



**EUROPA-KOMMISSIONEN**

GENERALDIREKTORATERNE FOR

Regional- og bypolitik

Beskæftigelse, sociale anliggender, arbejdsmarkedsforhold og ligestilling

Maritime anliggender

## **Vejledning om stikprøvemetoder til revisionsmyndigheder**

Programmeringsperioderne 2007-2013 og 2014-2020

*ERKLÆRING OM ANSVARFRASKRIVELSE: "Dette er et arbejdsdokument udarbejdet af Kommissionens tjenestegrene. Det giver – med afsæt i gældende EU-lovgivning – teknisk vejledning til offentlige myndigheder, aktører, støttemodtagere eller potentielle støttemodtagere og andre organer, som er involveret i overvågning, kontrol eller gennemførelse af samhørigheds- og havpolitik, om fortolkningen og anvendelsen af Unionens regler på disse områder. Formålet med dokumentet er at formidle Kommissionens tjenestegrenes forklaringer på og fortolkninger af de nævnte regler med henblik på at lette gennemførelsen af programmer og fremme god praksis. Vejledningen berører dog ikke EU-Domstolens eller Rettens fortolkninger eller Kommissionens afgørelser."*

## INDHOLDSFORTEGNELSE

<b>1</b>	<b>INDLEDNING</b> .....	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>HENVISNINGER TIL LOVE OG REGLER</b> .....	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>REVISIONSRISIKOMODEL OG REVISIONSPROCEDURER</b> .....	<b>9</b>
3.1	RISIKOMODEL .....	9
3.2	SIKKERHEDS- OG KONFIDENSNIVEAUET I FORBINDELSE MED REVISION AF OPERATIONER .....	13
3.2.1	<i>Indledning</i> .....	13
3.2.2	<i>Fastsættelse af sikkerhedsgraden ved gruppering af programmer</i> .....	15
<b>4</b>	<b>STATISTISKE BEGREBER VEDRØRENDE REVISIONER AF OPERATIONER</b> .....	<b>16</b>
4.1	STIKPRØVEMETODE .....	16
4.2	UDVÆLGELSESMETODE .....	17
4.3	PROJEKTION (ESTIMATION) .....	18
4.4	PRÆCISION (STIKPRØVEFEJL) .....	19
4.5	POPULATION .....	20
4.6	NEGATIVE STIKPRØVEENHEDER .....	22
4.7	STRATIFIKATION .....	25
4.8	STIKPRØVEENHED .....	26
4.9	VÆSENTLIGHED .....	26
4.10	ACCEPTABEL FEJL OG PLANLAGT PRÆCISION .....	27
4.11	VARIABILITET .....	27
4.12	KONFIDENSINTERVAL OG ØVRE FEJLGRÆNSE.....	29
4.13	KONFIDENSNIVEAU .....	31
4.14	FEJLPROCENT .....	31
<b>5</b>	<b>STIKPRØVETEKNIKKER VED REVISION AF OPERATIONER</b> .....	<b>31</b>
5.1	OVERSIGT .....	31
5.2	ANVENDELSESKRITERIER FOR STIKPRØVEMODELLER .....	34
5.3	NOTATION .....	36
<b>6</b>	<b>STIKPRØVEMETODER</b> .....	<b>38</b>
6.1	SIMPEL TILFÆLDIG UDVÆLGELSE.....	38
6.1.1	<i>Standardmetode</i> .....	38
6.1.1.1	<i>Indledning</i> .....	38
6.1.1.2	<i>Stikprøvestørrelse</i> .....	38
6.1.1.3	<i>Kalkuleret fejl</i> .....	39
6.1.1.4	<i>Præcision</i> .....	40
6.1.1.5	<i>Evaluering</i> .....	41
6.1.1.6	<i>Eksempel</i> .....	42
6.1.2	<i>Stratificeret simpel tilfældig udvælgelse</i> .....	47
6.1.2.1	<i>Indledning</i> .....	47
6.1.2.2	<i>Stikprøvestørrelse</i> .....	48
6.1.2.3	<i>Kalkuleret fejl</i> .....	49
6.1.2.4	<i>Præcision</i> .....	50
6.1.2.5	<i>Evaluering</i> .....	51
6.1.2.6	<i>Eksempel</i> .....	51
6.1.3	<i>Simpel tilfældig udvælgelse – to perioder</i> .....	58
6.1.3.1	<i>Indledning</i> .....	58

