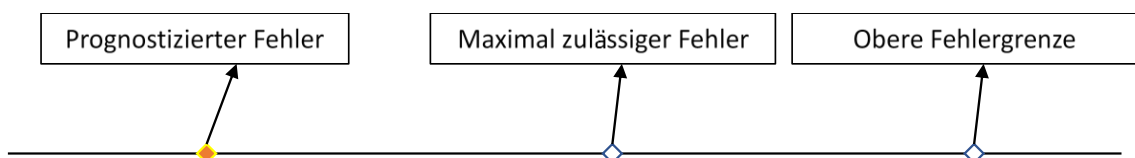
- Liegt der prognostizierte Fehler über dem maximal zulässigen Fehler, würde der Prüfer schlussfolgern, dass hinreichende Beweise dafür vorliegen, dass die Fehler in der Grundgesamtheit über der Erheblichkeitsschwelle liegen:



- Liegt die obere Fehlergrenze unter dem maximal zulässigen Fehler, sollte der Prüfer schlussfolgern, dass die Fehler in der Grundgesamtheit unter der Erheblichkeitsschwelle liegen.



Falls der prognostizierte Fehler niedriger als der maximal zulässige Fehler, die Fehlerobergrenze jedoch größer ist, siehe bitte Abschnitt 4.12 für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse.



### 6.3.5.7 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit als Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr für Vorhaben in einem Programm geltend gemacht wurden. Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben

ein geringes Sicherheitsniveau. Die Stichprobenerhebung für dieses Programm sollte daher mit einem Konfidenzniveau von 90 % durchgeführt werden.

Die Grundgesamtheit ist in der Tabelle unten zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

Dabei ist  $BV$  der Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit, d. h. der Gesamtbetrag der Ausgaben, die im Bezugszeitraum gegenüber der Kommission geltend gemacht wurden;  $RF$  ist der dem Konfidenzniveau von 90 % entsprechende Zuverlässigkeitsfaktor (2,31); und  $EF$ , ist der Hochrechnungsfaktor, der dem Konfidenzniveau entspricht, wenn Fehler erwartet werden (1,5). Bezüglich dieser spezifischen Grundgesamtheit hat die Prüfbehörde ausgehend von den Erfahrungen der letzten Jahre und in Anbetracht der erfolgten Verbesserungen am Verwaltungs- und Kontrollsystem entschieden, dass eine erwartete Fehlerquote von 0,2 % zuverlässig ist:

$$n = \frac{4\,199\,882\,024 \times 2,31}{0,02 \times 4\,199\,882\,024 - (0,002 \times 4\,199\,882\,024 \times 1,5)} \approx 136$$

Die Auswahl der Stichprobe erfolgt mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, d. h. proportional zu den Buchwerten der Elemente ( $BV_i$ ). Es handelt sich um eine systematische Auswahl unter Verwendung eines Stichprobenintervalls, das dem Quotienten aus Gesamtausgaben ( $BV$ ) und Stichprobenumfang ( $n$ ) entspricht:

$$SI = \frac{BV}{n} = \frac{4\,199\,882\,024}{136} = 30\,881\,485$$

Eine Datei mit den 3852 Vorhaben der Grundgesamtheit wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt.

Aus dieser randomisierten Liste aller Vorhaben wird die Stichprobe durch Auswahl jedes Elements gebildet, das die 30 881 485-ste Geldeinheit enthält.

<b>Vorhaben</b>	<b>Buchwert (BV)</b>	<b>AcumBV</b>
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR
2327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR
5009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR
1491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR
(...)	(...)	(...)

Es wird ein Zufallswert zwischen 0 und dem Stichprobenintervall (30 881 485) generiert (16 385 476). Als erstes wird das Element ausgewählt, das die 16 385 476-ste Geldeinheit enthält. Als zweites folgt das erste Vorhaben in der Datei, dessen kumulierter Buchwert größer oder gleich 16 385 476 + 30 881 485 ist, usw. usf....

<b>Vorhaben</b>	<b>Buchwert (BV)</b>	<b>AcumBV</b>	<b>Stichprobe</b>
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR	Nein
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR	Ja
2327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR	Ja
5009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR	Ja
1491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR	Ja
(...)	(...)	(...)	(...)
2596	8 912 999 EUR	307 654 321 EUR	Ja
779	26 009 790 EUR	333 664 111 EUR	Nein
1250	264 950 EUR	333 929 061 EUR	Nein
3895	30 949 004 EUR	364 878 065 EUR	Ja
2011	617 668 EUR	365 495 733 EUR	Nein
4796	335 916 EUR	365 831 649 EUR	Nein
3632	7 971 113 EUR	373 802 762 EUR	Nein
2451	17 470 048 EUR	391 272 810 EUR	Ja
(...)	(...)	(...)	(...)

Es gibt 24 Vorhaben, deren Buchwert größer ist als das Stichprobenintervall, so dass jedes von ihnen mindestens einmal ausgewählt wird (z. B. wird Vorhaben 1491 dreimal ausgewählt, vgl. vorstehende Tabelle). Der Buchwert dieser 24 Vorhaben beläuft sich auf 1 375 130 377 EUR. Bei vier dieser 24 Vorhaben sind Fehler aufgetreten, die einem Fehlerbetrag von 7 843 574 EUR entsprechen.

Bei der restlichen Stichprobe gestaltet sich die Fehlerbehandlung anders. Für diese Vorhaben wird folgendes Verfahren verwendet:

- 1) für jede Einheit in der Stichprobe wird die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag bestimmt;  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) die ermittelten Fehlerquoten werden für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert;

3) das Ergebnis des vorigen Schritts wird mit dem Stichprobenintervall (SI) multipliziert:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Vorhaben	Buchwert (BV)	Korrekturer Buchwert (CBV)	Fehler	Fehlerquote
2596	8 912 999 EUR	8 912 999 EUR	- EUR	-
459	869 080 EUR	869 080 EUR	- EUR	-
2073	859 992 EUR	859 992 EUR	- EUR	-
239	10 173 875 EUR	9 962 918 EUR	210 956 EUR	0,02
989	394 316 EUR	394 316 EUR	- EUR	-
65	25 234 699 EUR	25 125 915 EUR	108 784 EUR	0,00
5010	34 595 201 EUR	34 595 201 EUR	- EUR	-
...	...	...	...	...
3632	7 971 113 EUR	7 971 113 EUR	- EUR	-
3672	624 882 EUR	624 882 EUR	- EUR	-
2355	343 462 EUR	301 886 EUR	41 576 EUR	0,12
959	204 847 EUR	204 847 EUR	- EUR	-
608	15 293 716 EUR	15 293 716 EUR	- EUR	-
4124	6 773 014 EUR	6 773 014 EUR	- EUR	-
262	662 EUR	662 EUR	- EUR	-
<b>Gesamt</b>				1,077

$$EE_s = 30\,881\,485 \times 1,077 = 33\,259\,360$$

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = 7\,843\,574 + 33\,259\,360 = 41\,102\,934$$

Dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von 0,98 %.

Zur Bestimmung der oberen Fehlergrenze müssen die beiden Komponenten der Genauigkeit – die Grundgenauigkeit *BP* und die inkrementelle Toleranz *IA* – berechnet werden.

Die Grundgenauigkeit ist das Produkt aus Stichprobenintervall und Zuverlässigkeitsfaktor (bereits zur Berechnung des Stichprobenumfangs verwendet):

$$BP = 30\,881\,485 \times 2,31 = 71\,336\,231$$

Die inkrementelle Toleranz wird für jede mit einem Fehler behaftete Stichprobeneinheit in der nicht umfassenden Schicht berechnet.

Zuerst werden die fehlerhaften Elemente nach absteigendem Wert des prognostizierten Fehlers geordnet. Danach wird die inkrementelle Toleranz für jedes dieser (fehlerhaften) Elemente mit folgender Formel berechnet:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

Darin ist  $RF(n)$  der Zuverlässigkeitsfaktor für den Fehler, der an  $n$ -ter Ordnung bei einem vorgegebenen Konfidenzniveau (in der Regel dasselbe wie bei der Berechnung des Stichprobenumfangs) auftritt, und  $RF(n - 1)$  der Zuverlässigkeitsfaktor für den Fehler an  $(n - 1)$ -ter Ordnung bei einem vorgegebenen Konfidenzniveau (siehe Tabelle im Anhang).

Die inkrementelle Toleranz ist die Summe der inkrementellen Toleranzen aller Elemente:

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i$$

In der nachstehenden Tabelle werden diese Ergebnisse für die 16 Vorhaben zusammengefasst, bei denen Fehler aufgetreten sind:

<b>Ordnung</b>	<b>Fehler (A)</b>	<b>Fehlerquote (B): = (A)/BV</b>	<b>Prognostizierter Fehler: = (B)*SI</b>	<b>RF(n)</b>	<b>(RF(n)-RF(n-1))-1</b>	<b>IA<sub>i</sub></b>
0				2,30		
1	4 705 321 EUR	0,212	6 546 875 EUR	3,89	0,59	3 862 656 EUR
(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
12	12 332 EUR	0,024	741 156 EUR	17,78	0,18	133 408 EUR
13	6 822 EUR	0,02	617 630 EUR	18,96	0,18	111 173 EUR
14	7 706 EUR	0,012	370 578 EUR	20,13	0,17	62 998 EUR
15	4 787 EUR	0,008	247 052 EUR	21,29	0,16	39 528 EUR
16	26 952 EUR	0,001	29 488 EUR	22,45	0,16	4 718 EUR
<b>Gesamt</b>		<b>1,077</b>	<b>38 264 277 EUR</b>			<b>14 430 761 EUR</b>

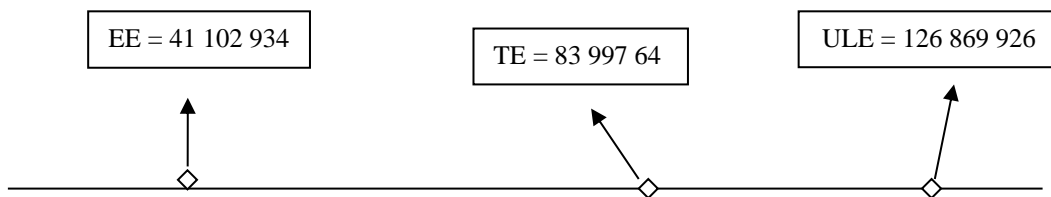
Die Gesamtgenauigkeit ( $SE$ ) entspricht der Summe der beiden Komponenten: Grundgenauigkeit ( $BP$ ) und inkrementelle Toleranz ( $IA$ ):

$$SE = 71\,336\,231 + 14\,430\,761 = 85\,766\,992$$

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Fehlergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  und der Gesamtgenauigkeit der Hochrechnung:

$$ULE = 41\,102\,933 + 85\,766\,992 = 126\,869\,926$$

Jetzt wird der maximal zulässige Fehler ( $TE = 2\% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$  EUR) sowohl mit dem prognostizierten Fehler als auch mit der oberen Fehlergrenze verglichen. Der maximal zulässige Fehler ist größer als der prognostizierte Fehler, aber kleiner als die obere Fehlergrenze. Für weitere Angaben zur durchzuführenden Analyse, siehe Abschnitt 4.12.



## 6.4 Nichtstatistische Stichprobenverfahren

### 6.4.1 Einleitung

In ordnungsgemäß begründeten Fällen kann nach fachlichem Urteil der PB ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren in Übereinstimmung mit international anerkannten Prüfstandards verwendet werden, wie auch in allen Fällen, in denen die Anzahl der Vorhaben nicht ausreicht, um ein statistisches Verfahren anzuwenden.

Wie in Abschnitt 5.2. oben erläutert, sollte im Allgemeinen ein statistisches Stichprobenverfahren angewandt werden, um die geltend gemachten Ausgaben zu prüfen und Schlussfolgerungen über den Fehlerbetrag in einer Grundgesamtheit zu ziehen. Nichtstatistische Stichprobenverfahren erlauben keine Berechnung der Genauigkeit und folglich gibt es keine Kontrolle des Prüfungsrisikos. Folglich sollten nichtstatistische Stichprobenverfahren nur in Fällen angewandt werden, in denen statistische Stichprobenverfahren nicht durchgeführt werden können.

In der Praxis beziehen sich diese speziellen Situationen, die die Anwendung nichtstatistischer Stichprobenverfahren rechtfertigen, auf die Größe der Grundgesamtheit. In der Tat kann es vorkommen, dass eine extrem kleine Grundgesamtheit vorliegt, deren Umfang die Anwendung statistischer Verfahren nicht



erlaubt (die Grundgesamtheit ist kleiner als oder beinahe so groß wie der empfohlene Stichprobenumfang).

**Insgesamt wird ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren in jenen Fällen als angemessen erachtet, in denen es nicht möglich ist, einen für ein statistisches Stichprobenverfahren angemessenen Stichprobenumfang zu erlangen.** Allerdings kann nicht exakt festgelegt werden, unterhalb welcher Grundgesamtheitsgröße ein nichtstatistisches Verfahren erforderlich ist, denn dabei spielen verschiedene Merkmale der Grundgesamtheit eine Rolle. Normalerweise liegt diese Schwelle irgendwo im Bereich zwischen 50 und 150 Stichprobeneinheiten. **Bei der endgültigen Entscheidung sollte natürlich der Saldo zwischen Kosten und Nutzen der jeweiligen Methoden berücksichtigt werden. Es wird empfohlen, dass die Prüfbehörde den Rat der Kommission einholt, bevor sie entscheidet, unter bestimmten Umständen (in Fällen, in denen der Schwellenwert von 150 Einheiten überschritten wird) ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren anzuwenden.** Die Kommission kann der Anwendung eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens auf der Grundlage einer Analyse für jeden Einzelfall zustimmen.

Für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 sind in der Verordnung auch Kriterien festgelegt, die bei der Anwendung eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens erfüllt werden müssen, nämlich die Erfassung von mindestens 5 % der Vorhaben und 10 % der geltend gemachten Ausgaben (Artikel 127 Absatz 1 Dachverordnung). Dies kann in der Praxis zu Stichprobenumfängen führen, die den durch statistische Stichprobenverfahren ermittelten Stichprobenumfängen entsprechen. In solchen Fällen werden die PB aufgefordert, statistische Stichprobenverfahren anzuwenden.

**Selbst in Fällen, in denen die PB ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren angewendet hat, muss die Stichprobe nach einem Zufallsverfahren ausgewählt werden<sup>37 38</sup>.** Der Stichprobenumfang muss unter Berücksichtigung des bei den Systemprüfungen erreichten Sicherheitsniveaus ermittelt werden und muss ausreichend groß sein, um es der PB zu ermöglichen, einen gültigen Bestätigungsvermerk über die Recht- und Ordnungsmäßigkeit der Ausgaben auszustellen. **Die PB sollte in der Lage sein, die Ergebnisse auf die Grundgesamtheit, aus der die Stichprobe gezogen wurde, hochzurechnen.**

---

<sup>37</sup> d. h. unter Verwendung einer statistischen (probabilistischen) Methode; vgl. Abschnitt 4.1 und 4.2 für eine Unterscheidung zwischen Stichprobenverfahren und Auswahlverfahren. Außerdem besagt eine Faustregel, dass der Stichprobenumfang bei statistischen Stichprobenverfahren mindestens 30 betragen sollte.

<sup>38</sup> Nicht randomisierte (z. B. risikobasierte) nichtstatistische Stichprobenverfahren können nur für die ergänzende Stichprobe angewandt werden, die gemäß Artikel 17 (Paragrafen 5 und 6) der Verordnung (EG) Nr. 1828/2006 (Zeitraum 2007-2013) und Artikel 28 der Verordnung (EU) Nr. 480/2014 (Zeitraum 2014-2020) vorgesehen ist.

Wenn ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren durchgeführt wird, sollte die PB eine Schichtung der Grundgesamtheit durch Aufteilung in Teilgesamtheiten erwägen, von denen jede eine Gruppe aus Stichprobeneinheiten mit ähnlichen Eigenschaften sein sollte, insbesondere in Bezug auf das Risiko oder die erwartete Fehlerquote oder wenn die Grundgesamtheit spezifische Arten von Vorhaben (z. B. Finanzinstrumente) enthält. Die Schichtung ist ein sehr wirksames Werkzeug, um die Qualität der Hochrechnungen zu verbessern und es ist äußerst empfehlenswert, im Rahmen eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens eine Form der Schichtung durchzuführen.

#### ***6.4.2 Geschichtete und nicht geschichtete nichtstatistische Stichprobenverfahren***

Ein geschichtetes nichtstatistisches Stichprobenverfahren ist die erste Option, die eine PB erwägen sollte, wenn ein statistisches Stichprobenverfahren nicht anwendbar ist. Wie hinsichtlich der Schichtung statistischer Stichprobenpläne erläutert, hängt das Kriterium für die Anwendung zu Zwecken der Schichtung mit der Erwartung des Prüfers über den Beitrag der Schichtung zur Erklärung des Fehlerniveaus in der Grundgesamtheit zusammen. Wird mit unterschiedlichen Fehlerniveaus für verschiedene Gruppen in der Grundgesamtheit gerechnet, sind diese Einteilungskategorien gut für eine Schichtung geeignet.

Falls die Stichprobe durch Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit gebildet wird (wobei jede Stichprobeneinheit mit gleicher Wahrscheinlichkeit, unabhängig vom Saldo der in der Stichprobeneinheit geltend gemachten Ausgaben ausgewählt werden kann), wird die Schichtung nach Höhe der Ausgaben als sehr wirksames Werkzeug zur Verbesserung der Qualität der Schätzungen empfohlen. Es ist zu beachten, dass diese Vorgehensweise, selbst wenn diese Schichtung nicht verpflichtend ist, der PB dabei helfen kann sicherzustellen, dass die für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 erforderliche empfohlene Erfassung der geltend gemachten Ausgaben erreicht wird.

Für diese Schichtung (die sowohl bei der Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit als auch bei der Auswahl mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe angewendet werden kann) gilt:

- Zunächst wird der Schwellenwert der Ausgaben für die Elemente festgelegt, die in die Schicht mit den hohen Werten aufgenommen werden sollen. Es gibt keine allgemeine Regel, um den Schwellenwert zu bestimmen. Falls daher der Schwellenwert, wie in der Praxis üblich, gleich dem maximal zulässigen Fehler (2 % der Gesamtausgaben) der Grundgesamtheit gesetzt wird, sollte dies lediglich als Ausgangspunkt betrachtet werden, der an die Merkmale der Grundgesamtheit angepasst werden sollte. Dieser Schwellenwert kann und sollte in Abhängigkeit von den Merkmalen der Grundgesamtheit verändert werden. Kurzum sollte sich der Prüfer dabei vor allem auf sein fachliches Urteilsvermögen stützen. Kann er Elemente ausmachen, die sich von den anderen durch signifikant höhere Ausgaben abheben, sollte er die Bildung einer

Schicht aus diesen Elementen ins Auge fassen. Darüber hinaus ist der Prüfer aufgefordert, mehr als zwei ausgabengebundene Schichten zu verwenden, falls die Aufteilung in zwei Schichten unzureichend für die Herstellung des gewünschten Homogenitätsniveaus innerhalb jeder Schicht erscheint.

- Eine 100%ige Prüfung der hochwertigen Einheiten ist die grundlegende zu berücksichtigende Methode. Nichtsdestotrotz können in der Praxis Situationen auftreten, in denen der festgelegte Schwellenwert eine zu große hochwertige Schicht schafft, die kaum umfassend erfasst werden kann. In solchen Situationen ist es auch möglich, die hochwertige Schicht durch ein Stichprobenverfahren zu erfassen; im Allgemeinen jedoch muss die Stichprobenquote (d. h. der Anteil der Einheiten und Ausgaben dieser für das Stichprobenverfahren ausgewählten Schicht) größer oder gleich derjenigen für die niedrigwertige Schicht sein.
- Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang wird als Differenz zwischen dem Gesamtumfang der Stichprobe und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der hochwertigen Schicht berechnet. Für den Fall, dass die PB die Schichtung auch auf niedrigwertige Einheiten anwenden möchte, sollten die berechneten Stichprobenumfänge den einzelnen Schichten gemäß der in Abschnitt 6.1.2.2 dargelegten Methode zugeteilt werden. (falls die Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit erfolgt) oder 6.3.2.2 (falls die Auswahl mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe erfolgt).

Falls es nicht möglich ist, Kriterien für die Schichtung zu ermitteln (die dem Urteil des Prüfers zufolge dazu beitragen könnten, in Bezug auf die erwarteten Fehler und Fehlerquoten homogenere Teilgesamtheiten herzustellen), und insbesondere falls bei den Ausgaben der Einheiten der Grundgesamtheit keine erhebliche Streuung festgestellt werden kann, so kann die Option eines nicht geschichteten nichtstatistischen Stichprobenplans angewandt werden. In diesem Fall wird die Stichprobe direkt aus der ganzen Grundgesamtheit gewählt, ohne Berücksichtigung von Teilgesamtheiten.

### **6.4.3 Stichprobenumfang**

Beim nichtstatistischen Stichprobenverfahren wird der Stichprobenumfang nach fachlichem Urteil unter Berücksichtigung des bei den Systemprüfungen erreichten Sicherheitsniveaus ermittelt. Das endgültige Ziel ist, einen ausreichenden Stichprobenumfang zu erreichen, damit die PB zu gültigen Schlussfolgerungen über die Grundgesamtheit gelangen und einen gültigen Bestätigungsvermerk ausstellen kann (vgl. Artikel 127 Absatz 1 Dachverordnung).

Hinsichtlich des Programmplanungszeitraum 2014-2020 und wie in Artikel 127 Absatz 1 der Dachverordnung festgelegt, sollte ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren mindestens 5 % der Vorhaben<sup>39</sup> und 10 % der Ausgaben erfassen. Da die Verordnung sich auf eine Mindest Erfassung bezieht, entsprechen diese Schwellenwerte dem „Best-Case-Szenario“ einer hohen Sicherheit aus den Systemprüfungen. In Einklang mit Anhang 3 von ISA Nr. 530 gilt: je höher die Bewertung des Risikos einer wesentlichen Fehlangabe, desto größer muss der Stichprobenumfang sein. Die Anforderung einer Erfassung von 10 % der geltend gemachten Ausgaben (Artikel 127 Absatz 1 Dachverordnung) bezieht sich auf die Ausgaben in der Stichprobe, unabhängig von der Verwendung von Unterstichproben. Dies bedeutet, dass die Stichprobe mindestens 10 % der geltend gemachten Ausgaben entsprechen muss; falls Unterstichproben verwendet werden, könnten die tatsächlich geprüften Ausgaben aber geringer sein, sofern die PB einen gültigen Bestätigungsvermerk ausstellen kann (vgl. Abschnitt 6.4.10).

Es gibt keine festgelegte Regel zur Auswahl des Stichprobenumfangs auf der Grundlage des Sicherheitsniveaus aus den Systemprüfungen, die PB kann als Referenz bei der Festlegung des Stichprobenumfangs im Rahmen eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens jedoch folgende voraussichtliche Schwellenwerte berücksichtigen<sup>40</sup>.

---

<sup>39</sup> Für den Programmplanungszeitraum 2007-2013 bleibt die Kommission bei der Auffassung, dass der Stichprobenumfang bei Verwendung eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens mindestens 10 % der Vorhaben erfassen sollte (vgl. Abschnitt 7.4.1 der Leitlinien für Stichprobenverfahren COCOF\_08-0021-03\_EN vom 4.4.2013).

<sup>40</sup> Diese Referenzwerte können natürlich gemäß dem fachlichen Urteil der PB und weiteren Informationen, die sie über das Risiko einer wesentlichen Fehlangabe hat, angepasst werden.

Sicherheitsniveau aus den Systemprüfungen	Empfohlene Erfassung	
	von Verfahren	von geltend gemachten Ausgaben
sehr zuverlässig. Keine oder nur geringfügige Verbesserungen notwendig.	5 %	10 %
zuverlässig. einige Verbesserungen notwendig.	Zwischen 5 % - 10 % (von der PB nach ihrem fachlichen Urteil festzulegen)	10 %
teilweise zuverlässig, erhebliche Verbesserungen notwendig.	Zwischen 10 % und 15 % (von der PB nach ihrem fachlichen Urteil festzulegen)	Zwischen 10 % und 20 % (von der PB nach ihrem fachlichen Urteil festzulegen)
im Wesentlichen unzuverlässig.	Zwischen 15 % und 20 % (von der PB nach ihrem fachlichen Urteil festzulegen)	Zwischen 10 % und 20 % (von der PB nach ihrem fachlichen Urteil festzulegen)

Tabelle 6. Empfohlene Erfassung bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren

#### 6.4.4 Stichprobenauswahl

Die Stichprobe aus der positiven Grundgesamtheit muss durch ein Zufallsverfahren ausgewählt werden. Insbesondere kann die Auswahl durch eine der folgenden Methoden erfolgen:

- Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit (wobei jede Stichprobeneinheit mit gleicher Wahrscheinlichkeit gezogen werden kann, unabhängig von den in der Stichprobeneinheit geltend gemachten Ausgaben), so wie beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren (für den Bezug auf das einfache Zufallsstichprobenverfahren und das geschichtete einfache Stichprobenverfahren vgl. Abschnitte 6.1.1 und 6.1.2); oder
- Auswahl mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe (Ausgaben) (wobei für das erste Element der Stichprobe eine Zufallsauswahl gezogen wird und die danach folgenden Elemente mittels eines Intervalls ausgewählt werden, bis der gewünschte Stichprobenumfang erreicht ist; bei diesem Ansatz dient die wertbezogene Einheit als Hilfsvariable für das Stichprobenverfahren) wie im Fall des wertbezogenen Stichprobenverfahrens (für den Bezug auf das wertbezogene Stichprobenverfahren und das geschichtete wertbezogenen Stichprobenverfahren vgl. Abschnitte 6.3.1 und 6.3.2).

### 6.4.5 Hochrechnung

Es ist zu beachten, dass auch bei Anwendung nichtstatistischer Stichprobenverfahren eine Hochrechnung der in der Stichprobe festgestellten Fehler auf die Grundgesamtheit erforderlich ist. Diese Hochrechnung muss den Stichprobenplan berücksichtigen, d. h. das Vorliegen oder Nichtvorliegen einer Schichtung, die Art der Auswahl (mit gleicher Wahrscheinlichkeit oder mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe) sowie alle anderen relevanten Merkmale der Vorgehensweise. Die Anwendung einfacher Stichprobenstatistiken (wie die Stichprobenfehlerquote) ist nur unter sehr speziellen Umständen möglich, wenn das Stichprobenverfahren mit solchen Statistiken vereinbar ist. Zum Beispiel kann die Stichprobenfehlerquote nur im Rahmen eines Ansatzes ohne Schichtung für die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit verwendet werden, also auf der Grundlage der Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit und Verhältnisschätzung. Daher ist der einzige wesentliche Unterschied zwischen statistischen und nichtstatistischen Stichprobenverfahren, dass bei Letzterem das Genauigkeitsniveau und folglich auch die obere Fehlergrenze nicht berechnet werden.

#### 6.4.5.1 Gleiche Wahrscheinlichkeitsauswahl

Falls die Auswahl der Einheiten mit gleicher Wahrscheinlichkeit erfolgt, sollte der prognostizierte Fehler gemäß einer der in Abschnitt 6.1.1.3 beschriebenen Hochrechnungsmethoden berechnet werden, d. h. Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder Verhältnisschätzung.

#### **Schätzung des Mittelwerts pro Einheit (absolute Fehler)**

Der aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehler pro Vorhaben wird mit der Zahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit multipliziert, so dass sich der prognostizierte Fehler ergibt:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

#### **Verhältnisschätzung (Fehlerquoten)**

Die aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehlerquote wird mit dem Buchwert auf der Ebene der Grundgesamtheit multipliziert:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Die Stichprobenfehlerquote in der obigen Formel errechnet sich durch einfache Division des Gesamtfehlerbetrags in der Stichprobe durch den Gesamtbetrag der Ausgaben der Einheiten in der Stichprobe (geprüfte Ausgaben).

Es wird empfohlen, die Entscheidung zwischen den zwei Hochrechnungsmethoden auf die in Abschnitt 6.1.1.3 in Bezug auf das einfache Zufallsstichprobenverfahren enthaltene Empfehlung zu stützen.

#### 6.4.5.2 *Geschichtete gleiche Wahrscheinlichkeitsauswahl*

Auf der Grundlage von  $H$  zufällig ausgewählten Stichproben von Vorhaben (Schicht  $H$ ) lässt sich der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit wieder anhand der beiden üblichen Methoden berechnen: Schätzung des Mittelwerts pro Einheit und Verhältnisschätzung. Die Hochrechnung erfolgt gemäß dem in Abschnitt 6.1.2.3 beschriebenen Verfahren für das geschichtete einfache Stichprobenverfahren.

##### **Schätzung des Mittelwerts pro Einheit**

Der in jeder Gruppe der Grundgesamtheit (Schicht) aus der Stichprobe aufgedeckte durchschnittliche Fehler pro Vorhaben wird mit der Zahl der Vorhaben in der Schicht ( $N_h$ ) multipliziert; die Summe aller für jede Schicht ermittelten Ergebnisse ergibt den prognostizierten Fehler:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

##### **Verhältnisschätzung**

In jeder Gruppe der Grundgesamtheit (Schicht) wird die in der Stichprobe festgestellte durchschnittliche Fehlerquote mit dem Buchwert der Grundgesamtheit auf der Schichtebene ( $BV_h$ ) multipliziert:

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

Bei der Entscheidung für eine der beiden Methoden sollten die für die nicht geschichtete Methode angestellten Überlegungen als Grundlage dienen.

Wurde eine 100-%-Schicht betrachtet und zuvor der Grundgesamtheit entnommen, ist der in dieser umfassenden Schicht festgestellte Gesamtfehlerbetrag dem oben genannten Schätzwert ( $EE_1$  oder  $EE_2$ ) hinzuzuaddieren, um die endgültige Hochrechnung für den Fehlerbetrag in der gesamten Grundgesamtheit zu erhalten.

#### 6.4.5.3 *Wahrscheinlichkeit proportional zur Auswahl nach Ausgaben*

Falls die Einheiten mit Wahrscheinlichkeiten proportional zum Wert der Ausgaben ausgewählt wurden, sollte die Berechnung des prognostizierten Fehlers gemäß der in

Abschnitt 6.3.1.4 dargestellten Hochrechnungsmethode erfolgen (wertbezogenes Stichprobenverfahren).

Bei der umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag ( $BV_i > \frac{BV}{n}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler einfach der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Schicht festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Bei der nicht umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenbetrag ist ( $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ ), ergibt sich der prognostizierte Fehler wie folgt:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.4.5.4 Geschichtete Wahrscheinlichkeit proportional zur Auswahl nach Ausgaben

Falls die Einheiten mit Wahrscheinlichkeiten proportional zum Wert der Ausgaben ausgewählt wurden und die Grundgesamtheit auf der Grundlage bestimmter Kriterien geschichtet wurde, sollte die Berechnung des prognostizierten Fehlers gemäß der in Abschnitt 6.3.2.4 dargestellten Hochrechnungsmethode erfolgen (geschichtetes wertbezogenes Stichprobenverfahren).

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt für die Einheiten in den umfassenden Gruppen anders als für die Elemente in den nicht umfassenden Gruppen.

Bei den umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert ( $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Gruppe festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$



Bei den nicht umfassenden Gruppen, d. h. den Gruppen mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenwert ( $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$ ) ist, errechnet sich der prognostizierte Fehler anhand folgender Formel

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{sh}}{n_{sh}} \sum_{i=1}^{n_{sh}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.4.6 Bewertung

Bei allen vorgenannten Vorgehensweisen wird der prognostizierte Fehler abschließend mit dem maximal zulässigen Fehler (Erheblichkeit multipliziert mit den Ausgaben der Grundgesamtheit) verglichen:

- Liegt er unterhalb des zulässigen Fehlers, dann ist daraus zu schließen, dass die Grundgesamtheit keinen wesentlichen Fehler enthält.
- Liegt er oberhalb des zulässigen Fehlers, dann ist daraus zu schließen, dass die Grundgesamtheit einen wesentlichen Fehler enthält.

Trotz der vorhandenen Beschränkungen (keine Möglichkeit der Berechnung der oberen Fehlergrenze und daher keine Kontrolle des Prüfrisikos) ist die prognostizierte Fehlerquote die bestmögliche Schätzung des Fehlers in der Grundgesamtheit und kann daher mit der Erheblichkeitsschwelle verglichen werden, um Rückschlüsse auf mögliche wesentliche Fehlangaben in der Grundgesamtheit zu ziehen.

#### 6.4.7 Beispiel 1 – PPS-Verfahren

Angenommen wird, dass für eine positive Grundgesamtheit von 36 Vorhaben Ausgaben in Höhe von 22 031 228 EUR geltend gemacht wurden.

Diese Grundgesamtheit ist für eine Prüfung mit statistischer Stichprobenziehung kaum ausreichend. Außerdem ist eine Stichprobenziehung der Auszahlungsanträge zur Vergrößerung der Grundgesamtheit nicht möglich. Daher entscheidet sich die PB für einen nichtstatistischen Ansatz. Aufgrund der großen Streuung der Ausgaben bei dieser

Grundgesamtheit beschließt die PB, die Stichprobe nach dem MUS-Verfahren (Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe) zu bilden.

Die PB schätzt die Qualität des Verwaltungs- und Kontrollsystems als „*im Wesentlichen unzuverlässig*“ ein und entscheidet sich daher für einen Stichprobenumfang von 20 % der Grundgesamtheit von Vorhaben. Dies sind in diesem Fall  $20\% \times 36 = 7,2$ , aufgerundet auf 8.

Obwohl die Erfassung der Ausgaben der Grundgesamtheit erst nach der Stichprobenziehung erfolgen kann, wird erwartet, dass die Auswahl von 20 % der Einheiten der Grundgesamtheit zusammen mit der Entscheidung für eine Auswahl mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe zu Ergebnissen führen wird, die mindestens 20 % der Ausgaben erfassen.

Zunächst sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine 100 %ige Prüfung gehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_i > BV/n$ ), werden der Schicht für die 100 %ige Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert  $22\,031\,228 \div 8 = 2\,753\,904$  EUR<sup>41</sup>.

In der nachstehenden Tabelle sind diese Ergebnisse zusammengefasst:

Geltend gemachte Ausgaben (DE) im Bezugszeitraum 22 031 228 EUR	22 031 228 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	36
Erheblichkeitsschwelle (maximal 2 %)	2 %
Zulässige Fehlangabe (TE)	440 625 EUR
Schwellenwert	2 753 904 EUR
Zahl der Einheiten über dem Schwellenwert	4
Buchwert der Grundgesamtheit über dem Schwellenwert	12 411 965 EUR
Größe der restlichen Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	32
Buchwert der Grundgesamtheit über dem Schwellenwert	9 619 263,00 EUR

In eine isolierte Schicht ordnete die PB alle Vorhaben mit einem Buchwert von über 2 753 904 EUR ein, was 4 Vorhaben und 12 411 965 EUR entspricht. Der festgestellte Fehlerbetrag bei diesen vier Vorhaben beträgt

<sup>41</sup> Es ist zu beachten, dass die PB sich auch dafür entscheiden könnte, einen niedrigeren Schwellenwert als den auf der Grundlage des Verhältnisses zwischen der positiven Grundgesamtheit und der Anzahl der auszuwählenden Vorhaben berechneten zu verwenden, um die Erfassung der geltend gemachten Ausgaben zu erhöhen.

$$EE_e = 80\,028.$$

Das Stichprobenintervall für die übrige Grundgesamtheit ist gleich dem Buchwert in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_s$ ) (Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert und dem Buchwert der vier Vorhaben der oberen Schicht) dividiert durch die Anzahl der auszuwählenden Vorhaben (8 minus der 4 Vorhaben in der oberen Schicht).

$$\text{Stichprobenintervall} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{22\,031\,228 - 12\,411\,965}{4} = 2\,404\,816^{42}$$

Eine Datei mit den restlichen 32 Vorhaben der Grundgesamtheit wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Die Stichprobe wird durch Auswahl jedes Elements gebildet, das die 2 404 816-te Geldeinheit enthält.<sup>43</sup>

Die geprüften Ausgaben belaufen sich auf einen Gesamtbuchwert von 12 411 965 EUR für die hochwertigen Projekte plus die geprüften Ausgaben in der restlichen Stichprobe der Grundgesamtheit in Höhe von 1 056 428 EUR. Die insgesamt geprüften Ausgaben belaufen sich auf 13 468 393 EUR, was, wie gefordert, 61,1 % der insgesamt geltend gemachten Ausgaben entspricht. Unter Berücksichtigung des Zuverlässigkeitsniveaus des Verwaltungs- und Kontrollsystems hält die PB dieses Niveau an geprüften Ausgaben für mehr als ausreichend, um die Verlässlichkeit der Schlussfolgerungen der Prüfung sicherzustellen.

Der Wert des hochgerechneten Fehlers für die niedrigwertige Schicht errechnet sich wie folgt:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_{si}}{BV_{si}}$$

---

<sup>42</sup> In der Praxis kann es vorkommen, dass einige Einheiten der Grundgesamtheit nach der Berechnung des Stichprobenintervalls auf der Grundlage der Ausgaben und des Stichprobenumfangs der Stichprobenschicht immer noch eine Ausgabe aufweisen, die größer als dieses Stichprobenintervall  $BV_s/n_s$  ist (obwohl sie zuvor keine Ausgabe über dem Schwellenwert aufwiesen ( $BV/n$ )). In der Tat müssen alle Elemente, deren Buchwert immer noch größer ist als dieses Intervall ( $BV_i > BV_s/n_s$ ) ebenfalls zur hochwertigen Schicht hinzugefügt werden. In diesem Fall und nach Verschiebung der neuen Elemente in die hochwertige Schicht muss das Stichprobenintervall für die Stichprobenschicht neu berechnet werden, wobei die neuen Werte für das Verhältnis  $BV_s/n_s$  berücksichtigt werden müssen. Dieses iterative Verfahren muss möglicherweise mehrmals durchgeführt werden, bis es keine weiteren Einheiten gibt, die eine Ausgabe über dem Stichprobenintervall aufweisen.

<sup>43</sup> Für den Fall, dass eines der ausgewählten Vorhaben aufgrund der gemäß der Bestimmung von Artikel 148 auferlegten Einschränkungen ersetzt werden muss, sollte die Auswahl des/der neuen Vorhaben mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe erfolgen. Für ein Beispiel einer solchen Ersetzung, siehe Abschnitt 7.10.3.1.

Dabei sind  $BV_s$  der Gesamtbuchwert der restlichen Grundgesamtheit und  $n_s$  der entsprechende Stichprobenumfang. Übrigens ist dieser prognostizierte Fehler gleich der Summe der Fehlerquoten multipliziert mit dem Stichprobenintervall. Die Summe der Fehlerquoten ist gleich 0,0272:

$$EE_s = \frac{9\,619\,623}{4} \times 0,0272 = 65\,411.$$

Der prognostizierte Gesamtfehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist einfach die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s = 80\,028 + 65\,411 = 145\,439$$

Abschließend wird der prognostizierte Fehler mit dem maximal zulässigen Fehler (2 % von 22 031 228 EUR = 440 625 EUR) verglichen. Der prognostizierte Fehler liegt unterhalb der Erheblichkeitsschwelle.

Mit diesen Ergebnissen kann der Prüfer mit hinreichender Berechtigung darauf schließen, dass die Grundgesamtheit keine wesentlichen Fehlangaben enthält. Allerdings kann die erreichte Genauigkeit nicht bestimmt werden, und die Konfidenz der Schlussfolgerung ist unbekannt.

#### *Verfahren im Fall von unzureichender Erfassung der Ausgaben*

Falls der Schwellenwert der erforderlichen Erfassung der Ausgaben aufgrund spezifischer Merkmale der Grundgesamtheit nicht erreicht werden konnte, ist zu beachten, dass die PB (ein) zusätzliche(s) Vorhaben mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe auswählen sollte. In einer solchen Situation sollten die neuen, zusätzlich zu prüfenden Vorhaben/Stichprobeneinheiten ohne die bereits ausgewählten Vorhaben aus der Grundgesamtheit ausgewählt werden. Das für eine solche Auswahl zu verwendende Intervall sollte unter Nutzung des Stichprobenintervalls  $\frac{BV_{s'}}{n_{s'}}$  berechnet werden, wobei  $BV_{s'}$  dem Buchwert der niedrigwertigen Schicht ohne die bereits in dieser Schicht ausgewählten Vorhaben entspricht und  $n_{s'}$  der Anzahl der Vorhaben, die zur Prüfung der niedrigwertigen Schicht hinzugefügt werden sollen.

#### **6.4.8 Beispiel 2 – Stichprobenbeziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit**

Angenommen wird, dass für eine positive Grundgesamtheit von 48 Vorhaben Ausgaben in Höhe von 10 420 247 EUR geltend gemacht wurden.

Diese Grundgesamtheit ist für eine Prüfung mit statistischer Stichprobenziehung kaum ausreichend. Außerdem ist eine Stichprobenziehung der Auszahlungsanträge zur Vergrößerung der Grundgesamtheit nicht möglich. Daher entscheidet sich PB für einen nichtstatistischen Ansatz mit Schichtung der hochwertigen Vorhaben, da die Ausgaben bei einigen Vorhaben extrem hoch sind. Die PB entschied sich, diese Vorhaben zu ermitteln, indem sie den Schwellenwert auf 5 % von 10 420 247 EUR festlegte, dies entspricht 521 012 EUR.

Nachstehend eine Zusammenfassung der Merkmale der Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben im Bezugszeitraum	10 420 247 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	48
Erheblichkeitsschwelle (maximal 2 %)	2 %
Zulässige Fehlangabe (TE)	208 405 EUR
Schwellenwert (5 % des Gesamtbuchwerts)	521 012 EUR

In der nachstehenden Tabelle sind die Ergebnisse zusammengefasst:

Zahl der Einheiten über dem Schwellenwert	12
Wert der restlichen Grundgesamtheit	8 785 634 EUR
Größe der restlichen Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	36
Buchwert der Grundgesamtheit über dem Schwellenwert	1 634 613 EUR

Das Verwaltungs- und Kontrollsystem wurde unter Kategorie 3, „teilweise zuverlässig, erhebliche Verbesserungen notwendig“, eingestuft, sodass entschieden wurde, einen Stichprobenumfang von 15 % der Grundgesamtheit an Vorhaben auszuwählen. Dies sind  $15\% \times 48 = 7,2$ , aufgerundet auf 8. Die PB entscheidet sich, einen größeren Anteil der Vorhaben aus der hochwertigen Schicht zu ziehen. Die PB entscheidet sich, 50 % der Vorhaben in der hochwertigen Schicht, also 6 Vorhaben, zu prüfen. Die verbleibenden Vorhaben ( $8 - 6 = 2$ ) werden aus der restlichen Grundgesamtheit ausgewählt. Nichtsdestotrotz entscheidet die PB, diese Stichprobe von 2 auf 3 Vorhaben zu erhöhen, um eine bessere Darstellung dieser Schicht zu erreichen.

Aufgrund der geringen Streuung bei den Ausgaben in jeder Schicht dieser Grundgesamtheit entscheidet der Prüfer, die Grundgesamtheit unter Anwendung gleicher Wahrscheinlichkeiten in beiden Schichten in die Stichprobe einzubeziehen.

Selbst wenn der Ansatz sich auf gleiche Wahrscheinlichkeiten stützt, wird erwartet, dass diese Stichprobe aufgrund der hohen Erfassung der hochwertigen Schicht zu einer Erfassung von mindestens 20 % der Ausgaben der Grundgesamtheit führt. In der Tat

erwartet die PB aufgrund der Multiplikation des Stichprobenumfangs mit dem durchschnittlichen Buchwert nach Vorhaben in jeder Schicht die Prüfung von 4 392 817 EUR in der hochwertigen Schicht und 136 218 EUR in der restlichen Grundgesamtheit, was ungefähr 43,5 % der Gesamtausgaben darstellt.

Eine Stichprobe von 6 Vorhaben wird nach dem Zufallsprinzip aus der hochwertigen Schicht gezogen. Die geprüften Ausgaben in der Stichprobe belaufen sich auf 4 937 894 EUR. In diesen 6 Vorhaben wurden keine Fehler festgestellt.

Es wird auch eine Stichprobe von 3 Vorhaben aus der restlichen Grundgesamtheit der Vorhaben gezogen. Die Stichprobe der geprüften Ausgaben in der restlichen Grundgesamtheit beläuft sich auf 153 647 EUR. Die insgesamt ermittelte Fehlerquote in dieser Schicht beläuft sich auf 4374 EUR.

Die insgesamt geprüften Ausgaben belaufen sich auf 153 647 EUR + 4 937 894 EUR = 5 091 541 EUR, was 48,9 % der insgesamt geltend gemachten Ausgaben entspricht. Unter Berücksichtigung des Zuverlässigkeitsniveaus des Verwaltungs- und Kontrollsystems hält die PB dieses Niveau an geprüften Ausgaben für angemessen, um die Verlässlichkeit der Schlussfolgerungen der Prüfung sicherzustellen.

Um zwischen der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder der Verhältnisschätzung zu entscheiden, hat die PB die Stichprobendaten kontrolliert, um die Bedingung  $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$  zu überprüfen. Daraufhin wurde entschieden, eine Verhältnisschätzung anzuwenden.

Der Wert des hochgerechneten Fehlers für beide Schichten errechnet sich wie folgt:

$$EE = BV_e \times \frac{\sum_{i=1}^6 E_i}{\sum_{i=1}^6 BV_i} + BV_s \times \frac{\sum_{i=1}^3 E_i}{\sum_{i=1}^3 BV_i} = 0 + 1\,634\,613 \times \frac{4374}{153\,647} = 46\,534.$$

wobei  $BV_e$  und  $BV_s$  die Gesamtbuchwerte der hoch- und niedrigwertigen Schichten sind. Übrigens ist dieser prognostizierte Fehler gleich der Stichprobenfehlerquote multipliziert mit dem Buchwert der Schicht.

Abschließend wird der prognostizierte Fehler mit dem maximal zulässigen Fehler (2 % von 10 420 247 EUR = 208 405 EUR) verglichen. Der prognostizierte Fehler liegt unterhalb der Erheblichkeitsschwelle.

Somit kann der Prüfer darauf schließen, dass die Grundgesamtheit keinen wesentlichen Fehler enthält. Allerdings kann die erreichte Genauigkeit nicht bestimmt werden, und die Konfidenz der Schlussfolgerung ist unbekannt.