6.1.3.2	Stikprøvestørrelse .....	58
6.1.3.3	Kalkuleret fejl.....	60
6.1.3.4	Præcision .....	61
6.1.3.5	Evaluering .....	62
6.1.3.6	Eksempel .....	62
6.2	DIFFERENCEESTIMERING .....	68
6.2.1	<i>Standardmetode</i> .....	68
6.2.1.1	Indledning.....	68
6.2.1.2	Stikprøvestørrelse .....	68
6.2.1.3	Ekstrapolering .....	69
6.2.1.4	Præcision .....	69
6.2.1.5	Evaluering .....	70
6.2.1.6	Eksempel.....	71
6.2.2	<i>Stratificeret differenceestimering</i> .....	73
6.2.2.1	Indledning.....	73
6.2.2.2	Stikprøvestørrelse .....	74
6.2.2.3	Ekstrapolering .....	74
6.2.2.4	Præcision .....	75
6.2.2.5	Evaluering .....	75
6.2.2.6	Eksempel .....	76
6.2.3	<i>Differenceestimering – to perioder</i> .....	80
6.2.3.1	Indledning.....	80
6.2.3.2	Stikprøvestørrelse .....	80
6.2.3.3	Ekstrapolering .....	80
6.2.3.4	Præcision .....	81
6.2.3.5	Evaluering .....	81
6.2.3.6	Eksempel .....	82
6.3	PENGEENHEDSSTIKPRØVEMETODEN .....	86
6.3.1	<i>Standardmetode</i> .....	86
6.3.1.1	Indledning.....	86
6.3.1.2	Stikprøvestørrelse .....	87
6.3.1.3	Stikprøveudvælgelse.....	88
6.3.1.4	Kalkuleret fejl.....	89
6.3.1.5	Præcision .....	90
6.3.1.6	Evaluering .....	91
6.3.1.7	Eksempel .....	92
6.3.2	<i>Stratificeret pengeenhedsstikprøvemethode</i> .....	97
6.3.2.1	Indledning.....	97
6.3.2.2	Stikprøvestørrelse .....	98
6.3.2.3	Stikprøveudvælgelse.....	99
6.3.2.4	Kalkuleret fejl.....	100
6.3.2.5	Præcision .....	101
6.3.2.6	Evaluering .....	101
6.3.2.7	Eksempel .....	102
6.3.3	<i>Pengeenhedsstikprøvemethoden – to perioder</i> .....	107
6.3.3.1	Indledning.....	107
6.3.3.2	Stikprøvestørrelse .....	107
6.3.3.3	Stikprøveudvælgelse.....	109
6.3.3.4	Kalkuleret fejl.....	110
6.3.3.5	Præcision .....	111
6.3.3.6	Evaluering .....	112
6.3.3.7	Eksempel .....	112
6.3.4	<i>Stratificeret pengeenhedsstikprøvemethode over to perioder</i> .....	120
6.3.4.1	Indledning.....	120

6.3.4.2	Stikprøvestørrelse .....	120
6.3.4.3	Stikprøveudvælgelse.....	123
6.3.4.4	Kalkuleret fejl.....	124
6.3.4.5	Præcision .....	126
6.3.4.6	Evaluering .....	126
6.3.4.7	Eksempel .....	127
6.3.5	<i>Konservativ metode</i> .....	138
6.3.5.1	Indledning.....	138
6.3.5.2	Stikprøvestørrelse .....	139
6.3.5.3	Stikprøveudvælgelse.....	140
6.3.5.4	Kalkuleret fejl.....	141
6.3.5.5	Præcision .....	141
6.3.5.6	Evaluering .....	143
6.3.5.7	Eksempel .....	144
6.4	IKKE-STATISTISK STIKPRØVETAGNING.....	149
6.4.1	<i>Indledning</i> .....	149
6.4.2	<i>Stratificeret og ikke-stratificeret ikke-statistisk stikprøvetagning</i> .....	150
6.4.3	<i>Stikprøvestørrelse</i> .....	152
6.4.4	<i>Stikprøveudvælgelse</i> .....	153
6.4.5	<i>Projektion</i> .....	154
6.4.5.1	Samme sandsynlighed for udvælgelse .....	154
6.4.5.2	Stratificeret metode med samme sandsynlighed for udvælgelse.....	155
6.4.5.3	Sandsynlighed for udvælgelse proportionel med udgifter .....	155
6.4.5.4	Stratificeret sandsynlighed for udvælgelse proportionel med udgifter .....	156
6.4.6	<i>Evaluering</i> .....	157
6.4.7	<i>Eksempel 1 – stikprøvemethode baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse</i> 157	
6.4.8	<i>Eksempel 2 – stikprøvemethode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse</i> .....	160
6.4.9	<i>Ikke-statistisk stikprøvemethode – to perioder</i> .....	162
6.4.9.1	Ikke-statistisk stikprøvemethode – to perioder – metode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse.....	163
6.4.9.2	Ikke-statistisk stikprøvemethode – to perioder – metode baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse.....	167
6.4.10	<i>Stikprøvetagning i to trin (delstikprøvetagning) ved ikke-statistiske stikprøvemethoder</i> 172	
6.5	STIKPRØVEMETODER TIL PROGRAMMER FOR EUROPÆISK TERRITORIALT SAMARBEJDE (ETC) ...	173
6.5.1	<i>Indledning</i> .....	173
6.5.2	<i>Stikprøveenhed</i> .....	173
6.5.3	<i>Stikprøvemethodologi</i> .....	174
6.5.3.1	Stikprøvetagning i to og tre trin (delstikprøvetagning).....	175
6.5.3.2	Stikprøveenheders overordnede opsætning i forbindelse med stikprøvetagning i to og tre trin..	178
6.5.3.3	En mulig fremgangsmåde for stikprøvetagning i to trin (operationen som stikprøveenheden og delstikprøve af projektpartnerne, hvor den ledende partner og et udsnit af projektpartnerne udvælges)....	183
<b>7</b>	<b>UDVALGTE EMNER</b> .....	<b>188</b>
7.1	BESTEMMELSE AF DEN FORVENTEDE FEJL.....	188
7.2	YDERLIGERE STIKPRØVETAGNING .....	191
7.2.1	<i>Supplerende stikprøvetagning (grundet utilstrækkelig dækning af højrisikoområder)</i> ....	191
7.2.2	<i>Supplerende stikprøvetagning (grundet inkonklusive resultater af revisionen)</i> .....	192
7.3	STIKPRØVETAGNING I LØBET AF ÅRET .....	192
7.3.1	<i>Indledning</i> .....	192
7.3.2	<i>Supplerende bemærkninger om stikprøver for flere perioder</i> .....	194
7.3.2.1	Præsentation .....	194