#### **6.4.9 Nichtstatistische Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume**

Ähnlich wie bei der Anwendung bei statistischen Stichprobenverfahren könnte die Prüfbehörde entscheiden, das Stichprobenverfahren in mehreren Zeiträumen während des Jahres (typischerweise zwei Halbjahre) unter Anwendung nichtstatistischer Stichprobenverfahren durchzuführen. Der wichtigste Vorteil dieses Ansatzes steht nicht im Zusammenhang mit einer Reduzierung des Stichprobenumfangs, sondern mit der Möglichkeit, den Prüfungsaufwand über das Jahr zu verteilen und somit den Aufwand zu verringern, der bei nur einer Beobachtung am Jahresende entstünde.

Mit diesem Ansatz wird die Grundgesamtheit des Bezugszeitraums/Geschäftsjahrs in zwei Teilgesamtheiten aufgeteilt, die jeweils den Vorhaben/Auszahlungsanträgen und Ausgaben eines Halbjahres entsprechen. Für jedes Halbjahr werden unabhängige Stichproben gezogen, entweder als Stichprobenbeziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit oder als Auswahl mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe (Ausgaben), von nun an als PPS-Auswahl bezeichnet.

Die beiden Beispiele unten (eines zur Stichprobenbeziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit und das andere zur PPS-Auswahl) veranschaulichen das Stichprobenverfahren für zwei Zeiträume unter Verwendung nichtstatistischer Stichprobenverfahren. Es ist zu beachten, dass die für den nichtstatistischen Stichprobenplan für zwei Zeiträume verwendete Stichproben- und Hochrechnungsverfahren dieselben sind, wie jene, die beim statistischen Stichprobenverfahren verwendet werden, d. h. das einfache Zufallsstichprobenverfahren im Fall einer Stichprobenbeziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit und der MUS-Standardansatz im Fall einer PPS-Auswahl. Die einzigen Unterschiede sind:

- der Stichprobenumfang wird nicht mit einer speziellen Formel berechnet;
- die Genauigkeit wird nicht berechnet.

Es wird jedoch auf die spezifische Anforderung an nichtstatistische Stichprobenverfahren hingewiesen, die gemäß rechtlichen Bestimmungen für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 hinsichtlich der Erfassung von mindestens 10 % der bei der Kommission im Laufe eines Geschäftsjahrs<sup>44</sup> geltend gemachten Ausgaben und von 5 % der Vorhaben gelten. Wenn ein Stichprobenverfahren für einen einzigen Zeitraum gewählt wird, führt die Stichprobenbeziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit oft dazu, dass die Erfassungsquote der Ausgaben beinahe dem Anteil der Stichproben entspricht, der zur Festlegung der Anzahl der Vorhaben verwendet wurde. Wenn ein Stichprobenverfahren für zwei oder mehrere Zeiträume gewählt wird, ist die Erfassungsquote normalerweise kleiner, da einige Vorhaben (d. h. in mehr als einem Prüfzeitraum geltend gemachte Vorhaben) nur hinsichtlich der im Laufe des Jahres geltend gemachten Ausgaben kontrolliert werden.

---

<sup>44</sup> Siehe auch Abschnitt 6.4.3 oben.

**Daher könnte bei der Anwendung eines Stichprobenverfahrens für zwei oder mehrere Zeiträume zur Einhaltung des erforderlichen Schwellenwerts bei der Erfassung der Ausgaben die Erfassung von mehr Vorhaben erforderlich sein als im Falle eines Stichprobenverfahrens für einen einzigen Zeitraum.**

Es ist zu beachten, dass der durchschnittliche Prüfaufwand pro Vorhaben beim Stichprobenverfahren für zwei oder mehrere Zeiträume weniger zeitaufwändig sein sollte, da die Prüfung der Vorhaben nur in einem Teil des Bezugszeitraums geltend gemachte Ausgaben erfasst. Nichtsdestotrotz könnte sich das gesamte Arbeitsvolumen pro Geschäftsjahr erhöhen, wenn die erwünschte Erfassung der Ausgaben erreicht werden soll.

Um dieses Problem zu beheben, könnte die PB sich für die Verwendung einer hochwertigen Schicht entscheiden, wodurch die Anzahl der Vorhaben, die pro Geschäftsjahr kontrolliert werden muss, auf das erforderliche begrenzt wird (da die Vorhaben mit größeren Ausgaben stärker in der Stichprobe repräsentiert sein werden).

#### *6.4.9.1 Nichtstatistische Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume – Stichprobenziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit*

Um den Prüfaufwand nach Ende des Bezugszeitraums zu verringern, entschied die PB, den Prüfaufwand auf zwei Zeiträume aufzuteilen. Am Ende des ersten Halbjahres betrachtet die PB die Grundgesamtheit in zwei Gruppen aufgeteilt, die den beiden Halbjahren entsprechen. Die Grundgesamtheit am Ende des ersten Halbjahres kann wie folgt zusammengefasst werden:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	19 930 259 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	41

Ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen ist der Prüfbehörde bekannt, dass in der Regel nicht alle in den Programmen am Ende des Bezugszeitraums enthaltenen Vorhaben bereits in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres aktiv sind. Darüber hinaus wird erwartet, dass die im zweiten Halbjahr geltend gemachten Ausgaben doppelt so groß sein werden, wie die im ersten Halbjahr geltend gemachten Ausgaben. Dieser Anstieg der Ausgaben zwischen den beiden Halbjahren wird von einem geringeren Anstieg der Anzahl der Vorhaben begleitet. Die PB erwartet, dass es im zweiten Halbjahr 62 aktive Vorhaben geben wird (1 Vorhaben wird im ersten Halbjahr ausgeführt, die restlichen 40 Vorhaben der ersten Periode werden im zweiten Halbjahr fortgeführt, und es wird erwartet, dass im zweiten Halbjahr Ausgaben für 22 neue Vorhaben geltend gemacht werden). Die Stichprobenauswahl nach Auszahlungsanträgen würde die Größe der Grundgesamtheit nicht erhöhen, da beim hypothetischen Beispiel auf der Grundlage der Regeln des nationalen Programms nur



ein Auszahlungsantrag pro Halbjahr vorliegt. Daher entscheidet sich die PB für einen nichtstatistischen Ansatz und wählt die Stichprobe mit gleichen Wahrscheinlichkeiten aus.

Auf der Grundlage dieser Annahmen gibt die folgende Tabelle eine Übersicht über diese Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	19 930 259 EUR
Im zweiten Halbjahr geltend gemachte Ausgaben (Vorhersage) (19 930 259 EUR x 2 = 39 860 518 EUR)	39 860 518 EUR
Prognostizierte Gesamtausgaben im Bezugszeitraum	59 790 777 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	41
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – zweites Halbjahr, Vorhersage)	62 (40 + 22)
Erheblichkeitsschwelle (maximal 2 %)	2 %
Zulässiger Fehler (TE)	1 195 816 EUR

Die PB schätzt die Qualität des Verwaltungs- und Kontrollsystems als „teilweise zuverlässig, erhebliche Verbesserungen notwendig“, ein, sodass sie entschieden hat, einen Stichprobenumfang von 15 % der Anzahl an Vorhaben auszuwählen (siehe Abschnitt 6.4.3). In diesem Fall gibt es im Bezugszeitraum insgesamt 63 Vorhaben<sup>45</sup>, für die in beiden Stichprobenzeiträumen Ausgaben geltend gemacht wurden (41 Vorhaben, die im ersten Halbjahr begannen und 22 neue Vorhaben im zweiten Halbjahr). Der Gesamtstichprobenumfang für das gesamte Jahr ist daher:

$$n = 0,15 \times 63 \approx 10$$

Die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{41}{41 + 62} \times 10 \approx 4$$

und

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

Die PB hat sich für die Verwendung einer hochwertigen Schicht entschieden, wodurch die Anzahl der Vorhaben, die pro Geschäftsjahr kontrolliert werden muss, auf das erforderliche begrenzt wird (da die Vorhaben mit größeren Ausgaben stärker in der Stichprobe repräsentiert sein werden).

Im Hinblick auf die Grundgesamtheit des ersten Halbjahres gibt es bei unserem Beispiel ein großes Vorhaben mit einem Gesamtwert von 3 388 144 EUR, während die

<sup>45</sup> 62 aktive Vorhaben plus ein im ersten Halbjahr abgeschlossenes Vorhaben.

restlichen 40 Vorhaben viel kleiner sind. Auf der Basis einer fachlichen Beurteilung hat sich die Prüfbehörde für die Verwendung einer hochwertigen Schicht mit 1 Vorhaben entschieden (d. h. das größte Vorhaben in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres). Die PB erwartet, mithilfe dieser Schichtung mindestens 20 % der Gesamtausgaben im ersten Halbjahr durch Prüfung von 4 Vorhaben zu erfassen.

Die restlichen 3 Vorhaben der Stichprobe wurden nach dem Zufallsprinzip aus der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres ohne das Vorhaben der hochwertigen Schicht ausgewählt (d. h. aus der Grundgesamtheit von 16 542 115 EUR). Der Gesamtwert der 3 Vorhaben belief sich auf 1 150 398 EUR.

Folglich erfasste die Stichprobe von 4 Vorhaben im ersten Halbjahr 22,77 % der im ersten Halbjahr geltend gemachten Ausgaben.

Die Prüfbehörde hat einen Fehler von 127 EUR<sup>46</sup> beim Vorhaben in der hochwertigen Schicht festgestellt und einen Gesamtfehler von 4801 EUR in den 3 nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Vorhaben.

Am Ende des zweiten Halbjahrs liegen mehr Informationen vor, insbesondere sind die Gesamtausgaben und die Anzahl der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben genau bekannt.

Die Prüfbehörde stellt fest, dass in der am Ende des ersten Halbjahres getroffenen Annahme zu den Gesamtausgaben (39 860 518 EUR) der wirkliche Wert (40 378 264 EUR) leicht unterschätzt wurde. Die Anzahl der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben ist etwas geringer als ursprünglich erwartet. Die PB muss also den Stichprobenumfang für das zweite Halbjahr nicht korrigieren, da die ursprünglich prognostizierte Anzahl an Vorhaben im zweiten Halbjahr nahe an der tatsächlichen liegt. Die Zahlen sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

<b>Parameter</b>	<b>Vorhersage im ersten Halbjahr</b>	<b>Ende des zweiten</b>
------------------	--	---------------------------------

---

<sup>46</sup> Dieser Fehler könnte auf der Grundlage einer Überprüfung aller in diesem ersten Halbjahr geltend gemachten Rechnungen (Ausgabenposten) des Vorhabens der hochwertigen Schicht festgestellt werden. Alternativ könnte eine Teilstichprobe von mindestens 30 Rechnungen (Ausgabenposten) ausgewählt werden. Falls eine Teilstichprobe der Ausgabenposten gezogen wird, würde sich dieser Fehler auf einen auf der Grundlage der ausgewählten Ausgabenposten auf die Ebene eines Vorhabens hochgerechneten Fehler beziehen. Es sollte sichergestellt werden, dass die Teilstichprobe der Rechnungen nach dem Zufallsprinzip ausgewählt wird; alternativ könnte eine Schichtung auf Ebene des Vorhabens mit umfassender Überprüfung einiger Schichten und nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Ausgabenposten aus den restlichen Schichten angewandt werden.

		<b>Halbjahres</b>
Anzahl der Vorhaben im zweiten Halbjahr	62	61
Gesamtausgaben im zweiten Halbjahr	39 860 518 EUR	40 378 264 EUR

Unter Berücksichtigung der Merkmale der Grundgesamtheit entscheidet sich die PB wiederum für eine Schichtung nach Ausgaben, wobei sie eine hochwertige Schicht auf der Grundlage eines Schwellenwertes von 5 % der Ausgaben der Grundgesamtheit im zweiten Halbjahr festlegt. 3 Vorhaben mit einem Gesamtwert von 6 756 739 EUR liegen über diesem Schwellenwert. Die restlichen 3 Vorhaben (6 im zweiten Halbjahr zu erfassende Vorhaben minus 3 Vorhaben aus der hochwertigen Schicht) werden nach dem Zufallsprinzip aus der Grundgesamtheit der 58 Vorhaben der niedrigwertigen Schicht des zweiten Halbjahres ausgewählt, d. h. aus der Grundgesamtheit von 33 621 525 EUR. Der Gesamtwert der Zufallsstichprobe für das zweite Halbjahr beträgt 1 200 987 EUR. Die PB stellte fest, dass der Gesamtwert der Stichprobe des zweiten Halbjahres (7 957 726 EUR = 1 200 987 + 6 756 739) leicht unter dem Schwellenwert von 20 % für das zweite Halbjahr liegt. Nichtsdestotrotz wurde geschlussfolgert, dass keine zusätzliche Stichprobe erforderlich ist, um die ausreichende Erfassung der Ausgaben zu gewährleisten, da der Gesamtwert der Stichprobe für beide Halbjahre über dem erforderlichen Minimum von 20 % liegt.

Die PB stellte einen Fehler von 432 076 EUR in den 3 Vorhaben der hochwertigen Schicht und einen Fehler von 5287 EUR in der niedrigwertigen Schicht fest.

Unter Berücksichtigung der Korrelation zwischen Fehlern in niedrigwertigen Schichten und Ausgaben entschied die PB, den Fehler mithilfe der Verhältnisschätzung zu prognostizieren.

Der Wert des hochgerechneten Fehlers für beide Halbjahre unter Anwendung der Verhältnisschätzung<sup>47</sup> ist

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + BV_{s1} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_{s1}} BV_{s1i}} + BV_{s2} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_{s2}} BV_{s2i}}$$

Dabei gilt Folgendes:

- $EE_{e1}$  und  $EE_{e2}$  beziehen sich auf die in der hochwertigen Schicht des ersten und zweiten Halbjahres festgestellten Fehler
- $BV_{s1}$  und  $BV_{s2}$  beziehen sich auf die Buchwerte der nicht umfassenden Schicht des ersten und zweiten Halbjahres

<sup>47</sup> Unter Anwendung der Formel mit Mittelwert pro Einheit ergäbe sich:

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + \frac{N_{s1}}{n_{s1}} \sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i} + \frac{N_{s2}}{n_{s2}} \sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}$$

-  $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{s1i}}$  und  $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{s2i}}$  spiegeln jeweils eine in der nicht umfassenden Schicht des ersten und zweiten Halbjahres festgestellte durchschnittliche Fehlerquote

Es ist zu beachten, dass der prognostizierte Fehler gleich der Summe aus den in der hochwertigen Schicht beider Halbjahre festgestellten Fehlern und den Fehlerquoten der zufällig ausgewählten Stichproben multipliziert mit den jeweiligen Buchwerten der Schicht dieser zufällig ausgewählten Stichproben ist.

Konkret ist der hochgerechnete Fehler auf Ebene der Grundgesamtheit in unserem Beispiel:

$$EE = 127 + 432\,076 + 16\,542\,115 \times \frac{4801}{1\,150\,398} + 33\,621\,524 \times \frac{5287}{1\,200\,987} = 649\,247,94$$

(d. h. 1,08 % des Werts der Grundgesamtheit)

Abschließend wird der prognostizierte Fehler mit dem maximal zulässigen Fehler (2 % von 60 308 523 EUR, d. h. 1 206 170 EUR) verglichen. Der prognostizierte Fehler liegt unterhalb der Erheblichkeitsschwelle.

Allerdings kann die erreichte Genauigkeit nicht bestimmt werden, und die Konfidenz der Schlussfolgerung ist unbekannt.

#### 6.4.9.2 Nichtstatistische Stichprobenverfahren – zwei Zeiträume – PPS-Auswahl

Um den Prüfaufwand nach Ende des Bezugszeitraums zu verringern, entschied die PB, den Prüfaufwand auf zwei Zeiträume aufzuteilen. Am Ende des ersten Halbjahres betrachtet die PB die Grundgesamtheit in zwei Gruppen aufgeteilt, die den beiden Halbjahren entsprechen. Die Grundgesamtheit am Ende des ersten Halbjahres kann wie folgt zusammengefasst werden:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	16 930 259 EUR
1 237 952 015 EUR	
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	34

Ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen ist der Prüfbehörde bekannt, dass in der Regel nicht alle in den Programmen am Ende des Bezugszeitraums enthaltenen Vorhaben bereits in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres aktiv sind. Darüber hinaus wird erwartet, dass die im zweiten Halbjahr geltend gemachten Ausgaben zweieinhalb Mal größer sein werden als die am Ende des ersten Halbjahres geltend gemachten Ausgaben. Es wird auch vorhergesehen, dass es am Ende des zweiten Halbjahres einen Anstieg in der Anzahl der aktiven Vorhaben gibt, wobei dieser kleiner sein wird als der für die Ausgaben vorhergesehene Anstieg. Die PB erwartet, dass es im zweiten Halbjahr 52 aktive Vorhaben geben wird (2 Vorhaben werden im ersten

Halbjahr ausgeführt, die restlichen 32 Vorhaben der ersten Periode werden im zweiten Halbjahr fortgeführt und es wird erwartet, dass im zweiten Halbjahr für 20 neue Vorhaben Ausgaben geltend gemacht werden). Eine Stichprobenziehung der Auszahlungsanträge zur Vergrößerung der Grundgesamtheit ist nicht möglich. Daher entscheidet sich die PB für einen nichtstatistischen Ansatz.

Auf der Grundlage dieser Annahmen gibt die folgende Tabelle eine Übersicht über diese Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	16 930 259 EUR
Im zweiten Halbjahr geltend gemachte Ausgaben (Vorhersage) (16 930 259 EUR x 2,5 = 42 325 648 EUR)	42 325 648 EUR
Prognostizierte Gesamtausgaben im ganzen Jahr	59 255 907 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	34
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – zweites Halbjahr, Vorhersage)	52 (32 + 20)
Erheblichkeitsschwelle (maximal 2 %)	2 %
Zulässiger Fehler (TE)	1 185 118 EUR

Die PB schätzt die Qualität des Verwaltungs- und Kontrollsystems als „teilweise zuverlässig, erhebliche Verbesserungen notwendig“, ein, sodass sie entschieden hat, einen Stichprobenumfang von 15 % der Anzahl an Vorhaben auszuwählen. Darüber hinaus entscheidet sich der Prüfer im Hinblick auf eine Maximierung der Ausgabenerfassung durch Zufallsstichprobe für eine Auswahl der Stichprobe mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe. In diesem Fall gibt es im Bezugszeitraum insgesamt 54 Vorhaben, für die in beiden Stichprobenzeiträumen Ausgaben geltend gemacht wurden (34 Vorhaben, die im ersten Halbjahr begannen und 20 neue Vorhaben im zweiten Halbjahr). Der Gesamtstichprobenumfang für das gesamte Jahr ist:

$$n = 0,15 \times 54 \approx 9$$

Die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{16\,930\,259}{16\,930\,259 + 42\,325\,648} \times 9 \approx 3$$

und

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

Obwohl die Erfassung der Ausgaben der Grundgesamtheit erst nach der Stichprobenziehung erfolgen kann, wird erwartet, dass die Auswahl von 15 % der Vorhaben zusammen mit der Entscheidung für eine Auswahl mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe im Falle dieser Grundgesamtheit zu Ergebnissen führen wird, die mindestens 20 % der Ausgaben erfassen.

Zunächst einmal sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine umfassende Prüfung gehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV_1$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_1$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert, werden der Schicht für die umfassende Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert  $16\,930\,259 \text{ EUR} \div 3 = 5\,643\,420 \text{ EUR}$ .

Es gibt keine Vorhaben mit einem Buchwert über  $5\,643\,420 \text{ EUR}$  und das Stichprobenintervall entspricht folglich dem Schwellenwert, d. h.  $5\,643\,420 \text{ EUR}$ .

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Schwellenwert – erstes Halbjahr	5 643 420 EUR
Buchwert der Vorhaben, deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt – erstes Halbjahr	0
Zahl der Vorhaben, deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt – erstes Halbjahr	0
$BV_{s1}$ - Buchwert der Grundgesamtheit der nicht umfassenden Schicht im ersten Halbjahr (da es im ersten Halbjahr keine Vorhaben über dem Schwellenwert gibt, ist dies die Grundgesamtheit des ersten Halbjahres)	16 930 259 EUR
$n_{s1}$ - Stichprobenumfang der nicht umfassenden Schicht des ersten Halbjahres	3
$SI_{s1}$ - Stichprobenintervall im ersten Halbjahr	5 643 420 EUR

Eine Datei mit den 34 Vorhaben der Grundgesamtheit wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Die Stichprobe wird durch Auswahl jedes Elements gebildet, das die  $5\,643\,420$ -te Geldeinheit enthält.<sup>48</sup> Der Wert dieser 3 Vorhaben wird geprüft. Die Summe der Fehlerquoten für das erste Halbjahr beträgt:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} = 0,066$$

Die insgesamt geprüften Ausgaben der Stichprobe belaufen sich auf  $6\,145\,892 \text{ EUR}$ , was  $36,3 \%$  der insgesamt geltend gemachten Ausgaben entspricht. Unter Berücksichtigung des Zuverlässigkeitsniveaus des Verwaltungs- und Kontrollsystems hält die PB dieses Niveau an geprüften Ausgaben für mehr als ausreichend, um die Verlässlichkeit der Schlussfolgerungen der Prüfung sicherzustellen.

<sup>48</sup> Für den Fall, dass eines der ausgewählten Vorhaben aufgrund der gemäß der Bestimmung von Artikel 148 auferlegten Einschränkungen ersetzt werden muss, sollte die Auswahl des/der neuen Vorhaben mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe erfolgen. Für ein Beispiel einer solchen Ersetzung, siehe Abschnitt 7.10.3.1.

Am Ende des zweiten Halbjahrs liegen mehr Informationen vor, insbesondere sind die Gesamtausgaben und die Anzahl der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben genau bekannt.

Die Prüfbehörde stellt fest, dass in der am Ende des ersten Halbjahres getroffenen Annahme zu den Gesamtausgaben (42 325 648 EUR) der wirkliche Wert (49 378 264 EUR) unterschätzt wurde. Die Anzahl der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben ist geringer als ursprünglich erwartet. Aufgrund dieses Rückgangs der Vorhabenanzahl konnte die Stichprobe für das zweite Halbjahr verringert werden. In der nachstehenden Tabelle wird die Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres zusammengefasst:

<b>Parameter</b>	<b>Vorhersage im ersten Halbjahr</b>	<b>Ende des zweiten Halbjahres</b>
Anzahl der Vorhaben im zweiten Halbjahr	52	46
Gesamtausgaben im zweiten Halbjahr	42 325 648 EUR	49 378 264 EUR

Die Gesamtzahl der in beiden Halbjahren geltend gemachten Vorhaben war folglich 48<sup>49</sup> (34 Vorhaben im ersten Halbjahr und 14 Vorhaben, die im zweiten Halbjahr begannen).

Unter Berücksichtigung dieser Anpassung ist der aufgrund der geänderten Anzahl an Vorhaben neu berechnete Stichprobenumfang des zweiten Halbjahres

$$n_2 = 0,15 \times 48 - 3 \approx 5$$

Es sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören werden. Der Schwellenwert zur Festlegung dieser oberen Schicht beträgt 9 875 653 EUR (49 378 264 ÷ 5)<sup>50</sup>. Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert werden geprüft. Es gibt zwei Vorhaben, deren Buchwert über diesem Schwellenwert liegt. Der Gesamtbuchwert dieser Vorhaben beläuft sich auf 21 895 357 EUR. In diesen beiden Vorhaben wurde ein Gesamtfehler von 56 823 EUR festgestellt.

Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang  $n_{s2}$  wird als Differenz zwischen  $n_2$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der

<sup>49</sup> 46 Vorhaben plus zwei Vorhaben, die im zweiten Halbjahr ausgeführt wurden.

<sup>50</sup> Es ist zu beachten, dass die PB sich auch für einen niedrigeren Schwellenwert entscheiden könnte als den auf der Grundlage des Verhältnisses zwischen der Grundgesamtheit des Halbjahres und der Anzahl der im Halbjahr auszuwählenden Vorhaben berechneten. Die Festlegung eines niedrigeren Schwellenwerts zur Erhöhung der Anzahl der Vorhaben in der oberen Schicht könnte für die Prüfbehörde insbesondere dann nützlich sein, wenn es nach Analyse der spezifischen Merkmale so aussieht, dass der Schwellenwert der Erfassung der Ausgaben selbst bei Anwendung des PPS-Verfahrens schwer zu erreichen ist.

umfassenden Schicht ( $n_{e2}$ ) berechnet. In unserem Fall sind dies 3 Vorhaben (5, der Stichprobenumfang, minus die 2 hochwertigen Vorhaben). Folglich muss der Prüfer bei der Zufallsauswahl folgendes Stichprobenintervall verwenden:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{49\,378\,264 - 21\,895\,357}{3} = 9\,160\,969^{51}$$

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Schwellenwert – zweites Halbjahr	9 875 653 EUR
Anzahl der Vorhaben, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert – erstes Halbjahr	2
Anzahl der Vorhaben, deren Buchwert größer ist als der Schwellenwert – zweites Halbjahr	21 895 357 EUR
$BV_{s2}$ - Grundgesamtheit der Vorhaben, deren Buchwert unter dem Schwellenwert liegt (nicht umfassende Schicht) – zweites Halbjahr	27 482 907 EUR
$n_{s2}$ - Stichprobenumfang der nicht umfassenden Schicht des zweiten Halbjahres	3
$SI_{s2}$ - Stichprobenintervall im zweiten Halbjahr	9 160 969 EUR

Eine Datei mit den übrigen 43 Vorhaben der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Unter Anwendung des systematischen PPS-Verfahrens wird eine Stichprobe von 3 Vorhaben gezogen.

Der Wert dieser 3 Vorhaben wird geprüft. Die Summe der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr beläuft sich auf:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0,0475$$

Die geprüften Ausgaben der Stichprobe im zweiten Halbjahr belaufen sich auf einen Gesamtbuchwert von 21 895 357 EUR für die hochwertigen Projekte plus die geprüften Ausgaben in der restlichen Stichprobe der Grundgesamtheit in Höhe von 2 245 892 EUR. Die insgesamt geprüften Ausgaben belaufen sich auf 24 141 249 EUR, was 48,89 % der insgesamt geltend gemachten Ausgaben entspricht. Unter Berücksichtigung des Zuverlässigkeitsniveaus des Verwaltungs- und Kontrollsystems hält die PB dieses Niveau an geprüften Ausgaben für mehr als ausreichend, um die Verlässlichkeit der Schlussfolgerungen der Prüfung sicherzustellen<sup>52</sup>.

<sup>51</sup> Es ist zu beachten, dass es in der Praxis vorkommen kann, dass einige Einheiten der Grundgesamtheit nach der Berechnung des Stichprobenintervalls auf der Grundlage der Ausgaben und des Stichprobenumfangs der Stichprobenschicht immer noch Ausgaben aufweisen, die höher als dieses Stichprobenintervall  $BV_s/n_s$  sind (obwohl sie zuvor keinen Ausgaben über dem Schwellenwert aufwiesen ( $BV/n$ )). In der Tat müssen alle Elemente, deren Buchwert immer noch größer ist als dieses Intervall ( $BV_i > BV_s/n_s$ ) ebenfalls zur hochwertigen Schicht hinzugefügt werden. In diesem Fall und nach Verschiebung der neuen Elemente in die hochwertige Schicht muss das Stichprobenintervall für die Stichprobenschicht neu berechnet werden, wobei die neuen Werte für das Verhältnis  $BV_s/n_s$  berücksichtigt werden müssen. Dieses iterative Verfahren muss möglicherweise mehrmals durchgeführt werden, bis es keine weiteren Einheiten gibt, die eine Ausgabe über dem Stichprobenintervall aufweisen.

<sup>52</sup> Siehe Beispiel in Abschnitt 6.4.7 über die Vorgehensweise bei unzureichender Erfassung der Ausgaben.



Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt bei den (Vorhaben) Stichprobeneinheiten in der umfassenden Schicht anders als bei den Einheiten in der nicht umfassenden Schicht.

Bei den umfassenden Schichten, d. h. den Schichten mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag ( $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in diesen Schichten festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 0 + 56\,823 = 56\,823$$

In der Praxis bedeutet dies:

1) Für jedes Halbjahr  $t$  werden die zur umfassenden Gruppe gehörenden Einheiten ermittelt und ihre Fehler aufsummiert.

2) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Bei der nicht umfassenden Gruppe, d. h. den Schichten mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenbetrag ist ( $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ ), ergibt sich der prognostizierte Fehler wie folgt:

$$EE_s = \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

$$= 5\,643\,420 \times 0,066 + 9\,160\,969 \times 0,0475 = 807\,612$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

1) In jedem Halbjahr  $t$  wird für jede Einheit in der Stichprobe die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$

2) In jedem Halbjahr  $t$  werden diese Fehlerquoten für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert.

3) Im Halbjahr  $t$  wird das vorherige Ergebnis mit dem Stichprobenintervall für die Zufallsauswahl der Vorhaben in der nicht umfassenden Schicht multipliziert.

4) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s = 56\,823 + 807\,612 = 864\,435$$

(d. h. 1,30 % des Werts der Grundgesamtheit)

Abschließend wird der prognostizierte Fehler mit dem maximal zulässigen Fehler (2 % von 66 308 523 EUR = 1 326 170 EUR) verglichen. Der prognostizierte Fehler liegt unterhalb der Erheblichkeitsschwelle.

Allerdings kann die erreichte Genauigkeit nicht bestimmt werden, und die Konfidenz der Schlussfolgerung ist unbekannt.

#### **6.4.10 Zweistufiges Stichprobenverfahren (Unterstichprobenverfahren) bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren**

Im Allgemeinen müssen alle bei der Kommission geltend gemachten Ausgaben in der Stichprobe geprüft werden. Die Prüfbehörde kann diese jedoch durch ein Unterstichprobenverfahren prüfen, wenn die ausgewählten Stichprobeneinheiten eine große Zahl an zugrundeliegenden Auszahlungsanträgen oder Rechnungen/sonstigen Ausgabenposten enthalten. Genauere Informationen dazu sind in Abschnitt 7.6, *Zweistufiges Stichprobenverfahren*, und in Abschnitt 6.5.3.1 über zwei- und dreistufige Stichprobenverfahren im Rahmen von ETZ-Programmen enthalten.

**Es ist zu beachten, dass die Einheiten der Unterstichprobe nach dem Zufallsprinzip ausgewählt werden sollten.** Es ist außerdem möglich, auf Ebene des Unterstichprobenverfahrens ein geschichtetes Verfahren anzuwenden, wobei die Rechnungen/Ausgabenposten einiger Schichten umfassend überprüft und einiger Schichten durch Überprüfung einer Zufallsauswahl von Ausgabenposten kontrolliert werden. Eine Schichtung könnte typischerweise auf der Grundlage der Art der Ausgabe oder des Betrags der Rechnung/des Ausgabenpostens durchgeführt werden (z. B. durch umfassende Überprüfung aller hochwertigen Elemente und einer Schicht niedrigwertiger Elemente mittels zufällig ausgewählter Elemente).

Für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 und in Einklang mit Artikel 28 der Dachverordnung sollte die PB dort, wo ein Unterstichprobenverfahren mit entweder Rechnungen oder Auszahlungsanträgen als Einheiten der Unterstichprobe angewendet wird, mindestens 30 Rechnungen/sonstige Ausgabenposten oder Auszahlungsanträge erfassen. Wo im Rahmen eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens andere Einheiten für die Unterstichprobe verwendet werden (wie z. B. ein Projekt innerhalb eines Vorhabens, ein Projektpartner in ETZ-Programmen), kann die PB nach fachlichem Urteil über die ausreichende Erfassung einer Unterstichprobe entscheiden. Falls weniger als 30 Einheiten für die Unterstichprobe ausgewählt werden, wird empfohlen, dass diese mindestens 10 % der Ausgaben der Stichprobeneinheit (z. B. eines Vorhabens) erfassen.

### **6.5 Stichprobenverfahren im Rahmen der Programme der europäischen territorialen Zusammenarbeit (ETZ)**

#### **6.5.1 Einleitung**

ETZ-Programme weisen eine Reihe von Besonderheiten auf: Sie können normalerweise nicht zu Gruppen zusammengefasst werden, da jedes System und Untersystem unterschiedlich ist. Die Zahl der Vorhaben ist häufig gering. Für jedes Vorhaben gibt es im Allgemeinen einen Hauptpartner (federführender Begünstigter nach Artikel 13 der Verordnung (EU) Nr. 1299/2013) und eine Anzahl an anderen Projektpartnern (andere Begünstigte nach Artikel 13 der Verordnung (EU) Nr. 1299/2013). Vorhaben, die im

Rahmen von grenzübergreifender und transnationaler Zusammenarbeit ausgewählt werden, müssen Partner aus mindestens zwei Teilnehmerländern einbeziehen, wohingegen Vorhaben im Rahmen von interregionaler Zusammenarbeit Partner aus mindestens drei Ländern einbeziehen müssen (Artikel 12 der Verordnung (EU) Nr. 1299/2013).

### 6.5.2 *Stichprobeneinheit*

Die Stichprobeneinheit wird von der Prüfbehörde anhand fachlicher Kriterien festgelegt. Sie kann ein Vorhaben, ein Projekt innerhalb eines Vorhabens oder ein Auszahlungsantrag eines Begünstigten sein (Artikel 28 Absatz 6 der Delegierten Verordnung Nr. 480/2014). Falls sich die PB entscheidet, einen Auszahlungsantrag als Stichprobeneinheit zu verwenden, könnte sie sich entweder für einen aggregierten Auszahlungsantrag, der einzelne Auszahlungsanträge von Haupt- und sonstigen Projektpartnern enthält, entscheiden oder für einen Auszahlungsantrag eines Projektpartners (ohne zwischen Haupt- und sonstigen Projektpartnern zu unterscheiden). Die PB könnte sich auch dafür entscheiden, zu Gruppen zusammengefasste Auszahlungsanträge eines Projektpartners zu verwenden, die in einem bestimmten Stichprobenzeitraum im Rahmen eines Vorhabens geltend gemacht wurden. In einem solchen Fall bilden die zu Gruppen zusammengefassten Auszahlungsanträge nach Projektpartner die Stichprobeneinheit (diese Stichprobeneinheit wird später im Text als Projektpartner bezeichnet).

Die Auswahl der Stichprobeneinheit legt den Ansatz für die Hochrechnung fest. Die Hochrechnung der Fehler auf die Ebene der Grundgesamtheit stützt sich auf die Fehler in den ausgewählten Stichprobeneinheiten. Wenn die PB daher nicht alle Ausgaben aus der ausgewählten Stichprobeneinheit überprüft (bei Anwendung des Unterstichprobenverfahrens), muss sie die Fehler der Unterstichprobe vor Hochrechnung auf die Ebene der Grundgesamtheit auf die Ebene der Stichprobeneinheit hochrechnen.

Insbesondere falls sich die PB entscheidet, Vorhaben als Stichprobeneinheiten auszuwählen (mit einer Unterstichprobe von Projektpartnern), muss die PB die in den Ausgaben der ausgewählten Partner festgestellten Fehler auf die Ebene des Vorhabens hochrechnen, bevor sie auf die Ebene der Grundgesamtheit hochrechnet.

Dahingegen könnte man einen einfacheren Ansatz für die Hochrechnung gewährleisten, indem man Projektpartner<sup>53</sup> (oder Auszahlungsanträge und Projektpartner) als Stichprobeneinheiten wählt. Die Anwendung dieser Stichprobeneinheiten ermöglicht eine direkte Hochrechnung der in den geltend gemachten Ausgaben der Projektpartner festgestellten Fehler (oder in den ausgewählten Auszahlungsanträgen und Projektpartnern) auf die Ebene der Grundgesamtheit aller bei der EG geltend gemachten

---

<sup>53</sup> Ohne, dass zwischen Haupt- und sonstigen Projektpartnern unterschieden werden muss.

Ausgaben, ohne Umweg über die oben beschriebene zweistufige Hochrechnung. (Da das Vorhaben in einer solchen Situation nicht die Stichprobeneinheit bildet, ist es nicht erforderlich, die festgestellten Fehler auf die Ebene des Vorhabens hochzurechnen).

Obwohl es andere Optionen geben kann, empfehlen die Dienststellen der EG bei der Gestaltung der Stichprobenmethodik im Rahmen von ETZ-Programmen insbesondere die Anwendung einer der folgenden Stichprobeneinheiten:

- a) Auszahlungsantrag eines (einzelnen) Projektpartners,
- b) Projektpartner (d. h. alle von einem Projektpartner im Rahmen eines Vorhabens in einem bestimmten Stichprobenzeitraum geltend gemachten Auszahlungsanträge) oder
- c) das Vorhaben.

Alle oben beschriebenen Stichprobeneinheiten könnten sowohl bei statistischen als auch nichtstatistischen Stichprobenverfahren angewandt werden. Die Verwendung von Vorhaben als Stichprobeneinheiten im Rahmen eines statistischen Stichprobenverfahrens könnte im Rahmen von ETZ-Programmen jedoch im Vergleich zu den anderen beiden oben genannten Stichprobeneinheiten ein hohes Arbeitsvolumen erfordern. Daher wird bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren die Verwendung eines Vorhabens als Stichprobeneinheit empfohlen.

Abschnitt 6.5.3 unten präsentiert genauere Informationen über die möglichen Stichprobeneinheiten und Unterstichprobeneinheiten in den ETZ-Programmen im Zusammenhang mit zwei- und dreistufigen Stichprobenverfahren, zusammen mit zusätzlichen Anmerkungen über die relevanten methodischen Einschränkungen und Auswirkungen.

### 6.5.3 *Stichprobenmethodik*

Sowohl im Falle von statistischen als auch nichtstatistischen Stichprobenverfahren im Rahmen von ETZ-Programmen gelten die allgemeinen Stichprobenmethoden, wie in den entsprechenden Abschnitten dieser Leitlinien beschrieben. Dieser Abschnitt bietet zusätzliche Erläuterungen hinsichtlich der Besonderheiten von ETZ-Programmen.

Der Schwellenwert von 50-150 Vorhaben kann bei EZT-Programmen möglicherweise nicht erreicht werden, da diese durch kleine Grundgesamtheit gekennzeichnet sind, insbesondere zu Beginn des Durchführungszeitraums. Wenn dieser Schwellenwert jedoch erreicht wird, so ist es aufgrund der spezifischen Struktur der ETZ-Programmen möglicherweise nicht kostengünstig, ein statistisches Stichprobenverfahren anzuwenden. Daher könnte die PB nach ihrem fachlichen Urteil bei ETZ-Programmen ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren gemäß den Voraussetzungen aus Artikel 127 Absatz 1 der Dachverordnung anwenden, wobei sie die Mindestbefassung von 5 % der Vorhaben und 10 % der Ausgaben erfüllt. Die von der PB gewählte Vorgehensweise

und Optionen sollten sich in ihrer Prüfstrategie spiegeln, die wie in Artikel 127 Absatz 4 der Dachverordnung festgelegt, alljährlich aktualisiert werden muss.

Wenn statistische Stichprobenverfahren angewendet werden, kann die Genauigkeit berechnet werden, was eine Kontrolle des Prüfrisikos zulässt. Wenn ein Vorhaben die Stichprobeneinheit bildet, kann die Anwendung statistischer Stichprobenmethoden aufgrund der spezifischen Struktur von ETZ-Programmen zu hohen Kosten für ihre Prüfung führen. Daher wird den PB empfohlen, andere Stichprobeneinheiten zu wählen (ein Partner oder ein Auszahlungsantrag oder ein einzelner Projektpartner), wodurch die Kosten der Prüfverfahren mit statistischen Stichprobenverfahren gesenkt werden könnten. Dieser Ansatz wird erleichtert, sobald das Begleitsystem (wie in Artikel 24 der Verordnung (EU) Nr. 480/2014 vorgesehen) eine Aufschlüsselung der Ausgaben zwischen den Projektpartnern erlaubt.

Darüber hinaus ist zu beachten, dass gemäß den Bestimmungen von Artikel 127 der Verordnung (EU) Nr. 1303/2013 für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 eine Erfassung von mindestens 5 % der Vorhaben und 10 % der geltend gemachten Ausgaben erforderlich ist, falls ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren angewandt wird. Da dieses Erfordernis im Falle eines statistischen Stichprobenverfahrens nicht gilt, sollte die PB berücksichtigen, dass die Anwendung eines statistischen Stichprobenverfahrens in einigen Fällen zu einem vergleichbaren oder sogar reduzierten Prüfaufwand führen könnte (im Vergleich zu einem nichtstatistischen Stichprobenverfahren), insbesondere dann, wenn Auszahlungsanträge von Projektpartnern als Stichprobeneinheiten verwendet werden und ein einfaches Zufallsstichprobenverfahren angewandt wird. Falls es zu ähnlichen Prüfkosten und einem ähnlichen Prüfaufwand kommt, wird der PB ein statistisches Stichprobenverfahren empfohlen.

Schließlich kann die PB aufgrund der spezifischen bei ETZ-Programmen verwendeten Kontrollsysteme (z. B. dezentralisierte gegenüber zentralisierten Systemen) eine Schichtung erwägen (z. B. unter Verwendung der Ergebnisse von Systemprüfungen), was es der PB ermöglichen würde, soweit erforderlich, Schlussfolgerungen für jede Schicht zu ziehen. Die Schichtung nach Mitgliedstaaten kann entweder *a priori* oder *a posteriori* in Betracht gezogen werden (z. B. wenn die Fehlerquote über 2 % liegt), damit die PB bewerten kann, wo der Fehler herrührt. In dieser Hinsicht kann das Stichprobenverfahren die in Abschnitt 7.8 dieser Leitlinien erläuterte „Bottom-up-Strategie“ berücksichtigen.

#### 6.5.3.1 Zwei- und dreistufiges Stichprobenverfahren (Unterstichprobenverfahren)

Falls entweder statistische oder nichtstatistische Stichprobenverfahren angewandt werden, muss die PB Fehler auf der Ebene der ausgewählten Stichprobeneinheiten ermitteln, bevor sie die in der Stichprobe festgestellten Fehler auf die Ebene der

Grundgesamtheit hochrechnet. Als allgemeine Regel gilt, dass alle bei der Kommission geltend gemachten Ausgaben in der Stichprobe geprüft werden müssen. Die Prüfbehörde kann diese jedoch durch ein Unterstichprobenverfahren prüfen, wenn die ausgewählten Stichprobeneinheiten eine große Zahl an zugrundeliegenden Auszahlungsanträgen oder Rechnungen enthalten. In diesen Fällen muss die PB die in der Unterstichprobe festgestellten Fehler auf die Ebene der Stichprobeneinheit hochrechnen, um den Fehler auf Ebene der ausgewählten Stichprobeneinheiten zu ermitteln. Auf der nächsten Stufe werden die Fehler in den ausgewählten Stichprobeneinheiten (auf der Grundlage einer Unterstichprobe ermittelt) auf die Grundgesamtheit der Vorhaben oder Auszahlungsanträge hochgerechnet, um den prognostizierten Fehler in der Grundgesamtheit zu berechnen.

### **Unterstichprobeneinheiten**

Sowohl bei statistischen als auch nichtstatistischen Stichprobenverfahren könnte die PB innerhalb eines zwei-/dreistufigen Stichprobenplans verschiedene Unterstichprobeneinheiten verwenden, wie z. B. Rechnungen, Projekte innerhalb eines Vorhabens, aggregierte Auszahlungsanträge einschließlich einzelner Auszahlungsanträge von Haupt- oder sonstigen Projektpartnern, Auszahlungsanträge von einzelnen Projektpartnern, Projektpartner.

Aufgrund der Struktur von Vorhaben im Rahmen von ETZ-Programmen verwendet die PB häufig einen Stichprobenplan mit entweder zwei- oder dreistufigem Stichprobenverfahren, wobei ein Projektpartner oder ein Auszahlungsantrag eines Projektpartners eine Stichprobeneinheit auf einer der Stufen des Stichprobenverfahrens darstellen könnte.

Falls die Stichprobeneinheit ein Vorhaben ist, könnte sich die PB für einen Stichprobenplan entscheiden, bei dem sie Auszahlungsanträge von einzelnen Projektpartnern als Unterstichprobe auswählt (zweistufiges Stichprobenverfahren). Eine andere Option für einen zweistufigen Stichprobenplan (das am häufigsten im Zusammenhang mit ETZ-Programmen genutzte) ist die Gruppierung aller Auszahlungsanträge der einzelnen Projektpartner nach Projektpartner und die Auswahl einer Unterstichprobe von Projektpartnern innerhalb des ausgewählten Vorhabens. In diesen Fällen müssen die auf der Ebene der Auszahlungsanträge/Projektpartner festgestellten Fehler zuerst auf die Ebene des Vorhabens hochgerechnet werden, bevor die Fehler schließlich auf Ebene der Grundgesamtheit der Vorhaben hochgerechnet werden.

### **Rechnungen als Unterstichprobeneinheiten**

Falls einige Stichprobeneinheiten der ausgewählten Unterstichprobe (Auszahlungsanträge/Partner) eine große Anzahl an Rechnungen/sonstigen Ausgabenposten aufweisen, könnte die PB dies auf der Grundlage einer Stichprobe

prüfen, was zu einem dreistufigen Stichprobenplan führen würde. In diesem Fall sollte der in der Unterstichprobe aus Rechnungen festgestellte Fehler zuerst auf die Ebene eines Auszahlungsantrags/Partners hochgerechnet werden. Anschließend sollten die auf der Ebene der Auszahlungsanträge/Partner festgestellten Fehler wie beim zweistufigen Stichprobenplan auf die Ebene des Vorhabens hochgerechnet werden.

Die PB könnte beim zweistufigen Stichprobenverfahren auch Rechnungen als Stichprobeneinheiten verwenden, was insbesondere dann getan wird, wenn entweder ein Auszahlungsantrag eines einzelnen Projektpartners oder ein Partner die Hauptstichprobeneinheit bildet. Falls ein Vorhaben die Hauptstichprobeneinheit eines zweistufigen Stichprobenplans ist, würde die Unterstichprobe von Rechnungen direkt aus der Grundgesamtheit aller Rechnungen des Vorhabens ausgewählt werden, ohne die Zwischenstufe einer Unterstichprobe auf der Ebene des Partners/Auszahlungsantrags.