7.3.2.2	Eksempel .....	196
7.4	ÆNDRING AF STIKPRØVEMETODEN I PROGRAMMERINGSPERIODEN .....	203
7.5	FEJLPROCENTER .....	203
7.6	STIKPRØVETAGNING I TO TRIN (DELSTIKPRØVETAGNING) .....	204
7.6.1	Indledning .....	204
7.6.2	Stikprøvestørrelse .....	207
7.6.3	Projektion .....	208
7.6.4	Præcision .....	209
7.6.5	Eksempel .....	209
7.7	OMREGNING AF KONFIDENSNIVEAUET .....	213
7.8	STRATEGIER FOR REVISION AF PROGRAMGRUPPER OG PROGRAMMER MED FLERFONDSFINANSIERING .....	216
7.8.1	Indledning .....	216
7.8.2	Eksempel .....	219
7.9	STIKPRØVETEKNIK VED SYSTEMREVISIONER .....	227
7.9.1	Indledning .....	227
7.9.2	Stikprøvestørrelse .....	229
7.9.3	Ekstrapolering .....	230
7.9.4	Præcision .....	230
7.9.5	Evaluering .....	230
7.9.6	Særlige attributudvælgelsesmetoder .....	231
7.10	PROPORTIONALE KONTROLORDNINGER I PROGRAMMERINGSPERIODEN 2014 - 2020 - KONSEKVENSER FOR STIKPRØVETAGNING .....	232
7.10.1	Begrænsninger for stikprøvetagning ifølge artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser .....	232
7.10.2	Stikprøvemethoder ved proportionale kontrolordninger .....	234
7.10.3	Eksempler .....	239
7.10.3.1	Eksempler på udskiftning af stikprøveenheder ved PPS-metoder (MUS og PPS ikke-statistisk stikprøvetagning) .....	239
7.10.3.2	Eksempel på udelukkelse af operationer ved stikprøveudvælgelsen ved MUS-standardmetode 244	
7.10.3.3	Eksempel på udelukkelse af operationer ved stikprøveudvælgelsen ved konservativ MUS- metode 248	
7.10.3.4	Eksempel på udelukkelse af operationer ved stikprøveudvælgelsen i en simpel vilkårlig stikprøve (middelværdi pr. enhed og ratioestimation) .....	251

**BILAG 1 – PROJEKTION AF TILFÆLDIGE FEJL I FORBINDELSE MED  
IDENTIFIKATIONEN AF SYSTEMISKE FEJL ..... 258**

1.	INDLEDNING .....	258
2.	SIMPEL TILFÆLDIG UDVÆLGELSE .....	259
2.2	Estimation af middelværdi pr. enhed .....	259
2.3	Ratioestimation .....	259
3.	DIFFERENCEESTIMERING .....	260
4.	PENGEENHEDSSTIKPRØVEMETODEN .....	261
4.1	MUS-standardmetoden .....	261
4.2	MUS-ratioestimation .....	263
4.3	Konservativ MUS-metode .....	264
5.	IKKE-STATISTISK STIKPRØVETAGNING .....	264

**BILAG 2 – FORMLER TIL BRUG FOR STIKPRØVETAGNING OVER FLERE PERIODER 267**

**1. SIMPEL TILFÆLDIG UDVÆLGELSE ..... 267**

1.1 TRE PERIODER .....	267
1.1.1 stikprøvestørrelse.....	267
1.1.2 Projektion og præcision.....	268
1.2 FIRE PERIODER.....	269
1.2.1 Stikprøvestørrelse .....	269
1.2.2 Projektion og præcision.....	271
<b>2. PENGEENHEDSSTIKPRØVEMETODEN .....</b>	<b>272</b>
2.1 TRE PERIODER .....	272
2.1.1 Stikprøvestørrelse .....	272
2.1.2 Projektion og præcision.....	273
2.2 FIRE PERIODER.....	274
2.2.1 Stikprøvestørrelse .....	274
2.2.2 Projektion og præcision.....	275
<b>BILAG 3 – PÅLIDELIGHEDSFAKTORER FOR MUS.....</b>	<b>276</b>
<b>BILAG 4 – VÆRDIER FOR STANDARDNORMALFORDELINGEN (Z).....</b>	<b>277</b>
<b>BILAG 5 – MS EXCEL-FORMLER TIL BRUG FOR STIKPRØVEMETODER.....</b>	<b>278</b>
<b>BILAG 6 – TERMLISTE.....</b>	<b>279</b>