### **Auswahl der Unterstichprobe bei statistischen und nichtstatistischen Verfahren**

Alle Stichprobeneinheiten von Unterstichproben sollten nach dem Zufallsprinzip ausgewählt werden<sup>54</sup>, auch im Fall von nichtstatistischen Stichprobenverfahren. Nichtsdestotrotz kann die PB für den Fall, dass auf der Ebene der Unterstichproben eine Schichtung angewandt wird, natürlich alle Stichprobeneinheiten einer bestimmten Schicht prüfen.

*Beispiel: falls sich die PB für ein Vorhaben als Stichprobeneinheit der Hauptstichprobe entscheidet und für Projektpartner als Unterstichprobeneinheiten, könnte die PB entweder:*

- eine Zufallsauswahl von Projektpartnern treffen (ohne zwischen Haupt- und anderen Projektpartnern zu unterscheiden) oder
- eine Schichtung auf der Ebene eines Vorhabens durchführen:
  - eine Schicht für die Ausgaben des Hauptpartners und
  - eine zweite Schicht für die Ausgaben sonstiger Projektpartner.

*Da in letzterem Fall der Hauptpartner nicht nach dem Zufallsprinzip ausgewählt wird, aber dessen Ausgaben eine umfassende Schicht bilden, sollte dies im Hochrechnungsmodell berücksichtigt werden. Um den Fehler auf der Ebene des Vorhabens zu berechnen, sollten die Fehler der nach dem Zufallsprinzip aus dem Vorhaben ausgewählten anderen Projektpartner auf die Schicht der anderen*

---

<sup>54</sup> Entweder durch Stichprobenbeziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit (wobei jede Stichprobeneinheit mit gleicher Wahrscheinlichkeit gezogen werden kann, unabhängig vom Betrag der in der Stichprobeneinheit geltend gemachten Ausgaben) oder mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe (Ausgaben) (wobei für das erste Element der Stichprobe eine Zufallsauswahl gezogen wird und die danach folgenden Elemente mittels eines Intervalls ausgewählt werden, bis der gewünschte Stichprobenumfang erreicht ist) mittels der Werteinheit als Hilfsvariable für das Stichprobenverfahren, wie im Fall von MUS.

*Projektpartner hochgerechnet werden, wohingegen der Fehler des Hauptpartners dem prognostizierten Fehler hinzugefügt werden sollte, um die prognostizierte Gesamtfehlerquote des Vorhabens zu ermitteln. Abschnitt 6.5.3.3 unten enthält ein Beispiel auf der Grundlage eines solchen Stichprobenplans.*

Es wird auch daran erinnert, dass die PB bei der Anwendung eines statistischen Stichprobenverfahrens für die Hauptstichprobe sicherstellen muss, dass für die Auswahl der Stichprobeneinheiten der Unterstichprobe auf allen Stufen ein statistisches Stichprobenverfahren verwendet werden muss. Insbesondere für den Fall, dass Vorhaben als Stichprobeneinheiten gewählt werden und auf der zweiten Stufe eine Unterstichprobe mit Projektpartnern und auf der dritten Stufe eine Unterstichprobe mit Rechnungen gezogen wird, muss die PB sicherstellen, dass sie mindestens 30 Einheiten auf der zweiten und auch auf der dritten Stufe prüft. Folglich bedeutet dies, dass 30 Projektpartner ausgewählt werden sollten, falls die im Zusammenhang mit einem Vorhaben gewählte Unterstichprobeneinheit der Projektpartner ist (wenn überhaupt, würden nur wenige Fälle zutreffen). Andernfalls kann die Methode zwar angewandt werden, wird aber zur Auswahl aller Partner des Vorhabens führen, was in der Praxis zur Anwendung eines zweistufigen Stichprobenverfahrens (Vorhaben auf der ersten Stufe und Rechnung auf der zweiten Stufe) statt eines dreistufigen Stichprobenverfahrens führt. In ähnlicher Weise sollte für jeden ausgewählten Partner eine Überprüfung einer Unterstichprobe von mindestens 30 Rechnungen sichergestellt werden, falls umfassende Prüfungen zu kostspielig sind.

Für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 und in Einklang mit Artikel 28 der Dachverordnung sollte die PB dort, wo ein Unterstichprobenverfahren mit entweder Rechnungen oder Auszahlungsanträgen als Einheiten der Unterstichprobe angewendet wird, mindestens 30 Rechnungen/sonstige Ausgabenposten oder Auszahlungsanträge erfassen, auch falls ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren angewandt wird. Wo im Rahmen eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens andere Einheiten für die Unterstichprobe verwendet werden (wie z. B. ein Projekt innerhalb eines Vorhabens, ein Projektpartner), kann die PB nach fachlichen Urteil über die ausreichende Erfassung einer Unterstichprobe entscheiden. Falls weniger als 30 Einheiten für die Unterstichprobe ausgewählt werden, wird empfohlen, dass diese mindestens 10 % der Ausgaben der Stichprobeneinheit (z. B. eines Vorhabens) erfassen.

#### *6.5.3.2 Mögliche Hauptkonfigurationen der Stichprobeneinheiten bei zwei- und dreistufigen Stichprobenverfahren*

Die untenstehenden Tabellen fassen die möglichen Hauptkonfigurationen der Stichprobeneinheiten bei zwei- und dreistufigen Stichprobenverfahren im Kontext der ETZ zusammen. Auf der Grundlage statistischer Erwägungen könnten diese Konfigurationen sowohl bei statistischen als auch nichtstatistischen Stichprobenverfahren angewandt werden. Wie jedoch in der Tabelle klargestellt wird, können einige der aufgelisteten Konfigurationen aufgrund der hohen Kosten einer Prüfung möglicherweise nicht angewandt werden und in einigen Fällen könnten



methodische Einschränkungen ihre Anwendung bei statistischen Stichprobenverfahren aufgrund der ungenügenden Anzahl an Unterstichproben in der Praxis behindern. **Während die Optionen 1 und 2 aus der Tabelle unten als kostengünstigste Optionen bei statistischen Stichprobenverfahren gelten und die Optionen 2 und 3 bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren, könnten die verbleibenden Optionen sehr viel mehr Prüffressourcen erfordern, die in der Praxis allerdings oft nicht anwendbar sind.**

#### 6.5.3.2.1 Zweistufige Verfahren

Option	Stichprobeneinheit der Hauptstichprobe	Unterstichprobeneinheit (falls zutreffend)	Empfehlung zur Anwendung bei nichtstatistischen und statistischen Stichprobenverfahren	Sonstige Anmerkungen/Einschränkungen
1.	Auszahlungsntrag eines Projektpartners	Rechnung/sonstiger Ausgabenposten	<i>Statistisches Stichprobenverfahren:</i> ja	Unter den dargestellten statistischen Stichprobenplänen ist dies die Konfiguration, die am wenigsten Prüffressourcen erfordert und zugleich die Berechnung der Genauigkeit und der oberen Fehlergrenze ermöglicht, was eine Kontrolle des Prüfrisikos zulässt.
			<i>Nichtstatistische Stichprobenverfahren:</i> Dies ist ein wesentlich weniger kostengünstiger Ansatz im Vergleich zur Verwendung des Projektpartners als Hauptstichprobeneinheit, da hier eine Erfassung von mindestens 10 % der bei der EG geltend gemachten Ausgaben und 5 % der Vorhaben eines Geschäftsjahres erforderlich ist. (Die PB müsste mehr Stichprobeneinheiten erfassen, um die Anforderung zur Erfassung eines Mindestniveaus der Ausgaben zu erfüllen).	Bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 2 und 3 kostengünstiger.
2.	Projektpartner	Rechnung/sonstiger Ausgabenposten	<i>Statistisches Stichprobenverfahren:</i> ja	Dieser Ansatz wird für statistische Stichprobenverfahren empfohlen. Er könnte kostspieliger sein als Option 1.
			<i>Nichtstatistische Stichprobenverfahren:</i> ja (Nach Artikel 127 der Dachverordnung ist eine Erfassung von mindestens 5 % der Vorhaben und 10 % der geltend gemachten Ausgaben erforderlich).	Dieser Ansatz wird für nichtstatistische Stichprobenverfahren empfohlen.  Es ist zu beachten, dass Option 2 im Vergleich zu einem anderen kostengünstigen Ansatz beim nichtstatistischen Stichprobenverfahren (d. h. Option 3 unten) keine Hochrechnung von Projektpartnern auf die Ebene des Vorhabens erfordert, da die Hochrechnung der Projektpartner direkt auf die Grundgesamtheit erfolgt. Falls es Projektpartner gibt, deren Rechnungen/Ausgabenposten nicht umfassend überprüft worden sind, würde der Fehler eines Partners auf der

Option	Stichprobeneinheit der Hauptstichprobe	Unterstichprobeneinheit (falls zutreffend)	Empfehlung zur Anwendung bei nichtstatistischen und statistischen Stichprobenverfahren	Sonstige Anmerkungen/Einschränkungen
				Grundlage der Hochrechnung der in der Unterstichprobe von Rechnungen/sonstigen Ausgabenposten festgestellten Fehler berechnet werden.
3.	Vorhaben	Projektpartner <sup>55</sup>	<p><i>Statistisches Stichprobenverfahren:</i></p> <p>a) Falls in einem Vorhaben bis zu 30 Projektpartner vorhanden sind, findet dieses Verfahren keine Anwendung. (Für statistische Verfahren wäre die Überprüfung von allen oder mindestens 30 Partnern auf der Ebene der Unterstichprobe erforderlich. Ist die Anzahl von Partnern gleich oder kleiner als 30, würden bei dieser Methode alle bestehenden Partner ausgewählt, was zu einem einstufigen Stichprobenplan führen würde.)</p> <p>b) Falls es mehr als 30 Projektpartner gibt: hohe Prüfkosten bei Erfassung von mindestens 30 Partnern.</p> <p><i>Nichtstatistische Stichprobenverfahren:</i> ja (Nach Artikel 127 der Dachverordnung ist eine Erfassung von mindestens 5 % der Vorhaben und 10 % der geltend gemachten Ausgaben erforderlich).</p>	<p>Bei statistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 1 und 2 kostengünstiger.</p> <p>Für die Auswahl der Projektpartner könnten zwei Optionen genutzt werden:</p> <p>a) eine Zufallsauswahl von Projektpartnern, ohne Unterscheidung zwischen Haupt- und anderen Projektpartnern,</p> <p>b) Überprüfung der durch den Hauptpartner geltend gemachten Ausgaben für jedes ausgewählte Vorhaben und von zufällig ausgewählten geltend gemachten Ausgaben anderer Projektpartner.</p> <p>Dieser Ansatz erfordert die Hochrechnung von Fehlern der ausgewählten Projektpartner auf die Ebene des Vorhabens (siehe Option 2 für einen anderen kostengünstigen Ansatz beim nichtstatistischen Stichprobenverfahren, für den keine Hochrechnung von der Ebene der Partner auf die Ebene des Vorhabens erforderlich ist).</p> <p>Es wird empfohlen, dass die Unterstichprobe der Projektpartner beim nichtstatistischen Stichprobenverfahren mindestens 10 % der Ausgaben des Vorhabens erfasst.</p>

<sup>55</sup> Diese Unterstichprobeneinheit fasst alle von einem Projektpartner im Rahmen eines Vorhabens in einem bestimmten Stichprobenzeitraum geltend gemachten Auszahlungsanträge in Gruppen nach Projektpartner zusammen.

Option	Stichprobeneinheit der Hauptstichprobe	Unterstichprobeneinheit (falls zutreffend)	Empfehlung zur Anwendung bei nichtstatistischen und statistischen Stichprobenverfahren	Sonstige Anmerkungen/Einschränkungen
4.	Vorhaben/Aggregierter Auszahlungsantrag	Rechnung/sonstige Ausgabenposten	<p><i>Statistisches Stichprobenverfahren:</i> Da diese Konfiguration die Überprüfung von Ausgaben, die durch verschiedene Projektpartner in einem ausgewählten Vorhaben entstanden sind (aggregierte Auszahlungsanträge) erfordern könnte, ist sie nicht kostengünstig. Sie erfordert mehr Prüfressourcen als die Optionen 1 und 2.</p> <p><i>Nichtstatistische Stichprobenverfahren:</i> aufgrund der hohen Prüfkosten normalerweise nicht anwendbar</p>	<p>Bei statistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 1 und 2 kostengünstiger.</p> <p>Bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 2 und 3 kostengünstiger.</p>
5.	Vorhaben	Aggregierter Auszahlungsantrag	<p><i>Statistisches Stichprobenverfahren:</i> a) Bei bis zu 30 aggregierten Auszahlungsanträgen erfordert dieses Verfahren die Überprüfung aller aggregierten Auszahlungsanträge, was zu einem einstufigen Verfahren führt. b) Bei mehr als 30 Auszahlungsanträgen: hohe Prüfkosten für die Erfassung von mindestens 30 aggregierten Auszahlungsanträgen.</p> <p><i>Nichtstatistische Stichprobenverfahren:</i> aufgrund der hohen Prüfkosten normalerweise nicht anwendbar</p>	<p>Bei statistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 1 und 2 kostengünstiger.</p> <p>Bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 2 und 3 kostengünstiger.</p>
6.	Vorhaben oder aggregierter Auszahlungsantrag	Auszahlungsantrag eines Projektpartners	<p><i>Statistisches Stichprobenverfahren:</i> a) Falls bis zu 30 Auszahlungsanträge von einzelnen Projektpartnern vorliegen, erfordert dieses Verfahren die Überprüfung aller Auszahlungsanträge der einzelnen Projektpartner, was zu einem einstufigen Stichprobenplan führt. b) Bei mehr als 30 Auszahlungsanträgen: hohe Prüfkosten für die Erfassung von mindestens 30 Auszahlungsanträgen einzelner Projektpartner.</p> <p><i>Nichtstatistische Stichprobenverfahren:</i> aufgrund der hohen Prüfkosten normalerweise nicht anwendbar</p>	<p>Bei statistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 1 und 2 kostengünstiger.</p> <p>Bei nichtstatistischen Stichprobenverfahren sind die Optionen 2 und 3 kostengünstiger.</p>

In der Praxis ist das im Kontext der ETZ am häufigsten angewandte zweistufige Stichprobenplan:

- die Verwendung eines Vorhabens als Stichprobeneinheit und eines Projektpartners als Unterstichprobeneinheit beim nichtstatistischen Stichprobenverfahren (vgl. Option 3 oben),
- die Verwendung eines Auszahlungsantrags von einem einzelnen Projektpartner als Stichprobeneinheit und eine Rechnung/sonstige Ausgabenposten als

Unterstichprobeneinheiten beim statistischen Stichprobenverfahren (vgl. Option 1 oben).

Die Konfiguration mit einem Projektpartner als Stichprobeneinheit und einer Rechnung/sonstigen Ausgabenposition als Unterstichprobeneinheit (vgl. Option 2 oben) ist ebenfalls ein empfehlenswerter Ansatz, der sowohl bei statistischen als auch nichtstatistischen Stichprobenverfahren kostengünstig sein könnte. In diesem Fall könnte der Fehler jedes Partners auf der Grundlage einer Hochrechnung der in der Unterstichprobe der Rechnungen festgestellten Fehler berechnet werden. Die Fehler der Partner würden direkt auf die Ebene der Grundgesamtheit hochgerechnet werden (ohne dass der Fehler der entsprechenden Vorhaben berechnet werden muss, da das Vorhaben bei einer solchen Konfiguration nicht die Stichprobeneinheit bildet).

Besondere Aufmerksamkeit sollte dem Fall geschenkt werden, in dem die PB sich im Rahmen eines statistischen Stichprobenverfahrens für ein Vorhaben als Stichprobeneinheit entscheidet. In diesem Fall könnten unterschiedliche Unterstichproben verwendet werden, wie z. B. ein aggregierter Auszahlungsantrag (vgl. Option 5 oben), ein Projektpartner (vgl. Option 3 oben) oder ein Auszahlungsantrag eines einzelnen Projektpartners (vgl. Option 6 oben). Es ist im Rahmen eines statistischen Stichprobenverfahrens jedoch erforderlich, auf jeder Stufe des Stichprobenverfahrens mindestens 30 Beobachtungen sicherzustellen, was die Überprüfung aller Unterstichprobeneinheiten erfordern könnte (da normalerweise weniger als 30 Unterstichprobeneinheiten zur Verfügung stehen).

Es gibt eine Ausnahme in Bezug auf die Auswahl eines Vorhabens als Stichprobeneinheit und einer Rechnung/sonstigen Ausgabenposition als Unterstichprobeneinheit (vgl. Option 4 oben). In diesem Fall würde man die statistische Unterstichprobe der Rechnungen aus der Grundgesamtheit aller im Stichprobenzeitraum für das Vorhaben geltend gemachten Rechnungen auswählen (d. h. alle Projektpartner, die im Stichprobenzeitraum Ausgaben geltend gemacht haben werden erfasst). Dies würde den Prüfaufwand im Vergleich zur Anwendung anderer als der oben genannten Unterstichprobeneinheiten weitgehend verringern. Dennoch würde diese Konfiguration im Allgemeinen viel mehr Prüfressourcen erfordern als die Verwendung von Projektpartnern oder Auszahlungsanträge von Projektpartnern als Stichprobeneinheiten und einer Unterstichprobe von Rechnungen (vgl. Optionen 1 und 2 oben).

#### 6.5.3.2.2 Dreistufige Verfahren

Stichprobeneinheit der Hauptstichprobe	Unterstichprobeneinheit	Stichprobeneinheit von Unterstichproben auf der niedrigsten Stufe	Anmerkungen
--	-------------------------	---	-------------

<b>Stichprobeneinheit der Hauptstichprobe</b>	<b>Unterstichprobeneinheit</b>	<b>Stichprobeneinheit von Unterstichproben auf der niedrigsten Stufe</b>	<b>Anmerkungen</b>
Vorhaben	Projektpartner <sup>56</sup>	Rechnung/sonstiger Ausgabenposten	Siehe Option 3 der Tabelle oben.
Vorhaben	Aggregierter Auszahlungsantrag	Rechnung/sonstiger Ausgabenposten	Siehe Option 5 der Tabelle oben.
Vorhaben	Auszahlungsantrag eines einzelnen Projektpartners	Rechnung/sonstiger Ausgabenposten	Siehe Option 6 der Tabelle oben.
Aggregierter Auszahlungsantrag	Auszahlungsantrag eines einzelnen Projektpartners	Rechnung/sonstiger Ausgabenposten	Siehe Option 6 der Tabelle oben.

Im Kontext der ETZ wird ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren vorwiegend dann angewandt, wenn Vorhaben als Stichprobeneinheiten verwendet werden und Projektpartner als Unterstichprobeneinheiten, wofür eine Zufallsauswahl von Rechnungen überprüft wird.

---

<sup>56</sup> Diese Unterstichprobeneinheit fasst alle von einem Projektpartner im Rahmen eines Vorhabens in einem bestimmten Stichprobenzeitraum geltend gemachten Auszahlungsanträge in Gruppen nach Projektpartner zusammen.

6.5.3.3 *Ein möglicher Ansatz beim zweistufigen Stichprobenverfahren (Vorhaben als Stichprobeneinheit und eine Unterstichprobe von Projektpartnern, wobei der Hauptpartner und eine Stichprobe von Projektpartnern ausgewählt werden)*

6.5.3.3.1 Stichprobenverfahren

Angenommen wird ein Fall, bei dem die PB entschieden hat, dass für die ausgewählten Verfahren bei der Prüfung der federführenden Partner stets deren Ausgaben und das Verfahren zur Aggregation der Auszahlungsanträge der Projektpartner geprüft werden. Ist es aufgrund der Anzahl der anderen Projektpartner nicht möglich, sie alle zu prüfen, so wird eine Zufallsstichprobe ausgewählt. Die PB hat sich daher für die Schichtung auf der Ebene der Stichprobeneinheit der Hauptstichprobe entschieden, mit einer Schicht der durch den Hauptpartner geltend gemachten Ausgaben und einer Schicht mit den durch die anderen Projektpartner geltend gemachten Ausgaben. Die kombinierte Stichprobe aus federführenden Partnern und Projektpartnern muss hinreichend groß sein, damit die PB hinreichend abgesicherte Schlussfolgerungen ziehen kann.

In diesen Fällen sollte bei der Hochrechnung von Fehlern auf die Grundgesamtheit (oder auf das entsprechende Vorhaben) berücksichtigt werden, dass der Hauptpartner geprüft worden ist, während die Projektpartner durch das Stichprobenverfahren geprüft wurden.

Die von der PB angewandte Methode bei diesem Beispiel geht von Folgendem aus:

- es wird ein nichtstatistischer Stichprobenplan angewandt;
- es wird ein zweistufiges Verfahren angewandt, wobei auf der ersten Stufe die Vorhaben ausgewählt werden und auf der zweiten Stufe eine Stichprobe der Partner innerhalb eines Vorhabens gezogen werden<sup>57</sup>;
- Auswahl aller Einheiten (Vorhaben, Partner) mit gleicher Wahrscheinlichkeit (andere Stichprobenverfahren sind akzeptabel);
- bei jedem Vorhaben wird immer der Hauptpartner ausgewählt;
- aus der Liste der Partner wird eine Stichprobe von Projektpartnern ausgewählt.

Zunächst sollte man zur Kenntnis nehmen, dass das Verfahren auf der ersten Stufe der Auswahl (Vorhaben) einer der zuvor vorgeschlagenen Methoden folgen sollte. In jedem Vorhaben entspricht die Strategie formal einem geschichteten Verfahren mit zwei Schichten:

- die erste Schicht entspricht dem Hauptpartner und wird durch nur eine Einheit der Grundgesamtheit gebildet, die immer in die Stichprobe einbezogen werden muss. In der Praxis muss diese Schicht als eine umfassende Schicht, ähnlich den hochwertigen Schichten, behandelt werden;

---

<sup>57</sup> Es ist ebenfalls möglich, die Auszahlungsanträge oder andere Einheiten der ausgewählten Partner durch eine Unterstichprobe einzubeziehen, falls sie zu groß sind, um umfassend beobachtet zu werden.

- die zweite Schicht entspricht der Schicht von Projektpartnern und wird durch Stichprobenahme beobachtet.

Für ein spezifisches Vorhaben  $i$  in der Stichprobe ist der prognostizierte Fehler für die umfassende Schicht (entsprechend dem Hauptpartner):

$$EE_e = E_{LP}$$

wobei  $E_{LP}$  der in den Ausgaben des Hauptpartners festgestellte Fehlerbetrag ist. Mit anderen Worten ist der prognostizierte Fehler der umfassenden Schicht schlicht der im Hauptpartner festgestellte Fehlerbetrag.

Es ist zu beachten, dass es nicht verpflichtend ist, den Hauptpartner vollständig zu prüfen. eine Unterstichprobenahme der Ausgaben des Hauptpartners ist eine Option, sofern diese eine große Anzahl an Auszahlungsanträgen (oder anderen Untereinheiten) umfasst. Falls dies der Fall ist, muss die Unterstichprobe der Auszahlungsanträge (oder anderer Untereinheiten) verwendet werden, um den Fehlerbetrag des Hauptpartners zu prognostizieren.

Falls eine Unterstichprobe verwendet wird und unter der wiederholten Annahme, dass die Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit und Verhältnisschätzung erfolgt<sup>58</sup>, wird der prognostizierte Fehler des Hauptpartners wie folgt berechnet:

$$EE_{LP} = BV_{LP} \frac{\sum_{j=1}^{n_{LP}} E_j}{\sum_{j=1}^{n_{LP}} BV_j}$$

wobei  $BV_{LP}$  die Ausgaben des Hauptpartners und  $n_{LP}$  den Stichprobenumfang der für diesen Partner geprüften Untereinheiten bezeichnet.

Für die Schicht, in der die anderen Projektpartner enthalten sind, muss der Fehler unter der Berücksichtigung, dass nur eine Stichprobe dieser Partner beobachtet worden ist, prognostiziert werden.

Falls Partner mit gleicher Wahrscheinlichkeit und unter der Voraussetzung von Verhältnisschätzung ausgewählt wurden, ist der prognostizierte Fehler

$$EE_{PP} = BV_{PP} \frac{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} E_i}{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} BV_i}$$

---

<sup>58</sup> Es ist zu beachten, dass diese Formel an die jeweils gewählte spezifische Auswahl und das jeweils gewählte spezifische Hochrechnungsverfahren angepasst werden muss. Wir werden dem Leser die Erwägungen ersparen, die für diese in den vorherigen Abschnitten vollständig debattierten Entscheidungen berücksichtigt werden sollten.

wobei  $BV_{PP}$  die Ausgaben des Satzes der Projektpartner und  $n_{s,PP}$  den Stichprobenumfang in der Schicht der Projektpartner bezeichnet.

Dieser prognostizierte Fehler entspricht der Fehlerquote in der Stichprobe der Projektpartner multipliziert mit der Grundgesamtheit der Ausgaben der Schicht.

Es ist zu beachten, dass in Fällen, in denen die in der Stichprobe ausgewählten Projektpartner nicht vollständig geprüft werden, sondern nur durch eine Unterstichprobe von Auszahlungsanträgen (oder anderen Einheiten) geprüft werden, die Fehler  $E_i$  wie zuvor für den Hauptpartner beschrieben prognostiziert werden müssen.

Der prognostizierte Gesamtfehler für das Vorhaben I ist einfach die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE_i = EE_{LP} + EE_{PP}$$

Dieses Hochrechnungsverfahren sollte für jedes Vorhaben in der Stichprobe durchgeführt werden, um für jedes Vorhaben den prognostizierten Fehler zu erhalten ( $EE_i, i = 1, \dots, n$ ). Sobald alle prognostizierten Fehler aller Vorhaben in der Stichprobe berechnet worden sind, ist die Hochrechnung auf die Grundgesamtheit mittels der geeigneten, in den Abschnitten zuvor dargestellten Methoden eindeutig.

Der prognostizierte Fehler (und bei Anwendung eines statistischen Verfahrens auch die obere Fehlergrenze) wird abschließend mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen (Erheblichkeitsschwelle multipliziert mit der Grundgesamtheit der Ausgaben), um zu schlussfolgern, ob in der Grundgesamtheit ein wesentlicher Fehler vorliegt oder nicht.

#### 6.5.3.3.2 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit an Ausgaben, die in einem bestimmten Bezugszeitraum für Vorhaben in ETZ-Programmen gegenüber der Kommission geltend gemacht wurde. Da die Verwaltungs- und Kontrollsysteme nicht in allen beteiligten Mitgliedstaaten gemeinsam genutzt werden, ist es nicht möglich, sie in Gruppen zusammenzufassen. Da die Anzahl der Vorhaben darüber hinaus sehr gering ist (nur 47) und es für jedes Vorhaben mehr als einen Projektpartner gibt (den Hauptpartner und mindestens noch einen anderen Projektpartner) und es einige Vorhaben mit äußerst großen Buchwerten gibt, entschied sich die PB für ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit einer Schichtung der hochwertigen Vorhaben. Die PB entschied sich, diese Vorhaben zu ermitteln, indem sie den Schwellenwert auf 3 % des Buchwerts festlegte.



In der nachstehenden Tabelle sind die vorhandenen Informationen zur Grundgesamtheit zusammengefasst:

Geltend gemachte Ausgaben (DE) im Bezugszeitraum 22 031 228 EUR	113 300 285 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben)	47
Erheblichkeitsschwelle (maximal 2 %)	2 %
Zulässige Fehlangabe (TE)	2 266 006 EUR
Schwellenwert (3 % des Gesamtbuchwerts)	3 399 009 EUR

Dieses hochwertige Projekt wird von der Stichprobenziehung ausgenommen und separat behandelt. Der Gesamtwert dieses Projekts beläuft sich auf 4 411 965 EUR. Der festgestellte Fehlerbetrag bei diesem Vorhaben beträgt

$$EE_e = 80\,328.$$

In der nachstehenden Tabelle sind diese Ergebnisse zusammengefasst:

Zahl der Einheiten über dem Schwellenwert	1
Wert der restlichen Grundgesamtheit	4 411 965 EUR
In Vorhaben deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt festgestellter Fehlerbetrag	80 328 EUR
Größe der restlichen Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	46
Buchwert der Grundgesamtheit über dem Schwellenwert	108 888 320 EUR

Die PB schätzt die Qualität des Verwaltungs- und Kontrollsystems als „*im Wesentlichen unzuverlässig*“ ein und entscheidet sich daher für einen Stichprobenumfang von 20 % der Grundgesamtheit von Vorhaben. Dies sind  $20\% \times 47 = 9,4$ , aufgerundet auf 10. Aufgrund der geringen Streuung bei den Ausgaben dieser Grundgesamtheit entscheidet der Prüfer, die restliche Grundgesamtheit mit gleichen Wahrscheinlichkeiten in die Stichprobe einzubeziehen. Auch wenn der Ansatz sich auf gleiche Wahrscheinlichkeiten stützt, wird erwartet, dass diese Stichprobe zu einer Erfassung von mindestens 20 % der Ausgabenschicht der Grundgesamtheit führt (vgl. 6.4.3).

Eine Stichprobe von 9 Vorhaben (10 minus das hochwertige Vorhaben) wird nach dem Zufallsprinzip ausgewählt. 100 % der Ausgaben des Hauptpartners wurden geprüft. Zwei Fehler wurden festgestellt.

Vorhabenke nnummer	Ausgaben des Hauptpartners		
	Buchwert	Geprüfte Ausgaben	Fehlerbetrag
864	890 563 EUR	890 563 EUR	0 EUR
12 895	1 278 327 EUR	1 278 327 EU R	0 EUR
6724	658 748 EUR	658 748 EUR	5274 EUR
763	234 739 EUR	234 739 EUR	20 327 EUR
65	987 329 EUR	987 329 EUR	0 EUR
3	1 045 698 EUR	1 045 698 EU R	0 EUR
65	895 398 EUR	895 398 EUR	0 EUR
567	444 584 EUR	444 584 EUR	0 EUR
24	678 927 EUR	678 927 EUR	0 EUR
Gesamt	<b>7 114 313 EUR</b>		

Hinsichtlich der von den restlichen Projektpartnern eingereichten Ausgaben entscheidet sich die PB für jedes Vorhaben einen Projektpartner nach dem Zufallsprinzip auszuwählen und diesen umfassend zu prüfen.

Vorhabenke nnummer	Ausgaben der Projektpartner				
	Anzahl der geprüften Partner	Buchwert (für alle Projektpartner in einer niedrigwertigen Schicht)	Geprüfte Ausgaben	Fehlerbetrag	Prognostizierte r Fehler
864	1	234 567 EUR	37 147 EUR	0 EUR	0 EUR
12 895	1	834 459 EUR	164 152 EUR	0 EUR	0 EUR
6724	1	766 567 EUR	152 024 EUR	23 EUR	116 EUR
763	1	666 578 EUR	83 384 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1	245 538 EUR	56 318 EUR	127 EUR	554 EUR
3	1	344 765 EUR	101 258 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1	678 927 EUR	97 656 EUR	0 EUR	0 EUR
567	1	1 023 346 EUR	213 216 EUR	1264 EUR	6067 EUR
24	1	789 491 EUR	137 311 EUR	0 EUR	0 EUR
Gesamt		<b>5 584 238 EUR</b>			

Die PB prognostiziert den Fehler für jedes Vorhaben mittels Verhältnisschätzung. Beispielsweise ergibt sich der prognostizierte Fehler des Vorhabens 65 aus der Multiplikation der Stichprobenfehlerquote ( $127 \div 56\,318 \times 100\% = 0,23\%$ ) mit dem Buchwert der Projektpartner des Vorhabens ( $0,23\% \times 245\,538 \text{ EUR} = 554 \text{ EUR}$ ).

Der prognostizierte Fehler entspricht für jedes Vorhaben in der Stichprobe dem prognostizierten Fehler für die Projektpartner plus dem festgestellten Fehler im Hauptpartner.

Vorhabenkennnummer	Gesamtbuchwert	Prognostizierter Fehler (Hauptpartner)	Prognostizierter Fehler (sonstige Projektpartner)	Prognostizierter Gesamtfehler nach Vorhaben
864	1 125 130 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
12 895	2 112 786 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
6724	1 425 315 EUR	5274 EUR	116 EUR	5390 EUR
763	901 317 EUR	20 327 EUR	0 EUR	20 327 EUR
65	1 232 867 EUR	0 EUR	554 EUR	554 EUR
3	1 390 463 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1 574 325 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
567	1 467 930 EUR	0 EUR	6067 EUR	6067 EUR
24	1 468 418 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
Gesamt	12 698 551 EUR			32 338 EUR

Der prognostizierte Fehler für die gesamte niedrigwertige Schicht ist die Summe der prognostizierten Fehler nach Vorhaben (32 338 EUR) geteilt durch den Gesamtbuchwert der Vorhaben aus der Stichprobe (7 114 313 EUR + 5 584 238 EUR = 12 698 551 EUR), was eine Stichprobenfehlerquote von 0,25 % auf Ebene der niedrigwertigen Schicht ergibt. Durch Verhältnisschätzung ergibt sich aus der Anwendung dieser Stichprobenfehlerquote auf den Buchwert der niedrigwertigen Schicht (108 888 320 EUR) der prognostizierte Fehler auf Ebene der niedrigwertigen Schicht (277 294 EUR).

Durch Summierung des prognostizierten Fehlers sowohl für die hochwertige als auch die niedrigwertige Schicht erhält die PB den prognostizierten Gesamtfehler.

$$EE = EE_e + EE_s = 80\,328 + 277\,294 = 357\,622\text{€}$$

Abschließend wird der prognostizierte Fehler mit der Erheblichkeitsschwelle (2 266 006 EUR) verglichen, was, wie üblich, zur Schlussfolgerung führt, dass der prognostizierte Fehler unter der Erheblichkeitsschwelle liegt.

## 7 Ausgewählte Themen

### 7.1 Bestimmung des voraussichtlichen Fehlers

Der voraussichtliche Fehler ist der Fehlbetrag, den der Prüfer in der Grundgesamtheit vorzufinden erwartet. Die Fehlererwartung des Prüfers wird beeinflusst durch die Ergebnisse der Überprüfung der Kontrollen, der im vorangegangenen Zeitraum durchgeführten Prüfverfahren und anderer vertiefter Prüfungen. Mit zunehmender

Abweichung des voraussichtlichen Fehlers vom wahren Fehler nimmt das Risiko zu, dass die Prüfung nicht zu schlüssigen Ergebnissen führt ( $EE < 2\%$  und  $ULE > 2\%$ ).

Bei der Bestimmung des Wertes des voraussichtlichen Fehlers sollte der Prüfer Folgendes berücksichtigen:

1. Liegen dem Prüfer Informationen zu den Fehlerquoten aus Vorjahren vor, so sollte der voraussichtliche Fehler grundsätzlich auf dem prognostizierten Fehler des Vorjahres beruhen. Hat allerdings der Prüfer Kenntnis von Qualitätsveränderungen bei den Kontrollsystemen erlangt, kann er den voraussichtlichen Fehler ausgehend von diesen Informationen entweder niedriger oder höher ansetzen. Wenn beispielsweise die prognostizierte Fehlerquote im letzten Jahr  $0,7\%$  betrug und keine weiteren Informationen vorliegen, kann eine voraussichtliche Fehlerquote von  $0,7\%$  unterstellt werden. Hat der Prüfer jedoch Belege für eine Verbesserung der Systeme erhalten, die ihn überzeugt haben, dass die Fehlerquote im laufenden Jahr niedriger ausfallen wird, kann er den voraussichtlichen Fehler unter Berücksichtigung dieser Information niedriger ansetzen, also beispielsweise mit  $0,4\%$ .
2. Liegen keine historischen Daten zu Fehlerquoten vor, kann der Prüfer anhand einer Vorabstichprobe/Pilotstichprobe eine vorläufige Schätzung der Fehlerquote in der Grundgesamtheit vornehmen. Als voraussichtliche Fehlerquote gilt der Fehler, der anhand dieser Vorabstichprobe prognostiziert wurde. Wird bereits eine Vorabstichprobe ausgewählt, um die erforderlichen Standardabweichungen zur Berechnung der Formeln für den Stichprobenumfang zu bestimmen, dann kann dieselbe Vorabstichprobe für eine erste Hochrechnung der Fehlerquote und somit des voraussichtlichen Fehlers verwendet werden.
3. Liegen keine historischen Informationen vor, anhand derer ein voraussichtlicher Fehler bestimmt werden kann, und kann aufgrund nicht beeinflussbarer Beschränkungen keine Vorabstichprobe verwendet werden, dann sollte der Prüfer den Wert des voraussichtlichen Fehlers ausgehend von seiner beruflichen Erfahrung und seinem fachlichen Urteil festlegen. Der Wert sollte in erster Linie die Erwartungen des Prüfers hinsichtlich des wahren Fehlerniveaus in der Grundgesamtheit reflektieren.

Kurz gesagt sollte der Prüfer also historische Daten, Hilfsdaten, sein berufliches Urteilsvermögen oder eine Kombination aus all diesen Faktoren nutzen, um einen möglichst realistischen Wert für den voraussichtlichen Fehler festzulegen.

Ein auf objektiven quantitativen Daten beruhender voraussichtlicher Fehler ist in der Regel genauer und verhindert, dass Mehrarbeiten wegen uneindeutiger Prüfergebnisse anfallen. Legt der Prüfer beispielsweise den voraussichtlichen Fehler mit  $10\%$  der Erheblichkeit – d. h.  $0,2\%$  der Ausgaben – fest und erhält am Ende der Prüfung einen prognostizierten Fehler von  $1,5\%$ , so werden die Ergebnisse höchstwahrscheinlich nicht eindeutig sein, da die obere Fehlergrenze höher ist als die Erheblichkeitsschwelle. Um dies zu vermeiden, sollte der Prüfer den voraussichtlichen Fehler bei künftigen

Stichprobenziehungen so ansetzen, dass er den wahren Fehler in der Grundgesamtheit möglichst realistisch wiedergibt.

Eine besondere Situation kann auftreten, wenn die voraussichtliche Fehlerquote knapp über oder unter 2 % liegt (vgl. Abbildung 6). So kann sich bei einem voraussichtlichen Fehler von 1,9 % und einem hohen Konfidenzniveau (z. B. 90 %) ein extrem großer und kaum erreichbarer Stichprobenumfang ergeben. Dieses Phänomen tritt bei allen Stichprobenverfahren immer dann auf, wenn die geplante Genauigkeit sehr gering ist (0,1 % in diesem Beispiel)<sup>59</sup>. In diesem Fall besteht eine empfehlenswerte Möglichkeit darin, die Grundgesamtheit in zwei Teilgesamtheiten aufzuspalten, in denen der Prüfer unterschiedliche Fehlerniveaus erwartet. Wenn eine Teilgesamtheit mit einem erwarteten Fehler unter 2 % und eine weitere Teilgesamtheit mit einem erwarteten Fehler über 2 % ermittelt werden kann, ermöglicht dies dem Prüfer eine sichere Planung zweier unterschiedlicher Stichproben aus diesen Teilgesamtheiten, ohne dass ein übermäßig großer Stichprobenumfang zu befürchten ist.

Nicht zuletzt sollte die Prüfbehörde ihre Prüftätigkeit so planen, dass auch dann eine ausreichende Genauigkeit des MLE gegeben ist, wenn der voraussichtliche Fehler deutlich über der Erheblichkeitsschwelle liegt (d. h. größer oder gleich 4,0 % ist). In diesem Fall sollten die Formeln für den Stichprobenumfang mit einem voraussichtlichen Fehler berechnet werden, der zu einer geplanten Genauigkeit von maximal 2,0 % führt, d. h. indem unterstellt wird, Der voraussichtliche Fehler beträgt 4,0 % (vgl. Abbildung 6).

Wo historische Daten über Prüfungen von Vorhaben und möglicherweise auch Ergebnisse aus Systemprüfungen zu einer sehr niedrigen voraussichtlichen Fehlerquote führen, kann der Prüfer diese historischen Daten oder einen anderen höheren Fehler als den voraussichtlichen Fehler verwenden, um hinsichtlich der effektiven Wirksamkeit umsichtig vorzugehen (z. B. für den Fall, dass die wirksame Fehlerquote höher als erwartet ist).

---

<sup>59</sup> Es ist daran zu denken, dass die geplante Genauigkeit eine Funktion des voraussichtlichen Fehlers ist, d. h. sie entspricht der Differenz zwischen dem maximal zulässigen Fehler und dem voraussichtlichen Fehler.

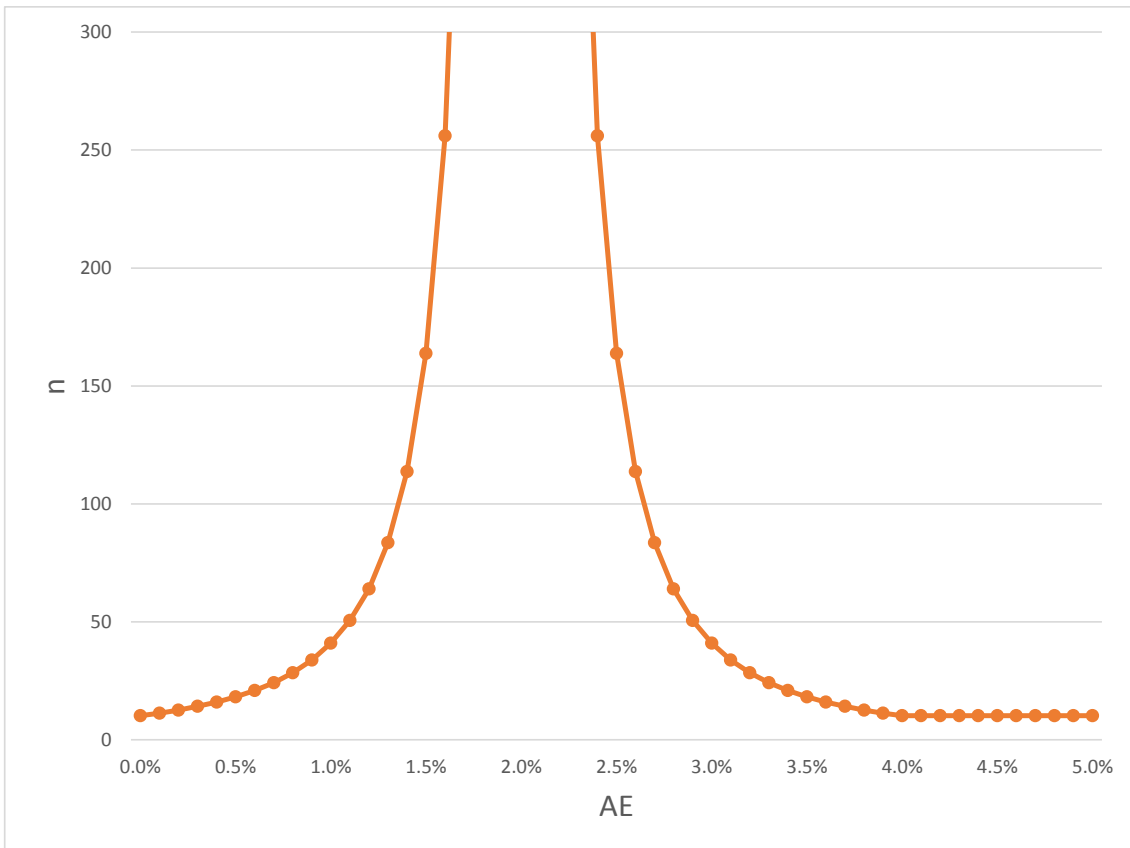


Abb. 6 Stichprobenumfang als Funktion des voraussichtlichen Fehlers

## 7.2 Zusätzliche Stichprobenziehung

### 7.2.1 Ergänzende Stichprobe (wegen unzureichender Erfassung hoch riskanter Bereiche)

In Bezug auf den Programmplanungszeitraum 2007-2013 wird in Artikel 17 Absatz 5 der Verordnung (EG) Nr. 1828/2006 der Kommission (für EFRE, CF und ESF) und Artikel 43 Paragraph 5 der Verordnung (EG) Nr. 498/2007 der Kommission (für EFF) auf eine ergänzende Stichprobe verwiesen.

Eine ähnliche Bestimmung besteht für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 gemäß Artikel 28 Absatz 12 der Verordnung (EU) Nr. 480/2014: „Wenn Unregelmäßigkeiten oder ein Risiko für Unregelmäßigkeiten ermittelt wurden, entscheidet die Prüfbehörde im Hinblick auf die Berücksichtigung der ermittelten spezifischen Risikofaktoren anhand fachlicher Kriterien, ob es erforderlich ist, eine ergänzende Stichprobe zusätzlicher Vorhaben oder von Teilen von Vorhaben zu prüfen, die in der Zufallsstichprobe nicht geprüft wurden.“

Die Prüfungssicherheit sollte auf der Arbeit der PB zu Systemprüfungen aufbauen sowie zu den Prüfungen von Vorhaben und sämtlichen ergänzenden Prüfungen, die die PB auf der Grundlage ihrer Risikobewertung als notwendig erachtet, wobei die während des Programmplanungszeitraums durchgeführten Prüftätigkeiten berücksichtigt werden müssen.

Die Ergebnisse der statistischen Zufallsstichprobe müssen im Verhältnis zu den Ergebnissen der Risikoanalyse jedes Programms bewertet werden. Ergibt sich aus diesem Vergleich, dass die Zufallsstichprobe auf einige hoch riskante Bereiche nicht abgestellt ist, so sollte sie um eine weitere Auswahl von Vorhaben, d. h. eine ergänzende Stichprobe, erweitert werden.

Die Prüfbehörde sollte während des Durchführungszeitraums diese Bewertung regelmäßig durchführen.

Dabei werden die Ergebnisse der Prüfungen der ergänzenden Stichprobe getrennt von den Ergebnissen der Prüfungen der Zufallsstichprobe analysiert. Insbesondere werden die in der ergänzenden Stichprobe entdeckten Fehler bei der Berechnung der Fehlerquote im Ergebnis der Prüfung der Zufallsstichprobe nicht berücksichtigt. Es ist jedoch auch eine detaillierte Analyse der in der ergänzenden Stichprobe entdeckten Fehler durchzuführen, um die Fehlerart festzustellen, und es sind Empfehlungen für deren Korrektur abzugeben.

Die Ergebnisse der ergänzenden Stichprobe sollten der Kommission im jährlichen Kontrollbericht unverzüglich nach Prüfung einer ergänzenden Stichprobe mitgeteilt werden.

### **7.2.2 *Zusätzliche Stichprobe (wegen uneindeutiger Prüfergebnisse)***

Wenn die Ergebnisse der Prüfung keine eindeutigen Schlüsse zulassen und – unter Berücksichtigung der in Abschnitt 7.7 angebotenen Möglichkeiten – weitere Schritte erforderlich sind (in der Regel dann, wenn der prognostizierte Fehler unter der Erheblichkeitsschwelle liegt, die obere Grenze jedoch darüber), kann beispielsweise eine zusätzliche Stichprobe ausgewählt werden. In diesem Fall wird in den Formeln zur Bestimmung des Stichprobenumfangs nicht der voraussichtliche Fehler verwendet, sondern der aus der ursprünglichen Stichprobe abgeleitete prognostizierte Fehler (übrigens ist der prognostizierte Fehler in dieser Situation die bestmögliche Schätzung des Fehlers in der Grundgesamtheit). So kann anhand der neuen, aus der ursprünglichen Stichprobe hergeleiteten Information ein neuer Stichprobenumfang berechnet werden. Der Umfang der erforderlichen zusätzlichen Stichprobe kann durch Subtraktion des ursprünglichen Stichprobenumfangs vom neuen Stichprobenumfang ermittelt werden. Abschließend kann eine neue Stichprobe (nach demselben Verfahren wie die ursprüngliche) ausgewählt werden. Die beiden Stichproben werden zusammengefasst

und neue Ergebnisse (prognostizierter Fehler und Genauigkeit) anhand der Daten aus der endgültigen zusammengefassten Stichprobe berechnet.

Angenommen, bei der ursprünglichen Stichprobe (mit einem Stichprobenumfang von 60 Vorhaben) ergab sich eine prognostizierte Fehlerquote von 1,5 % bei einer Genauigkeit von 0,9 %. Dann beträgt die Obergrenze für die Fehlerquote  $1,5 + 0,9 = 2,4$  %. In diesem Fall liegt die prognostizierte Fehlerquote unterhalb der Erheblichkeitsschwelle von 2 %, die Obergrenze jedoch darüber. Will der Prüfer zu einem eindeutigen Schluss kommen, sind also weitere Schritte erforderlich (vgl. Abschnitt 4.12). Eine Möglichkeit besteht darin, weitere Prüfungen anhand zusätzlicher Stichproben vorzunehmen. Entscheidet sich der Prüfer für dieses Vorgehen, wird in der Formel für die Bestimmung des Stichprobenumfangs nicht der voraussichtliche Fehler verwendet, sondern eine prognostizierte Fehlerquote von 1,5 % unterstellt. Dies führt zur Neuberechnung des Stichprobenumfangs, der in unserem Beispiel nunmehr  $n = 78$  betragen würde. Da die ursprüngliche Stichprobe 60 Vorhaben umfasste, wird dieser Wert vom neuen Stichprobenumfang abgezogen, so dass sich  $78 - 60 = 18$  neue Beobachtungen ergeben. Folglich ist aus der Grundgesamtheit eine zusätzliche Stichprobe von 18 Vorhaben auszuwählen, wobei dasselbe Verfahren anzuwenden ist wie bei der ursprünglichen Stichprobe (z. B. MUS). Nach erfolgter Auswahl werden die beiden Stichproben zusammengefasst und bilden nun eine neue Gesamtstichprobe von  $60 + 18 = 78$  Vorhaben. Abschließend werden ausgehend von dieser Gesamtstichprobe unter Verwendung der üblichen Formeln der prognostizierte Fehler und die Genauigkeit der Hochrechnung neu berechnet.

## **7.3 Stichprobenahme im Laufe des Jahres**

### **7.3.1 Einleitung**

Die Prüfbehörde kann das Stichprobenverfahren in mehreren Zeiträumen während des Jahres (typischerweise zwei Halbjahre) durchführen. Diese Methode sollte nicht zur Verringerung des Gesamtstichprobenumfangs verwendet werden. Die Summe der Stichprobenumfänge für die verschiedenen Zeiträume ist nämlich meist höher als der Stichprobenumfang bei einer einzigen Stichprobe am Jahresende. Andererseits fällt die Summe der Stichprobenumfänge nicht dramatisch höher aus, wenn die Berechnungen auf realistischen Annahmen beruhen. Der wichtigste Vorteil dieses Ansatzes steht nicht im Zusammenhang mit einer Reduzierung des Stichprobenumfangs, sondern mit der Möglichkeit, den Prüfungsaufwand über das Jahr zu verteilen und somit den Aufwand zu verringern, der bei nur einer Beobachtung am Ende des Jahres entstünde.

Diese Methode setzt voraus, dass im ersten Beobachtungszeitraum Annahmen für die nachfolgenden Beobachtungszeiträume getroffen werden (typischerweise für das



nächste Halbjahr). Eventuell muss der Prüfer die erwarteten Gesamtausgaben für die Grundgesamtheit im nächsten Halbjahr abschätzen. Angesichts der möglichen Ungenauigkeiten bei den Annahmen für die nachfolgenden Zeiträume ist dieser Ansatz nicht ohne Risiko. Wenn die Merkmale der Grundgesamtheit in den Folgezeiträumen wesentlich von den Annahmen abweichen, muss der Stichprobenumfang für den Folgezeitraum möglicherweise erhöht werden, so dass der Gesamtstichprobenumfang (für alle Zeiträume) über das erwartete und geplante Maß hinausgeht.

Kapitel 6 dieser Leitlinien enthält spezifische Formeln und ausführliche Hinweise für die Stichprobenziehung in zwei Beobachtungszeiträumen innerhalb eines Jahres. Dieser Ansatz kann im Übrigen für jedes beliebige Stichprobenverfahren (einschließlich eventueller Schichtung) verwendet werden, für das sich der Prüfer entscheidet. Es ist auch zulässig, die unterschiedlichen Zeiträume des Jahres als unterschiedliche Grundgesamtheiten für die Stichprobenplanung und -ziehung zu behandeln<sup>60</sup>. Darauf wird in den methodischen Darlegungen in Kapitel 6 nicht eingegangen, da die Anwendung eindeutig ist und die Standardformeln für die unterschiedlichen Stichprobenverfahren zum Einsatz kommen. Der einzig notwendige Zusatzschritt bei diesem Ansatz ist die Addition der prognostizierten Teilfehler am Ende des Jahres.

Die Prüfbehörde sollte nach Möglichkeit in einem gegebenen Bezugszeitraum stets ein und dasselbe Stichprobenverfahren verwenden. Die Verwendung unterschiedlicher Stichprobenverfahren innerhalb eines Bezugszeitraums erfordert komplexere Formeln zur Berechnung des Fehlers für dieses Jahr und ist daher nicht ratsam. Es könnten Gesamtwerte für die Genauigkeit ermittelt werden, sofern in dem gegebenen Bezugszeitraum statistische Stichprobenverfahren zur Anwendung kamen. Diese komplexeren Formeln sind aber im vorliegenden Dokument nicht enthalten. Nutzt die Prüfbehörde dennoch innerhalb eines Jahres unterschiedliche Stichprobenverfahren, so sollte sie einschlägige Experten hinzuziehen, um eine korrekte Berechnung der prognostizierten Fehlerquote zu gewährleisten.

Für den Fall, dass die PB sich für einen drei- oder vierstufigen Stichprobenplan entscheidet, siehe Anhang 2, in dem die entsprechenden Formeln angegeben sind.

### ***7.3.2 Zusätzliche Anmerkungen über Stichprobenverfahren für mehrere Zeiträume***

#### ***7.3.2.1 Überblick***

Die zuvor vorgeschlagenen Methoden für Stichprobenverfahren für zwei oder mehr Zeiträume beginnen immer mit der Berechnung des Gesamtstichprobenumfangs (für das ganze Jahr), der anschließend den verschiedenen Zeiträumen zugeteilt wird.

---

<sup>60</sup> Dadurch sind die Stichprobenumfänge natürlich größer als bei dem in Kapitel 6 beschriebenen Ansatz.

Beispielsweise beginnt man beim MUS für zwei Zeiträume mit der Berechnung des Stichprobenumfangs

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

und teilt diesen den zwei Zeiträumen zu durch

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

und

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

Die Berechnung und Aufteilung des Stichprobenumfangs beruht auf bestimmten Annahmen über Parameter der Grundgesamtheit (Ausgaben, Standardabweichung, etc.), die erst am Ende des nächsten Prüfzeitraums bekannt sein werden.

Daher kann es sein, dass der Stichprobenumfang am Ende des nächsten Halbjahres neu berechnet werden muss, falls die Annahmen erheblich von den bekannten Parametern der Grundgesamtheit abweichen. Daher wurde vorgeschlagen, den Stichprobenumfang für das zweite Semester wie folgt neu zu berechnen:

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

Dieser empfohlene Ansatz schließt die Anwendung anderer Ansätze zur Neuberechnung des Stichprobenumfangs nicht aus, solange sie angemessen sind, um die erforderliche Genauigkeit am Ende des Programmjahres zu gewährleisten. In der Tat wurde der vorgeschlagene Ansatz entwickelt, um die notwendige Neuberechnung des Stichprobenumfangs für den ersten (bereits geprüften) Zeitraum zu vermeiden und damit auch die Notwendigkeit, eine zusätzliche Stichprobe für diesen Zeitraum auszuwählen. Sollte dies eine wünschenswerte Option für die PB sein<sup>61</sup>, ist es dennoch möglich, den Gesamtstichprobenumfang (nach Prüfung der Stichprobe des ersten Halbjahres) und die proportionale Zuteilung nach Zeitraum neu zu berechnen, wobei die Berichtigung zwischen den Stichproben des ersten und zweiten Halbjahres aufgeteilt wird.

---

<sup>61</sup> Diese alternative Strategie kann als Mittel genutzt werden, um zu vermeiden, dass Berichtigungen des Stichprobenumfangs aufgrund einer ursprünglich falschen Vorhersage der Parameter der Grundgesamtheit vollständig im letzten Prüfzeitraum liegen.

Ein möglicher Ansatz hierzu wäre folgende Vorgehensweise. Nach der Prüfung der Stichprobe des ersten Zeitraums wird der Gesamtstichprobenumfang wie folgt neu berechnet:

$$n' = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_{rw}^2$  ein gewichtetes Mittel der Varianzen der Fehlerquoten im jeweiligen Halbjahr ist; das Gewicht jedes Halbjahres entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert des Halbjahres ( $BV_t$ ) und dem Buchwert der Grundgesamtheit ( $BV$ ).

$$\sigma_w^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

Es ist zu beachten, dass die Varianz  $s_{r1}^2$  in dieser Berechnung bereits aus der (bereits geprüften) Stichprobe des ersten Halbjahres errechnet werden kann, wohingegen  $\sigma_{r2}^2$  eine reine Annäherung der Varianz der Fehlerquoten aus dem zweiten Halbjahr ist, wie üblich auf der Grundlage von historischen Daten, einer Vorabstichprobe oder schlicht dem fachlichen Urteil des Prüfers.

Auch der in dieser Formel verwendete Buchwert der Grundgesamtheit ( $BV$ ) kann von dem im ersten Halbjahr verwendeten abweichen. In der Tat werden die Ausgaben für beide Halbjahre korrekt bekannt sein, wenn diese Neuberechnung am Ende des zweiten Zeitraums durchgeführt wird. Im ersten Halbjahr war nur der Buchwert des ersten Zeitraums bekannt und der Buchwert des zweiten Zeitraums stützte sich auf eine Vorhersage des Prüfers.

Nach Neuberechnung des Stichprobenumfangs für das gesamte Jahr, muss dieser mittels des üblichen Ansatzes neu auf beide Halbjahre aufgeteilt werden:

$$n'_1 = \frac{BV_1}{BV} n'$$

und

$$n'_2 = \frac{BV_2}{BV} n'$$

Der Saldo dieser Aufteilung kann vom ursprünglichen abweichen, da  $BV_2$  nun bekannt und nicht mehr nur eine Vorhersage ist.

Schließlich wird ein Stichprobenumfang  $n'_2$  aus den Ausgaben des zweiten Zeitraums ausgewählt und geprüft. Wenn der neu berechnete Stichprobenumfang  $n'_1$  größer als der ursprünglich geplante ( $n_1$ ) ist, muss eine zusätzliche Stichprobe der Ausgaben des ersten Halbjahres mit dem Umfang  $n'_1 - n_1$ , ausgewählt und geprüft werden. Die zusätzliche Stichprobe wird mit der ursprünglich ausgewählten Stichprobe aus dem

ersten Zeitraum vereint und zu Hochrechnungszwecken unter Anwendung der allgemeinen, in Abschnitt 7.2.2 vorgeschlagenen Methodik verwendet.

### 7.3.2.2 Beispiel

Um die sich normalerweise am Ende eines Prüffjahres häufenden Prüfarbeiten besser zu verteilen, hat sich die PB entschieden, den Prüfaufwand auf zwei Zeiträume aufzuteilen. Am Ende des ersten Halbjahres betrachtet die PB die Grundgesamtheit in zwei Gruppen aufgeteilt, die den beiden Halbjahren entsprechen. Am Ende des ersten Halbjahres stellen sich die Merkmale der Grundgesamtheit wie folgt dar:

Geltend gemachte Ausgaben am Ende des ersten Halbjahres	1 827 930 259 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	2344

Ausgehend von den vorliegenden Erfahrungen ist der PB bekannt, dass in der Regel alle in den Programmen am Ende des Bezugszeitraums enthaltenen Vorhaben bereits in der Grundgesamtheit des ersten Halbjahres aktiv sind. Ferner wird erwartet, dass die am Ende des ersten Halbjahres geltend gemachten Ausgaben etwa 35 % der zum Ende des Bezugszeitraums insgesamt geltend gemachten Ausgaben ausmachen. Auf der Grundlage dieser Annahmen gibt die folgende Tabelle eine Übersicht über diese Grundgesamtheit:

Geltend gemachte Ausgaben (DE) am Ende des ersten Halbjahrs	1 827 930 259 EUR
Geltend gemachte Ausgaben (DE) am Ende des zweiten Halbjahres (Vorhersage) 1 827 930 259 EUR ÷ 0.35 – 1 827 930 259 EUR) = 3 394 727 624 EUR)	3 394 727 624 EUR
Prognostizierte Gesamtausgaben im ganzen Jahr	5 222 657 883 EUR
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – erstes Halbjahr)	2344
Größe der Grundgesamtheit (Vorhaben – zweites Halbjahr, Vorhersage)	2344

Die Prüfbehörde entscheidet sich für einen MUS-Standardansatz als Stichprobenplan und teilt die geltend gemachten Ausgaben entsprechend auf das Halbjahr, in dem sie eingereicht wurden, auf. Im ersten Zeitraum wird der Gesamtstichprobenumfang (für beide Halbjahre) wie folgt errechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

Dabei ist  $\sigma_{rw}^2$  der gewichtete Durchschnitt der Varianzen der Fehlerquoten im jeweiligen Halbjahr; das Gewicht jedes Halbjahres entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert des Halbjahres ( $BV_t$ ) und Buchwert der Grundgesamtheit ( $BV$ ).

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

und  $\sigma_{rt}^2$  ist die Varianz der Fehlerquoten in jedem Halbjahr. Die Varianz der Fehlerquoten wird für jedes Halbjahr berechnet als

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Da diese Varianzen nicht bekannt sind, beschloss die PB, am Ende des ersten laufenden Halbjahres eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben zu ziehen. Die Standardabweichung der Fehlerquoten bei dieser Vorabstichprobe im ersten Halbjahr beträgt 0,12. Auf der Basis einer fachlichen Beurteilung und in dem Wissen, dass die Ausgaben im zweiten Halbjahr gewöhnlich höher sind als im ersten, hat die PB vorläufig vorausgesagt, dass die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr 110 % höher ist als im ersten Halbjahr, d. h. 0,25 beträgt. Daraus ergibt sich folgender gewichteter Durchschnitt der Varianzen der Fehlerquoten:

$$\begin{aligned} \sigma_{rw}^2 &= \frac{1\ 827\ 930\ 259}{1\ 827\ 930\ 259 + 3\ 394\ 727\ 624} \times 0,12^2 \\ &+ \frac{3\ 394\ 727\ 624}{1\ 827\ 930\ 259 + 3\ 394\ 727\ 624} \times 0,25^2 = 0,0457 \end{aligned}$$

Im ersten Halbjahr erachtet die PB angesichts der Funktionsweise des Verwaltungs- und Kontrollsystems ein Konfidenzniveau von 60 % für angemessen. Der Gesamtstichprobenumfang für das gesamte Jahr ist:

$$n = \left( \frac{0,842 \times (1\ 827\ 930\ 259 + 3\ 394\ 727\ 624) \times \sqrt{0,0457}}{104\ 453\ 158 - 20\ 890\ 632} \right)^2 \approx 127$$

wobei  $z$  den Wert 0,842 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 60 % entspricht) und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % des Buchwerts (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) beträgt. Der Gesamtbuchwert umfasst den tatsächlichen Buchwert am Ende des ersten Halbjahres zuzüglich des vorhergesagten Buchwerts für das zweite Halbjahr 3 394 727 624 EUR, d. h. der zulässige Fehler beträgt 2 % x 5 222 657 883 EUR = 104,453,158 EUR. Bei der Vorjahresprüfung wurde eine Fehlerquote von 0,4 % prognostiziert. Es ergibt sich ein voraussichtlicher Fehler  $AE$  von 0,4 % x 5 222 657 883 EUR = 20 890 632 EUR.

Die Aufteilung der Stichprobe nach Halbjahr ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1\,827\,930\,259}{1\,827\,930\,259 + 3\,394\,727\,624} \times 127 \approx 45$$

und

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

Am Ende des zweiten Halbjahres stehen mehr Informationen zur Verfügung. Insbesondere der Gesamtbetrag der im zweiten Halbjahr aktiven Vorhaben ist genau bekannt, die aus der Stichprobe des ersten Halbjahres errechnete Stichprobenvarianz der Fehlerquoten  $s_{r1}$  könnte bereits vorhanden sein, und die Standardabweichung der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr ( $\sigma_{r2}$ ) lässt sich anhand einer Vorabstichprobe realer Daten nunmehr genauer bewerten.

Die Prüfbehörde stellt fest, dass in der am Ende des ersten Halbjahres getroffenen Annahme zu den Gesamtausgaben (3 394 727 624 EUR) der wirkliche Wert (2 961 930 008 EUR) überschätzt wurde. Es gibt noch zwei Parameter, für die aktualisierte Zahlen verwendet werden sollten.

Die Schätzung der Standardabweichung der Fehlerquoten auf der Grundlage der Stichprobe des ersten Halbjahres von 45 Vorhaben ergab einen Wert von 0,085. Dieser neue Wert sollte nun zur Neubewertung des geplanten Stichprobenumfangs herangezogen werden. Außerdem ergab eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres einen Vorabschätzwert für die Standardabweichung der Fehlerquoten von 0,32, stark abweichend vom ursprünglichen Wert von 0,25. Die aktualisierten Zahlen für die Standardabweichung der Fehlerquoten in den beiden Halbjahren sind weit von den ursprünglichen Schätzwerten entfernt. Die Stichprobe für das zweite Halbjahr muss also korrigiert werden.

<b>Parameter</b>	<b>Vorhersage im ersten Halbjahr</b>	<b>Ende des zweiten Halbjahres</b>
Standardabweichung der Fehlerquoten erstes Halbjahr	0,12	0,085
Standardabweichung der Fehlerquoten zweites Halbjahr	0,25	0,32
Gesamtausgaben im zweiten Halbjahr	3 394 727 624 EUR	2 961 930 008 EUR

Der Standardansatz zur Neuberechnung des Stichprobenumfangs (vgl. Abschnitt 6.3.3.7) sieht die Neuberechnung des Stichprobenumfangs für das zweite Halbjahr auf der Grundlage der aktualisierten Parameter für die Grundgesamtheit vor. Dennoch entscheidet sich die PB für einen alternativen Ansatz, der sich auf die Neuberechnung des Gesamtstichprobenumfangs und die erneute Neuaufteilung auf die zwei Halbjahre. Die Neuberechnung des Gesamtstichprobenumfangs ist:

$$n' = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2,$$

wobei  $\sigma_{rw}^2$  zuvor festgelegt worden ist, aber auf den vollständig bekannten Werten  $BV_1$ ,  $BV_2$  und  $BV$  beruht und die Varianz  $s_{r1}^2$  aus der (bereits geprüften) Stichprobe des ersten Halbjahres errechnet wurde, während  $\sigma_{r2}^2$  eine reine Annäherung der Varianz der Fehlerquoten des zweiten Halbjahres auf der Grundlage einer Vorabstichprobe der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres ist:

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2.$$

Daher gilt

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{1\,827\,930\,259}{4\,789\,860\,267} \times 0,085^2 + \frac{2\,961\,930\,008}{4\,789\,860\,267} \times 0,32^2 = 0,066,$$

und

$$n' = \left( \frac{0,842 \times 4\,789\,860\,267 \times 0,2571}{95\,797\,205 - 19\,159\,441} \right)^2 \approx 183.$$

Nach Neuberechnung des Stichprobenumfangs für das gesamte Jahr, muss dieser mittels des üblichen Ansatzes neu auf beide Halbjahre aufgeteilt werden:

$$n'_1 = \frac{1\,827\,930\,259}{4\,789\,860\,267} \times 183 \approx 70$$

und

$$n'_2 = 183 - 70 = 113$$

Die Neuberechnung des Stichprobenumfangs impliziert, dass die Stichprobe des ersten Halbjahres um 25 Vorhaben vergrößert werden muss. Um eine zusätzliche Stichprobe zu ziehen, entfernt die PB die vorherigen in die Stichprobe einbezogenen Vorhaben mit einem Gesamtbetrag von 1 209 191 248 EUR aus der Grundgesamtheit des ersten Halbjahrs. Die verbleibende Grundgesamtheit hat einen Gesamtbuchwert von 618 739 011 EUR. Wenn die PB den neuen Schwellenwert berechnet (das Verhältnis des Buchwerts der verbleibenden Grundgesamtheit (618 739 011 EUR) zum

Stichprobenumfang (25)), ergeben sich 2 Vorhaben mit einem größeren Buchwert. Der Buchwert dieser 2 Vorhaben beläuft sich auf 83 678 923 EUR. Nachdem diese zwei Vorhaben entfernt worden sind, erhält die PB die endgültige, in das Stichprobenverfahren einzubeziehende Grundgesamtheit durch Anwendung des MUS-Ansatzes mit einem Stichprobenintervall von:

$$SI'_{s1} = \frac{BV'_{s1}}{n'_{s1}} = \frac{618\,739\,011 - 83\,678\,923}{23} = 27\,263\,482.$$

In den 2 Vorhaben, deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt, wurden keine Fehler festgestellt. Dennoch müssen diese Stichprobeneinheiten mit den bereits in der hochwertigen Schicht der ursprünglichen Stichprobe für das erste Halbjahr einbezogenen in Gruppen zusammengefasst werden. Von den im ersten Halbjahr ausgewählten 45 Vorhaben gehören 11 in die hochwertige Schicht. Der Gesamtbetrag dieser Vorhaben beläuft sich auf 19 240 855 EUR.

Eine Datei mit den verbleibenden Vorhaben der Grundgesamtheit (2344 minus 45 bereits im ersten Halbjahr ausgewählte Vorhaben minus die 2 Vorhaben mit einem Buchwert über dem Schwellenwert) wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequentielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Unter Anwendung des systematischen PPS-Verfahrens wird eine Stichprobe von 23 Vorhaben gezogen.

Der Wert der 23 Vorhaben wird geprüft. Die Summe der Fehlerquoten in der insgesamt 57 Vorhaben umfassenden Stichprobe der nicht umfassenden Schicht (34 im ersten Halbjahr + 23 im zweiten Halbjahr) des ersten Halbjahres ist:

$$\sum_{i=1}^{57} \frac{E_{is1}}{BV_{is1}} = 0,8391.$$

Die Standardabweichung der Fehlerquote dieser Stichprobe beläuft sich auf 0,059.

Für die Arbeit des zweiten Halbjahres sind zunächst die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zu einer hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert ( $BV_2$ ) und dem geplanten Stichprobenumfang ( $n_2$ ). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_{i2} > BV_2/n_2$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert 26 211 770 EUR. Es gibt sechs Vorhaben, deren Buchwert über diesem Schwellenwert liegt. Der Gesamtbuchwert dieser Vorhaben beläuft sich auf 415 238 983 EUR.

Der der nicht umfassenden Schicht zuzuordnende Stichprobenumfang  $n_{s2}$  wird als Differenz zwischen  $n_2$  und der Anzahl der Stichprobeneinheiten (z. B. Vorhaben) in der



umfassenden Schicht ( $n_{e2}$ ) berechnet; es handelt sich also um 107 Vorhaben (Stichprobenumfang 113 minus 6 hochwertige Vorhaben). Folglich muss der Prüfer bei der Auswahl folgendes Stichprobenintervall verwenden:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{2\,961\,930\,008 - 415\,238\,983}{107} = 23\,800\,851$$

Der Buchwert in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_{s2}$ ) ist einfach nur die Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert und dem Buchwert der sechs Vorhaben in der hochwertigen Schicht.

Von den sechs Vorhaben, deren Buchwert über dem Schwellenwert liegt, weisen vier Fehler auf. Der Gesamtfehler in dieser Schicht beläuft sich auf 9 340 755 EUR.

Eine Datei mit den übrigen 2338 Vorhaben der Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Unter Anwendung des systematischen PPS-Verfahrens wird eine Stichprobe von 107 Vorhaben gezogen.

Der Wert dieser 107 Vorhaben wird geprüft. Die Summe der Fehlerquoten für das zweite Halbjahr beläuft sich auf:

$$\sum_{i=1}^{107} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0,2875.$$

Die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Grundgesamtheit des zweiten Halbjahres ist:

$$s_{rs2} = \sqrt{\frac{1}{107-1} \sum_{i=1}^{107} (r_{is2} - \bar{r}_{s2})^2} = 0,129$$

Dabei entspricht  $\bar{r}_{s2}$  dem einfachen Durchschnitt der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Schicht des zweiten Halbjahres.

Die Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit erfolgt bei den Einheiten in der umfassenden Schicht anders als bei den Elementen in der nicht umfassenden Schicht.

Bei den umfassenden Schichten, d. h. den Schichten mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag ( $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler der Summe der Fehler, die bei den Elementen in diesen Schichten festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19\,240\,855 + 9\,340\,755 = 28\,581\,610$$

In der Praxis bedeutet dies:

- 1) Für jedes Halbjahr  $t$  werden die zur umfassenden Gruppe gehörenden Einheiten ermittelt und ihre Fehler aufsummiert.
- 2) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Bei der nicht umfassenden Gruppe, d. h. den Schichten mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenbetrag ist ( $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ ), ergibt sich der prognostizierte Fehler wie folgt:

$$\begin{aligned} EE_s &= \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} \\ &= \frac{1\,827\,930\,259 - 891\,767\,519 - 83\,678\,923}{57} \times 0,8391 \\ &\quad + \frac{2\,546\,691\,025}{107} \times 0,2875 = 19\,392\,204 \end{aligned}$$

Zur Berechnung dieses prognostizierten Fehlers wird folgendermaßen vorgegangen:

- 1) In jedem Halbjahr  $t$  wird für jede Einheit in der Stichprobe die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) In jedem Halbjahr  $t$  werden diese Fehlerquoten für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert.
- 3) In jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts mit den Gesamtausgaben in der Grundgesamtheit der nicht umfassenden Gruppe ( $BV_{st}$ ) multipliziert; diese Ausgaben entsprechen auch den Gesamtausgaben des Halbjahres abzüglich der Ausgaben der zur umfassenden Gruppe gehörenden Elemente.
- 4) In jedem Halbjahr  $t$  wird das Ergebnis des vorigen Schritts durch den Stichprobenumfang in der nicht umfassenden Gruppe ( $n_{st}$ ) dividiert.
- 5) Die Ergebnisse des vorherigen Schritts werden für beide Halbjahre aufsummiert.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = EE_e + EE_s = 28\,581\,610 + 19\,392\,204 = 47\,973\,814$$

Dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von 1,0 %.

Die Genauigkeit ist das Maß der mit der Hochrechnung verbundenen Unsicherheit. Für die Genauigkeit gilt die Formel:

$$\begin{aligned}
SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{s1}^2}{n_{s1}} \times s_{rs1}^2 + \frac{BV_{s2}^2}{n_{s2}} \times s_{rs2}^2} \\
&= 0,842 \\
&\times \sqrt{\frac{(1\,827\,930\,259 - 891\,767\,519 - 83\,678\,923)^2}{57} \times 0,059^2 + \frac{2\,546\,691\,025^2}{107} \times 0,129^2} \\
&= 27\,323\,507
\end{aligned}$$

wobei  $s_{rst}$  die Standardabweichung der bereits berechneten Fehlerquoten ist.

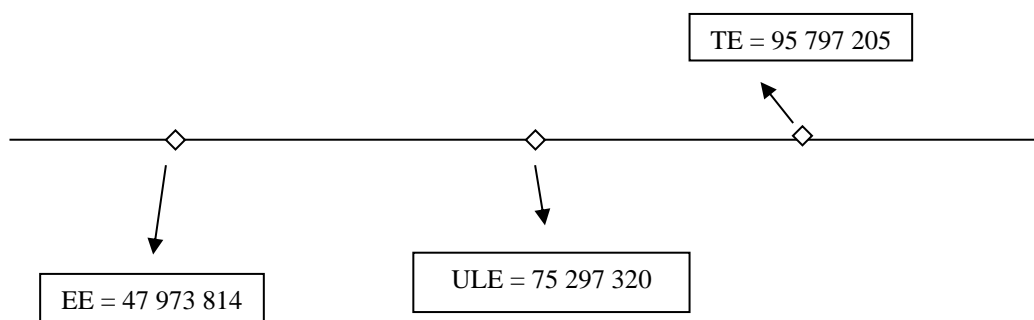
Der Stichprobenfehler wird nur für die nicht umfassenden Schichten berechnet, da sich aus den umfassenden Gruppen kein Stichprobenfehler ergibt.

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Hochrechnung

$$ULE = EE + SE = 47\,973\,814 + 27\,323\,507 = 75\,297\,320$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen:

In diesem konkreten Fall liegen der prognostizierte Fehler und die obere Fehlergrenze unter dem maximal zulässigen Fehler. Somit würde der Prüfer schlussfolgern, dass Beweise dafür vorliegen, dass die Fehler in der Grundgesamtheit unter der Erheblichkeitsschwelle liegen:



#### 7.4 Änderung des Stichprobenverfahrens während des Programmzeitraums

Hält die Prüfbehörde das zunächst gewählte Verfahren nicht mehr für das angemessenste, kann sie eine Änderung des Verfahrens beschließen. Dies ist der Kommission im jährlichen Kontrollbericht oder in einer überarbeiteten Prüfstrategie mitzuteilen.

## 7.5 Fehlerquoten

Bei den in Kapitel 6 vorgestellten Formeln und Methoden zur Ermittlung des prognostizierten Fehlers und der entsprechenden Genauigkeit werden die Fehler in Form von Geldeinheiten ausgedrückt, d. h. als Differenz zwischen dem Buchwert der Grundgesamtheit (geltend gemachte Ausgaben) und dem korrekten/geprüften Buchwert. Allgemein üblich ist es jedoch, die Ergebnisse in Form von Fehlerquoten darzustellen, da diese intuitiv interpretierbar und damit eingängiger sind. Die Umwandlung von Fehlern in Fehlerquoten ist unkompliziert und bei allen Stichprobenverfahren gleich.

Die prognostizierte Fehlerquote ist gleich dem prognostizierten Fehler dividiert durch den Buchwert der Grundgesamtheit:

$$EER = \frac{EE}{BV}$$

Die Genauigkeit der Schätzung der Fehlerquote ist gleich der Genauigkeit des prognostizierten Fehlers dividiert durch den Buchwert:

$$SER = \frac{SE}{BV}$$

## 7.6 Zweistufiges Stichprobenverfahren (Unterstichprobenverfahren)

### 7.6.1 Einleitung

Generell gilt, dass für alle mit der Stichprobe ausgewählten Vorhaben auch alle der Kommission gemeldeten Ausgaben geprüft werden müssen. Wenn jedoch für die ausgewählten Vorhaben sehr viele Auszahlungsanträge oder Rechnungen vorliegen, kann die PB ein zweistufiges Stichprobenverfahren anwenden, wobei die Auszahlungsanträge/Rechnungen nach denselben Prinzipien auszuwählen sind wie die Vorhaben<sup>62</sup>. Dies bietet die Möglichkeit, den Prüfaufwand erheblich zu reduzieren und

---

<sup>62</sup> Theoretisch kann das Vorhaben unabhängig von der Anzahl der Auszahlungsansprüche/Rechnungen einem Unterstichprobenverfahren unterzogen werden. Natürlich wird die Strategie des Unterstichprobenverfahrens keine wesentliche Verringerung des Prüfaufwands herbeiführen, wenn die Festlegung des Unterstichprobenumfangs zu einer Anzahl nah an der Größe der Gesamtpopulation (Vorhaben) führt. Daher ergibt sich der Schwellenwert, ab dem die Durchführung eines

erlaubt dennoch eine Kontrolle der Zuverlässigkeit der Schlussfolgerungen. Bei diesem Ansatz ist das angewandte Stichprobenverfahren im Prüfbericht oder in den Arbeitsunterlagen festzuhalten. Es muss betont werden, dass nur die Ausgaben der zweiten für die Unterstichprobe ausgewählten Einheiten geprüft werden; dies bedeutet, dass die im JKB geprüften Ausgaben lediglich jene sind, die für die Stichprobe ausgewählt wurden und nicht die gesamten Ausgaben des ausgewählten Vorhabens.

Die folgende Abbildung veranschaulicht das Auswahlverfahren auf der Grundlage eines zweistufigen Verfahrens. Die erste Stufe stellt die Auswahl der Vorhaben dar und die zweite Stufe die Auswahl der Ausgabenposten innerhalb jedes in die Stichprobe einbezogenen Vorhabens.

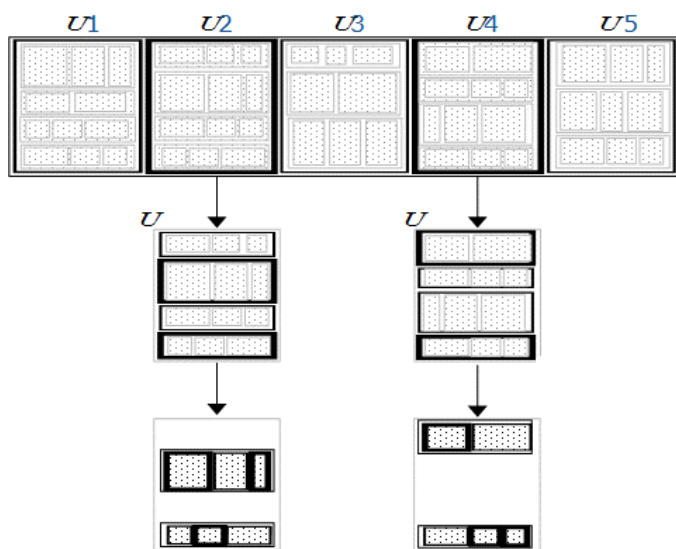


Abb. 7 Darstellung des zweistufigen Stichprobenverfahrens

In diesem Fall müssen innerhalb der einzelnen Vorhaben angemessene Stichprobenumfänge berechnet werden. Ein sehr einfacher Ansatz zur Ermittlung der Unterstichprobenumfänge ist die Anwendung derselben Formeln zur Festlegung des Stichprobenumfangs, die für die Hauptstichprobe im Rahmen verschiedener Stichprobenpläne vorgeschlagen werden und die auf Parametern beruhen, die mit den erwarteten Merkmalen des Vorhabens vereinbar sind. Hierbei ist zur Kenntnis zu nehmen, dass die Bezugsgrundgesamtheit nun das Vorhaben ist, aus dem die Unterstichprobe ausgewählt wird, und dass die für die Festlegung des Unterstichprobenumfangs verwendeten Parameter der Grundgesamtheit, wenn möglich,

---

Unterstichprobenverfahrens auf Ebene der Vorhaben empfohlen wird, aus der subjektiven Bewertung der PB über den durch diese Strategie erzielten Gewinn (Verringerung des Prüfaufwands).

die Merkmale des korrespondierenden Vorhabens spiegeln sollten. Ungeachtet des Stichprobenverfahrens, anhand dessen die Stichprobenumfänge bestimmt werden, gilt als grobe Faustregel, dass niemals ein Stichprobenumfang von weniger als 30 Beobachtungen (d. h. Rechnungen oder Auszahlungsanträge von Begünstigten) verwendet werden sollte.

Die PB kann nach eigenem Ermessen jedes beliebige statistische Stichprobenverfahren für die Auswahl der Auszahlungsanträge/Rechnungen zu den Vorhaben anwenden. Tatsächlich muss das auf Ebene der Unterstichprobe angewandte Stichprobenverfahren nicht mit dem für die Hauptstichprobe verwendeten übereinstimmen. Beispielsweise ist es möglich, eine Stichprobenauswahl von Vorhaben auf der Grundlage eines MUS zu ziehen und eine Unterstichprobe von Rechnungen innerhalb eines Vorhabens auf der Grundlage eines einfachen Zufallsstichprobenverfahrens. Daher kann das gesamte Spektrum an Stichprobenverfahren (einschließlich der Schichtung von Auszahlungsanträgen/Rechnungen auf Ebene der Ausgaben, Auswahl mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe, wie bei MUS, oder Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit) auf Ebene dieser Unterstichprobe angewandt werden. Dennoch sollte die Unterstichprobenstrategie (Stichprobenverfahren innerhalb der Primäreinheit) immer eine statistische sein (es sei denn, das Stichprobenverfahren der Primäreinheiten selbst ist nicht statistisch). Die Wahl zwischen den möglichen Methoden wird nach denselben Bedingungen für die Anwendbarkeit getroffen, die in Abschnitt 5.2 vorgeschlagen worden sind. Falls beispielsweise innerhalb eines Vorhabens eine große Streuung der Ausgaben bei den Ausgabenposten der Unterstichprobe erwartet wird sowie eine positive Korrelation zwischen Fehlern und Ausgaben, dann kann eine Auswahl der Ausgabenposten auf der Grundlage des MUS empfehlenswert sein. Wenn außerdem das einfache Zufallsstichprobenverfahren angewendet wird, kann es vorkommen, dass einige Einheiten innerhalb des Vorhabens aufgrund eines hohen Ausgabenniveaus herausstechen. In diesem Fall ist es höchst ratsam, ein geschichtetes einfaches Zufallsstichprobenverfahren anzuwenden, um eine Schicht für die hochwertigen Elemente zu schaffen (typischerweise umfassend beobachtet).

Trotz der Erwägungen zur Wahl des am besten geeigneten Stichprobenplans, sollte man anerkennen, dass der einfachste Weg zur Auswahl der Stichprobe auf der zweiten Stufe (Auszahlungsansprüche oder Rechnungen) in vielen Situationen (vorwiegend aufgrund operativer Einschränkungen) das einfache Zufallsstichprobenverfahren ist. Dies liegt daran, dass die PB in vielen Fällen die Auswahl der Ausgabenposten vor Ort (zum Zeitpunkt der Prüfung) durchführen möchte und es dabei schwieriger ist, ein komplexeres Verfahren anzuwenden (vor allem, falls es sich auf eine Auswahl mit nicht gleicher Wahrscheinlichkeit stützt).

Sobald die Unterstichprobe ausgewählt und geprüft worden ist, müssen die festgestellten Fehler durch eine mit dem ausgewählten Stichprobenplan kompatible Hochrechnungsmethode auf das entsprechende Vorhaben hochgerechnet werden. Wenn die Ausgabenposten beispielsweise mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausgewählt worden

sind, dann kann der Fehler mittels der üblichen Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder durch Verhältnisschätzung auf das Vorhaben hochgerechnet werden. Es ist zu beachten, dass in der Unterstichprobe festgestellte Fehler NICHT in irgendeiner anderen Form behandelt werden sollten (z. B. Behandlung als systembedingt, es sei denn, sie sind von systembedingter Art, d. h. der festgestellte Fehler ist innerhalb der ganzen Grundgesamtheit der Prüfung systembedingt und kann von der Prüfbehörde vollständig abgegrenzt werden).

Sobald die Fehler für die einzelnen Vorhaben in der Stichprobe des Unterstichprobenverfahrens hochgerechnet worden sind, erfolgt die Hochrechnung auf die Grundgesamtheit wie üblich (als wären die Gesamtausgaben des Vorhabens beobachtet worden). Beispiel: Bei einem Vorhaben in der Stichprobe belaufen sich die Ausgaben auf 2 500 000 EUR, und es liegen 400 Rechnungen vor. Es wird eine Stichprobe von 40 Rechnungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit und ohne jegliche Schichtung gezogen und die Verhältnisschätzung wird angewendet. Angenommen werden z. B. Gesamtausgaben in Höhe von 290 000 EUR und ein Gesamtfehler von 9280 EUR. Die geschätzte Fehlerquote für das Vorhaben beträgt  $3,2 \% = (9280 \text{ EUR} \div 290\,000 \text{ EUR})$ , und die prognostizierte Fehlerquote für das Vorhaben liegt bei  $80\,000 \text{ EUR} = 3,2 \% \times 2\,500\,000 \text{ EUR}$ .

Es ist zu beachten, dass in Abschnitt 6.5.3 zusätzliche Anmerkungen zu zwei- und dreistufigen Stichprobenverfahren im Kontext der ETZ-Programme enthalten sind.

### **7.6.2 Stichprobenumfang**

Es gibt formale Wege, um den Stichprobenumfang auf jeder Stufe zu berechnen und gleichzeitig Formeln für ein mehrstufiges Stichprobenverfahren anzuwenden. Ist eine PB in der Lage, solche Methoden zu entwickeln, kann sie diese gerne anwenden.

Dennoch kann das vorgeschlagene einfache Zufallsstichprobenverfahren, wie bereits erwähnt, durch unabhängige Berechnung des Stichprobenumfangs auf zwei Stufen durchgeführt werden:

- Erste Stufe: Berechnung des Stichprobenumfangs auf Ebene der Vorhaben mithilfe der angemessenen Formeln und Parameter (sollte immer größer oder gleich 30 sein).
- Zweite Stufe: Berechnung des Stichprobenumfangs für jedes Vorhaben des Unterstichprobenverfahrens, wieder mittels der üblichen Formeln (angemessen für die Art des auf der zweiten Stufe gewählten Auswahlverfahrens). Die Parameter sollten mit den auf der ersten Stufe verwendeten kompatibel sein, auch wenn einige angepasst werden können, um die Realität des Bezugsvorhabens zu spiegeln (wenn es z. B. historische Daten über das Niveau der Fehlervarianz innerhalb des Vorhabens gibt, sollte man diese Varianz verwenden statt der für die Berechnung des Stichprobenumfangs auf der ersten

Stufe verwendeten Fehlervarianz). Auf dieser Stufe sollte der Stichprobenumfang ebenfalls größer oder gleich 30 sein.

Falls die Auswahl auf dieser zweiten Stufe sich auf gleiche Wahrscheinlichkeiten stützt, wird der Stichprobenumfang wie folgt errechnet:

$$n_i = \left( \frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

wobei der Index  $i$  das Vorhaben bezeichnet,  $N_i$  die Größe des Vorhabens,  $\sigma_{ei}$  die Standardabweichung der Fehler auf Ebene des Vorhabens und  $TE_i$  und  $AE_i$  den zulässigen bzw. voraussichtlichen Fehler auf Ebene des Vorhabens. Es ist zu beachten, dass die Größe der Grundgesamtheit für die Ebene des Vorhabens angepasst werden sollte und dass die Standardabweichung der Fehler und der voraussichtliche Fehler ebenfalls auf der Grundlage historischer Daten und nach fachlichem Urteil angepasst werden können, wenn Informationen oder Erwartungen nahelegen, dass diese Parameter an die Realität des Vorhabens angepasst werden sollten.

Falls die Auswahl auf dieser zweiten Stufe sich auf das MUS stützt, wird der Stichprobenumfang wie folgt errechnet:

$$n_i = \left( \frac{z \times BV_i \times \sigma_{ri}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

wobei der Index  $i$  das Vorhaben bezeichnet,  $BV_i$  die Ausgaben des Vorhabens,  $\sigma_{ri}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten auf Ebene des Vorhabens und  $TE_i$  und  $AE_i$  den zulässigen bzw. voraussichtlichen Fehler auf Ebene des Vorhabens. Der Buchwert sollte für die Ebene des Vorhabens angepasst werden und die Standardabweichung der Fehlerquoten und der voraussichtliche Fehler können ebenfalls auf der Grundlage historischer Daten und nach fachlichem Urteil angepasst werden.

### **7.6.3 Hochrechnung**

Wie bei der Berechnung des Stichprobenumfangs wird auch die Hochrechnung auf zwei Stufen durchgeführt. Zunächst werden die Unterstichproben innerhalb der Vorhaben verwendet, um den Fehler für diese Vorhaben hochzurechnen. Sobald die Fehler der Vorhaben hochgerechnet (geschätzt) wurden, werden sie behandelt, als seien sie die „wahren“ Fehler der Vorhaben und werden zu Teilen des üblichen Hochrechnungsverfahrens auf der Grundlage der Hauptstichprobe.

Zusammenfassung:



- Für jedes Vorhaben, das dem Unterstichprobenverfahren unterliegt, wird der Fehler (oder die Fehlerquote) mithilfe der Stichprobe aus den sekundären Einheiten geschätzt;
- Sobald alle Fehler für alle Vorhaben geschätzt worden sind, kann die Stichprobe der Vorhaben verwendet werden, um den Gesamtfehler auf die Grundgesamtheit hochzurechnen;
- In beiden Fällen sollte die Hochrechnung sich auf die Formeln stützen, die den Stichprobenverfahren entsprechen, die für die Auswahl der Einheiten angewandt worden sind.

So ist eine typische Strategie z. B. die Auswahl der Vorhaben mit dem MUS und die Auswahl der Unterstichproben der Ausgabenposten mit gleichen Wahrscheinlichkeiten. In diesem Fall ist die Hochrechnung der Fehler:

### **Ebene der Unterstichproben**

Schätzung des Mittelwerts pro Einheit

$$EE_{1i} = N_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{n_i}.$$

oder

Verhältnisschätzung

$$EE_{2i} = BV_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_i} BV_{ij}}$$

wobei alle Parameter die übliche Bedeutung haben,  $i$  stellt das Vorhaben dar und  $j$  das Dokument innerhalb des Vorhabens.

## Ebene der Hauptstichprobe

Die Hochrechnung wird mittels der üblichen MUS-Formeln durchgeführt. Der einzige Unterschied zum MUS-Standardansatz ist, dass einige Fehler  $E_i$  sich auf eine vollständige Beobachtung der Vorhaben stützen, während andere auf der Grundlage einer Unterstichprobe der Ausgabenposten hochgerechnet wurden. Auf dieser Ebene wird dieser Umstand ignoriert, da alle Fehler behandelt werden, als seien sie die „wahren“ Fehler der Vorhaben, obwohl sie vollständig beobachtet oder durch eine Unterstichprobe errechnet worden sind.

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$
$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

### 7.6.4 Genauigkeit

Die Genauigkeit wird wie üblich berechnet, d. h. mittels der Formeln, die dem auf der ersten Stufe des Stichprobenverfahrens gewählten Stichprobenverfahren entsprechen und ohne Berücksichtigung des Vorhandenseins eines Unterstichprobenverfahrens. Fehler von Vorhaben werden in Formeln zur Berechnung der Genauigkeit unabhängig von ihrer Art eingetragen (entweder die wahren, bei vollständiger Prüfung, oder geschätzte, falls sie dem Unterstichprobenverfahren unterliegen).

### 7.6.5 Beispiel

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Jahr gemacht wurden. Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein geringes Sicherheitsniveau. Die Stichprobenerhebung für dieses Programm sollte daher mit einem Konfidenzniveau von 90 % durchgeführt werden. Das spezifische Programm ist durch Vorhaben gekennzeichnet, die eine große Anzahl an unterstützenden Ausgabenposten umfassen. Die PB erwägt die Möglichkeit, diese Grundgesamtheit durch ein Unterstichprobenverfahren zu prüfen, d. h. nur eine begrenzte Zahl an Auszahlungsanträgen jedes Vorhabens der Stichprobe zu prüfen. Darüber hinaus entscheidet sich die PB aufgrund der erwarteten Streuung der Fehler in der Grundgesamtheit, die Vorhaben auf der ersten Stufe durch einen Ansatz mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe (MUS) auszuwählen.

Die Hauptmerkmale der Grundgesamtheit sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_r$  die Standardabweichung der Fehlerquoten aus einer MUS-Stichprobe bezeichnet. Um eine Näherung an diese Standardabweichung zu ermitteln, beschloss die PB, die Standardabweichung des Vorjahres heranzuziehen. Die Stichprobe des Vorjahres bestand aus 50 Vorhaben, von denen fünf einen Buchwert hatten, der über dem Stichprobenintervall lag.

Auf der Grundlage dieser Vorabstichprobe beträgt die Standardabweichung der Fehlerquoten ( $\sigma_r$ ) 0,087.

Ausgehend von diesen Schätzwerten für die Standardabweichung der Fehlerquoten, den maximal zulässigen Fehlern und den voraussichtlichen Fehlern lässt sich der Stichprobenumfang errechnen. Bei einem zulässigen Fehler von 2 % des Gesamtbuchwertes,  $2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$  (in der Verordnung festgelegter Erheblichkeitswert), und einer voraussichtlichen Fehlerquote von 0,4 %,  $0,4 \% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$  (dies entspricht der festen Überzeugung der PB auf der Grundlage der Vorjahresinformationen und der Ergebnisse des Berichts über die Bewertung von Verwaltungs- und Kontrollsystemen), gilt

$$n = \left( \frac{1,645 \times 4\,199\,882\,024 \times 0,085}{83\,997\,640 - 16\,799\,528} \right)^2 \approx 77$$

Zunächst einmal sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine Prüfung zu 100 % gehören werden. Der Schwellenwert für die Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert (BV) und dem geplanten Stichprobenumfang (n). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_i > BV/n$ ), werden der Schicht für die 100 %ige Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert  $4\,199\,882\,024 \text{ EUR} \div 77 = 54\,593\,922 \text{ EUR}$ .

In eine isolierte Schicht ordnet die Prüfbehörde alle Vorhaben mit einem Buchwert von über 54 593 922 EUR ein, was acht Vorhaben und 786 837 081 EUR entspricht. Wie bereits zuvor erwähnt, umfasst dieses Programm eine große Anzahl an Auszahlungsanträgen mit niedrigen Buchwerten pro Vorhaben. So entsprechen z. B. diese 8 Vorhaben mehr als 14 000 Auszahlungsanträgen. Die PB entscheidet sich daher dafür, bei jeder der 8 Vorhaben eine Stichprobe der Auszahlungsanträge zu ziehen. Dieses Verfahren umfasst die Festlegung des Stichprobenumfangs auf der Ebene des Vorhabens. Mittels Auswahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit wird der Stichprobenumfang auf Ebene des Vorhabens wie folgt festgelegt:

$$n_i = \left( \frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

wobei der Index  $i$  das Vorhaben bezeichnet,  $N_i$  die Größe des Vorhabens,  $\sigma_{ei}$  die Standardabweichung der Fehler auf Ebene des Vorhabens und  $TE_i$  und  $AE_i$  den zulässigen bzw. voraussichtlichen Fehler auf Ebene des Vorhabens. Es ist zu beachten, dass die Größe der Grundgesamtheit für die Ebene des Vorhabens angepasst werden sollte und dass die Standardabweichung der Fehler und der voraussichtliche Fehler ebenfalls auf der Grundlage historischer Daten und nach fachlichem Urteil angepasst werden können, wenn Informationen oder Erwartungen nahelegen, dass diese Parameter an die Realität des Vorhabens angepasst werden sollten.

Vorherige Informationen und Erfahrungen aus den Prüfungen der letzten Jahre haben eine Standardabweichung der Fehler von ungefähr 8800 EUR nahegelegt. Unter Verwendung des gleichen Konfidenzniveaus und der gleichen erwarteten Fehlerquote wie auf Ebene der Grundgesamtheit, d. h. 90 % bzw. 0,4 %, kann die PB z. B. den Stichprobenumfang für Vorhaben ID 243 berechnen:

$$n_i = \left( \frac{629 \times 1,645 \times 8800}{1\,802\,856 - 360\,571} \right)^2 \approx 40,$$

die im Rahmen einer Stichprobenziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausgewählt werden (einfaches Zufallsstichprobenverfahren) Da die in Abschnitt 6.1.1.3 erwähnten Bedingungen erfüllt werden, wird die Verhältnisschätzung als Ansatz für die Hochrechnung gewählt. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Vorhabennummer	Buchwert	Anzahl der Auszahlungsanträge	Geprüfte Ausgaben	Fehlerbetrag in den Auszahlungsanträgen der Stichprobe	Prognostizierter Fehler (Verhältnisschätzung)
243	90 142 818 EUR	629	7829 EUR	845 EUR	9 729 299 EUR
6324	89 027 451 EUR	1239	1409 EUR	76 EUR	4 802 048 EUR
734	79 908 909 EUR	729	56 729 EUR	1991 EUR	2 804 538 EUR
451	79 271 094 EUR	769	48 392 EUR	3080 EUR	5 045 358 EUR
95	89 771 154 EUR	2839	3078 EUR	81 EUR	2 362 399 EUR
9458	100 525 834 EUR	4818	67 128 EUR	419 EUR	627 463 EUR
849	165 336 715 EUR	1972	12 345 EUR	1220 EUR	16 339 473 EUR
872	92 853 106 EUR	1256	29 735 EUR	1544 EUR	4 821 429 EUR
<b>Gesamt</b>	<b>786 837 081 EUR</b>	<b>14 251</b>	<b>226 645 EUR</b>	<b>9256 EUR</b>	<b>46 532 007 EUR</b>

Der prognostizierte Fehler für diese Schicht mit 100 %iger Prüfung beläuft sich auf 46 532 007 EUR.

Das Stichprobenintervall für die übrige Grundgesamtheit ist gleich dem Buchwert der nicht umfassenden Schicht ( $BV_s$ ) (Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert und dem Buchwert der acht Vorhaben der oberen Schicht) dividiert durch die Anzahl der auszuwählenden Vorhaben (77 minus die 8 Vorhaben in der oberen Schicht).

$$\text{Stichprobenintervall} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4\,199\,882\,024 - 786\,837\,081}{69} = 49\,464\,419$$

Aus einer in zufälliger Reihenfolge angeordneten Liste von Vorhaben wird die Stichprobe durch Auswahl jedes Elements gezogen, das die 49 464 419-te Geldeinheit enthält.

Eine Datei mit den übrigen 3844 Vorhaben (3852 minus 8 hochwertige Vorhaben) der Grundgesamtheit wird nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird ein Stichprobenwert von 69 Vorhaben (77 minus 8 hochwertige Vorhaben) nach einem systematischen Auswahlalgorithmus gezogen, der in Abschnitt 6.3.1.3 beschrieben wird. Die PB ermittelt den Stichprobenumfang der zu prüfenden Auszahlungsanträge in jedem ausgewählten Vorhaben exakt wie zuvor.

Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse der Prüfung der 69 auf der ersten Stufe ausgewählten Vorhaben zusammen:

Buchwert	Anzahl der Auszahlungsanträge	Geprüfte Ausgaben	Fehlerbetrag in den Auszahlungsanträgen der Stichprobe	Prognostizierter Fehler	Fehlerquote
901 818 EUR	689	616 908 EUR	58 889 EUR	86 086 EUR	0,0955
89 251 EUR	1989	59 377 EUR	4784 EUR	7191 EUR	0,0806
799 909 EUR	799	308 287 EUR	17 505 EUR	45 421 EUR	0,0568
792 794 EUR	369	504 EUR		0 EUR	0,0000
8 971 154 EUR	1839	8 613 633 EUR	406 545 EUR	423 419 EUR	0,0472
...	...	...	...	...	...
1 525 348 EUR	5618	1 483 693 EUR	74 604 EUR	76 699 EUR	0,0503
1 653 365 EUR	1272	82 240 EUR	1565 EUR	31 461 EUR	0,0190
853 106 EUR	1396	69 375 EUR		0 EUR	0,0000
...	...	...	...	...	...
<b>Gesamt</b>					<b>1,034</b>

Bei der restlichen Stichprobe gestaltet sich die Fehlerbehandlung anders. Für diese Vorhaben wird folgendes Verfahren verwendet:

- 1) für jede Einheit in der Stichprobe wird die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag  $\frac{E_i}{BV_i}$  bestimmt; in diesem Fall wurden die Fehlerquoten mittels Unterstichprobenverfahren der Auszahlungsanträge berechnet, für die Zwecke dieser Hochrechnung werden sie jedoch behandelt, als ob es sich um die tatsächlichen handelte
- 2) die ermittelten Fehlerquoten werden für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert;
- 3) das Ergebnis des vorigen Schritts wird mit dem Stichprobenintervall (SI) multipliziert:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

$$EE_s = 49\,464\,419 \times 1,034 = 51\,146\,209$$

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der Grundgesamtheit ist genau die Summe dieser beiden Komponenten:

$$EE = 46\,532\,007 + 51\,146\,209 = 97\,678\,216$$

Die prognostizierte Fehlerquote ist der Quotient aus dem prognostizierten Fehler und den Gesamtausgaben:

$$r = \frac{97\,678\,216}{4\,199\,882\,024} = 2,33 \%$$

Da der prognostizierte Fehler größer als der maximal zulässige Fehler ist, kann die PB schließen, dass die Grundgesamtheit einen wesentlichen Fehler enthält.

## 7.7 Neuberechnung des Konfidenzniveaus

Wenn der Prüfer nach erfolgter Prüfung feststellt, dass der prognostizierte Fehler unterhalb und die Obergrenze oberhalb der Erheblichkeitsschwelle liegt, kann er eine Neuberechnung des Konfidenzniveaus vornehmen, um eindeutige Ergebnisse zu erhalten (d. h. einen prognostizierten Fehler und eine Obergrenze, die beide unterhalb der Erheblichkeitsschwelle liegen).

Ist dieses neu berechnete Konfidenzniveau mit der Bewertung der Qualität der Verwaltungs- und Kontrollsysteme vereinbar (siehe Tabelle in Abschnitt 3.2), kann sogar ohne weitere Prüfschritte mit Sicherheit geschlussfolgert werden, dass die Grundgesamtheit keine wesentlichen Fehlangaben enthält. Nur wenn die neu berechnete Konfidenz nicht akzeptabel ist (d. h. nicht mit der Bewertung der Systeme vereinbar ist), müssen die in Abschnitt 4.12 vorgeschlagenen zusätzlichen Arbeiten durchgeführt werden.

Die Neuberechnung des Konfidenzintervalls wird wie folgt vorgenommen:

- Die Erheblichkeitsschwelle wird wertmäßig berechnet, d. h. die Erheblichkeitsschwelle (2 %) wird mit dem Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit multipliziert.
- Der prognostizierte Fehler (EE) wird von der Erheblichkeitsschwelle subtrahiert.
- Das Ergebnis wird durch die Genauigkeit der Hochrechnung (SE) dividiert. Die Genauigkeit ist vom Stichprobenverfahren abhängig und wird in den Abschnitten zu den einzelnen Verfahren behandelt.
- Das vorstehende Ergebnis wird mit dem Parameter  $z$  multipliziert, der sowohl für die Berechnung des Stichprobenumfangs als auch die Berechnung der Genauigkeit verwendet wird. Daraus ergibt sich der neue Wert:  $z^*$

$$z^* = z \times \frac{(0,02 \times BV) - EE}{SE}$$

- Das mit diesem neuen Parameter ( $z^*$ ) verbundene Konfidenzniveau wird einer Tabelle der Normalverteilung (im Anhang) entnommen. Alternativ kann die folgende Excel-Formel verwendet werden: „=1-(1-NORMSDIST( $z^*$ ))\*2“.

Beispiel: Nach Prüfung einer Grundgesamtheit mit einem Buchwert von 1 858 233 036 EUR und einem Konfidenzniveau von 90 % (entsprechend  $z = 1,645$ , vgl. Abschnitt 5.3) liegen folgende Ergebnisse vor:

Merkm <sup>al</sup>	Wert
BV	1 858 233 036 EUR
Erheblichkeitsschwelle (2 % des BV)	37 164 661 EUR
Prognostizierter Fehler (EE)	14 568 765 EUR (0,8 %)
Genauigkeit (SE)	26 195 819 EUR (1,4 %)
Obere Fehlergrenze (ULE)	40 764 584 EUR (2,2 %)

Der neue Parameter  $z^*$  errechnet sich wie folgt:

$$z^* = 1,645 \times \frac{37\,164\,661 \text{ EUR} - 14\,568\,765 \text{ EUR}}{26\,195\,819 \text{ EUR}} = 1,419$$

Mithilfe der MS-Excel-Funktion „=1-(1-NORMSDIST(1,419))\*2“ wird das neue Konfidenzniveau abgeleitet, nämlich 84,4 %.

**Wenn das neu berechnete Konfidenzniveau mit der Einschätzung der Qualität der Verwaltungs- und Kontrollsysteme vereinbar ist, kann geschlussfolgert werden, dass die Grundgesamtheit keine wesentlichen Fehlangaben enthält.**



## **7.8 Strategien zur Prüfung von Programmgruppen und Programmen mit mehreren Fonds**

### **7.8.1 Einleitung**

Die PB entscheidet sich häufig, zwei oder mehr operationelle Programme, die ein gemeinsames System teilen, in Gruppen zusammenzufassen, um eine einzelne Stichprobe ziehen zu können, die repräsentativ für die in Gruppen zusammengefasste Grundgesamtheit ist.

In einigen Fällen wird das operationelle Programm auch von mehr als einem Fonds kofinanziert. In diesen Fällen kann auch eine einzelne Stichprobe gewählt werden, und die Ergebnisse können auf die Gruppe der Vorhaben hochgerechnet werden.

In beiden Fällen sollte eine einzige Stellungnahme für die Gruppe der operationellen Programme oder verschiedenen Fonds gemeldet werden, jedoch können unterschiedliche Stichprobenstrategien zur Erreichung dieses Ziels angewandt werden; die Stichprobenstrategie kann diese Heterogenität in der Grundgesamtheit berücksichtigen. Dies kann durch Schichtung (nach operationellem Programm oder Fonds) erfolgen und unter Berücksichtigung der gewünschten Repräsentationsniveaus bei der Berechnung der Stichprobenumfänge.

Die zwei typischen alternativen Strategien sind:

- Auswahl einer einzelnen Stichprobe;
- Verwendung verschiedener Stichproben (die mit verschiedenen Schichten verbunden sind) für jedes operationelle Programm oder jeden Fonds.

Falls jemand eine einzelne Stichprobe auswählt, wird der Stichprobenumfang für die gesamte Gruppe berechnet (ohne Unterscheidung zwischen operationellen Programmen oder Fonds). Diese Option, auch Top-Down-Ansatz genannt, erlaubt einen geringeren Stichprobenumfang, aber die Stichprobe ist nur für die in der Gruppe zusammengefasste Grundgesamtheit mit Sicherheit repräsentativ. Dies bedeutet, dass die Stichprobenergebnisse auf die Gruppe der operationellen Programme oder unterschiedlichen Fonds hochgerechnet werden kann, normalerweise aber keine Hochrechnung für die einzelnen Fonds oder einzelnen Programme zulässt. Auch wenn die Stichprobe nur für die in der Gruppe zusammengefasste Grundgesamtheit repräsentativ sein soll, ist es ratsam, sie nach Fonds (oder operationellem Programm) zu schichten. Falls dies der Fall ist, wird der Gesamtstichprobenumfang zuerst berechnet und anschließend auf die Schichten aufgeteilt. Die Berechnung und Aufteilung des Stichprobenumfangs erfolgt anhand der üblichen Strategien, die bereits zuvor für die verschiedenen geschichteten Stichprobenpläne vorgeschlagen worden ist.

Die folgende Abbildung fasst diese Strategie zusammen:

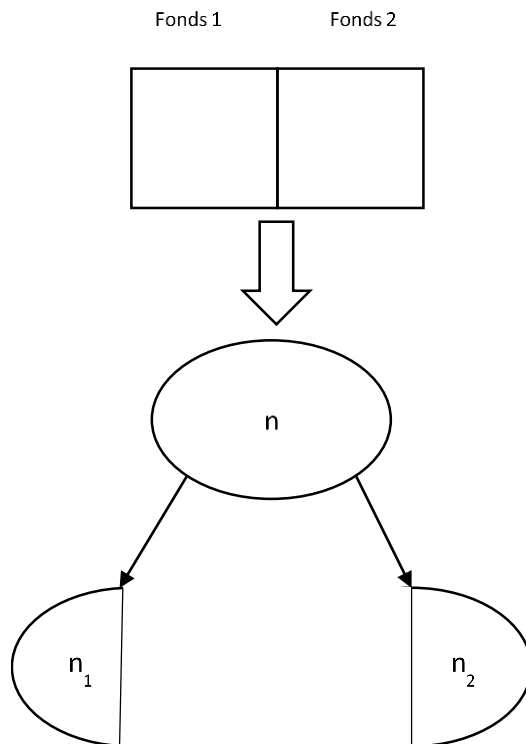


Abb. 8 Top-down-Strategie

Wenn verschiedene Stichproben verwendet werden (eine für jedes operationelle Programm oder jeden Fonds), dann werden die Stichprobenumfänge für jede Schicht (operationelles Programm oder Fonds) separat berechnet. Diese Option, auch Bottom-Up-Ansatz genannt, führt zu einem größeren Stichprobenumfang (da mehrere Stichproben ausgewählt werden müssen), aber die Stichprobe ist nicht nur für die in der Gruppe zusammengefasste Grundgesamtheit repräsentativ, sondern auch für jede Schicht (operationelles Programm oder Fonds). Dies bedeutet, dass die Stichprobenergebnisse auf die Gruppe der operationellen Programme oder auf die Gruppe der Fonds hochgerechnet werden können und auch für die einzelnen Fonds oder einzelnen Programme hochgerechnet werden können, um zu schlüssigen Ergebnissen auf der Ebene der Schicht zu gelangen. Diese Stichproben sollten natürlich nach Fonds (oder operationellem Programm) geschichtet sein. Bei dieser Strategie wird der Gesamtstichprobenumfang lediglich die Summe der für jede Schicht berechneten Stichprobenumfänge sein.

Die folgende Abbildung fasst diese Strategie zusammen:

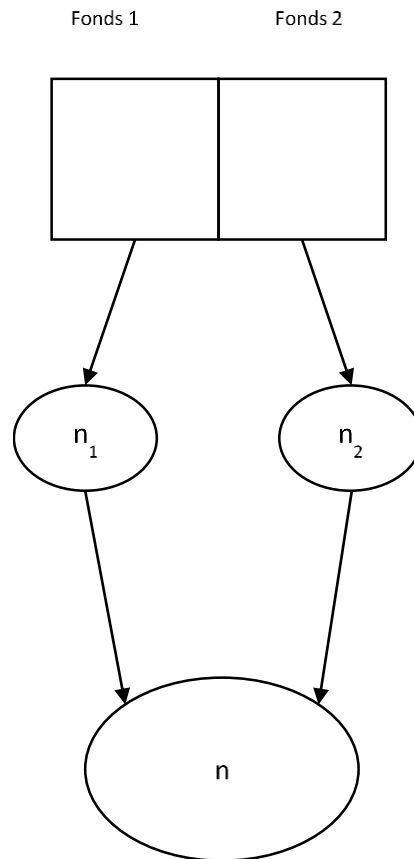


Abb. 9 Bottom-up-Strategie

Aus dem Dargestellten ergibt sich, dass der auf einer einzigen Stichprobe beruhende Ansatz (Top-down-Ansatz) den Hauptvorteil eines kleineren möglichen Stichprobenumfangs bietet, aber den Hauptnachteil birgt, dass er keine *a priori* Repräsentativität nach Schicht gewährleistet (d. h. separate Schlussfolgerungen nach Schicht sind möglicherweise nicht möglich). Dies ist sicherlich die vorgeschlagene Methode, falls die PB nicht erwartet, die Ergebnisse auf Ebene der Schicht hochzurechnen zu müssen.

Die Strategie auf der Grundlage verschiedener Stichproben erlaubt eine Hochrechnung auf Ebene der Schicht, führt aber zu einem erheblich erhöhten Stichprobenumfang. Sie ist daher ratsam, wenn erheblich unterschiedliche Ergebnisse nach operationellem Programm oder nach Fonds erwartet werden, um die Repräsentativität der Ergebnisse nach Schicht und daher differenzierte Schlussfolgerungen zu gewährleisten.

Es ist außerdem wichtig zu beachten, dass auch wenn die Stichprobe nur auf die Gewährleistung der Repräsentativität der in Gruppen zusammengefassten Grundgesamtheit ausgelegt ist, es dennoch möglich sein kann, die Ergebnisse nach Schicht, oder zumindest für manche Schichten, hochzurechnen, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Jede Schicht hat mindestens 30 Beobachtungen (ratsam zur Vorhersage dieses Stichprobenumfangs von Beginn an).

- Die Genauigkeit für jede Schicht ist ausreichend, um schlüssige Ergebnisse zu erzielen (Verhältnis zwischen der oberen Fehlergrenze und dem Schwellenwert von 2 %).

Wenn diese Strategie angewandt und die Ergebnisse *a posteriori* berechnet werden, so werden sie oft für einige Schichten repräsentativ sein (typischerweise die größeren) aber nicht für andere (typischerweise die kleinsten), d. h. schlüssige Hochrechnungen werden nur für einige Schichten möglich sein. Wenn die Grundgesamtheit beispielsweise von zwei Fonds kofinanziert wird und der Hauptanteil der Ausgaben einem der Fonds entspricht, so wird die Stichprobe typischerweise für diesen größeren Fonds repräsentativ sein, jedoch nicht für den anderen. Falls dies der Fall ist, d. h. falls die Ergebnisse für einige Schichten schlüssig (repräsentativ) sind aber nicht für andere, können mit zusätzlichem Aufwand dennoch repräsentative Ergebnisse für alle Schichten errechnet werden. Dies kann erreicht werden, indem eine zusätzliche Stichprobe für die Schicht ohne repräsentative Ergebnisse gezogen und mit der ursprünglichen kombiniert wird, was zu schlüssigen Ergebnissen führt. Diese Strategie unterscheidet sich nicht von der bereits in Abschnitt 7.2 dargelegten. Außerdem kann die Neuberechnung des Konfidenzniveaus (Abschnitt 7.7) eine Option zur Errechnung repräsentativer Ergebnisse auf Ebene der Schicht sein.

Zusammenfassend könnte man folgende Strategie empfehlen:

- wenn die PB plant, die Ergebnisse auf Ebene der Schicht hochzurechnen, sollte sie den Bottom-up-Ansatz anwenden;
- wenn die PB plant, die Ergebnisse auf Ebene der Grundgesamtheit hochzurechnen (für die Gruppe der operationellen Programme oder die Gruppe der Fonds) und glaubt, dass auf Ebene der Schicht keine Hochrechnungen erforderlich sind, kann sie den Top-down-Ansatz wählen;
- wenn die PB hinsichtlich der Strategie unentschlossen ist, kann sie den Top-down-Ansatz verwenden, aber eine „Überstichprobenziehung“ der kleineren Schicht einführen, um mindestens 30 Beobachtungen für diese Schicht zu ermöglichen. Dadurch erhöht sie die Chance auf repräsentative Ergebnisse. Durch die Überstichprobenziehung der kleinsten Schicht im Falle von nicht repräsentativen Ergebnissen kann die PB den zusätzlichen Prüfaufwand zudem verringern, der für schlüssige Ergebnisse über diese Schicht erforderlich ist.

### 7.8.2 *Beispiel*

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Bezugszeitraum für Vorhaben in einer Gruppe von Programmen geltend gemacht wurden. Das Verwaltungs- und Kontrollsystem wird für die gesamte Gruppe von Programmen verwendet, und die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein moderates Sicherheitsniveau. Daher

beschloss die Prüfbehörde, Prüfungen von Vorhaben mit einem Konfidenzniveau von 80 % durchzuführen. Die Prüfbehörde sieht nur vor, eine einzige Stellungnahme über die in Gruppen zusammengefasste Grundgesamtheit zu erarbeiten, weshalb sie sich für einen Top-down-Ansatz entscheidet, d. h. eine geschichtete Stichprobe nach Programm, wobei die Repräsentativität nur auf aggregierter Ebene gewährleistet wird.

Die PB hat Grund zu der Annahme, dass bei hochwertigen Vorhaben unabhängig vom jeweiligen Programm erhebliche Fehlerrisiken bestehen. Auch gibt es Anhaltspunkte dafür, dass in den Programmen mit unterschiedlichen Fehlerquoten zu rechnen ist. Unter Berücksichtigung all dieser Aspekte entscheidet sich die Prüfbehörde für eine Schichtung der Grundgesamtheit nach Programm und nach Ausgaben (wobei in einer Stichprobenschicht mit 100 %iger Prüfung alle Vorhaben mit einem über dem Schwellenwert von 3 % der ganzen Grundgesamtheit liegenden Buchwert isoliert werden).

In der nachstehenden Tabelle sind die vorhandenen Informationen zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	6723
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 1 (Anzahl der Vorhaben in Programm 1)	4987
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 2 (Anzahl der Vorhaben in Programm 2)	1728
Größe der Grundgesamtheit – Schicht 3 (Anzahl der Vorhaben mit BV > Erheblichkeitsschwelle)	8
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	123 987 653 EUR
Buchwert – Schicht 1 (Gesamtausgaben in Programm 1)	85 672 981 EUR
Buchwert – Schicht 2 (Gesamtausgaben in Programm 2)	19 885 000 EUR
Buchwert – Schicht 3 (Gesamtausgaben der Vorhaben mit BV > Erheblichkeitsschwelle)	18 429 672 EUR

Das hochwertige Projekt wird von der Stichprobenziehung ausgenommen und separat behandelt. Der festgestellte Fehlerbetrag bei diesen 8 Vorhaben beträgt 2975 EUR.

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	6723
Buchwert (Geltend gemachte Ausgaben im Bezugszeitraum)	123 987 653 EUR
Schwellenwert	3 719 630
Zahl der Einheiten über dem Schwellenwert	8
Wert der restlichen Grundgesamtheit	18 429 672 EUR
Größe der restlichen Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	6715
Buchwert der Grundgesamtheit über dem Schwellenwert	105 557 981 EUR

Der erste Schritt besteht in der Berechnung des erforderlichen Stichprobenumfangs unter Verwendung der folgenden Formel:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $z$  den Wert 1,282 hat (Koeffizient, der einem Konfidenzniveau von 80 % entspricht) und  $TE$ , der zulässige Fehler, 2 % (in der Verordnung festgelegter Höchstwert für die Erheblichkeitsschwelle) des Buchwerts beträgt, d. h. 2 % x 123 987 653 EUR = 2 479 753 EUR. Ausgehend von den Erfahrungen des Vorjahres und der Schlussfolgerung im Bericht zu den Verwaltungs- und Kontrollsystemen rechnet die Prüfbehörde außerdem mit einer Fehlerquote von höchstens 1,4 %. Damit beträgt  $AE$ , der voraussichtliche Fehler, 1,4 % der Gesamtausgaben, d. h. 1,4 % x 123 987 653 EUR = 1 735 827 EUR.

Eine Vorabstichprobe von 20 Vorhaben aus Programm 1 ergab einen vorläufigen Schätzwert für die Standardabweichung der Fehler von 1008 EUR. Das gleiche Verfahren wurde für die Grundgesamtheit von Programm 2 angewandt. Der Schätzwert für die Standardabweichung der Fehler ist 876 EUR:

Daher beträgt der gewichtete Durchschnitt der Varianzen der Fehler dieser beiden Schichten

$$\sigma_w^2 = \frac{4987}{6715} 1008^2 + \frac{1728}{6715} 876^2 = 950 935$$

Der Stichprobenumfang errechnet sich wie folgt:

$$n = \left( \frac{6715 \times 1,282 \times \sqrt{950 935}}{2 479 753 - 1 735 827} \right)^2 \approx 128$$

Der Gesamtstichprobenumfang ergibt sich aus diesen 128 Vorhaben plus den 8 Vorhaben der umfassenden Schicht, also 136 Vorhaben.

Die Aufteilung der Stichprobe nach Schicht ist wie folgt:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{4,987}{6,715} \times 128 \approx 95,$$

$$n_2 = n - n_1 = 33$$

und

$$n_3 = N_3 = 5$$

Die Prüfung von 95 Vorhaben in Programm 1, von 33 Vorhaben in Programm 2 und von 8 Vorhaben in Schicht 3 liefert dem Prüfer einen Gesamtfehler für die Vorhaben der Stichprobe. Die vorherigen Vorabstichproben von 20 Einheiten in den Programmen 1 und 2 werden als Teil der Hauptstichprobe verwendet. Somit braucht der Prüfer in Programm 1 nur 75 und in Programm 2 nur 13 weitere Vorhaben nach dem Zufallsprinzip auszuwählen. Um zu ermitteln, ob eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit oder eine Verhältnisschätzung das am besten geeignete Schätzverfahren ist, berechnet die PB das Verhältnis der Kovarianz zwischen den Fehlern und den Buchwerten im Vergleich zur Varianz der Buchwerte der Vorhaben in der Stichprobe, was 0,0109 für Programm 1 entspricht. Da das Verhältnis kleiner ist als die Hälfte der Stichprobenfehlerquote, kann die Prüfbehörde sicher sein, dass die Schätzung des Mittelwerts pro Einheit ein verlässliches Schätzverfahren ist. Dies wurde auch für die Schicht von Programm 2 bestätigt.

Die folgende Tabelle weist die Stichprobenergebnisse für die geprüften Vorhaben aus:

<b>Stichprobenergebnisse – Programm 1</b>		
A	Stichprobenbuchwert	1 667 239 EUR
B	Stichprobengesamtfehler	47 728 EUR
C	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (C = B ÷ 95)	502,4 EUR
D	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	674 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – Programm 2</b>		
E	Stichprobenbuchwert	404 310 EUR
F	Stichprobengesamtfehler	3298 EUR
G	Durchschnittlicher Stichprobenfehler (G = F ÷ 33)	100 EUR
H	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	1183 EUR
<b>Stichprobenergebnisse – umfassende Schicht</b>		
I	Stichprobenbuchwert	18 429 672
J	Stichprobengesamtfehler	2975 EUR

Die Hochrechnung des Fehlers für die beiden Stichprobenschichten erfolgt durch Multiplikation des durchschnittlichen Stichprobenfehlers mit der Größe der Grundgesamtheit. Die Summe dieser beiden Zahlen ist zum Fehler, der in der Stichprobenschicht mit 100 %-Prüfung festgestellt wurde, hinzuzuaddieren, um den Fehler auf die Grundgesamtheit hochzurechnen:

$$EE = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 4987 \times 502 + 1728 \times 100 + 2975 = 2\,681\,139$$

Die prognostizierte Fehlerquote ist der Quotient aus dem prognostizierten Fehler und dem Buchwert der Grundgesamtheit (Gesamtausgaben). Wird eine Schätzung des Mittelwerts pro Einheit vorgenommen, so beträgt der prognostizierte Fehler:

$$r_1 = \frac{2\,681\,139}{123\,987\,653} = 2,16 \%$$

Der prognostizierte Fehler liegt über der Erheblichkeitsschwelle. Daher kann die PB hinreichend sicher sein, dass die Grundgesamtheit einen wesentlichen Fehler enthält. Allerdings ist durch die Prüftätigkeiten der Verdacht aufgekommen, dass sich die Fehler besonders in einem der Programme häufen. In der Tat hat die PB den Verdacht, dass Programm 1 zu diesem Ergebnis geführt hat. Die PB entscheidet sich, die Ergebnisse auf Ebene des Programms zu bewerten. Die folgende Tabelle fasst die Merkmale der Grundgesamtheit auf Programmebene zusammen:

		Programm 1	Programm 2
(A)	Gesamtbuchwert (In der niedrigwertigen Schicht geltend gemachte Ausgaben im Bezugszeitraum)	85 672 981 EUR	19 885 000 EUR
(B)	Gesamtbuchwert (In der hochwertigen Schicht geltend gemachte Ausgaben im Bezugszeitraum)	12 286 448 EUR	6 143 224 EUR
(C)	Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben in der niedrigwertigen Schicht)	4987	1728
(D)	Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben in der hochwertigen Schicht)	6	2

Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse der gesamten Stichprobe nach Programm zusammen:

		Programm 1 (niedrigwertige Schicht)	Programm 2 (niedrigwertige Schicht)
(E)	Geprüfte Ausgaben	1 667 239 EUR	404 310 EUR
(F)	Stichprobenumfang (Anzahl der Vorhaben)	95	33
(G)	Stichprobengesamtfehler	47 728 EUR	3298 EUR
(H)	Durchschnittlicher Stichprobenfehler	502,4 EUR	100 EUR



(I)	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	674 EUR	1183 EUR
-----	---	---------	----------

Abgesehen von den Informationen zur niedrigwertigen Schicht muss die PB auch die Informationen zur umfassenden Schicht berücksichtigen. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

		Programm 1 (umfassende Schicht)	Programm 2 (umfassende Schicht)
(J)	Geprüfte Ausgaben	12 286 448 EUR	6 143 224 EUR
(K)	Stichprobengesamtfehler	1983 EUR	992 EUR

Mithilfe dieser Daten kann die PB die Fehlerquoten prognostizieren und Genauigkeit auf Ebene des Programms berechnen. Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit zusammen:

		Programm 1	Programm 2
(L)	Genauigkeit:= $(C) \times 1,282 \times \frac{(I)}{\sqrt{(F)}}$	442 105 EUR	456 204 EUR
(M)	Prognostizierter Fehler (Schätzung des Mittelwerts pro Einheit):= $(C) \times (H) + (K)$	2 507 452 EUR	173 687 EUR
(N)	Obere Fehlergrenze:= $(M) + (L)$	2 949 557 EUR	629 892 EUR
(O)	Prognostizierte Fehlerquote (%):= $\frac{(M)}{(A)+(B)}$	2,56 %	0,67 %
(P)	Obergrenze der prognostizierten Fehlerquote:= $\frac{(N)}{(A)+(B)}$	2,90 %	2,42 %

Die Ergebnisse für Programm 1 scheinen schlüssig zu sein, da der prognostizierte Fehler über dem maximal zulässigen Fehler liegt (auf Ebene des Programms, d. h. 2 % von 97 959 429 EUR). Diese Schlussfolgerung ist allein durch Blick auf die prognostizierte Fehlerquote offensichtlich (über der Erheblichkeitsschwelle von 2 %). Dennoch sind die Ergebnisse für Programm 2 nicht vollständig schlüssig. In der Tat liegt die obere Fehlergrenze über der Erheblichkeitsschwelle (2 % von 26 028 224 EUR), obwohl der prognostizierte Fehler unter ihr liegt, was klar darauf hinweist, dass zur Erlangung einer endgültigen Schlussfolgerung eine zusätzliche Analyse erforderlich ist. Unter Verwendung von Daten aus Programm 2, nämlich 33 Vorhaben der Stichprobe (ohne 2 Vorhaben der umfassenden Schicht), entscheidet sich die PB für die Planung der entsprechenden Stichprobe. Die für die Planung der Stichprobe erforderlichen Informationen sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

	Programm 2
Gesamtbuchwert (Im Bezugszeitraum geltend gemachte Ausgaben ohne Vorhaben der umfassenden Schicht)	19 885 000 EUR (ohne Ausgaben der 2 Vorhaben in der umfassenden Schicht)
Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben ohne umfassende Schicht)	1728 (ohne die 2 Vorhaben der umfassenden Schicht)
Erheblichkeitsschwelle	2 %
Maximal zulässiger Fehler	397 700 EUR
Erwartete Fehlerquote	0,6 %
Erwarteter Fehler	119 310 EUR
Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	1183 EUR

Der geplante Stichprobenumfang zur Berechnung verlässlicher Ergebnisse ist daher:

$$n = \left( \frac{1728 \times 1,282 \times 1183}{397\,700 - 149\,138} \right)^2 \approx 89$$

Mittels der vorherigen 33 Vorhaben und einer zusätzlichen Stichprobe von 56 Vorhaben kann die PB endgültige Ergebnisse für Programm 2 errechnen. Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse aller 89 Vorhaben (einschließlich der 33 Vorhaben der ersten Stichprobe) zusammen:

		Programm 2 (niedrigwertige Schicht)
(E1)	Geprüfte Ausgaben	1 236 789 EUR
(F1)	Stichprobenumfang (Anzahl der Vorhaben)	89
(G1)	Stichprobengesamtfehler	8278 EUR
(H1)	Durchschnittlicher Stichprobenfehler	93 EUR
(I1)	Standardabweichung der Fehler in der Stichprobe	1122 EUR

Die von der PB durchgeführten Berechnungen sind in der folgenden Tabelle dargelegt:

		Programm 2
(L1)	Genauigkeit (Schätzung des Mittelwerts pro Einheit):= $(C) \times 1,282 \times \frac{(I1)}{\sqrt{(F1)}}$	263 469 EUR
(M1)	Prognostizierter Fehler (Schätzung des Mittelwerts pro	161 715 EUR

	Einheit):= $(H1) \times (C) + (K)$	
(N1)	Obere Fehlergrenze:= $(M1) + (L1)$	425 184 EUR
(O1)	Prognostizierte Fehlerquote (%):= $\frac{(M1)}{(A)+(B)}$	0,62 %
(P1)	Obergrenze der prognostizierten Fehlerquote:= $\frac{(N1)}{(A)+(B)}$	1,63 %

Mit den Ergebnissen dieser umfassenden Stichprobe (89 Vorhaben) kann die PB schlussfolgern, dass die Grundgesamtheit der für Programm 2 geltend gemachten Ausgaben keine wesentlichen Fehlangaben enthält.

## 7.9 Stichprobenverfahren für Systemprüfungen

### 7.9.1 Einleitung

In Artikel 62 der Verordnung (EG) Nr. 1083/2006 des Rates heißt es: „Die für ein operationelles Programm zuständige Prüfbehörde hat insbesondere die Aufgabe, (a) zu gewährleisten, dass das effektive Funktionieren des Verwaltungs- und Kontrollsystems für das operationelle Programm geprüft wird.“ Diese Prüfungen sind sogenannte Systemprüfungen. Anhand der Systemprüfungen wird die Wirksamkeit der Kontrollen des Verwaltungs- und Kontrollsystems untersucht und eine Schlussfolgerung über das Niveau der zu erwartenden Zuverlässigkeit des Systems gezogen. Die Entscheidung über die Verwendung oder Nichtverwendung eines statistischen Stichprobenverfahrens für die Überprüfungen von Kontrollen unterliegt dem beruflichen Urteilsvermögen, unter den jeweiligen Umständen die wirksamste Methode zum Erzielen hinreichend geeigneter Prüfnachweise zu ermitteln.

Da die vom Prüfer durchgeführte Analyse der Art und der Ursache der Fehler ebenso wichtig ist wie das Nichtvorhandensein bzw. das Vorhandensein von Fehlern, kann auch ein nichtstatistischer Ansatz geeignet sein. In diesem Fall kann der Prüfer für jede wichtige Kontrollvariable einen festen Stichprobenumfang aus den zu prüfenden Elementen festlegen. Dennoch obliegt es dem Prüfer, anhand seines beruflichen Urteilsvermögens aus den in Frage kommenden die relevanten Faktoren <sup>63</sup> auszuwählen. Bei Verwendung eines nichtstatistischen Ansatzes können die Ergebnisse nicht extrapoliert werden.

Das System der Attributstichproben ist ein statistischer Ansatz, mit dessen Hilfe der Prüfer die Sicherheit des Systems ermitteln und die erwartete Fehlerquote einer Stichprobe abschätzen kann. Am häufigsten wird diese Methode bei Prüfungen

<sup>63</sup> Weiterführende Erklärungen oder Beispiele können dem „Audit Guide on Sampling“ des American Institute of Certified Public Accountants vom 1.4.2001 entnommen werden.

eingesetzt, wenn die Fehlerquote einer vorgeschriebenen Kontrolle mit dem Ziel zu untersuchen ist, das vom Prüfer geschätzte Niveau des Kontrollrisikos zu untermauern. Die Ergebnisse können anschließend auf die Grundgesamtheit hochgerechnet werden.

Da es sich beim Attributstichprobenverfahren um eine allgemeine Methode mit mehreren Varianten handelt, wird sie als grundlegende statistische Methode bei Systemprüfungen angewendet. Sonstige Methoden, die auch bei Systemprüfungen angewendet werden können, beruhen auf den nachstehend erläuterten Konzepten.

Das Attributstichprobenverfahren verarbeitet binäre Aufgaben, wie z. B. ja oder nein, hoch oder niedrig, wahre oder falsche Antworten. Anhand dieser Methode werden die Daten der Stichprobe auf die Grundgesamtheit hochgerechnet, um daraus abzuleiten, ob die Grundgesamtheit zu der einen oder zu der anderen Kategorie gehört.

Die Verordnung schreibt für Stichprobenkontrollen im Rahmen einer Systemprüfung nicht die Anwendung eines statistischen Ansatzes vor. Daher dienen diese Kapitel und die entsprechenden Anhänge allgemeinen Informationszwecken und werden nicht weiter ausgeführt.

Weitere Informationen und Beispiele im Zusammenhang mit Stichprobenverfahren für Systemprüfungen finden Sie in der Fachliteratur über Stichprobenverfahren zu Prüfzwecken.

Beim Attributstichprobenverfahren im Rahmen einer Systemprüfung ist der folgende allgemeine sechsstufige Ablauf zu beachten:

1. Festlegung der Prüfziele: z. B. Bestimmung, ob die Fehlerquote in einer Grundgesamtheit den Kriterien für eine hohe Sicherheit entspricht;
2. Festlegung der Grundgesamtheit und der Stichprobeneinheit: z. B. die einem Programm zugeordneten Rechnungen;
3. Festlegung des Abweichungszustands: Hierbei handelt es sich um das zu beurteilende Attribut, etwa das Vorhandensein einer Unterschrift auf den einem Vorhaben innerhalb eines Programms zugeordneten Rechnungen;
4. Festlegung des Stichprobenumfangs gemäß der nachstehend aufgeführten Formel;
5. Auswahl der Stichprobe und Durchführung der Prüfung (Auswahl nach dem Zufallsprinzip);
6. Bewertung und Dokumentierung der Ergebnisse.

### **7.9.2 Stichprobenumfang**

Die Berechnung des Stichprobenumfangs  $n$  im Rahmen des Attributstichprobenverfahrens stützt sich auf folgende Angaben:

- das Konfidenzniveau und den damit verwandten Koeffizienten  $z$  aus einer Normalverteilung (siehe Abschnitt 5.3);
- die vom Prüfer bestimmte maximal zulässige Abweichungsquote  $T$ , wobei die zulässigen Schwellenwerte von der Prüfbehörde des Mitgliedstaats festgelegt werden (z. B. Zahl der fehlenden Unterschriften auf Rechnungen – unterhalb dieses Schwellenwertes geht der Prüfer nicht von einem Fehler aus);
- die voraussichtliche Abweichungsquote innerhalb der Grundgesamtheit,  $p$ , die geschätzt oder aus einer früheren Stichprobe übernommen wird. Die zulässige Abweichungsquote sollte über der erwarteten Abweichungsquote innerhalb der Grundgesamtheit liegen, da die Prüfung andernfalls zwecklos wäre (wird eine Fehlerquote von 10 % erwartet, so ist es unsinnig, die zulässige Fehlerquote auf 5 % festzulegen, da in der Grundgesamtheit mehr Fehler erwartet werden, als man bereit ist zu tolerieren).

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet<sup>64</sup>:

$$n = \frac{z^2 \times p \times (1 - p)}{T^2}.$$

Beispiel: Bei einem angenommenen Konfidenzniveau von 95 % ( $z = 1,96$ ), einer zulässigen Abweichungsquote ( $T$ ) von 12 % und einer erwarteten Abweichungsquote ( $p$ ) der Grundgesamtheit von 6 % läge die Mindestgröße der Stichprobe bei Hinweis:

$$n = \frac{1,96^2 \times 0,06 \times (1 - 0,06)}{0,12^2} \approx 16.$$

Die Größe der Grundgesamtheit hat keinen Einfluss auf den Stichprobenumfang; in der vorstehenden Formel wird der erforderliche Stichprobenumfang für kleine Grundgesamtheiten etwas zu hoch veranschlagt, was jedoch akzeptabel ist. Um den erforderlichen Stichprobenumfang zu verringern, bietet sich die Herabsetzung des Konfidenzniveaus (d. h. Erhöhung des Risikos, das Kontrollrisiko zu gering einzuschätzen) bzw. die Erhöhung der zulässigen Abweichungsquote an.

### 7.9.3 Extrapolation

Die Zahl der in der Stichprobe festgestellten Abweichungen dividiert durch die Zahl der Elemente in der Stichprobe (also den Stichprobenumfang) ergibt die Abweichungsquote der Stichprobe:

---

<sup>64</sup> Bei einer kleinen Größe der Grundgesamtheit, d. h. wenn der endgültige Stichprobenumfang einen großen Teil der Grundgesamtheit repräsentiert (als Faustregel mehr als 10 % der Grundgesamtheit), kann eine genauere Formel verwendet werden:  $n = \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{T^2} / \left(1 + \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{N \cdot T^2}\right)$ .

$$EDR = \frac{\text{\# der Abweichungen in der Stichprobe}}{n}$$

Dies ist zugleich der bestmögliche Schätzwert für die hochgerechnete Abweichungsquote (*EDR*), der aus der Stichprobe abgeleitet werden kann.

#### 7.9.4 Genauigkeit

Genauigkeit (Stichprobenfehler) ist das Maß der mit der Hochrechnung (Extrapolation) verbundenen Unsicherheit. Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE = z \times \frac{p_s \times (1 - p_s)}{\sqrt{n}}$$

Dabei ist  $p_s$  die Zahl der in der Stichprobe festgestellten Abweichungen dividiert durch den Stichprobenumfang, also die Abweichungsquote der Stichprobe.

#### 7.9.5 Bewertung

Die ermittelte obere Abweichungsschwelle ist eine theoretische Zahl, die vom Stichprobenumfang und der Zahl der entdeckten Fehler abhängt:

$$ULD = EDR + SE.$$

Sie stellt die maximale Fehlerquote der Grundgesamtheit bei dem festgelegten Konfidenzniveau dar und ergibt sich aus binomialen Tabellen (so beträgt etwa bei einem Stichprobenumfang von 150 und 3 festgestellten Abweichungen (Abweichungsquote der Stichprobe von 2 %) die maximale Abweichungsquote (oder ermittelte obere Abweichungsschwelle) bei einem Konfidenzniveau von 95 %:

$$ULD = \frac{3}{150} + 1,96 \times \frac{\frac{3}{150} \times (1 - \frac{3}{150})}{\sqrt{150}} = 0,023.$$

Liegt dieser Wert über der zulässigen Abweichungsquote, dann ist die Stichprobe mit der erwarteten Fehlerquote der Grundgesamtheit bei dem gewählten Konfidenzniveau unvereinbar. Die logische Schlussfolgerung ist daher, dass die Grundgesamtheit nicht das festgelegte Kriterium für hohe Sicherheit erfüllt und daher als durchschnittlich oder wenig sicher einzustufen ist. Hinweis: Die Schwellenwerte für niedrige, durchschnittliche und hohe Sicherheit werden von der PB festgelegt.

### **7.9.6 Spezielle Methoden des Attributstichprobenverfahrens**

Das Attributstichprobenverfahren ist ein allgemeines Verfahren. Deshalb wurden für bestimmte Zwecke einige Varianten entwickelt. Hier tragen die Entdeckungstichprobe und das schrittweise Stichprobenverfahren speziellen Erfordernissen Rechnung.

Die Entdeckungstichprobe kommt dann zum Einsatz, wenn ein einziger Fehler kritisch wäre; sie ist daher zum Teil auf die Aufdeckung von Betrugsfällen oder Fällen, in denen Kontrollen umgangen wurden, gerichtet. Bei der auf dem Attributstichprobenverfahren beruhenden Methode wird von einer Nullfehlerquote (oder zumindest einer sehr geringen Fehlerquote) ausgegangen. Sie ist daher für die Hochrechnung etwaiger Fehler in der Stichprobe auf die Grundgesamtheit kaum geeignet. Der Prüfer kann beim Entdeckungstichprobenverfahren anhand der Stichprobe darauf schließen, ob die angenommene geringe Fehlerquote oder Nullfehlerquote für die Grundgesamtheit zutrifft. Das Verfahren eignet sich nicht zur Beurteilung der Sicherheit interner Kontrollen und ist daher nicht auf Systemprüfungen anwendbar.

Das schrittweise Stichprobenverfahren wurde entwickelt, weil es häufig notwendig ist, den Stichprobenumfang so weit wie möglich zu reduzieren. Ziel ist es, durch Prüfung möglichst weniger Elemente zu dem Schluss zu gelangen, dass die Fehlerquote der Grundgesamtheit bei einem gegebenen Konfidenzniveau unter einem festgelegten Schwellenwert liegt. Sobald das erwartete Ergebnis erreicht wurde, wird das Stichprobenverfahren abgebrochen. Auch dieses Verfahren ist für die Hochrechnung der Ergebnisse auf die Grundgesamtheit kaum geeignet, wenngleich es für die Beurteilung der Schlussfolgerungen einer Systemprüfung von Nutzen sein kann. So kann es etwa angewandt werden, wenn das Ergebnis einer Systemprüfung bezweifelt wird und überprüft werden muss, ob das Kriterium für das gegebene Sicherheitsniveau tatsächlich erfüllt wird.

## **7.10 Angemessene Kontrollvereinbarungen im Programmplanungszeitraum 2014-2020 – Auswirkungen auf das Stichprobenverfahren**

### **7.10.1 Einschränkungen für die Stichprobenauswahl gemäß Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung**

Die angemessenen Kontrollvereinbarungen gemäß Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung sollten den Verwaltungsaufwand der Begünstigten verringern und vermeiden, dass sie mehrmals durch verschiedene Stellen und manchmal sogar hinsichtlich derselben Ausgabe geprüft werden. Diese Vereinbarungen sind unten zusammengefasst und haben Auswirkungen auf die Arbeit der PB:

a) Bei Vorhaben, für die die gesamten förderfähigen Ausgaben nicht mehr als **100 000 EUR (EMFF), 150 000 EUR (ESF) oder 200 000 EUR (EFRE und Kohäsionsfonds)** betragen, kann vor der Einreichung der Rechnungslegung für das Jahr, in dem das Vorhaben abgeschlossen wurde, lediglich eine Prüfung durch entweder die Prüfbehörde oder die Kommission durchgeführt werden.

b) Bei Vorhaben, bei denen die gesamten förderfähigen Ausgaben mehr als **100 000 EUR (EMFF), 150 000 EUR (ESF) oder 200 000 EUR (EFRE und Kohäsionsfonds)** betragen, kann vor der Einreichung der Rechnungslegung für das Jahr, in dem das Vorhaben abgeschlossen wurde, eine Prüfung pro Geschäftsjahr durch entweder die Prüfbehörde oder die Kommission durchgeführt werden.

c) Falls in einem Jahr bereits eine Prüfung durch den Europäischen Rechnungshof stattgefunden hat, braucht in diesem Jahr keine Prüfung durch die PB oder die Kommission mehr erfolgen, vorausgesetzt, die Ergebnisse der vom Europäischen Rechnungshof für solche Vorhaben durchgeführten Prüfung können von der Prüfbehörde oder der Kommission zur Erfüllung ihrer jeweiligen Aufgaben verwendet werden.

Um zu entscheiden, ob dieser Artikel Anwendung findet, muss die Bewertung des Niveaus der „gesamten förderfähigen Ausgaben für ein Vorhaben“ auf der Grundlage des Betrags aus der Vereinbarung über die Gewährung von Finanzhilfen erfolgen, da der exakte Betrag, der während der Programmplanungszeiträume geltend gemacht werden wird, nicht im Voraus bekannt ist.

Artikel 148 Absatz 4 der Dachverordnung sieht vor, dass die PB und die Kommission die Vorhaben, die den oben genannten Bedingungen unterliegen, dennoch prüfen kann (für den Fall, dass eine Risikobewertung oder eine Prüfung durch den Europäischen Rechnungshof ein spezifisches Risiko einer Unregelmäßigkeit oder eines Betrugs ergeben hat oder für den Fall, dass Belege für ernsthafte Mängel an der effektiven Funktionsweise des Verwaltungs- und Kontrollsystems des betreffenden operationellen Programms während des in Artikel 140 Absatz 1 bezeichneten Zeitraums vorliegen). **Insbesondere bedeutet dies für die PB, dass die Bestimmungen gemäß Artikel 148 Absatz 1 im Falle von risikobasierten ergänzenden Prüfstichproben keine Anwendung finden.**

Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung stellt einige praktische Herausforderungen für die Arbeit der PB vor, nämlich in Bezug auf die für die Auswahl der Stichprobe zu wählende Strategie, wobei die allgemeine in Artikel 127 Absatz 1 der Dachverordnung festgelegte Regel zu berücksichtigen ist. Die Bestimmung legt fest, dass die PB sicherstellen muss, dass Prüfungen „anhand geeigneter Stichproben auf der Grundlage der erklärten Ausgaben“ erfolgen und, bei Anwendung eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens, ein ausreichend großer Stichprobenumfang gewählt wird, um



der PB die Ausarbeitung eines gültigen Bestätigungsvermerks zu ermöglichen. Abschnitt 7.10.2 unten bietet Erläuterungen hinsichtlich der Anpassungen, die gemäß den Vereinbarungen aus Artikel 148 an der Stichprobenmethodik vorgenommen werden müssen.

Die PB könnte ihre Prüfung in Bezug auf ein Geschäftsjahr entweder nach dem Geschäftsjahr im Rahmen eines Stichprobenverfahrens für einen Zeitraum durchführen oder in Stufen im Rahmen eines Stichprobenplans für zwei oder mehr Zeiträume.

Im Kontext eines Stichprobenverfahrens für einen Zeitraum bedeutet der Umstand, dass die PB (oder die EG) in einem Jahr Vorhaben unter dem oben genannten Schwellenwert prüft, dass diese Vorhaben von der PB nicht in den folgenden Jahren vor Einreichung der Rechnungslegung für das Geschäftsjahr, in dem das Vorhaben abgeschlossen wurde, geprüft werden können, es sei denn Artikel 148 Absatz 4 der Dachverordnung gilt.

Im Kontext eines Stichprobenverfahrens für mehrere Zeiträume in Bezug auf ein Geschäftsjahr und wenn die Ausgaben für dasselbe Vorhaben mehr als einmal für dieses Jahr ausgewählt wurden, kann die PB erwägen, die Prüfung eines einzelnen Vorhabens in zwei (oder mehr) Stufen durchzuführen. Dies bedeutet, dass die PB ein Vorhaben, das in einem Stichprobenzeitraum des Geschäftsjahres ausgewählt worden ist, in der Grundgesamtheit, aus der in den folgenden Stichprobenzeiträumen desselben Geschäftsjahres Stichproben gezogen werden sollen, einbehalten würde. In diesem Fall finden Ersetzung oder Ausschluss von Vorhaben keine Anwendung, da es nur eine einzige Prüfung gibt, deren Arbeitsvolumen über verschiedene Zeitpunkte desselben Jahres verteilt wird. Da die PB nach der Auswahl der Stichprobe für den ersten Stichprobenzeitraum nicht vorhersagen kann, ob die ausgewählten Vorhaben für eine Prüfung der Ausgaben oder einen anderen Stichprobenzeitraum dieses Geschäftsjahres ausgewählt werden, wird der PB empfohlen, die betreffenden Begünstigten darüber zu informieren, dass ihre Vorhaben für eine Prüfung im entsprechenden Geschäftsjahr ausgewählt worden sind und es möglich ist, dass das Vorhaben in verschiedenen Phasen geprüft wird. Dafür muss eine Erläuterung in einem Brief an die Verwaltungsbehörde/den Begünstigten ankündigen, dass das Vorhaben für eine Prüfung ausgewählt worden ist<sup>65</sup>.

---

<sup>65</sup> Den PB wird folgender (oder ein ähnlicher) Text in den Briefen zur Ankündigung einer Prüfung im Rahmen eines Stichprobenplans für zwei oder mehr Zeiträume empfohlen. „Ihr Vorhaben ist im Zusammenhang mit den durch die nationalen Behörden im Geschäftsjahr Juli 20xx bis Juni 20xx bei der Europäischen Kommission geltend gemachten Ausgaben für eine Prüfung durch die Prüfbehörde des Programms ausgewählt worden. Sie werden darüber informiert, dass sich diese Prüfung in den nächsten Monaten über mehr als eine Prüfphase erstrecken kann. Sie werden zu einem späteren Zeitpunkt darüber informiert, ob die Prüfung sich auf für das erste Halbjahr (*anderer Stichprobenzeitraum*) geltend gemachte Ausgaben beschränkt oder auch Ausgaben umfassen wird, die sich auf das zweite Halbjahr (*anderer Stichprobenzeitraum*) beziehen.“

Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung legt fest, dass in Bezug auf Vorhaben, die die relevanten Schwellenwerte überschreiten, pro Geschäftsjahr eine Prüfung durchgeführt werden kann. Diese Anforderung wird so ausgelegt, dass „eine Prüfung“ sich auf die geltend gemachten Ausgaben innerhalb eines Geschäftsjahres bezieht und nicht als eine Prüfung im Zeitraum eines Geschäftsjahres.

Um dem Begünstigten den Verwaltungsaufwand für mehr als einen Besuch vor Ort für dasselbe Vorhaben zu ersparen, kann die PB entscheiden, die nachfolgenden Phasen der Prüfung im Anschluss an die ersten Überprüfungen auf Ebene der Verwaltungsbehörde/Zwischengeschalteten Stelle fortzuführen, sofern die Begleitunterlagen durch die bei diesen Stellen einbehaltenen Akten überprüft werden können.

#### Durch den Europäischen Rechnungshof geprüfte Vorhaben:

Zusätzlich zu den ersten beiden in Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung festgelegten Bedingungen, legt diese Bestimmung weiterhin fest, dass die PB keine Prüfung an einem Vorhaben durchführen kann, das im selben Jahr durch den Europäischen Rechnungshof geprüft worden ist; die PB kann die durch diese Einrichtung gezogenen Schlussfolgerungen verwenden.

Die Bestimmung birgt auch praktische Herausforderungen für die PB, insbesondere, wenn die Schlussfolgerungen des Europäischen Rechnungshofs zur Prüfung der ausgewählten Vorhaben nicht rechtzeitig zur Verfügung stehen, damit die PB diese Schlussfolgerungen bewerten und entscheiden kann, ob sie für die Zwecke eines Bestätigungsvermerks der PB verwendet werden können. Außerdem kann es vorkommen, dass die Schlussfolgerungen des Europäischen Rechnungshofs sich auf einen anderen Bezugszeitraum der geltend gemachten Ausgaben beziehen als den, für den die PB einen Bestätigungsvermerk ausarbeiten muss, was bedeutet, dass die Schlussfolgerungen des Europäischen Rechnungshofs von der PB nicht zu diesem Zweck benutzt werden können.

Falls aber die Schlussfolgerungen des Europäischen Rechnungshofs zur Prüfung des von der PB ausgewählten Vorhabens rechtzeitig vorliegen, sodass die PB den entsprechenden Bestätigungsvermerk erarbeiten kann, so verwendet die PB zur Ermittlung des Fehlers für dieses Vorhaben die Ergebnisse der Prüftätigkeiten des Europäischen Rechnungshofs, sofern sie mit den Schlussfolgerungen übereinstimmt und ohne dass sie das Prüfverfahren erneut durchführen muss.

#### **7.10.2 Stichprobenmethodik im Rahmen angemessener Kontrollvereinbarungen**

##### Stichprobenauswahl

Artikel 28 Absatz 8 der Dachverordnung legt fest: *„Wenn die Bedingungen für eine angemessene Kontrolle gemäß Artikel 148 Absatz 1 der Verordnung (EU) Nr. 1303/2013 zur Anwendung kommen, kann die Prüfbehörde die in dem genannten*

*Artikel genannten Einheiten von der Grundgesamtheit ausschließen, aus der die Stichprobe gezogen werden soll. Falls das betreffende Vorhaben bereits für die Stichprobe ausgewählt wurde, ersetzt die Prüfbehörde es durch eine geeignete Zufallsauswahl.“*

Wie aus den Bestimmungen dieses Artikels folgt, könnte die PB zur Auswahl der Stichprobe entweder die ursprüngliche positive Grundgesamtheit der geltend gemachten Ausgaben heranziehen oder eine reduzierte Grundgesamtheit, d. h. eine Grundgesamtheit aus der Stichprobeneinheiten, die Artikel 148 der Dachverordnung unterliegen, ausgeschlossen werden.

Im Falle von Ersetzungen der Vorhaben/sonstiger betreffender Stichprobeneinheiten sollten diese Stichprobeneinheiten in der Stichprobe ersetzt werden, indem eine zusätzliche Stichprobe ausgewählt wird, deren Umfang den ersetzten Vorhaben entspricht. Die „Ersatzeinheiten“ sollten mittels der gleichen Methodik ausgewählt werden, die für die ursprüngliche Stichprobe angewandt wurde. Insbesondere im Rahmen von PPS-Methoden (d. h. MUS und nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS) sollte die Auswahl der zusätzlichen Stichprobeneinheiten mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe erfolgen. Beispiele für eine Auswahl sind in Abschnitt 7.10.3.1 enthalten.

Sowohl im Falle einer Ersetzung als auch eines Ausschlusses wird der Stichprobenumfang auf der Grundlage der Parameter der Grundgesamtheit berechnet (wie z. B. Buchwert, Anzahl der Stichprobeneinheiten), die der ursprünglichen Grundgesamtheit entsprechen (d. h. der Gesamtheit einschließlich Vorhaben/sonstigen Stichprobeneinheiten, die unter Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung fallen). Die entsprechenden Standardformeln zu Berechnung des Stichprobenumfangs finden Anwendung (in Abschnitt 6 der Leitlinien dargestellt).

Die Entscheidung entweder einen Ausschluss oder eine Ersetzung von Stichprobeneinheiten vorzunehmen, sollte von der PB nach ihrem fachlichen Urteil getroffen werden. Möglicherweise findet die PB es praktischer, eine Ersetzung von Vorhaben bei Grundgesamtheiten mit einer geringen Anzahl an Stichprobeneinheiten (einfaches Zufallsstichprobenverfahren) oder einem kleinen unter Artikel 148 fallenden Ausgabenanteil (MUS) durchzuführen, da die Wahrscheinlichkeit, dass solche Einheiten (und verbundene technische Auswirkungen der Ersetzung) ausgewählt werden, gering ist. Dahingegen würde eine Ersetzung bei Grundgesamtheiten mit einer großen von Artikel 148 berührten Anzahl von Stichprobeneinheiten/Ausgaben häufiger vorkommen und manchmal mehrfach wiederholt werden müssen. Daher könnte die PB es in solchen Fällen für praktischer halten, die unter Artikel 148 der Dachverordnung fallenden Einheiten der Grundgesamtheit aus der zu beprobenden Grundgesamtheit auszuschließen, um so die Ersetzung der Stichprobeneinheiten zu vermeiden.

## Hochrechnung von Fehlern

Wie aus Artikel 127 Absatz 1 der Dachverordnung hervorgeht, muss die PB einen Bestätigungsvermerk über die insgesamt geltend gemachten Ausgaben erarbeiten. Selbst wenn die Grundgesamtheit, aus der die Stichprobe gezogen worden ist, den geltend gemachten Ausgaben abzüglich der Ausgaben in Bezug auf die Artikel 148 unterliegenden Ausgaben entspricht, muss der Gesamtfehler daher trotzdem für die geltend gemachten Ausgaben berechnet werden, um einen Bestätigungsvermerk über diese Ausgaben zu erstellen.

Dies kann auf zwei verschiedenen Wegen erfolgen. Erstens entsprechen der Stichprobenumfang  $N_{(h)}$  und der Buchwert der Grundgesamtheit  $BV_{(h)}$  in den Hochrechnungsformeln der ursprünglichen Grundgesamtheit (d. h. die Grundgesamtheit einschließlich der von Artikel 148 berührten Stichprobeneinheiten). In diesem Fall erfolgt die Hochrechnung des Fehlers auf die ursprüngliche Grundgesamtheit (nach Schicht) und es ist keine weitere Maßnahme erforderlich. Dieser Ansatz wird insbesondere im Falle einer Ersetzung von Vorhaben/anderer Stichprobeneinheiten empfohlen.

Alternativ kann dies auch auf zwei Stufen erfolgen: Erstens sind der Stichprobenumfang  $N_{(h)}$  und der Buchwert der Grundgesamtheit  $BV_{(h)}$  in den Hochrechnungsformeln mit der reduzierten Grundgesamtheit verbunden (d. h. nach Abzug der von Artikel 148 der Dachverordnung berührten Einheiten der Grundgesamtheit). Nachdem so der Fehler hochgerechnet wurde, würde dieser prognostizierte Fehler multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen den geltend gemachten Ausgaben in der ursprünglichen Grundgesamtheit und den in der reduzierten Grundgesamtheit geltend gemachten Ausgaben  $\frac{BV_{(h)} \text{ ursprüngliche Grundgesamtheit}}{BV_{(h)} \text{ reduzierte Grundgesamtheit}}$ , um so den prognostizierten Gesamtfehler der ursprünglichen Grundgesamtheit zu errechnen (typischerweise durch das MUS und ein einfaches Zufallsstichprobenverfahren mit Verhältnisschätzung). Diese Hochrechnung aus der reduzierten auf die ursprüngliche Grundgesamtheit kann auch erfolgen, indem der Fehler der reduzierten Grundgesamtheit multipliziert wird mit dem Verhältnis zwischen der Größe der ursprünglichen Grundgesamtheit und der Größe der reduzierten Grundgesamtheit  $\frac{N_{(h)} \text{ ursprüngliche Grundgesamtheit}}{N_{(h)} \text{ reduzierte Grundgesamtheit}}$  (typischerweise durch ein einfaches Zufallsstichprobenverfahren mit Schätzung des Mittelwerts pro Einheit). Dieses auf zwei Stufen durchgeführte Verfahren ist insbesondere im Falle eines Ausschlusses von Vorhaben/anderen Stichprobeneinheiten ein empfehlenswerter Ansatz.

In ähnlicher Weise könnte die Genauigkeit auch entweder in Bezug auf die ursprüngliche Grundgesamtheit  $SE_{(h)} \text{ ursprünglich}$  oder die reduzierte Grundgesamtheit  $SE_{(h)} \text{ reduziert}$  berechnet werden (siehe jedoch einige Einschränkungen in der Tabelle unten). Falls die Genauigkeit für reduzierte Grundgesamtheit berechnet wird, sollte sie auf der nächsten Stufe angepasst werden, um die ursprüngliche Grundgesamtheit zu spiegeln.

Ähnlich wie bei der Hochrechnung des Fehlers wird diese Anpassung vorgenommen, indem die Genauigkeit für reduzierte Grundgesamtheit multipliziert wird mit dem Verhältnis  $\frac{BV_{(h)} \text{ ursprüngliche Grundgesamtheit}}{BV_{(h)} \text{ reduzierte Grundgesamtheit}}$  (im Falle von MUS oder eines einfachen Zufallsstichprobenverfahrens) oder mit dem Verhältnis  $\frac{N_{(h)} \text{ ursprüngliche Grundgesamtheit}}{N_{(h)} \text{ reduzierte Grundgesamtheit}}$  (im Falle eines einfachen Zufallsstichprobenverfahrens mit Schätzung des Mittelwerts pro Einheit).

Es ist nicht möglich, eine Methodik zu ermitteln, die immer besser geeignet ist als eine andere (z. B. Hochrechnung und Berechnung der Genauigkeit in Bezug auf die ursprüngliche oder die reduzierte Grundgesamtheit), da einige Stichprobenverfahren zu technischen Einschränkungen in dieser Hinsicht führen könnten.

Die Tabellen unten enthalten eine Zusammenfassung der Ansätze zur Auswahl der Stichprobe, Hochrechnung von Fehlern und Berechnung der Genauigkeit der Stichprobe, unter den durch die Grundsätze der angemessenen Kontrollvereinbarungen auferlegten Einschränkungen.

a) einen MUS-Standardansatz

<b>Stichprobenverfahren</b>	<b>MUS-Standardansatz: Ausschluss von Stichprobeneinheiten</b>	<b>MUS-Standardansatz: Ersetzung von Stichprobeneinheiten</b>
<i>Parameter zur Berechnung des Stichprobenumfangs</i>	Entspricht der ursprünglichen Grundgesamtheit.	Entspricht der ursprünglichen Grundgesamtheit.
<i>Grundgesamtheit zur Stichprobenauswahl</i>	Reduzierte Grundgesamtheit	Ursprüngliche Grundgesamtheit
<i>Empfohlener Ansatz zur Hochrechnung des Fehlers und Berechnung der Genauigkeit</i>	<p>Hochrechnung des Fehlers und Berechnung der Genauigkeit für die reduzierte Grundgesamtheit; Anpassung auf der nächsten Stufe, um die ursprüngliche Grundgesamtheit zu spiegeln.</p> <p>Die Anpassung kann durchgeführt werden, indem der prognostizierte Fehler und die Genauigkeit multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen den Ausgaben <math>BV_{(h)} \text{ ursprünglich}</math> der ursprünglichen Grundgesamtheit und den Ausgaben <math>BV_{(h)} \text{ reduziert}</math> der reduzierten Grundgesamtheit.</p> <p>Falls Einheiten der hochwertigen Schicht von Artikel 148 berührt werden (oder einer anderen umfassenden Schicht), könnte es erforderlich sein, den Fehler für die hochwertige Schicht zu berechnen und auf die Einheiten, die in dieser Schicht nicht geprüft wurden, hochzurechnen, und zwar mittels der Formel <math>EE_e = EE_e \text{ reduziert} \times \frac{BV_e \text{ ursprünglich}}{BV_e \text{ reduziert}}</math> (wobei <math>EE_e \text{ reduziert}</math> den Fehlerbetrag in den</p>	<p>Hochrechnung des Fehlers und Berechnung der Genauigkeit für die ursprüngliche Grundgesamtheit.</p> <p>Die Einheiten der hochwertigen Schicht (oder Einheiten einer anderen umfassenden Schicht), die aufgrund der Bestimmungen aus Artikel 148 vom Prüfverfahren ausgeschlossen sind, sollten durch die Stichprobeneinheiten aus der niedrigwertigen Schicht ersetzt werden. In diesem Fall könnte es erforderlich sein, den Fehler für die hochwertige Schicht zu berechnen und auf die Einheiten, die in dieser Schicht nicht geprüft wurden, hochzurechnen, und zwar mittels der Formel <math>EE_e = EE_e \text{ reduziert} \times \frac{BV_e \text{ ursprünglich}}{BV_e \text{ reduziert}}</math> (wobei <math>EE_e \text{ reduziert}</math> den Fehlerbetrag in den geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht bezeichnet, <math>BV_e \text{ ursprünglich}</math> sich auf den Buchwert</p>

	geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht bezeichnet, $BV_{e\text{ursprünglich}}$ sich auf den Buchwert der ursprünglichen hochwertigen Schicht bezieht und $BV_{e\text{reduziert}}$ sich auf den Buchwert der geprüften Einheiten in der hochwertigen Schicht.)	der ursprünglichen hochwertigen Schicht bezieht und $BV_{e\text{reduziert}}$ sich auf den Buchwert der geprüften Einheiten in der hochwertigen Schicht.)
--	--	--

b) Vorsichtiger MUS-Ansatz

<b>Stichprobenverfahren</b>	<b>Vorsichtiger MUS-Ansatz: Ausschluss von Stichprobeneinheiten</b>	<b>Vorsichtiger MUS-Ansatz: Ersetzung von Stichprobeneinheiten</b>
<i>Parameter zur Berechnung des Stichprobenumfangs</i>	n. z. (Stichprobenumfang bleibt gleich, unabhängig davon, ob er mit den Parametern der ursprünglichen oder reduzierten Grundgesamtheit berechnet wird)	n. z. (Stichprobenumfang bleibt gleich, unabhängig davon, ob er mit den Parametern der ursprünglichen oder reduzierten Grundgesamtheit berechnet wird)
<i>Grundgesamtheit zur Stichprobenauswahl</i>	Reduzierte Grundgesamtheit	Ursprüngliche Grundgesamtheit
<i>Empfohlener Ansatz zur Hochrechnung des Fehlers und Berechnung der Genauigkeit</i>	<p>Hochrechnung des Fehlers und Berechnung der Genauigkeit für die reduzierte Grundgesamtheit; Anpassung auf der nächsten Stufe, um die ursprüngliche Grundgesamtheit zu spiegeln.</p> <p>Die Anpassung kann durchgeführt werden, indem der prognostizierte Fehler und die Genauigkeit multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen den Ausgaben <math>BV_{(h)\text{ursprünglich}}</math> der ursprünglichen Grundgesamtheit und den Ausgaben <math>BV_{(h)\text{reduziert}}</math> der reduzierten Grundgesamtheit.</p> <p>Falls Einheiten der hochwertigen Schicht von Artikel 148 berührt werden, könnte es erforderlich sein, den Fehler für die hochwertige Schicht zu berechnen und auf die Einheiten, die in dieser Schicht nicht geprüft wurden, hochzurechnen, und zwar mittels der Formel <math>EE_e = EE_{e\text{reduziert}} \times \frac{BV_{e\text{ursprünglich}}}{BV_{e\text{reduziert}}}</math> (wobei <math>EE_{e\text{reduziert}}</math> den Fehlerbetrag in den geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht bezeichnet, <math>BV_{e\text{ursprünglich}}</math> sich auf den Buchwert der ursprünglichen hochwertigen Schicht bezieht und <math>BV_{e\text{reduziert}}</math> sich auf den Buchwert der geprüften Einheiten in der hochwertigen Schicht.)</p>	<p>Angesichts der technischen Probleme im Zusammenhang mit der Hochrechnung des Fehlers und der Berechnung der Genauigkeit im Falle einer Ersetzung der Stichprobeneinheiten beim vorsichtigen MUS-Ansatz wird empfohlen, einen Ausschluss der Stichprobeneinheiten vorzunehmen, falls ein vorsichtiger MUS-Ansatz angewandt wird<sup>66</sup>.</p>

<sup>66</sup> Falls die PB entschieden hat, beim vorsichtiger MUS-Ansatz eine Ersetzung vorzunehmen, kann zur Ermittlung der spezifischen anzuwendenden Formeln sowie für technische Informationen in Bezug auf die Auswahl und Hochrechnung der Stichprobe um den Rat der Kommission ersucht werden.

c) Einfaches Zufallsstichprobenverfahren

<b>Stichprobenverfahren</b>	<b>Einfaches Zufallsstichprobenverfahren: Ausschluss von Stichprobeneinheiten</b>	<b>Einfaches Zufallsstichprobenverfahren: Ersetzung von Stichprobeneinheiten</b>
<i>Parameter zur Berechnung des Stichprobenumfangs</i>	Entspricht der ursprünglichen Grundgesamtheit.	Entspricht der ursprünglichen Grundgesamtheit.
<i>Grundgesamtheit zur Stichprobenauswahl</i>	Reduzierte Grundgesamtheit	Ursprüngliche Grundgesamtheit
<i>Empfohlener Ansatz zur Hochrechnung des Fehlers und Berechnung der Genauigkeit</i>	<p>Hochrechnung des Fehlers und Berechnung der Genauigkeit für die reduzierte Grundgesamtheit; Anpassung auf der nächsten Stufe, um die ursprüngliche Grundgesamtheit zu spiegeln.</p> <p>Bei Anwendung der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit kann die Anpassung durchgeführt werden, indem der prognostizierte Fehler und die Genauigkeit multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen dem Stichprobenumfang <math>N_{(h)}</math> ursprünglich der ursprünglichen Grundgesamtheit und dem Stichprobenumfang <math>N_{(h)}</math> reduziert der reduzierten Grundgesamtheit.</p> <p>Bei Anwendung der Verhältnisschätzung, kann die Anpassung durchgeführt werden, indem der prognostizierte Fehler und die Genauigkeit multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen den Ausgaben <math>BV_{(h)}</math> ursprünglich der ursprünglichen Grundgesamtheit und den Ausgaben <math>BV_{(h)}</math> reduziert der reduzierten Grundgesamtheit.</p> <p>Die Hochrechnung des Fehlers kann sowohl durch Verhältnisschätzung als auch durch Schätzung des Mittelwerts pro Einheit direkt für die ursprüngliche Grundgesamtheit durchgeführt werden.</p> <p>Im Falle einer Verhältnisschätzung sollte die Genauigkeit nicht direkt für die ursprüngliche Grundgesamtheit berechnet werden; dies ist nur für die Schätzung des Mittelwerts pro Einheit möglich. Die bei der Verhältnisschätzung für die reduzierte Grundgesamtheit berechnete Genauigkeit sollte für die ursprüngliche Grundgesamtheit angepasst werden, indem die Genauigkeit der reduzierten Grundgesamtheit multipliziert wird mit dem Verhältnis <math>\frac{BV_{(h)} \text{ ursprüngliche Grundgesamtheit}}{BV_{(h)} \text{ reduzierte Grundgesamtheit}}</math>.</p> <p>Falls Einheiten der hochwertigen Schicht (oder</p>	<p>Die Hochrechnung des Fehlers auf die ursprüngliche Grundgesamtheit (sowohl im Falle einer Verhältnisschätzung als auch einer Schätzung des Mittelwerts pro Einheit).</p> <p>Im Falle einer Schätzung des Mittelwerts pro Einheit wird die Genauigkeit für die ursprüngliche Grundgesamtheit berechnet. Im Falle einer Verhältnisschätzung muss die Genauigkeit für die reduzierte Grundgesamtheit berechnet werden (Grundgesamtheit, von der alle von Artikel 148 berührten Stichprobeneinheiten abgezogen wurden). Danach sollte sie auf der nächsten Stufe angepasst werden, um die ursprüngliche Grundgesamtheit zu spiegeln. Dies kann durchgeführt werden, indem die Genauigkeit der reduzierten Grundgesamtheit multipliziert wird mit dem Verhältnis zwischen den Ausgaben <math>BV_{(h)}</math> ursprünglich der ursprünglichen Grundgesamtheit und den Ausgaben <math>BV_{(h)}</math> reduziert der reduzierten Grundgesamtheit. Es ist auch zu beachten, dass selbst, wenn die PB keine von Artikel 148 berührten Stichprobeneinheiten in ihrer Stichprobe ausgewählt hat, die Genauigkeit im Falle einer Verhältnisschätzung dennoch für die reduzierte Grundgesamtheit berechnet werden und anschließend mittels der oben genannten Formel angepasst werden muss.</p> <p>Falls Einheiten der hochwertigen Schicht (oder einer anderen umfassenden Schicht) von Artikel 148 berührt werden, könnte es erforderlich sein, einen Fehler für die hochwertige Schicht zu berechnen und diesen Fehler</p>

<b>Stichprobenverfahren</b>	<b>Einfaches Zufallsstichprobenverfahren: Ausschluss von Stichprobeneinheiten</b>	<b>Einfaches Zufallsstichprobenverfahren: Ersetzung von Stichprobeneinheiten</b>
	<p>einer anderen umfassenden Schicht) von Artikel 148 berührt werden, könnte es erforderlich sein, einen Fehler für die hochwertige Schicht zu berechnen und diesen Fehler auf die Einheiten, die in dieser Schicht nicht geprüft wurden, hochzurechnen. Bei einer Verhältnisschätzung würde dies mittels der Formel <math>EE_e = EE_{e \text{ reduziert}} \times \frac{BV_{e \text{ ursprünglich}}}{BV_{e \text{ reduziert}}}</math> durchgeführt werden, wobei <math>EE_{e \text{ reduziert}}</math> den Fehlerbetrag der geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht bezeichnet, <math>BV_{e \text{ ursprünglich}}</math> sich auf den Buchwert der ursprünglichen hochwertigen Schicht bezieht und <math>BV_{e \text{ reduziert}}</math> den Buchwert der geprüften Einheiten der hochwertigen Schicht ausdrückt. Bei einer Schätzung des Mittelwerts pro Einheit würde dies mittels der Formel <math>EE_e = EE_{e \text{ reduziert}} \times \frac{N_{e \text{ ursprünglich}}}{N_{e \text{ reduziert}}}</math> durchgeführt werden, wobei <math>EE_{e \text{ reduziert}}</math> den Fehlerbetrag der geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht bezeichnet, <math>N_{e \text{ ursprünglich}}</math> sich auf die Anzahl der Stichprobeneinheiten der ursprünglichen hochwertigen Schicht bezieht und <math>N_{e \text{ reduziert}}</math> die Anzahl der geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht darstellt.</p>	<p>auf die Einheiten, die in dieser Schicht nicht geprüft wurden, hochzurechnen. Bei einer Verhältnisschätzung würde dies mittels der Formel <math>EE_e = EE_{e \text{ reduziert}} \times \frac{BV_{e \text{ ursprünglich}}}{BV_{e \text{ reduziert}}}</math> durchgeführt werden, wobei <math>EE_{e \text{ reduziert}}</math> den Fehlerbetrag der geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht bezeichnet, <math>BV_{e \text{ ursprünglich}}</math> sich auf den Buchwert der ursprünglichen hochwertigen Schicht bezieht und <math>BV_{e \text{ reduziert}}</math> den Buchwert der geprüften Einheiten der hochwertigen Schicht darstellt. Bei einer Schätzung des Mittelwerts pro Einheit würde dies mittels der Formel <math>EE_e = EE_{e \text{ reduziert}} \times \frac{N_{e \text{ ursprünglich}}}{N_{e \text{ reduziert}}}</math> durchgeführt werden, wobei <math>EE_{e \text{ reduziert}}</math> den Fehlerbetrag der geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht bezeichnet, <math>N_{e \text{ ursprünglich}}</math> sich auf die Anzahl der Stichprobeneinheiten der ursprünglichen hochwertigen Schicht bezieht und <math>N_{e \text{ reduziert}}</math> die Anzahl der geprüften Stichprobeneinheiten der hochwertigen Schicht darstellt.</p>

### 7.10.3 Beispiele

#### 7.10.3.1 Beispiele einer Ersetzung von Stichprobeneinheiten bei PPS-Methoden (MUS und nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS)

Wie im Abschnitt oben erläutert, sollten die Stichprobeneinheiten, die Artikel 148 unterliegen, bei PPS-Methoden (MUS und nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS) durch eine Auswahl neuer Einheiten mit Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe ersetzt werden.

Es ist zu beachten, dass das Verfahren zur Auswahl der neuen Stichprobeneinheiten im nichtstatistischen Stichprobenverfahren mit PPS dasselbe ist wie beim MUS-Standardansatz und übliche Beispiele daher die Ersetzung von Stichprobeneinheiten in diesen beiden Methoden veranschaulichen. Die zwei unten dargestellten Beispiele veranschaulichen jeweils:



- a) Ersetzung von Stichprobeneinheiten in einer niedrigwertigen Schicht im Falle des MUS-Standardansatzes und nichtstatistischen Stichprobenverfahrens mit PPS
- b) Ersetzung von Stichprobeneinheiten in einer hochwertigen Schicht im Falle des MUS-Standardansatzes und eines nichtstatistischen Stichprobenverfahrens mit PPS

a) *Ersetzung von Stichprobeneinheiten in einer niedrigwertigen Schicht – MUS-Standardansatz und nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS*

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Bezugszeitraum für Vorhaben in einem Programm geltend gemacht wurden.

Die Grundgesamtheit ist in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Der Stichprobenumfang beträgt 30 Vorhaben (für den MUS-Standardansatz auf der Grundlage der entsprechenden Stichprobenparameter berechnet oder empfohlene Erfassung von Vorhaben für die nichtstatistische PPS-Auswahl auf der Grundlage des Sicherheitsniveaus aus den Systemprüfungen). Die hochwertige Schicht umfasst 8 Vorhaben über dem Schwellenwert von 139 996 067,47 und hat einen Gesamtwert von 1 987 446 254 EUR. Entsprechend beläuft das Stichprobenintervall sich auf 100 565 262 EUR:

$$\text{Stichprobenintervall (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4\,199\,882\,024 - 1\,987\,446\,254}{22 \text{ (d. h. } 30 - 8)} = 100\,565\,262$$

Der Wert der 22 durch die PB aus der niedrigwertigen Schicht ausgewählten Vorhaben beläuft sich bei Anwendung des obigen Intervalls auf 65 550 000 EUR. Diese Stichprobe umfasst zwei durch Dienststellen der EG geprüfte Vorhaben mit bei der EG geltend gemachten Ausgaben von 950 000 EUR. Die Vorhaben werden im Hinblick auf die Bestimmungen aus Artikel 148 durch Auswahl einer Ersatzeinheit mittels Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe ersetzt.

Die neuen Stichprobeneinheiten sollten mithilfe des Intervalls von 1 073 442 885 EUR aus der verbleibenden Grundgesamtheit der niedrigwertigen Schicht ausgewählt werden, d. h. aus einer Datei mit 3822 Stichprobeneinheiten (3852 Vorhaben in der Grundgesamtheit minus 30 ursprünglich ausgewählte Vorhaben)<sup>67</sup>.

<sup>67</sup> Die PB könnte auch entscheiden, alle anderen von Artikel 148 berührten Stichprobeneinheiten aus der Datei zu entfernen und die neuen Stichprobeneinheiten nur aus der Grundgesamtheit der niedrigwertigen Schicht, die nicht von Artikel 148 berührt wird, auszuwählen. Dieses Verfahren würde das Risiko

$$\text{Stichprobenintervall für die Ersetzung (SI')} = \frac{BV_{SI}}{n_{SI}} = \frac{4\,199\,882\,024 - 1\,987\,446\,254 - 65\,550\,000}{2} = 1\,073\,442\,885$$

In der ursprünglichen Stichprobe werden die von Artikel 148 berührten Vorhaben durch 2 neu ausgewählte Vorhaben ersetzt. Die Hochrechnung wird wie üblich unter Verwendung der Parameter der Grundgesamtheit und der Stichprobe,  $BV_s$  und  $n_s$ , durchgeführt, d. h. die Fehler der hochwertigen Schicht werden summiert und die Fehler der niedrigwertigen Schicht werden mittels folgender Formel hochgerechnet:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

wobei  $BV_s = 2\,212\,435\,770 (4,199,882,024 - 1,987,446,254)$  und  $n_s = 22$ .

Angenommen, die Summe der Fehlerquoten über alle Einheiten in der niedrigwertigen Schicht ( $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$ ) beträgt 0,52 und der hochgerechnete Fehler für die niedrigwertige Schicht beläuft sich auf 52 293 936 EUR.

Die Prüfbehörde hat Fehler in der hochwertigen Schicht mit einem Gesamtbetrag von 692 EUR festgestellt. Der prognostizierte Fehler in unserer Grundgesamtheit beläuft sich daher auf 52 294 628 EUR ( $52\,293\,936 + 692$ ), d. h. 1,25 % des Werts der Grundgesamtheit.

Für den Fall, dass ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS angewendet wird, würde die Prüfbehörde zur Bewertung gelangen, dass nicht ausreichend Belege vorhanden sind, um schlusszufolgern, dass die Grundgesamtheit einen erheblichen Fehler enthält. Allerdings kann die erreichte Genauigkeit nicht bestimmt werden, und die Konfidenz der Schlussfolgerung ist unbekannt.

Für den Fall, dass zur Bewertung der oberen Fehlergrenze der MUS-Standardansatz angewendet wird, würde die Prüfbehörde die Genauigkeit mittels folgender Standardformel berechnen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

wobei  $BV_s = 2\,212\,435\,770 (4\,199\,882\,024 - 1\,987\,446\,254)$  und  $n_s = 22$ .

---

vermeiden, dass eine Auswahl aufgrund der Ersetzung mehrfach durchgeführt wird, was erforderlich wäre, wenn die neu ausgewählten Einheiten ebenfalls Artikel 148 unterliegen würden.

b) *Ersetzung von Stichprobeneinheiten in einer hochwertigen Schicht – MUS-Standardansatzes und nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS*

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Bezugszeitraum für Vorhaben in einem Programm geltend gemacht wurden.

Die Grundgesamtheit ist in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Der Stichprobenumfang beträgt 30 Vorhaben (für den MUS-Standardansatz auf der Grundlage der entsprechenden Stichprobenparameter berechnet oder empfohlene Erfassung von Vorhaben für die nichtstatistische PPS-Auswahl auf der Grundlage des Sicherheitsniveaus aus den Systemprüfungen). Die hochwertige Schicht umfasst 8 Vorhaben über dem Schwellenwert von 139 996 067,47 und hat einen Gesamtwert von 1 987 446 254 EUR.

Nach Ermittlung der Vorhaben/Stichprobeneinheiten, die beim MUS-Standardansatz und dem nichtstatistischen Stichprobenverfahren mit PPS zur hochwertigen Schicht gehören, wird empfohlen, dass die PB vor der Auswahl der Stichprobe in der niedrigwertigen Schicht überprüft, ob die hochwertige Schicht Stichprobeneinheiten enthält, die von Artikel 148 berührt werden. In unserem Beispiel enthalten die acht Vorhaben der hochwertigen Schicht ein Vorhaben, das von Artikel 148 berührt wird, der der niedrigwertigen Schicht zuzuteilende Stichprobenumfang beträgt 23 (30 minus 7), wodurch die Prüfung von 30 Vorhaben gewährleistet wird. In einem solchen Falle ist es nicht erforderlich, eine spezifische Auswahl von Stichprobeneinheiten vorzunehmen, um das von Artikel 148 berührte Vorhaben in der hochwertigen Schicht zu ersetzen.

Falls die Prüfbehörde nach der Auswahl der niedrigwertigen Schicht von 22 Vorhaben (30 minus 8) jedoch feststellen würde, dass 1 Vorhaben in der hochwertigen Schicht Artikel 148 unterliegt, müsste die zusätzliche Stichprobeneinheit der niedrigwertigen Schicht zur Ersetzung der Stichprobeneinheit der hochwertigen Schicht mittels Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe ausgewählt werden. (Da keine anderen Einheiten zur Ersetzung in der hochwertigen Schicht zur Verfügung stehen, würde eine Einheit der niedrigwertigen zur Ersetzung ausgewählt werden, um die künstliche Reduktion des Stichprobenumfangs aufgrund dieser Beschränkung zu vermeiden und eine Erfassung von 30 Vorhaben zu gewährleisten).

Ursprünglich hat die PB mithilfe des Intervalls von 100 565 262 EUR 22 Vorhaben mit einem Gesamtbetrag von 65 550 000 EUR aus der niedrigwertigen Schicht ausgewählt:

$$\text{Stichprobenintervall (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4\,199\,882\,024 - 1\,987\,446\,254}{22 \text{ (d. h. } 30 - 8)} = 100\,565\,262$$

Die neue Stichprobeneinheit der niedrigwertigen Schicht zur Ersetzung der Stichprobeneinheit der hochwertigen Schicht sollte mithilfe des Intervalls von 2 146 885 770,00 EUR aus der verbleibenden Grundgesamtheit der niedrigwertigen Schicht ausgewählt werden, d. h. aus einer Datei mit 3822 Stichprobeneinheiten (3852 Vorhaben in der Grundgesamtheit minus 30 ursprünglich ausgewählte Vorhaben)<sup>68</sup>.

$$\text{Stichprobenintervall für die Ersetzung (SI')} = \frac{BV_{SI'}}{n_{SI'}} = \frac{4\,199\,882\,024 - 1\,987\,446\,254 - 65\,550\,000}{1} = 2\,146\,885\,770,00$$

Folglich umfasst unsere Prüfung 7 Vorhaben in der hochwertigen Schicht und 23 Vorhaben in der niedrigwertigen Schicht.

Die Hochrechnung der Fehler in der niedrigwertigen Schicht beruht auf der Standardformel:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

wobei  $BV_s = 2\,212\,435\,770$  ( $4\,199\,882\,024 - 1\,987\,446\,254$ ) und  $n_s = 23$ .

Angenommen, die Summe der Fehlerquoten über alle Einheiten in der niedrigwertigen Schicht ( $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$ ) beträgt 0,52 und der hochgerechnete Fehler für die niedrigwertige Schicht beläuft sich auf 50 020 287 EUR.

Die Prüfbehörde hat in den 7 Vorhaben der hochwertigen Schicht, die geprüft wurden, Fehler mit einem Gesamtbetrag von 420 EUR festgestellt. Der Fehler der hochwertigen Schicht müsste mittels der folgenden Formel berechnet werden:

$$EE_{e \text{ ursprünglich}} = EE_{e \text{ reduziert}} \times \frac{BV_{e \text{ ursprünglich}}}{BV_{e \text{ reduziert}}}$$

Dabei gilt Folgendes:

- $EE_{e \text{ reduziert}}$  bezeichnet den in den Vorhaben der hochwertigen Schicht, die überprüft wurden, festgestellten Fehlerbetrag (ohne die von Artikel 148 berührten Vorhaben),
- $BV_{e \text{ ursprünglich}}$  bezeichnet den Gesamtbuchwert der hochwertigen Schicht einschließlich der von Artikel 148 berührten Vorhaben, und

---

<sup>68</sup> Siehe auch die Fußnote oben mit der Erläuterung, dass die PB entscheiden könnte, die neuen Stichprobeneinheiten nur aus der nicht von Artikel 148 berührten Grundgesamtheit auszuwählen.

- $BV_{e\text{ reduziert}}$  bezeichnet den Buchwert der hochwertigen Schicht ohne die von Artikel 148 berührten Vorhaben.

Angenommen, dass in unserem Beispiel der Betrag 290 309 600 EUR für das von Artikel 148 berührte Vorhaben in der hochwertigen Schicht geltend gemacht wurde, so würde der Fehler in der hochwertigen Schicht sich auf 492 EUR belaufen:

$$EE_{e\text{ ursprünglich}} = 420 \times \frac{1\,987\,446\,254}{1\,697\,136\,654} = 492$$

Dementsprechend würde der hochgerechnete Fehler auf Ebene der Grundgesamtheit 50 020 779 betragen (d. h. 1,19 % des Werts der Grundgesamtheit):

$$EE = 50\,020\,287 + 492 = 50\,020\,779$$

Für den Fall, dass ein nichtstatistisches Stichprobenverfahren mit PPS angewendet wird, würde die Prüfbehörde zur Bewertung gelangen, dass nicht ausreichend Belege vorhanden sind, um schlusszufolgern, dass die Grundgesamtheit einen erheblichen Fehler enthält. Allerdings kann die erreichte Genauigkeit nicht bestimmt werden, und die Konfidenz der Schlussfolgerung ist unbekannt.

Für den Fall, dass zur Bewertung der oberen Fehlergrenze der MUS-Standardansatz angewendet wird, würde die Prüfbehörde die Genauigkeit mittels folgender Standardformel berechnen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

wobei  $BV_s = 2\,212\,435\,770 (4\,199\,882\,024 - 1\,987\,446\,254)$  und  $n_s = 23$ .

### 7.10.3.2 Beispiel eines Ausschlusses von Vorhaben auf der Stufe der Stichprobenauswahl mit MUS-Standardansatz

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von Ausgaben, die gegenüber der Kommission in einem bestimmten Bezugszeitraum für Vorhaben in einem Programm geltend gemacht wurden. Die von der Prüfbehörde durchgeführten Systemprüfungen ergaben ein geringes Sicherheitsniveau. Die Stichprobenerhebung für dieses Programm sollte daher mit einem Konfidenzniveau von 90 % durchgeführt werden.

Die Grundgesamtheit ist in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Summe der Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Es gibt vier Vorhaben, die von den Bestimmungen in Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung berührt werden; der Gesamtwert ihrer Buchwerte beläuft sich auf 12 706 417 EUR. Sie werden aus der zu beprobenden Grundgesamtheit ausgeschlossen.

Der Stichprobenumfang wird wie folgt berechnet:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

wobei  $\sigma_r$  die Standardabweichung der Fehlerquoten ist, der sich aus einer MUS-Stichprobe ergibt, und BV die Gesamtausgaben im Bezugsjahr sind, das die vorherigen Vorhaben enthält. Auf der Grundlage einer Vorabstichprobe von 20 Vorhaben schätzt die PB die Standardabweichung der Fehlerquoten auf 0,0935.

Ausgehend von diesen Schätzwerten für die Standardabweichung der Fehlerquoten, den maximal zulässigen Fehler und den voraussichtlichen Fehler lässt sich der Stichprobenumfang errechnen. Nimmt man einen zulässigen Fehler von 2 % des Gesamtbuchwerts an,  $2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$ , (durch die Verordnung festgelegte Erheblichkeitsschwelle) und eine voraussichtliche Fehlerquote von 0,4 %,  $0,4 \% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$ , so gilt:

$$n = \left( \frac{1,645 \times 4\,199\,882\,024 \times 0,0935}{83\,997\,640 - 16\,799\,528} \right)^2 \approx 93$$

Zunächst sind die hochwertigen Einheiten der Grundgesamtheit (sofern vorhanden) zu ermitteln, die zur hochwertigen Schicht für eine 100 %ige Prüfung gehören werden. Der Schwellenwert zur Bestimmung dieser oberen Schicht entspricht dem Quotienten aus dem Buchwert (BV), ohne die bereits bezeichneten vier Vorhaben (insgesamt 12 706 417 EUR), und dem geplanten Stichprobenumfang (n). Alle Elemente, deren Buchwert größer ist als dieser Schwellenwert (wenn  $BV_i > BV/n$ ), werden der Schicht für die 100 %-Prüfung zugeordnet. In diesem Fall beträgt der Schwellenwert  $4\,187\,175\,607 \div 93 = 45\,023\,394$  EUR.

In eine isolierte Schicht ordnete die Prüfbehörde alle Vorhaben mit einem Buchwert von über 45 023 394 EUR ein, was 6 Vorhaben und 586 837 081 EUR entspricht.

Das Stichprobenintervall für die übrige Grundgesamtheit ist gleich dem Buchwert in der nicht umfassenden Schicht ( $BV_s$ ) (Differenz zwischen dem Gesamtbuchwert, nach Abzug der ausgeschlossenen Vorhaben, und dem Buchwert der 6 Vorhaben der oberen Schicht) dividiert durch die Anzahl der auszuwählenden Vorhaben (93 minus die 6 Vorhaben der oberen Schicht).

$$\text{Stichprobenintervall} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4\,187\,175\,607 - 586\,837\,081}{87} = 41\,383\,201$$

Die PB hat geprüft, dass es keine Vorhaben gab, deren Buchwerten größer als das Intervall ist, daher umfasst die obere Schicht nur die 6 Vorhaben, deren Buchwert größer als dieser Schwellenwert ist. Aus einer in zufälliger Reihenfolge angeordneten Liste von Vorhaben wird die Stichprobe durch Auswahl jedes Elements gezogen, das die 41 383 201-te Geldeinheit enthält.

Eine Datei mit den restlichen 3842 Vorhaben (3852 minus 4 ausgeschlossenen Vorhaben und 6 hochwertige Vorhaben) der Grundgesamtheit nach dem Zufallsprinzip sortiert und eine sequenzielle Variable für den kumulierten Buchwert erstellt. Es wird eine Stichprobe von 87 Vorhaben (93 minus 6 hochwertige Vorhaben) mit systematischer Auswahl gezogen.

Nach der Prüfung der 93 Vorhaben kann die PB den Fehler hochrechnen.

Von den 6 hochwertigen Vorhaben (Gesamtbuchwert 586 837 081 EUR) enthalten 3 Vorhaben Fehler, was einem Fehlerbetrag von 7 616 805 EUR entspricht.

Bei der restlichen Stichprobe gestaltet sich die Fehlerbehandlung anders. Für diese Vorhaben wird folgendes Verfahren verwendet:

- 1) für jede Einheit in der Stichprobe wird die Fehlerquote berechnet, d. h. der Quotient aus dem Fehler und dem jeweiligen Ausgabenbetrag bestimmt;  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) die ermittelten Fehlerquoten werden für alle Einheiten in der Stichprobe aufsummiert;
- 3) das Ergebnis des vorigen Schritts wird mit dem Stichprobenintervall (SI) multipliziert:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

wobei  $BV_s$  und  $n_s$  der jeweils für die Berechnung des Stichprobenintervalls verwendete Buchwert ist (4 187 175 607 EUR – 586 837 081 EUR = 3 600 338 526 EUR) und 87.

$$EE_s = 41\,383\,201 \times 1,026 = 42\,459\,164$$

Um den Fehler (in Euro) der Stichprobenschicht auf die ursprüngliche positive Grundgesamtheit der gegenüber der EG geltend gemachten Ausgaben hochzurechnen, muss der prognostizierte Fehler multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen der Schicht der ursprünglichen Ausgaben (ohne Abzug der ausgeschlossenen Einheiten) und der Schicht der reduzierten Ausgaben (nach Abzug der ausgeschlossenen Einheiten)

$$\begin{aligned}
 EE_{s,ursprünglich} &= \frac{BV_{s,ursprünglich}}{BV_{s,reduziert}} \times EE_s = \frac{3\,613\,044\,943}{3\,600\,338\,526} \times 42\,459\,164 \\
 &= 42\,609\,012
 \end{aligned}$$

Der in der hochwertigen Schicht festgestellte Fehler muss nicht auf die ursprüngliche Grundgesamtheit hochgerechnet werden, da die Ausgaben der 4 ausgeschlossenen Einheiten unter dem Schwellenwert liegen.

Der prognostizierte Fehler auf Ebene der ursprünglichen Grundgesamtheit ist einfach die Summe der zwei Komponenten (hochwertige Schicht und Stichprobenschicht):

$$EE_{ursprünglich} = 7\,616\,805 + 42\,609\,012 = 50\,225\,817$$

Die prognostizierte Fehlerquote ist der Quotient aus dem prognostizierten Fehler und den Gesamtausgaben der ursprünglichen Grundgesamtheit:

$$r = \frac{50\,225\,817}{4\,199\,882\,024} = 1,20 \%$$

Die Standardabweichung der Fehlerquoten in der zweiten Stichprobenschicht beträgt 0,0832.

Die Genauigkeit errechnet sich folgendermaßen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1,645 \times \frac{3\,600\,338\,526}{\sqrt{87}} \times 0,0832 = 52\,829\,067$$

Um diese Genauigkeit auf die ursprüngliche Grundgesamtheit (einschließlich der ausgeschlossenen Einheiten) hochzurechnen, muss der errechnete Wert multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen den ursprünglichen Ausgaben der Stichprobenschicht und den reduzierten Ausgaben der Stichprobenschicht (nach Abzug der ausgeschlossenen Einheiten)

$$\begin{aligned}
 SE_{ursprünglich} &= \frac{BV_{s,ursprünglich}}{BV_{s,reduziert}} \times SE = \frac{3\,613\,044\,943}{3\,600\,338\,526} \times 52\,829\,067 \\
 &= 53\,015\,513
 \end{aligned}$$

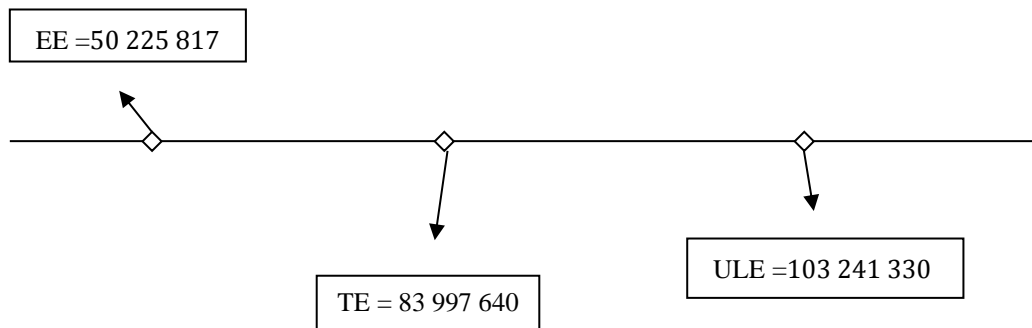
Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation



$$ULE = 50\,225\,817 + 53\,015\,513 = 103\,241\,330$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler 83 997 640 EUR verglichen werden, um Prüfungsschlussfolgerungen zu ziehen.

Da der maximal zulässige Fehler größer als der prognostizierte Fehler ist, jedoch kleiner als die Fehlerobergrenze, bedeutet dies, dass die Stichprobenergebnisse uneindeutig sein können. Siehe weitere Erläuterungen in Abschnitt 4.12.



### 7.10.3.3 Beispiel eines Ausschlusses von Vorhaben auf der Stufe der Stichprobenauswahl mit dem vorsichtigen MUS-Ansatz

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von 3857 Vorhaben mit bei der Kommission geltend gemachten Gesamtausgaben in Höhe von 4 207 500 608 EUR für einen bestimmten Bezugszeitraum (Grundgesamtheit der positiven Beträge). Die PB entscheidet sich für einen vorsichtigen MUS-Ansatz mit einem Vorhaben als Stichprobeneinheit. Darüber hinaus entschied sich die Prüfbehörde auf der Grundlage von Artikel 28 Absatz 8 der Dachverordnung zum Ausschluss der in Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung bezeichneten Vorhaben aus der zu beprobenden Grundgesamtheit.

5 Vorhaben der Grundgesamtheit mit einem Gesamtwert von 7 618 584 EUR wurden von den Bestimmungen aus Artikel 148 der Dachverordnung berührt und vor der Auswahl der Stichprobe aus der Grundgesamtheit ausgeschlossen. Daher wurde die Stichprobe aus der Grundgesamtheit von 3852 Vorhaben mit einem Gesamtwert in Höhe von 4 199 882 024 EUR ausgewählt.

Die Grundgesamtheit abzüglich der von den Bestimmungen aus Artikel 148 berührten Vorhaben ist in der Tabelle unten zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3852
Buchwert (Ausgaben im Bezugszeitraum)	4 199 882 024 EUR

Der einem Konfidenzniveau von 90 % und einer Erheblichkeitsschwelle von 2 % entsprechende Stichprobenumfang liegt bei 136 ( $n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)} = \frac{4\,207\,500\,608 \times 2,31}{0,02 \times 4\,207\,500\,608 - (0,002 \times 4\,207\,500\,608 \times 1,5)} \approx 136$ ).

Die Auswahl der Stichprobe wird mithilfe der Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe und dem Intervall von 30 881 485 ( $SI = \frac{BV}{n} = \frac{4\,199\,882\,024}{136} = 30\,881\,485$ ) gezogen.

In unserer Grundgesamtheit gibt es 24 Vorhaben, deren Buchwert größer ist als das Stichprobenintervall. Diese 24 Vorhaben mit einem Gesamtbuchwert von 1 375 130 377 EUR werden unsere hochwertige Schicht bilden (auf die 45 Treffer entfallen, da einige Vorhaben mehr als einmal gezogen wurden). Der Stichprobenumfang der niedrigwertigen Schicht beträgt 91 Vorhaben mit einem Gesamtwert von 301 656 001 EUR.

Die Hochrechnung der Fehler in der niedrigwertigen Schicht erfolgt wie üblich unter Verwendung der folgenden Formel:

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

wobei

$$SI = \frac{BV}{n}$$

sich auf das für die Auswahl der Stichprobe verwendete Intervall bezieht, d. h. den reduzierten Wert der Grundgesamtheit ( $BV = 4\,199\,882\,024$ ) und den Stichprobenumfang (Anzahl der Treffer  $n = 136$ ).

Es wird angenommen, dass die Summe der Fehlerquoten in der niedrigwertigen Schicht ( $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$ ) 1,077 beträgt und der prognostizierte Fehler der niedrigwertigen Schicht 33 259 360:

$$EE_s = 30\,881\,485 \times 1,077 = 33\,259\,360$$

Um den Fehler (in Euro) der Stichprobenschicht auf die ursprüngliche positive Grundgesamtheit der gegenüber der EG geltend gemachten Ausgaben hochzurechnen, muss der prognostizierte Fehler multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen der

Schicht der ursprünglichen Ausgaben (ohne Abzug der ausgeschlossenen Einheiten) und der Schicht der reduzierten Ausgaben (nach Abzug der ausgeschlossenen Einheiten). In unserem Beispiel gehören alle 5 von Artikel 148 berührten Vorhaben zur niedrigwertigen Schicht.

$$EE_{s,ursprünglich} = \frac{BV_{s,ursprünglich}}{BV_{s,reduziert}} \times EE_s = \frac{2\,832\,370\,231}{2\,824\,751\,647} \times 33\,259\,360$$

$$= 33\,349\,063$$

Der in der hochwertigen Schicht festgestellte Fehler muss nicht auf die ursprüngliche Grundgesamtheit hochgerechnet werden, da die Ausgaben der 5 ausgeschlossenen Vorhaben unter dem Schwellenwert liegen.

Der prognostizierte Fehler auf der Ebene der ursprünglichen Grundgesamtheit ist einfach die Summe des in der hochwertigen Schicht festgestellten Fehlers und des in der niedrigwertigen Schicht prognostizierten Fehlers (für die ursprüngliche Grundgesamtheit korrigiert). Angenommen, dass die Prüfbehörde in der hochwertigen Schicht einen Gesamtfehler in Höhe von 7 843 574 festgestellt hat, so wäre der prognostizierte Fehler auf der Ebene der ursprünglichen Grundgesamtheit:

$$EE_{ursprünglich} = 7\,843\,574 + 33\,349\,063 = 41\,192\,637$$

(dies entspricht einer prognostizierten Fehlerquote von 0,98 %).

Die Gesamtgenauigkeit (SE) für die reduzierte Grundgesamtheit wird wie üblich durch Summierung der beiden Komponenten berechnet: Grundgenauigkeit ( $BP = SI \times RF$ ) und inkrementelle Toleranz ( $IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i$ ), wobei die inkrementelle Toleranz für jede Stichprobeneinheit der nicht umfassenden Schicht, die einen Fehler enthält, wie folgt berechnet wird:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

Die Grundgenauigkeit wird in diesem Beispiel 71 336 231 betragen:

$$BP = 30\,881\,485 \times 2,31 = 71\,336\,231$$

Angenommen, dass  $IA$  sich auf 14 430 761 beläuft (mithilfe des Intervalls von 30 881 485 als  $SI$  berechnet), dann beträgt die Gesamtgenauigkeit der reduzierten Grundgesamtheit 85 766 992 (die Summe aus 71 336 231 und 14 430 761).

Um diese Genauigkeit auf die ursprüngliche Grundgesamtheit (einschließlich der unter Artikel 148 fallenden Vorhaben) hochzurechnen, muss der errechnete Wert multipliziert werden mit dem Verhältnis zwischen den ursprünglichen Ausgaben der

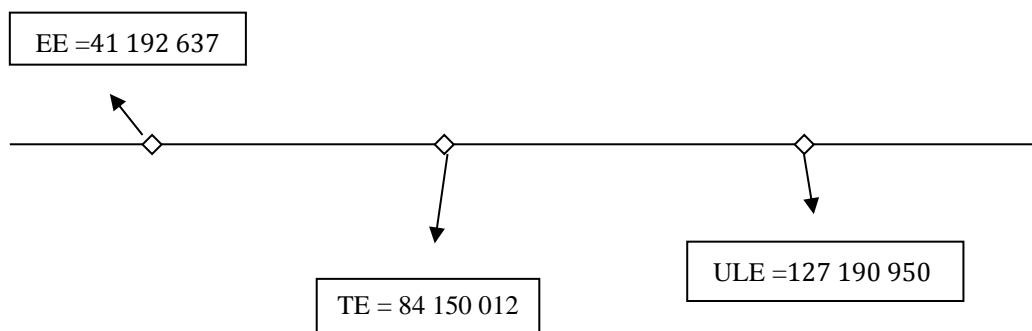
Stichprobenschicht und den reduzierten Ausgaben der Stichprobenschicht (nach Abzug der unter Artikel 148 fallenden Vorhaben)

$$SE_{ursprünglich} = \frac{BV_{s,ursprünglich}}{BV_{s,reduziert}} \times SE_{reduziert} = \frac{2\,832\,370\,231}{2\,824\,751\,647} \times 85\,766\,992 \approx 85\,998\,313$$

Um auf die Erheblichkeit der Fehler zu schließen, ist zunächst die obere Fehlergrenze (ULE) zu berechnen. Diese Obergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Fehler  $EE$  selbst und der Genauigkeit der Extrapolation

$$ULE = 41\,192\,637 + 85\,998\,313 = 127\,190\,950$$

Anschließend sollten der prognostizierte Fehler und die Obergrenze jeweils mit dem maximal zulässigen Fehler (84 150 012 EUR, 2 % von 4 207 500 608) verglichen werden. In diesem Beispiel ist der maximal zulässige Fehler größer als der prognostizierte Fehler, aber kleiner als die obere Fehlergrenze.



#### 7.10.3.4 Beispiel eines Ausschlusses von Vorhaben auf der Stufe der Stichprobenauswahl beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren (Schätzung des Mittelwerts pro Einheit und Verhältnisschätzung)

Angenommen wird eine Grundgesamtheit von 3520 Vorhaben mit bei der Kommission geltend gemachten Gesamtausgaben in Höhe von 2 301 882 970 EUR für einen bestimmten Bezugszeitraum (Grundgesamtheit der positiven Beträge). Die PB entschied sich für einen Stichprobenplan mit einem einfachen Zufallsstichprobenverfahren in Kombination mit einer Schichtung auf Ebene der Ausgaben nach Vorhaben, das die Stichprobeneinheit darstellt. Darüber hinaus entschied sich die Prüfbehörde auf der Grundlage von Artikel 28 Absatz 8 der Dachverordnung zum Ausschluss der in Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung bezeichneten Vorhaben aus der zu beprobenden Grundgesamtheit.

6 Vorhaben der Grundgesamtheit mit einem Gesamtwert von 93 598 481 EUR wurden von den Bestimmungen aus Artikel 148 der Dachverordnung berührt und vor der Auswahl der Stichprobe aus der Grundgesamtheit ausgeschlossen. Daher wurde die Stichprobe aus der Grundgesamtheit von 3514 Vorhaben mit einem Gesamtwert in Höhe von 2 208 284 489 EUR ausgewählt.

Unter Berücksichtigung der Merkmale der Grundgesamtheit legte die PB einen Schwellenwert von 3 % der (reduzierten) positiven Grundgesamtheit fest (3 % x 2 208 284 489 = 66 248 535). Zwei Vorhaben wiesen Ausgaben über diesem Schwellenwert auf, deren Gesamtwert sich auf 203 577 481 EUR beläuft. Folglich umfasste die Schicht der niedrigwertigen Einheiten 3512 Vorhaben mit einem Gesamtwert von 2 004 707 008 EUR.

Die reduzierte positive Grundgesamtheit nach Abzug der 6 von Artikel 148 berührten Vorhaben ist in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit nach Abzug der 6 von Artikel 148 berührten Vorhaben (Anzahl der Vorhaben)	3514
Gesamtbuchwert ohne 6 Vorhaben (positive Grundgesamtheit der Ausgaben im Bezugszeitraum)	2 208 284 489 EUR
Schwellenwert (3 % des Werts der Grundgesamtheit)	66 248 535 EUR
Obere Schicht (2 Vorhaben)	203 577 481 EUR
Schicht der niedrigwertigen Vorhaben ohne die unter Artikel 148 fallenden fünf Vorhaben (3512 Vorhaben)	2 004 707 008 EUR

Die ursprünglich bei der EG geltend gemachte positive Grundgesamtheit wird unten zusammengefasst:

Größe der Grundgesamtheit (Anzahl der Vorhaben)	3520
Gesamtbuchwert (positive Grundgesamtheit der Ausgaben im Bezugszeitraum)	2 301 882 970 EUR
Obere Schicht (3 Vorhaben)	295 006 242 EUR
Schicht der niedrigwertigen Vorhaben (3517 Vorhaben)	2 006 876 728 EUR

Zur Berechnung des Stichprobenumfangs wendet die PB die Standardformel an:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

In Einklang mit oben genannter Erläuterung werden dabei die Stichprobenparameter verwendet, die der gesamten Grundgesamtheit entsprechen (einschließlich von Vorhaben, die im Hinblick auf die Bestimmungen von Artikel 148 von der Stichprobenauswahl ausgeschlossen wurden).

Insbesondere beruhte die Berechnung des Stichprobenumfangs auf folgenden Parametern:

1)  $z = 1,036$

Der Koeffizient entspricht einem Konfidenzniveau von 70 % und wurde auf der Grundlage der Tätigkeiten im Rahmen der Systemprüfungen festgelegt, bei denen die Sicherheit des Systems als durchschnittlich (Kategorie 2) bewertet wurde

2)  $AE = 13\,811\,297,82$  EUR

Die Prüfbehörde entschied sich, historische Daten zur Festlegung des voraussichtlichen Fehlers zu nutzen. Als voraussichtliche Fehlerquote wurden 0,6 % gewählt (die Fehlerquote aus der letzten durchgeführten Prüfung von Vorhaben), was zu einem voraussichtlichen Fehler (AE) von 13 811 297,82 EUR führte ( $0,006 \times 2\,301\,882\,970$  EUR, d. h. der Gesamtwert der positiven Grundgesamtheit – der Gesamtwert der hoch- und niedrigwertigen Schichten, die jene Vorhaben enthalten, die auf einer späteren Stufe im Hinblick auf die Bestimmungen aus Artikel 148 ausgeschlossen werden)

3)  $TE = 46\,037\,659,40$  EUR

2 % des Gesamtwerts der Grundgesamtheit, d. h. die maximal Erheblichkeitsschwelle gemäß Artikel 28 Absatz 11 der Dachverordnung

4)  $\sigma_e = 58\,730$

Die Prüfbehörde entschied sich, historische Daten zur Festlegung der Standardabweichung von Fehlern zu nutzen. Nach dem fachlichen Urteil der PB wurde entschieden, eine durchschnittliche Standardabweichung zu verwenden, die sich aus 3 vorherigen Stichprobenziehungen ergaben: entsprechend 34 973; 97 654; 97 654 und 43 564:

$$\sigma_e = \frac{34\,973 + 97\,654 + 43\,564}{3} \approx 58\,730$$

5)  $N = 3517$

$N = 3512 + 5$  (Größe der Grundgesamtheit der niedrigwertigen Schicht einschließlich von Vorhaben der niedrigwertigen Schicht, die Artikel 148 unterliegen und aus dem Auswahlverfahren der Stichprobe ausgeschlossen wurden; in unserem Fall lagen 5 der 6 ausgeschlossenen Vorhaben unter dem Schwellenwert)

Auf der Grundlage der oben aufgezählten Parameter wurde ermittelt, dass der Stichprobenumfang der niedrigwertigen Schicht 45 Vorhaben umfassen soll:

$$n = \left( \frac{3517 \times 1,036 \times 58\,730}{0,02 \times 2\,301\,882\,970 - 0,006 \times 2\,301\,882\,970} \right)^2 \approx 45$$

Unsere Stichprobe wird daher insgesamt 47 Vorhaben umfassen, einschließlich der 2 Vorhaben der oberen Schicht und der 45 Vorhaben der niedrigwertigen Schicht.

Zum Zwecke der Stichprobenauswahl in der niedrigwertigen Schicht erstellte die PB eine Datei mit 3512 Vorhaben nach Abzug der von Artikel 148 berührten Vorhaben aus der zu beprobenden Grundgesamtheit und nach Abzug der Vorhaben aus der hochwertigen Schicht. Anschließend wurde eine Stichprobe von 45 Vorhaben mit einem Gesamtwert von 23 424 898 EUR per Zufallsverfahren aus dieser Grundgesamtheit ausgewählt.

Während der Prüfung von Vorhaben der oberen Schicht wurde ein Fehler von 469 301 EUR in einer der beiden geprüften Vorhaben festgestellt. Da im zweiten geprüften Vorhaben dieser Schicht keine unregelmäßigen Ausgaben festgestellt wurden, belief sich der Gesamtwert des Fehlers in der geprüften hochwertigen Schicht auf 469 301 EUR.

Im Rahmen der Prüfung der verbleibenden Stichprobe von 45 per Zufallsverfahren ausgewählten Vorhaben wurde ein Gesamtfehler von 378 906 EUR festgestellt.

### Schätzung des Mittelwerts pro Einheit

Unter Berücksichtigung der errechneten Ergebnisse hat die PB festgelegt, dass zur Hochrechnung der Fehler auf die Grundgesamtheit die Schätzung des Mittelwerts pro Einheit angewandt wird. Es wurde entschieden, den Fehler in der niedrigwertigen Schicht direkt auf die Ebene der ursprünglichen Grundgesamtheit<sup>69</sup> hochzurechnen.

$$\begin{aligned}
 EE_{\text{niedrigwertige Schicht}} &= N_{\text{niedrigwertige Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit}} \\
 &\times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}
 \end{aligned}$$

$$EE_{\text{niedrigwertige Schicht}} = N \times \frac{\sum_{i=1}^{45} E_i}{n} = 3517 \times \frac{378\,906}{45} \approx 29\,613\,608,93 \text{ EUR}$$

Um den Gesamtfehler der Grundgesamtheit im Rahmen des einfachen Zufallsstichprobenverfahrens zu berechnen, muss die PB diesen hochgerechneten Fehler

---

<sup>69</sup> Die PB könnte auch den Fehler für die reduzierte Grundgesamtheit berechnen und ihn später für die ursprüngliche Grundgesamtheit anpassen. Eine solche Anpassung könnte durchgeführt werden, indem der Fehler der reduzierten Grundgesamtheit mit dem Verhältnis  $\frac{N_{\text{niedrigwertige Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit}}}{N_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}}}$  multipliziert wird. Das endgültige Ergebnisse dieser Berechnung wäre dasselbe wie im Falle einer Berechnung des Fehlers durch direkte Hochrechnung auf die Ebene der ursprünglichen Grundgesamtheit, wie in diesem Beispiel dargestellt.

der niedrigwertigen Schicht zur oberen Schicht hinzufügen. Es ist jedoch zu beachten, dass in unserem Fall ein Vorhaben der oberen Schicht im Hinblick auf die Bestimmungen aus Artikel 148 aus dem Prüfverfahren ausgeschlossen wurde. Folglich muss die PB den in der oberen Schicht festgestellten Fehler, der ein Vorhaben nicht umfasste, auf die hochwertige Schicht hochrechnen. In unserem Fall würden wir den Fehler der oberen Schicht entsprechend der folgenden Formel berechnen:

$$EE_{\text{ursprüngliche hochwertige Schicht}} = \frac{N_{\text{hochwertige Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit}}}{N_{\text{hochwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}}} \times \sum_{i=1}^2 E_i = \frac{3}{2} \times 469,301 = 703\,951,5$$

Um den Gesamtfehler der ursprünglichen Grundgesamtheit zu berechnen, muss die PB den hochgerechneten Fehler der niedrigwertigen Schicht zum Fehler der ursprünglichen hochwertigen Schicht hinzufügen.

$$EE = 29\,613\,608,93 + 703\,951,5 = 30\,317\,560,43$$

Der wahrscheinlichste Fehler von 30 317 560,43 entspricht 1,32 % der Ausgaben der ursprünglichen Grundgesamtheit.

Die Genauigkeit für die ursprüngliche Grundgesamtheit kann mithilfe der folgenden Standardformel<sup>70</sup> berechnet werden:

$$SE_{\text{ursprünglich}} = N_{\text{ursprünglich}} \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

wobei  $N_{\text{ursprünglich}} = 3517$  (d. h. alle niedrigwertigen Vorhaben in der ursprünglichen Grundgesamtheit). Angenommen, dass  $s_e$  28 199 betragen würde, so wäre die Genauigkeit auf Ebene der ursprünglichen Grundgesamtheit 15 316 501,38:

$$SE_{\text{ursprünglich}} = 3517 \times 1,036 \times \frac{28\,199}{\sqrt{45}} \approx 15\,316\,501,38$$

Auf der Grundlage dieser Berechnung beträgt unsere obere Fehlergrenze 45 634 061,81 (30 317 560,43 + 15 316 501,38), liegt also unter der Erheblichkeitsschwelle von 2 % der ursprünglichen Grundgesamtheit (46 037 659).

### **Verhältnisschätzung**

---

<sup>70</sup> Die PB könnte auch die Genauigkeit für die reduzierte Grundgesamtheit berechnen und ihn später für die ursprüngliche Grundgesamtheit anpassen. Eine solche Anpassung könnte durchgeführt werden, indem die Genauigkeit der reduzierten Grundgesamtheit mit dem Verhältnis  $\frac{N_{\text{niedrigwertige Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit}}}{N_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}}}$  multipliziert wird. Das endgültige Ergebnisse dieser Berechnung wäre dasselbe wie im Falle einer Berechnung der Genauigkeit direkt auf Ebene der ursprünglichen Grundgesamtheit, wie in diesem Beispiel dargestellt.



Um die Berechnung des prognostizierten Fehlers für die Verhältnisschätzung zu veranschaulichen, wird angenommen, dass die PB unter Berücksichtigung der errechneten Ergebnisse die Verhältnisschätzung angewendet hat.

Um den Fehler der niedrigwertigen Schicht auf der Ebene der reduzierten Grundgesamtheit zu berechnen, wendet die PB folgende Standardformel an:

$$EE_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}} = BV_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

In unserem Beispiel werden wir auf der Grundlage der oben beschriebenen Ergebnisse folgende Daten zur Berechnung des prognostizierten Fehlers in der niedrigwertigen Schicht der reduzierten Grundgesamtheit<sup>71</sup> nutzen:

$$BV_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}} = 2\,004\,707\,008$$

$$\sum_{i=1}^n E_i = 378\,906 \text{ (Gesamtmenge der in der niedrigwertigen Schicht festgestellten Fehler)}$$

$$\sum_{i=1}^n BV_i = 23\,424\,898 \text{ (Gesamtbetrag der geltend gemachten Ausgaben für die 45 in der Zufallsstichprobe der niedrigwertigen Schicht geprüften Vorhaben)}$$

$$EE_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}} = 2\,004\,707\,008 \times \frac{378\,906}{23\,424\,898} \approx 32\,426\,844,02$$

Der prognostizierte Fehler in der niedrigwertigen Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit kann durch folgende Formel errechnet werden:

$$EE_{\text{ursprüngliche niedrigwertige Schicht}} = EE_{\text{reduzierte niedrigwertige Schicht}} \times \frac{BV_{\text{niedrigwertige Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit}}}{BV_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}}}$$

$$EE_{\text{niedrigwertige Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit}} = 32\,426\,844,02 \times \frac{2\,006\,876\,728}{2\,004\,707\,008} \approx 32\,461\,940,01$$

Um den Gesamtfehler der Grundgesamtheit im Rahmen des einfachen Zufallsstichprobenverfahrens zu berechnen, muss die PB diesen hochgerechneten Fehler

<sup>71</sup> Wie in Abschnitt 7.10.2 oben erläutert, könnte der prognostizierte Fehler in der Schicht auch direkt für die ursprüngliche Grundgesamtheit berechnet werden (was zum selben Ergebnis führen würde). In diesem Fall könnte folgende Formel verwendet werden:

$$EE_{\text{ursprüngliche niedrigwertige Schicht}} = BV_{\text{ursprüngliche niedrigwertige Schicht}}$$

der niedrigwertigen Schicht zur oberen Schicht hinzufügen. Es ist jedoch zu beachten, dass in unserem Fall ein Vorhaben der oberen Schicht im Hinblick auf die Bestimmungen aus Artikel 148 aus dem Prüfverfahren ausgeschlossen wurde. Folglich muss die PB den in der oberen Schicht festgestellten Fehler, der ein Vorhaben nicht umfasste, auf den Gesamtwert der oberen Schicht einschließlich dieses Vorhabens hochrechnen. In unserem Fall würden wir den Fehler der oberen Schicht entsprechend der folgenden Formel berechnen:

$$EE_{e\text{ ursprünglich}} = \sum_{i=1}^2 E_i \times \frac{BV_{e\text{ ursprünglich}}}{BV_{e\text{ reduziert}}} = 469\,301 \times \frac{295\,006\,242}{203\,577\,481} = 680\,068,95$$

Um den Gesamtfehler der ursprünglichen Grundgesamtheit zu berechnen, muss die PB den hochgerechneten Fehler der ursprünglichen niedrigwertigen Schicht zum Fehler der ursprünglichen hochwertigen Schicht hinzufügen.

$$EE = 32\,461\,940,01 + 680\,068,95 = 33\,142\,008,96$$

Dieser hochgerechnete Fehler der ursprünglichen Grundgesamtheit entspricht 1,44 % des Werts der ursprünglichen Grundgesamtheit.

Die Genauigkeit für die reduzierte Grundgesamtheit wird mittels folgender Standardformel berechnet (wie in Abschnitt 7.10.2 oben erläutert, ist es im Falle einer Verhältnisschätzung nicht möglich, die Genauigkeit direkt für die ursprüngliche Grundgesamtheit zu berechnen):

$$SE_{\text{reduzierte Grundgesamtheit}} = N_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}} \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}}$$

In unserem Beispiel würden wir folgende Daten zur Berechnung der Genauigkeit für die reduzierte Grundgesamtheit benutzen:

$$N_{\text{reduzierte Grundgesamtheit der niedrigwertigen Schicht}} = 3,512$$

$$z = 1,036$$

$$n = 45$$

$s_q$  ist die Stichprobenabweichung der Variablen  $q$ :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

Dabei gilt Folgendes:

$\sum_{i=1}^n E_i = 378\,906$  (Gesamtmenge der in der niedrigwertigen Schicht festgestellten Fehler)

$\sum_{i=1}^n BV_i = 23\,424\,898$  (Gesamtbetrag der geltend gemachten Ausgaben für die 45 in der Zufallsstichprobe der niedrigwertigen Schicht geprüften Vorhaben)

Die Genauigkeit für die ursprüngliche Grundgesamtheit müsste auf der Grundlage folgender Formel angepasst werden:

$$SE_{\text{ursprüngliche Grundgesamtheit}} = SE_{\text{reduzierte Grundgesamtheit}} \times \frac{BV_{\text{niedrigwertige Schicht der ursprünglichen Grundgesamtheit}}}{BV_{\text{niedrigwertige Schicht der reduzierten Grundgesamtheit}}} = SE_{\text{reduzierte Grundgesamtheit}} \times \frac{2\,006\,876\,728}{2\,004\,707\,008} = SE_{\text{reduzierte Grundgesamtheit}} \times 1,0011$$

Zur Berechnung der oberen Fehlergrenze sollte die Prüfbehörde den wahrscheinlichsten Fehler der ursprünglichen Grundgesamtheit (in unserem Fall 33 142 008,96) und die für die ursprüngliche Grundgesamtheit berechnete Genauigkeit (das ist in unserem Beispiel  $SE_{\text{reduzierte Grundgesamtheit}} \times 1,0011$ ) summieren. Um die Schlussfolgerungen aus der Prüfung zu ziehen, sollte diese obere Fehlergrenze mit der Erheblichkeitsschwelle (46 037 659, was 2 % der ursprünglichen Grundgesamtheit entspricht) verglichen werden.

# Anhang 1 – Hochrechnung von Zufallsfehlern bei Feststellung systembedingter Fehler

## 1. Einleitung

In diesem Anhang wird die Berechnung prognostizierter Zufallsfehler im Falle der Feststellung systembedingter Fehler erläutert. Wird ein potenzieller systembedingter Fehler festgestellt, so sind weitere Arbeiten erforderlich, um die gesamte Reichweite des Fehlers zu ermitteln und eine Quantifizierung vorzunehmen. Das bedeutet, dass alle Situationen, in denen ein Fehler derselben Art wie in der Zufallsstichprobe auftreten könnte, ermittelt werden müssen, damit die Gesamtwirkung dieses Fehlers auf die Grundgesamtheit eingegrenzt werden kann. Kann eine solche Eingrenzung nicht vor der Übermittlung des JKB erfolgen, so sind die systembedingten Fehler – für die Berechnung des prognostizierten Zufallsfehlers – als Zufallsfehler zu behandeln.

Die Gesamtfehlerquote (TER) entspricht der Summe folgender Fehler: prognostizierte Zufallsfehler, systembedingte Fehler und nicht berichtigte anomale Fehler.

Bei der Hochrechnung der in der Stichprobe gefundenen Zufallsfehler auf die Grundgesamtheit muss die Prüfbehörde also die Menge des systembedingten Fehlers vom Buchwert (im Bezugszeitraum geltend gemachte Gesamtausgaben) abziehen, wenn dieser Wert Bestandteil der Hochrechnungsformel ist, wie nachstehend erläutert wird.

Im Falle der Schätzung des Mittelwerts pro Einheit<sup>72</sup> und der Differenzschätzung bleiben die im Leitfaden angegebenen Formeln für die Hochrechnung der Zufallsfehler unverändert. Für das wertbezogene Stichprobenverfahren (MUS) werden in diesem Anhang zwei mögliche Ansätze beschrieben (einer davon mit unveränderter Formel, der andere mit komplexeren Formeln und höherer Genauigkeit). Bei der Verhältnisschätzung wird zur Hochrechnung der Zufallsfehler und zur Berechnung der Genauigkeit (SE) der Gesamtbuchwert nach Abzug der systembedingten Fehler benötigt.

Für alle statistischen Stichprobenverfahren gilt Folgendes: Sind systembedingte Fehler oder anomale nicht berichtigte Fehler vorhanden, dann entspricht die obere Fehlergrenze (ULE) der Summe aus TER und Genauigkeit (SE). Sind lediglich Zufallsfehler vorhanden, entspricht die ULE der Summe aus prognostizierten Zufallsfehlern und Genauigkeit.

In den folgenden Abschnitten werden für die wichtigsten Stichprobenverfahren ausführlichere Erläuterungen zur Hochrechnung von Zufallsfehlern bei Vorhandensein systembedingter Fehler gegeben.

---

<sup>72</sup> Vgl. Abschnitt „Einfaches Zufallsstichprobenverfahren“ in diesen Leitlinien.

## 2. Einfaches Zufallsstichprobenverfahren

### 2.2 Schätzung des Mittelwerts pro Einheit

Die Hochrechnung der Zufallsfehler und die Berechnung der Genauigkeit erfolgen wie üblich:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

Darin sind  $E_i$  die Menge der festgestellten Zufallsfehler in den einzelnen Stichprobeneinheiten und  $s_e$  wie gewöhnlich die Standardabweichung der Zufallsfehler in der Stichprobe.

Der prognostizierte Gesamtfehler entspricht der Gesamtheit aller prognostizierten Zufallsfehler, systembedingten Fehler und nicht berichtigten anomalen Fehler.

Die obere Fehlergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Gesamtfehler ( $TPE$ ) und der Genauigkeit der Hochrechnung:

$$ULE = TPE + SE$$

### 2.3 Verhältnisschätzung

Der Zufallsfehler wird wie folgt hochgerechnet:

$$EE_2 = BV' \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$$

Dabei ist  $BV'$  der Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit nach Abzug der zuvor ermittelten systembedingten Fehler:  $BV' = BV - \text{systembedingte Fehler}$ .  $BV'_i$  ist der Buchwert der Einheit  $i$  nach Abzug der Menge des systembedingten Fehlers bei dieser Einheit.

Die Stichprobenfehlerquote in der obigen Formel errechnet sich durch einfache Division des Gesamtbetrags des Zufallsfehlers in der Stichprobe durch den Gesamtbetrag der

Ausgaben (von dem systembedingte Fehler abgezogen werden) der Einheiten in der Stichprobe (geprüfte Ausgaben).

Für die Genauigkeit gilt die Formel

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{q'}}{\sqrt{n}}$$

wobei  $s_{q'}$  die Stichprobenabweichung der Variablen  $q'$  ist:

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i} \times BV'_i.$$

Diese Variable berechnet sich für jede Einheit in der Stichprobe als Differenz zwischen ihrem Zufallsfehler und dem Produkt aus ihrem Buchwert (von dem systembedingte Fehler abgezogen werden) und der Fehlerquote in der Stichprobe.

Der prognostizierte Gesamtfehler entspricht der Gesamtheit aller prognostizierten Zufallsfehler, systembedingten Fehler und nicht berichtigten anomalen Fehler.

Die obere Fehlergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Gesamtfehler ( $TPE$ ) und der Genauigkeit der Hochrechnung:

$$ULE = TPE + SE$$

### 3. Differenzschätzung

Der prognostizierte Zufallsfehler auf Ebene der Grundgesamtheit kann wie üblich berechnet werden, indem der in der Stichprobe beobachtete durchschnittliche Zufallsfehler pro Vorhaben mit der Zahl der Vorhaben in der Grundgesamtheit multipliziert wird, woraus sich der prognostizierte Fehler ergibt:

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.^{73}$$

In einem zweiten Schritt erfolgt die Berechnung der Gesamtfehlerquote (TER). Dazu wird der Betrag des systembedingten Fehlers und der nicht berichtigten anomalen Fehler zum prognostizierten Zufallsfehler (EE) hinzuaddiert.

---

<sup>73</sup> Alternativ kann der prognostizierte Zufallsfehler mittels der für die Verhältnisschätzung vorgeschlagenen Formel  $EE_2 = BV \cdot \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$  errechnet werden.

Zur Hochrechnung auf den korrekten Buchwert (korrekter Ausgabenbetrag, der festgestellt werden könnte, wenn alle Vorhaben in der Grundgesamtheit geprüft würden) wird der TER vom Buchwert (BV) der Grundgesamtheit (geltend gemachte Ausgaben ohne Abzug der systembedingten Fehler) abgezogen. Die Hochrechnung auf den korrekten Buchwert (CBV) erfolgt mit folgender Formel:

$$CBV = BV - TER$$

Für die Genauigkeit der Hochrechnung gilt wie üblich

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

wobei  $s_e$  die Standardabweichung der Zufallsfehler in der Stichprobe ist.

Um Rückschlüsse auf die Erheblichkeit der Fehler zu ermöglichen, wird zunächst die Untergrenze für den korrigierten Buchwert berechnet. Diese Untergrenze entspricht

$$LL = CBV - SE$$

Die Hochrechnungen auf den korrekten Buchwert und die Obergrenze sind jeweils mit der Differenz zwischen dem Buchwert (geltend gemachte Ausgaben) und dem maximal zulässigen Fehler (TE) zu vergleichen, die dem Produkt aus Erheblichkeitsschwelle und Buchwert entspricht:

$$BV - TE = BV - 2 \% \times BV = 98 \% \times BV$$

Die Fehlerbewertung sollte nach Maßgabe von Abschnitt 6.2.1.5 des Leitfadens erfolgen.

#### **4. Wertbezogenes Stichprobenverfahren**

Beim MUS-Verfahren gibt es zwei mögliche Ansätze für die Hochrechnung von Zufallsfehlern und die Berechnung der Genauigkeit bei Vorliegen systembedingter Fehler. Sie werden hier als *MUS-Standardansatz* bzw. *MUS-Verhältnisschätzung* bezeichnet. Die letztgenannte Methode erfordert komplexere Berechnungen. Zwar kommen bei jedem Szenario beide Methoden in Frage, doch liefert die zweite Methode präzisere Ergebnisse, wenn die Zufallsfehler stärker mit den um den systembedingten Fehler berichtigten Buchwerten korrelieren als mit den ursprünglichen Buchwerten. Bei einem geringen Anteil systembedingter Fehler in der Grundgesamtheit dagegen fällt der mit der zweiten Methode erzielte Genauigkeitsgewinn meist sehr bescheiden aus, so

dass in diesem Fall die erstgenannte Methode wegen der einfacheren Anwendung zu bevorzugen ist.

#### 4.1 MUS-Standardansatz

Die Hochrechnung der Zufallsfehler und die Berechnung der Genauigkeit werden wie gewöhnlich vorgenommen.

Die Hochrechnung der Zufallsfehler auf die Grundgesamtheit erfolgt für die Einheiten in der umfassenden Schicht anders als für die Einheiten in der nicht umfassenden Schicht.

Bei der umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag ( $BV_i > \frac{BV}{n}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler einfach der Summe der Fehler, die bei den Elementen in dieser Schicht festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Bei der nicht umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenbetrag ist ( $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ ), errechnet sich der prognostizierte Zufallsfehler wie folgt:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Zu beachten ist, dass es sich bei den Buchwerten in der obigen Formel um die Ausgaben **ohne** Abzug des Betrags des systembedingten Fehlers handelt. Die Fehlerquoten  $\frac{E_i}{BV_i}$  werden also ausgehend von den Gesamtausgaben der Stichprobenelemente berechnet, unabhängig davon, ob in den einzelnen Einheiten systembedingte Fehler gefunden wurden oder nicht.

Für die Genauigkeit gilt ebenfalls die übliche Formel, nämlich

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

wobei  $s_r$  die Standardabweichung der Zufallsfehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Schicht ist. Auch diese Fehlerquoten werden ausgehend von den ursprünglichen Buchwerten  $BV_i$  **ohne** Abzug des Betrags des systembedingten Fehlers berechnet.



Der prognostizierte Gesamtfehler entspricht der Gesamtheit aller prognostizierten Zufallsfehler, systembedingten Fehler und nicht berichtigten anomalen Fehler.

Die obere Fehlergrenze (ULE) entspricht der Summe aus dem prognostizierten Gesamtfehler (*TPE*) und der Genauigkeit der Hochrechnung:

$$ULE = TPE + SE$$

## 4.2 MUS-Verhältnisschätzung

Auch hier erfolgt die Hochrechnung der Zufallsfehler auf die Grundgesamtheit bei den Elementen in der umfassenden Schicht anders als bei den Elementen in der nicht umfassenden Schicht.

Bei der umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag ( $BV_i > \frac{BV}{n}$ ), entspricht der prognostizierte Fehler einfach der Summe der Zufallsfehler, die bei den Elementen in dieser Schicht festgestellt werden:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Bei der nicht umfassenden Schicht, d. h. der Schicht mit den Stichprobenelementen, deren Buchwert kleiner oder gleich dem Schwellenbetrag ist ( $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ ), errechnet sich der prognostizierte Zufallsfehler wie folgt:

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

Dabei ist  $BV'_s$  der Gesamtbuchwert der niedrigwertigen Schicht nach Abzug der systembedingten Fehler, die zuvor in derselben Schicht abgegrenzt wurden,  $BV'_s = BV_s - \text{systemic errors in the sampling stratum}$ .  $BV'_i$  ist der Buchwert der Einheit  $i$  nach Abzug der Menge des systembedingten Fehlers bei dieser Einheit.

Für die Genauigkeit gilt die Formel:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_{rq}$$

wobei  $s_{rq}$  die Standardabweichung der Fehlerquoten für den **transformierten Fehler**  $q'$  ist. Für die Berechnung dieser Formel müssen zunächst die Werte der **transformierten Fehler** für alle Einheiten in der Stichprobe berechnet werden:

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}} \times BV'_i.$$

Zuletzt wird die Standardabweichung der Fehlerquoten in der Stichprobe der nicht umfassenden Schicht ( $s_{rq}$ ) für den transformierten Fehler  $q'$  wie folgt berechnet:

$$s_{rq} = \sqrt{\frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} \left( \frac{q'_i}{BV_{i_i}} - \bar{rq}_s \right)^2}$$

Darin entspricht  $\bar{rq}_s$  dem einfachen Durchschnitt der transformierten Fehlerquoten in der Stichprobe der Schicht:

$$\bar{rq}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{q'_i}{BV_{i_i}}}{n_s}$$

Der prognostizierte Gesamtfehler entspricht der Gesamtheit aller prognostizierten Zufallsfehler, systembedingten Fehler und nicht berichtigten anomalen Fehler.

Die obere Fehlergrenze entspricht der Summe aus dem prognostizierten Gesamtfehler ( $TPE$ ) und der Genauigkeit der Hochrechnung:

$$ULE = TPE + SE$$

#### **4.3 Vorsichtiger MUS-Ansatz**

Im Kontext des vorsichtigen MUS-Ansatzes ist es nicht ratsam, die Verhältnisschätzung anzuwenden, da es nicht möglich ist, ihre Auswirkungen auf die Genauigkeit der Schätzung zu berücksichtigen. Es wird daher empfohlen, die Fehler zu prognostizieren und den prognostizierten Fehler und die Genauigkeit mithilfe derselben Formeln zu berechnen (ohne den von systembedingten Fehlern beeinflussten Betrag von den Ausgaben abzuziehen).

### **5. Nichtstatistische Stichprobenverfahren**

Falls die Hochrechnung auf Schätzung des Mittelwerts pro Einheit beruht, wird die Hochrechnung wie üblich durchgeführt.

Ist eine umfassende Schicht vorhanden, d. h. eine Schicht mit den Stichprobeneinheiten, deren Buchwert größer ist als der Schwellenbetrag, dann entspricht der prognostizierte Fehler einfach der Summe der in dieser Gruppe festgestellten Zufallsfehler:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Wurden die Einheiten mit gleichen Wahrscheinlichkeiten ausgewählt, dann errechnet sich der prognostizierte Zufallsfehler für die Stichprobenschicht nach der üblichen Formel

$$EE_s = N_s \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{n_s}$$

wobei  $N_s$  die Größe der Grundgesamtheit und  $n_s$  der Stichprobenumfang in der niedrigwertigen Schicht sind.

Falls eine Verhältnisschätzung angewandt wird (in Verbindung mit Stichprobenziehung mit gleicher Wahrscheinlichkeit), erfolgt die Hochrechnung des Zufallsfehlers genau wie im Rahmen des einfachen Zufallsstichprobenverfahrens.

$$EE_{s2} = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{\sum_{i=1}^{n_s} BV'_i}$$

Dabei ist  $BV'_s$  der Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit der Stichprobenschicht nach Abzug der systembedingten Fehler.  $BV'_i$  ist der Buchwert der Einheit  $i$  nach Abzug der Menge des systembedingten Fehlers bei dieser Einheit.

Wurden die Einheiten mit Wahrscheinlichkeiten ausgewählt, die dem Ausgabenwert proportional sind, dann errechnet sich der prognostizierte Zufallsfehler für die niedrigwertige Schicht wie folgt:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Darin sind  $BV_s$  der Gesamtbuchwert (**ohne** Abzug des Betrags des systembedingten Fehlers),  $BV_i$  der Buchwert der Stichprobeneinheit  $i$  (**ohne** Abzug des Betrags des systembedingten Fehlers) und  $n_s$  der Stichprobenumfang in der niedrigwertigen Schicht.

Ebenso wie beim MUS-Verfahren kann alternativ die Formel zur Verhältnisschätzung

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

verwendet werden. Dabei ist  $BV'_s$  der Gesamtbuchwert der niedrigwertigen Schicht nach Abzug der systembedingten Fehler, die zuvor in derselben Schicht abgegrenzt wurden,  $BV'_s = BV_s - \text{systembedingte Fehler in der Stichprobenschicht}$ .  $BV'_i$  ist der Buchwert der Einheit  $i$  nach Abzug der Menge des systembedingten Fehlers bei dieser Einheit.

Die Gesamtfehlerquote (TER) entspricht der Gesamtheit aller prognostizierten Zufallsfehler, systembedingten Fehler und nicht berichtigten anomalen Fehler.

## Anhang 2 – Formeln für Stichprobenverfahren für mehrere Zeiträume

### 1. Einfaches Zufallsstichprobenverfahren

#### 1.1 Drei Zeiträume

##### 1.1.1 Stichprobenumfang

###### Erster Zeitraum

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times N_{1+2+3} \times \sigma_{ew1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

wobei

$$\sigma_{ew1+2+3}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{1+2+3} = N_1 + N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

###### Zweiter Zeitraum

$$n_{2+3} = \frac{(z \times N_{2+3} \times \sigma_{ew2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

wobei

$$\sigma_{ew2+3}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{2+3} = N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3}} n_{2+3}$$

### Dritter Zeitraum

$$n_3 = \frac{(z \times N_3 \times \sigma_{e3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$

Anmerkungen:

Die Parameter der Grundgesamtheit müssen in jedem Zeitraum durch die genauesten verfügbaren Informationen aktualisiert werden.

Können keine unterschiedlichen Annäherungen für die Standardabweichungen jedes Zeitraums errechnet werden oder sind diese nicht anwendbar, kann derselbe Wert der Standardabweichung für alle Zeiträume angewandt werden. In diesem Fall ist  $\sigma_{ew1+2+3}$  genau gleich der einfachen Standardabweichung der Fehler  $\sigma_e$ .

Der Parameter  $\sigma$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus Hilfsdaten (z. B. historischen Daten) errechnet wurde und  $s$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus der geprüften Stichprobe errechnet wurde. Ist  $s$  in den Formeln nicht verfügbar, kann es ersetzt werden durch:  $\sigma$ .

#### 1.1.2 Hochrechnung und Genauigkeit

##### Schätzung des Mittelwerts pro Einheit

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} \right)}$$

##### Verhältnisschätzung

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

## 1.2 Vier Zeiträume

### 1.2.1 Stichprobenumfang

#### Erster Zeitraum

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times N_{1+2+3+4} \times \sigma_{ew1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

wobei

$$\sigma_{ew1+2+3+4}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{1+2+3+4} = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

#### Zweiter Zeitraum

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times N_{2+3+4} \times \sigma_{ew2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

wobei

$$\sigma_{ew2+3+4}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{2+3+4} = N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

#### Dritter Zeitraum

$$n_{3+4} = \frac{(z \times N_{3+4} \times \sigma_{ew3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$



wobei

$$\sigma_{ew3+4}^2 = \frac{N_3}{N_{3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{3+4} = N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{3+4}} n_{3+4}$$

#### Vierter Zeitraum

$$n_4 = \frac{(z \times N_4 \times \sigma_{e4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2 - z^2 \times \frac{N_3^2}{n_3} \times s_{e3}^2}$$

Anmerkungen:

Die Parameter der Grundgesamtheit müssen in jedem Zeitraum durch die genauesten verfügbaren Informationen aktualisiert werden.

Können keine unterschiedlichen Annäherungen für die Standardabweichungen jedes Zeitraums errechnet werden oder sind diese nicht anwendbar, kann derselbe Wert der Standardabweichung für alle Zeiträume angewandt werden. In diesem Fall ist  $\sigma_{ew1+2+3+4}$  genau gleich der einfachen Standardabweichung der Fehler  $\sigma_e$ .

Der Parameter  $\sigma$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus Hilfsdaten (z. B. historischen Daten) errechnet wurde und  $s$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus der geprüften Stichprobe errechnet wurde. Ist  $s$  in den Formeln nicht verfügbar, kann es ersetzt werden durch:  $\sigma$ .

## 1.2.2 Hochrechnung und Genauigkeit

### Schätzung des Mittelwerts pro Einheit

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \frac{N_4}{n_4} \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{e4}^2}{n_4} \right)}$$

### Verhältnisschätzung

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}} + BV_4 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}}{\sum_{i=1}^{n_4} BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{q4}^2}{n_4} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

## 2. Wertbezogenes Stichprobenverfahren

### 2.1 Drei Zeiträume

#### 2.1.1 Stichprobenumfang

##### Erster Zeitraum

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times BV_{1+2+3} \times \sigma_{rw1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

wobei

$$\sigma_{rw1+2+3}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{1+2+3} = BV_1 + BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

##### Zweiter Zeitraum

$$n_{2+3} = \frac{(z \times BV_{2+3} \times \sigma_{rw2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

wobei

$$\sigma_{rw2+3}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{2+3} = BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3}} n_{2+3}$$

##### Dritter Zeitraum

$$n_3 = \frac{(z \times BV_3 \times \sigma_{r3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$

Anmerkungen:

Die Parameter der Grundgesamtheit müssen in jedem Zeitraum durch die genauesten verfügbaren Informationen aktualisiert werden.

Können keine unterschiedlichen Annäherungen für die Standardabweichungen jedes Zeitraums errechnet werden oder sind diese nicht anwendbar, kann derselbe Wert der Standardabweichung für alle Zeiträume angewandt werden. In diesem Fall ist  $\sigma_{rw1+2+3}$  genau gleich der einfachen Standardabweichung der Fehler  $\sigma_r$ .

Der Parameter  $\sigma$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus Hilfsdaten (z. B. historischen Daten) errechnet wurde und  $s$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus der geprüften Stichprobe errechnet wurde. Ist  $s$  in den Formeln nicht verfügbar, kann es ersetzt werden durch:  $\sigma$ .

### 2.1.2 Hochrechnung und Genauigkeit

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2}$$

## 2.2 Vier Zeiträume

### 2.2.1 Stichprobenumfang

#### Erster Zeitraum

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times BV_{1+2+3+4} \times \sigma_{rw1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

wobei

$$\sigma_{rw1+2+3+4}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{1+2+3+4} = BV_1 + BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

#### Zweiter Zeitraum

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times BV_{2+3+4} \times \sigma_{rw2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

wobei

$$\sigma_{rw2+3+4}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{2+3+4} = BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

#### Dritter Zeitraum

$$n_{3+4} = \frac{(z \times BV_{3+4} \times \sigma_{rw3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$

wobei

$$\sigma_{rw3+4}^2 = \frac{BV_3}{BV_{3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{3+4} = BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{3+4}} n_{3+4}$$

#### Vierter Zeitraum

$$n_4 = \frac{(z \times BV_4 \times \sigma_{r4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2 - z^2 \times \frac{BV_3^2}{n_3} \times s_{r3}^2}$$

Anmerkungen:

Die Parameter der Grundgesamtheit müssen in jedem Zeitraum durch die genauesten verfügbaren Informationen aktualisiert werden.

Können keine unterschiedlichen Annäherungen für die Standardabweichungen jedes Zeitraums errechnet werden oder sind diese nicht anwendbar, kann derselbe Wert der Standardabweichung für alle Zeiträume angewandt werden. In diesem Fall ist  $\sigma_{rw1+2+3+4}$  genau gleich der einfachen Standardabweichung der Fehler  $\sigma_r$ .

Der Parameter  $\sigma$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus Hilfsdaten (z. B. historischen Daten) errechnet wurde und  $s$  bezieht sich auf die Standardabweichung, die aus der geprüften Stichprobe errechnet wurde. Ist  $s$  in den Formeln nicht verfügbar, kann es ersetzt werden durch:  $\sigma$ .

#### 2.2.2 Hochrechnung und Genauigkeit

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}} + \frac{BV_{4s}}{n_{4s}} \times \sum_{i=1}^{n_{4s}} \frac{E_{4i}}{BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2 + \frac{BV_{4s}^2}{n_{4s}} \times s_{r4s}^2}$$

### Anhang 3 – Zuverlässigkeitsfaktoren für das MUS

Zahl der Fehler	Risiko einer falschen Anerkennung									
	1 %	5 %	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %	37 %	40 %	50 %
0	4,61	3,00	2,30	1,90	1,61	1,39	1,20	0,99	0,92	0,69
1	6,64	4,74	3,89	3,37	2,99	2,69	2,44	2,14	2,02	1,68
2	8,41	6,30	5,32	4,72	4,28	3,92	3,62	3,25	3,11	2,67
3	10,05	7,75	6,68	6,01	5,52	5,11	4,76	4,34	4,18	3,67
4	11,60	9,15	7,99	7,27	6,72	6,27	5,89	5,42	5,24	4,67
5	13,11	10,51	9,27	8,49	7,91	7,42	7,01	6,49	6,29	5,67
6	14,57	11,84	10,53	9,70	9,08	8,56	8,11	7,56	7,34	6,67
7	16,00	13,15	11,77	10,90	10,23	9,68	9,21	8,62	8,39	7,67
8	17,40	14,43	12,99	12,08	11,38	10,80	10,30	9,68	9,43	8,67
9	18,78	15,71	14,21	13,25	12,52	11,91	11,39	10,73	10,48	9,67
10	20,14	16,96	15,41	14,41	13,65	13,02	12,47	11,79	11,52	10,67
11	21,49	18,21	16,60	15,57	14,78	14,12	13,55	12,84	12,55	11,67
12	22,82	19,44	17,78	16,71	15,90	15,22	14,62	13,88	13,59	12,67
13	24,14	20,67	18,96	17,86	17,01	16,31	15,70	14,93	14,62	13,67
14	25,45	21,89	20,13	19,00	18,13	17,40	16,77	15,97	15,66	14,67
15	26,74	23,10	21,29	20,13	19,23	18,49	17,83	17,02	16,69	15,67
16	28,03	24,30	22,45	21,26	20,34	19,57	18,90	18,06	17,72	16,67
17	29,31	25,50	23,61	22,38	21,44	20,65	19,96	19,10	18,75	17,67
18	30,58	26,69	24,76	23,50	22,54	21,73	21,02	20,14	19,78	18,67
19	31,85	27,88	25,90	24,62	23,63	22,81	22,08	21,17	20,81	19,67
20	33,10	29,06	27,05	25,74	24,73	23,88	23,14	22,21	21,84	20,67
21	34,35	30,24	28,18	26,85	25,82	24,96	24,20	23,25	22,87	21,67
22	35,60	31,41	29,32	27,96	26,91	26,03	25,25	24,28	23,89	22,67
23	36,84	32,59	30,45	29,07	28,00	27,10	26,31	25,32	24,92	23,67
24	38,08	33,75	31,58	30,17	29,08	28,17	27,36	26,35	25,95	24,67
25	39,31	34,92	32,71	31,28	30,17	29,23	28,41	27,38	26,97	25,67
26	40,53	36,08	33,84	32,38	31,25	30,30	29,46	28,42	28,00	26,67
27	41,76	37,23	34,96	33,48	32,33	31,36	30,52	29,45	29,02	27,67
28	42,98	38,39	36,08	34,57	33,41	32,43	31,56	30,48	30,04	28,67
29	44,19	39,54	37,20	35,67	34,49	33,49	32,61	31,51	31,07	29,67
30	45,40	40,69	38,32	36,76	35,56	34,55	33,66	32,54	32,09	30,67
31	46,61	41,84	39,43	37,86	36,64	35,61	34,71	33,57	33,11	31,67
32	47,81	42,98	40,54	38,95	37,71	36,67	35,75	34,60	34,14	32,67
33	49,01	44,13	41,65	40,04	38,79	37,73	36,80	35,63	35,16	33,67
34	50,21	45,27	42,76	41,13	39,86	38,79	37,84	36,66	36,18	34,67
35	51,41	46,40	43,87	42,22	40,93	39,85	38,89	37,68	37,20	35,67
36	52,60	47,54	44,98	43,30	42,00	40,90	39,93	38,71	38,22	36,67
37	53,79	48,68	46,08	44,39	43,07	41,96	40,98	39,74	39,24	37,67
38	54,98	49,81	47,19	45,47	44,14	43,01	42,02	40,77	40,26	38,67
39	56,16	50,94	48,29	46,55	45,20	44,07	43,06	41,79	41,28	39,67
40	57,35	52,07	49,39	47,63	46,27	45,12	44,10	42,82	42,30	40,67
41	58,53	53,20	50,49	48,72	47,33	46,17	45,14	43,84	43,32	41,67
42	59,71	54,32	51,59	49,80	48,40	47,22	46,18	44,87	44,34	42,67
43	60,88	55,45	52,69	50,87	49,46	48,27	47,22	45,90	45,36	43,67
44	62,06	56,57	53,78	51,95	50,53	49,32	48,26	46,92	46,38	44,67
45	63,23	57,69	54,88	53,03	51,59	50,38	49,30	47,95	47,40	45,67
46	64,40	58,82	55,97	54,11	52,65	51,42	50,34	48,97	48,42	46,67
47	65,57	59,94	57,07	55,18	53,71	52,47	51,38	49,99	49,44	47,67
48	66,74	61,05	58,16	56,26	54,77	53,52	52,42	51,02	50,45	48,67
49	67,90	62,17	59,25	57,33	55,83	54,57	53,45	52,04	51,47	49,67
50	69,07	63,29	60,34	58,40	56,89	55,62	54,49	53,06	52,49	50,67

## Anhang 4 – Werte der standardisierten Normalverteilung (z)

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.998650	0.998694	0.998736	0.998777	0.998817	0.998856	0.998893	0.998930	0.998965	0.998999
3.1	0.999032	0.999064	0.999096	0.999126	0.999155	0.999184	0.999211	0.999238	0.999264	0.999289
3.2	0.999313	0.999336	0.999359	0.999381	0.999402	0.999423	0.999443	0.999462	0.999481	0.999499
3.3	0.999517	0.999533	0.999550	0.999566	0.999581	0.999596	0.999610	0.999624	0.999638	0.999650
3.4	0.999663	0.999675	0.999687	0.999698	0.999709	0.999720	0.999730	0.999740	0.999749	0.999758
3.5	0.999767	0.999776	0.999784	0.999792	0.999800	0.999807	0.999815	0.999821	0.999828	0.999835
3.6	0.999841	0.999847	0.999853	0.999858	0.999864	0.999869	0.999874	0.999879	0.999883	0.999888
3.7	0.999892	0.999896	0.999900	0.999904	0.999908	0.999912	0.999915	0.999918	0.999922	0.999925
3.8	0.999928	0.999930	0.999933	0.999936	0.999938	0.999941	0.999943	0.999946	0.999948	0.999950
3.9	0.999952	0.999954	0.999956	0.999958	0.999959	0.999961	0.999963	0.999964	0.999966	0.999967
4.0	0.999968	0.999970	0.999971	0.999972	0.999973	0.999974	0.999975	0.999976	0.999977	0.999978



## Anhang 5 – Funktionen in MS Excel zur Unterstützung von Stichprobenverfahren

Die nachstehend aufgeführten Funktionen können in MS Excel zur Berechnung der verschiedenen Parameter verwendet werden, die für die in diesen Leitlinien beschriebenen Verfahren und Konzepte erforderlich sind. Weitere Informationen zu ihrer Funktionsweise wie etwa zu den zugrundeliegenden mathematischen Formeln finden Sie in der Excel-Hilfe.

In den oben aufgeführten Formeln ist (.) ein Vektor, der die Adresse der Zellen mit den Werten der Stichprobe oder Grundgesamtheit enthält.

=AVERAGE(.) : Mittelwert einer Datenmenge

:: : Varianz einer Stichprobendatenmenge

=VAR.P(.) : Varianz einer Grundgesamtheitsdatenmenge

=STDEV.S(.) : Standardabweichung einer Stichprobendatenmenge

=STDEV.P(.) : Standardabweichung einer Grundgesamtheitsdatenmenge

=COVARIANCE.S(.) : Kovarianz zwischen zwei Variablen in einer Stichprobe

=COVARIANCE.P(.) : Kovarianz zwischen zwei Stichprobenvariablen in einer Grundgesamtheit

=RAND() : Zufallszahl zwischen 0 und 1 aus einer gleichmäßigen Verteilung

=SUM(.) : Summe einer Datenmenge

## Anhang 6 – Glossar

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Anomaler Fehler	Fehler/falsche Darstellung, die nachweislich nicht repräsentativ für die Grundgesamtheit ist. Da eine statistische Stichprobe für die Grundgesamtheit repräsentativ ist, sollten „anomale Fehler“ nur in sehr außergewöhnlichen, gut begründeten Fällen akzeptiert werden.
Voraussichtlicher Fehler ( <i>AE</i> )	Der Fehlerbetrag, den der Prüfer in der Grundgesamtheit vorzufinden erwartet (nach durchgeführter Prüfung). Zur Planung des Stichprobenumfangs wird die voraussichtliche Fehlerquote auf maximal 4,0 % des Buchwerts der Grundgesamtheit festgesetzt.
Attributstichprobenverfahren	Ein statistischer Ansatz, mit dessen Hilfe die Sicherheit des Systems ermittelt und die erwartete Fehlerquote einer Stichprobe abgeschätzt werden kann. Am häufigsten wird diese Methode bei Prüfungen eingesetzt, wenn die Fehlerquote einer vorgeschriebenen Kontrolle mit dem Ziel zu untersuchen ist, das vom Prüfer geschätzte Niveau des Kontrollrisikos zu untermauern.
Prüfungssicherheit	Das Sicherheitsmodell ist das Gegenteil des Risikomodells. Wird das Prüfungsrisiko auf 5 % eingeschätzt, so wird von einer Prüfungssicherheit von 95 % ausgegangen. Die Verwendung des Prüfungssicherheitsmodells bezieht sich auf die Planung und die zugrundeliegende Zuteilung der Ressourcen für ein bestimmtes operationelles Programm oder für mehrere operationelle Programme.
Prüfungsrisiko ( <i>AR</i> )	Das Risiko, dass der Prüfer trotz wesentlicher Fehlangaben in der Ausgabenerklärung einen uneingeschränkten Bestätigungsvermerk ausspricht.
Grundgenauigkeit ( <i>BP</i> )	Wird bei konservativem MUS verwendet und entspricht dem Produkt aus Stichprobenintervall und Zuverlässigkeitsfaktor (RF = Reliability Factor) (bereits für die Berechnung des Stichprobenumfangs verwendet).

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Buchwert ( <i>BV</i> )	Die gegenüber der Kommission geltend gemachten Ausgaben für ein Element (Vorhaben/Auszahlungsantrag), $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$ . Der Gesamtbuchwert einer Grundgesamtheit ist die Summe der Buchwerte der Elemente der Grundgesamtheit.
Konfidenzintervall	Das Intervall, das mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit (Konfidenzniveau genannt) den wahren (unbekannten) Wert der Grundgesamtheit (im Allgemeinen der Fehlerbetrag oder die Fehlerquote) enthält.
Konfidenzniveau	Die Wahrscheinlichkeit, dass ein anhand der Stichprobendaten erstelltes Konfidenzintervall den wahren (unbekannten) Fehler der Grundgesamtheit enthält.
Kontrollrisiko ( <i>CR</i> )	Das Risiko, dass in den der Kommission bescheinigten Ausgabenaufstellungen oder in den zugrundeliegenden Aggregationsebenen mit den internen Kontrollverfahren der Verwaltung ein wesentlicher Fehler nicht verhindert, entdeckt oder behoben wird.
Korrektur Buchwert ( <i>CBV</i> )	Der korrekte Ausgabenbetrag, der festgestellt werden könnte, wenn alle Auszahlungsanträge in der Grundgesamtheit geprüft würden und keine Fehler in der Grundgesamtheit vorliegen.
Aufdeckungsrisiko	Das Risiko, dass der Prüfer in den der Kommission bescheinigten Ausgabenaufstellungen oder in den zugrundeliegenden Aggregationsebenen einen wesentlichen Fehler nicht aufdeckt. Die Aufdeckungsrisiken sind mit der Durchführung von Prüfungen der Vorhaben verbunden.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Differenzschätzung	Ein statistisches Stichprobenverfahren, das auf einer Auswahl mit gleichen Wahrscheinlichkeiten beruht. Das Verfahren stützt sich auf die Extrapolation des Fehlers in der Stichprobe. Der prognostizierte Fehler wird von den gesamten geltend gemachten Ausgaben in der Grundgesamtheit subtrahiert, um die korrekten Ausgaben in der Grundgesamtheit abzuschätzen (d. h. die Ausgaben, die sich bei Prüfung sämtlicher Vorhaben in der Grundgesamtheit ergeben würden).
Fehler ( $E$ )	Für die Zwecke dieser Leitlinien ist ein Fehler eine quantifizierbare Überbewertung bei Ausgaben, die gegenüber der Kommission geltend gemacht wurden. Er wird definiert als die Differenz zwischen dem Buchwert des $i$ -ten Elements in der Stichprobe und dem entsprechenden korrekten Buchwert, $E_i = BV_i - CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$ . Im Falle der Schichtung der Grundgesamtheit wird ein Index $h$ verwendet, um die betreffende Schicht anzugeben, $E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}$ , where $i = 1, 2, \dots; N_h, h = 1, 2, \dots, H$ Dabei ist $H$ die Anzahl der Schichten.
Expansionsfaktor ( $EF$ )	Der Expansionsfaktor ist ein Faktor, der bei der Berechnung der vorsichtig angesetzten MUS-Stichprobe verwendet wird, wenn Fehler erwartet werden, und beruht auf dem Risiko der fälschlichen Akzeptanz. Er reduziert den Stichprobenfehler. Werden keine Fehler erwartet, dann ist der voraussichtliche Fehler (AE) gleich Null, und es wird kein Expansionsfaktor verwendet. Werte für den Expansionsfaktor können Abschnitt 6.3.4.2 dieses Leitfadens entnommen werden.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Inkrementelle Toleranz ( <i>IA</i> )	Misst die schrittweise Erhöhung des Genauigkeitsgrades mit jedem in der Stichprobe festgestellten Fehler. Diese Toleranz wird bei einem konservativen Ansatz für das MUS verwendet und sollte immer dann, wenn Fehler in der Stichprobe festgestellt werden, der Grundgenauigkeit hinzuaddiert werden (vgl. Abschnitt 6.3.4.5 dieses Leitfadens).
Inhärentes Risiko ( <i>IR</i> )	<p>Das Risiko, dass in den gegenüber der Kommission geltend gemachten Ausgabenaufstellungen oder in den zugrundeliegenden Aggregationsebenen bei nicht vorhandenen internen Kontrollverfahren ein wesentlicher Fehler vorkommen kann.</p> <p>Das inhärente Risiko muss vor Inangriffnahme detaillierter Prüfungsverfahren bewertet werden; dies erfolgt durch mündliche Befragungen des Managements und des Schlüsselpersonals, aber auch durch die Überprüfung kontextbezogener Informationen (wie z. B. Organigramme, Handbücher und interne/externe Unterlagen).</p>
Unregelmäßigkeit	Gleiche Bedeutung wie Fehler
Bekannter Fehler	<p>Der Prüfer kann aufgrund eines in der Stichprobe festgestellten Fehlers einen oder mehrere Fehler außerhalb der Stichprobe feststellen. Diese werden als „bekannte Fehler“ eingestuft.</p> <p>Diese werden als „bekannte Fehler“ eingestuft. Der in der Stichprobe aufgedeckte Fehler wird als Zufallsfehler angesehen und in die Hochrechnung einbezogen. Somit sollte dieser Stichprobenfehler, der zur Ermittlung des bekannten Fehlers führte, ebenso wie jeder andere Zufallsfehler auf die Grundgesamtheit extrapoliert werden.</p>

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Erheblichkeit	Fehler sind dann wesentlich, wenn sie ein bestimmtes für zulässig erachtetes Fehlerniveau überschreiten. Eine Erheblichkeitsschwelle von maximal 2 % gilt für Ausgaben, die im Bezugszeitraum bei der Kommission geltend gemacht werden. Die Prüfbehörde kann zu Planungszwecken eine Absenkung der Erheblichkeitsschwelle erwägen (zulässiger Fehler). Die Erheblichkeit wird als Schwellenwert zum Vergleich des prognostizierten Fehlers bei den Ausgaben verwendet.
Maximal zulässiger Fehler ( <i>TE</i> )	Der maximal zulässige Fehler, der in einem bestimmten Jahr in der Grundgesamtheit auftreten darf, also die Schwelle, bei deren Überschreiten von wesentlichen Fehlangaben hinsichtlich der Grundgesamtheit auszugehen ist. Bei einer Erheblichkeitsschwelle von 2 % beträgt daher der maximal zulässige Fehler 2 % der Ausgaben, die bei der Kommission für den Bezugszeitraum geltend gemacht wurden.
Fehlangaben	Gleiche Bedeutung wie Fehler
Monetary Unit Sampling (MUS, wertbezogenes Stichprobenverfahren)	Ein statistisches Stichprobenverfahren, bei dem die Geldeinheit als Hilfsvariable für die Probenahme verwendet wird. Dieser Ansatz beruht in der Regel auf einer systematischen Stichprobenziehung, bei der die Wahrscheinlichkeit in einem proportionalen Verhältnis zur Größe steht (PPS = Probability Proportional to Size), d. h. in einem proportionalen Verhältnis zum Geldwert der Stichprobeneinheit (Elemente mit hohen Werten werden mit größerer Wahrscheinlichkeit ausgewählt).
Mehrstufiges Stichprobenverfahren	Eine Stichprobe, die in Stufen ausgewählt wird, wobei die Stichprobeneinheiten auf jeder Stufe aus den (größeren), auf der vorherigen Stufe ausgewählten Einheiten gewählt werden. Die Stichprobeneinheiten in Bezug auf die erste Stufe werden Einheiten der ersten Stufe genannt; dies gilt analog für die Einheiten der zweiten Stufe, etc.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Grundgesamtheit	Die Grundgesamtheit für Probenahmezwecke umfasst die gegenüber der Kommission im Bezugszeitraum für Vorhaben innerhalb eines Programms oder einer Gruppe von Programmen geltend gemachten Ausgaben, mit Ausnahme der negativen Stichprobeneinheiten (wie in Abschnitt 4.6 unten erläutert) und jener, für die im Kontext des für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 durchgeführten Stichprobenverfahrens die in Artikel 148 Absatz 1 der Dachverordnung niedergelegten angemessenen Kontrollvereinbarungen und Artikel 28 Absatz 8 der Delegierten Verordnung (EU) Nr. 480/2014 gelten.
Größe der Grundgesamtheit ( $N$ )	Die Anzahl der Vorhaben oder Auszahlungsanträge, die im Bezugszeitraum die gegenüber der Kommission geltend gemachten Ausgaben ausmachen. Im Falle der Schichtung der Grundgesamtheit wird ein Index $h$ verwendet, um die jeweilige Schicht anzugeben, $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ , wobei die Anzahl der Schichten $H$ ist.
Geplante Genauigkeit	Der größtmögliche geplante Stichprobenfehler für die Ermittlung des Stichprobenumfangs, d. h. die maximale Abweichung zwischen dem wirklichen Wert der Grundgesamtheit und dem aus den Stichprobendaten abgeleiteten Schätzwert. In der Regel handelt es sich um die Differenz zwischen dem maximal zulässigen Fehler und dem voraussichtlichen Fehler, die auf einen Wert unterhalb (oder gleich) der Erheblichkeitsschwelle gesetzt werden sollte.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
(Effektive) Genauigkeit ( <i>SE</i> )	Dieser Fehler entsteht dadurch, dass nicht die ganze Grundgesamtheit betrachtet wird. Bei einem Stichprobenverfahren kommt stets ein Schätzungsfehler (Extrapolationsfehler) vor, weil der Prüfer aus den Stichprobendaten Rückschlüsse auf die Grundgesamtheit zieht. Dieser effektive Stichprobenfehler entspricht der Differenz zwischen dem anhand der Stichprobe hochgerechneten Parameter (Schätzwert) und dem tatsächlichen (unbekannten) Parameter der Grundgesamtheit (Wert des Fehlers). Er ist Ausdruck der Unsicherheit, die die Hochrechnung der Ergebnisse auf die Grundgesamtheit mit sich bringt.
Prognostizierter/ Hochgerechneter Fehler ( <i>EE</i> )	Der prognostizierte/hochgerechnete Fehler entspricht der geschätzten Wirkung der Zufallsfehler auf der Ebene der Grundgesamtheit.
Prognostizierter Zufallsfehler	Der prognostizierte Zufallsfehler ist das Ergebnis der Hochrechnung der in der Stichprobe (bei der Prüfung von Vorhaben) festgestellten Zufallsfehler auf die Grundgesamtheit. Das Hochrechnungs-/ Prognoseverfahren hängt vom verwendeten Stichprobenverfahren ab.
Zufallsfehler	Fehler, die nicht als systembedingt, bekannt oder anomal eingestuft werden, werden als Zufallsfehler bezeichnet. Dabei wird angenommen, dass Zufallsfehler, die in der geprüften Stichprobe gefunden wurden, wahrscheinlich auch in der nicht geprüften Grundgesamtheit vorhanden sind. Diese Fehler sind daher bei der Berechnung der Fehler zu berücksichtigen.



<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Bezugszeitraum	<p>Dieser Begriff bezieht sich auf den Zeitraum, für den die PB Sicherheit gewährleisten muss.</p> <p>Für den Programmplanungszeitraum 2007-2013 entspricht der Bezugszeitraum dem Jahr N, auf das sich der am Ende des Jahres N+1 eingereichte JKB bezieht; Ausnahmen von dieser Regel gelten für den ersten JKB und für den abschließenden Kontrollbericht, der bis zum 31.3.2017 einzureichen ist (vgl. Leitlinien zum Abschluss).</p> <p>Für den Programmplanungszeitraum 2014-2020 entspricht der Bezugszeitraum dem Jahr, das von 1.7.N bis 30.6.N+1 geht, auf das sich der bis zum 15. Februar des Jahres N+2 eingereichte JKB bezieht.</p>
Zuverlässigkeitsfaktor ( <i>RF</i> )	Der Zuverlässigkeitsfaktor RF ist eine Konstante aus der Poisson-Verteilung für einen erwarteten Null-Fehler. Er ist vom Konfidenzniveau abhängig. Die in den verschiedenen Situationen anzuwendenden Werte sind Abschnitt 6.3.4.2 dieses Leitfadens zu entnehmen.
Risiko eines wesentlichen Fehlers	Das Produkt aus dem inhärenten und dem Kontrollrisiko. Das Risiko eines wesentlichen Fehlers hängt mit dem Ergebnis der Systemprüfungen zusammen.
Stichprobenfehlerquote	Der Stichprobenfehler entspricht dem Quotienten aus dem Betrag der festgestellten Unregelmäßigkeiten und dem Betrag der geprüften Ausgaben.
Stichprobenumfang ( <i>n</i> )	Die Anzahl der Einheiten/Elemente in der Stichprobe. Im Falle der Schichtung der Grundgesamtheit wird ein Index <i>h</i> verwendet, um die jeweilige Schicht anzugeben, $n_h$ , $h = 1, 2, \dots, H$ , wobei <i>H</i> die Anzahl der Schichten ist.
Stichprobenfehler	Gleiche Bedeutung wie Genauigkeit.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Stichprobenintervall ( <i>SI</i> )	Bei Stichprobenverfahren, die auf einer systematischen Auswahl beruhen, ist das Stichprobenintervall der verwendete Auswahlschritt. Bei Verfahren, bei denen die Auswahl mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zu den Ausgaben erfolgt (wie beim MUS-Verfahren), ist das Stichprobenintervall der Quotient aus dem Gesamtbuchwert der Grundgesamtheit und dem Stichprobenumfang.
Stichprobenverfahren	Das Stichprobenverfahren umfasst zwei Elemente: den Stichprobenplan (z. B. gleiche Wahrscheinlichkeit, Wahrscheinlichkeit proportional zur Größe) und das Verfahren der Hochrechnung (Schätzung). Zusammen bilden diese beiden Elemente den Rahmen für die Berechnung des Stichprobenumfangs und die Hochrechnung des Fehlers.
Stichprobenzeitraum	Im Kontext eines Stichprobenverfahrens für zwei oder mehr Zeiträume beziehen sich die Zeiträume der Probenahme auf einen Teil des Bezugszeitraums (normalerweise ein Trimester, einen Zeitraum von vier Monaten oder ein Semester). Der Stichprobenzeitraum und der Bezugszeitraum können auch identisch sein.
Stichprobeneinheit	Eine Stichprobeneinheit ist eine der Einheiten, in die eine Grundgesamtheit zu Zwecken der Stichprobenahme unterteilt wird.  Die Stichprobeneinheit kann ein Vorhaben, ein Projekt innerhalb eines Vorhabens oder ein Auszahlungsantrag eines Begünstigten sein.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Einfaches Zufallsstichprobenverfahren	Beim einfachen Zufallsstichprobenverfahren handelt es sich um ein statistisches Stichprobenverfahren. Die zu untersuchende statistische Einheit ist das Vorhaben (oder der Zahlungsantrag, wie vorstehend erläutert). Die in der Stichprobe enthaltenen Einheiten werden nach dem Zufallsprinzip mit gleichen Wahrscheinlichkeiten ausgewählt.
Standardabweichung ( $\sigma$ oder $s$ )	Ein Maß für die Streuung der Grundgesamtheit um ihren Mittelwert. Sie kann anhand von Fehlern oder von Buchwerten berechnet werden. Bei der Berechnung anhand der Grundgesamtheit wird sie normalerweise mit $\sigma$ angegeben, bei der Berechnung anhand der Stichprobe mit $s$ . Je größer die Standardabweichung ist, desto heterogener ist die Grundgesamtheit (Stichprobe).
Schichtung	Unterteilung einer Grundgesamtheit in mehrere Gruppen (Schichten) anhand des Wertes einer Hilfsvariablen (normalerweise die zu prüfende Variable, d. h. der Wert der Ausgaben pro Vorhaben in dem geprüften Programm). Beim geschichteten Stichprobenverfahren werden aus jeder Schicht unabhängige Stichproben entnommen. Mit der Schichtung werden zwei Hauptziele verfolgt: Zum einen ermöglicht sie in der Regel eine höhere Genauigkeit (bei gleichem Stichprobenumfang) oder eine Verringerung des Stichprobenumfangs (bei gleichem Genauigkeitsgrad); zum anderen gewährleistet sie, dass in der Stichprobe alle Teilgesamtheiten vertreten sind, die den einzelnen Schichten entsprechen.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Systembedingter Fehler	Systembedingte Fehler sind in der geprüften Stichprobe festgestellte Fehler, die sich auf die nicht geprüfte Grundgesamtheit auswirken und unter klar definierten und ähnlichen Umständen auftreten. Diese Fehler weisen im Allgemeinen ein gemeinsames Merkmal auf, z. B. Art des Vorhabens, Ort oder Zeitraum. Sie gehen im Allgemeinen auf unwirksame Kontrollverfahren in (Teilen von) Verwaltungs- und Kontrollsystemen zurück.
Zulässiger Fehler	Die maximal zulässige Fehlerquote in der Grundgesamtheit. Bei einer Erheblichkeitsschwelle von 2 % beträgt der maximal zulässige Fehler daher 2 % der Ausgaben, die gegenüber der Kommission für den Bezugszeitraum geltend gemacht wurden.
Zulässige Fehlangebe	Gleiche Bedeutung wie zulässiger Fehler.
Gesamtbuchwert	Die gegenüber der Kommission für Vorhaben im Rahmen eines Programms bzw. einer Gruppe von Programmen geltend gemachten Gesamtausgaben; entspricht der Grundgesamtheit, aus der die Stichprobe gezogen wird.
Gesamtfehlerquote ( <i>TER</i> )	Die Gesamtfehlerquote entspricht der Summe folgender Fehler: prognostizierte Zufallsfehler, systembedingte Fehler und nicht berichtigte anomale Fehler. Die Prüfbehörde sollte alle Fehler quantifizieren und in den TER aufnehmen; dies gilt nicht für berichtigte anomale Fehler. Gleiche Bedeutung wie prognostizierte Gesamtfehlerquote ( <i>TPER</i> ) oder prognostizierte Gesamtfehlangebe.

<b>Begriff</b>	<b>Definition</b>
Zweistufiges Stichprobenverfahren	Eine Stichprobe, die in 2 Stufen ausgewählt wird, wobei die Stichprobeneinheiten der zweiten Stufe (Unterstichprobeneinheiten) aus den Stichprobeneinheiten der Hauptstichprobe ausgewählt werden. Im Falle von Prüfungen des Europäischen Struktur- und Investitionsfonds (ESI) bezieht sich ein typisches Beispiel eines zweistufigen Stichprobenplans auf die Verwendung von Vorhaben als Unterstichprobeneinheiten auf der ersten Stufe und die Verwendung von Rechnungen als Unterstichprobeneinheiten auf der zweiten Stufe.
Obere Fehlergrenze ( <i>ULE</i> )	Entspricht der Summe des prognostizierten Fehlers und der Genauigkeit der Extrapolation. Gleiche Bedeutung wie Obergrenze des Konfidenzintervalls, Obergrenze für die Fehlangebe der Grundgesamtheit und Obergrenze der Fehlangebe.
Varianz ( $\sigma^2$ )	Quadrat der Standardabweichung
z	Ein Parameter aus der Normalverteilung, der mit dem Konfidenzniveau im Zusammenhang steht, das mithilfe von Systemprüfungen ermittelt wird. Die möglichen Werte von z werden in Abschnitt 5.3 dieses Leitfadens angegeben.