## Liste over akronymer

AA – Revisionsmyndighed

ACR – Årlig kontrolrapport

AE – Forventet fejl

AR – Revisionsrisiko

BP – Grundlæggende præcision

BV – Bogført værdi (udgifter, der er attesteret over for Kommissionen i referenceperioden)

COCOF – Koordinationsudvalget for Fondene

CR – Kontrolrisiko

DR – Opdagelsesrisiko

$E_i$  – Individuelle fejl i stikprøven

$\bar{E}$  – Middelfejl i stikprøven

EC – Det Europæiske Fællesskab

EE – Kalkuleret fejl

EDR – Ekstrapoleret afvigelsesprocent

EF – Opregningsfaktor

ETC – Europæisk territorialt samarbejde

IA – Trinvis voksende usikkerhedsfaktor

IR – Iboende risiko

IT – Informationsteknologier

MCS – Forvaltnings- og kontrolsystem

MUS – Pengeenhedsstikprøvemethoden

PPS – Sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse

RF – Pålidelighedsfaktor

SE – Konstaterede stikprøvefejl efter udførelsen af revisionsarbejdet (præcision)

SI – Prøvetagningsinterval

TE – Maksimal acceptabel fejl

TPE – Samlet kalkuleret fejl (svarer også til akronymet TPER (Samlet kalkuleret fejlprocent), som blev anvendt i programmeringsperioden 2007-2013)

ULD – Øvre afvigelsesgrænse

ULE – Øvre fejlgrænse

# 1 Indledning

Vejledningen om stikprøvetagning til revisionsformål er blevet udarbejdet med det formål at give revisionsmyndighederne i medlemsstaterne en opdateret oversigt over de mest anvendte og egnede stikprøvemetoder og således støtte gennemførelsen af lovgivningsrammen i programmeringsperioden 2007-2013 og eventuelt programmeringsperioden 2014-2020.

Internationale revisionsstandarder og nyere stikprøveteorier omfatter retningslinjer for stikprøvetagning til revisionsformål og andre metoder til udvælgelse af kontrolelementer i forbindelse med udformning af revisionsprocedurer.

Denne vejledning erstatter den tidligere vejledning om samme emne (ref. COCOF 08/0021/03-EN af 04-04-2013). Vejledningen berører ikke følgende supplerende vejledninger fra Kommissionen:

- Programmeringsperiode 2007-2013:
  - Vejledning om årlige kontrolrapporter og udtalelser – "Guidance note on annual control reports and opinions" af 18.2.2009, ref. COCOF 09/0004/01-EN og EFFC/0037/2009-EN af 23.2.2009,
  - Vejledning om behandling af fejl indberettet i de årlige kontrolrapporter – "Guidance on treatment of errors disclosed in the annual control reports", ref. EGESIF\_15-0007-01 af 09/10/2015,
  - Vejledning om en fælles metode til evaluering af forvaltnings- og kontrolsystemer i medlemsstaterne – "Guidance on a common methodology for the assessment of management and control systems [MCS] in the Member States", ref. COCOF 08/0019/01-EN og EFFC/27/2008 af 12.9.2008.
- Programmeringsperiode 2014-2020:
  - "Vejledning til medlemsstaterne om den årlige kontrolrapport og revisionserklæringen" (Programmeringsperiode 2014-2020), ref. EGESIF\_15-0002-02 final af 9/10/2015,
  - "Vejledning til Kommissionen og medlemsstaterne om en fælles metode til vurdering af forvaltnings- og kontrolsystemer i medlemsstaterne", (ref. EGESIF\_14-0010-final af 18/12/2014).

Det tilrådes således at læse disse supplerende vejledninger for at få et samlet overblik over retningslinjerne for udarbejdelse af årlige kontrolrapporter.



## 2 Henvisninger til love og regler

Forordning	Artikel
<b>Programmeringsperiode 2007-2013</b>	
Forordning (EF) nr. 1083/2006	Artikel 62 – Revisionsmyndighedens funktioner
Forordning (EF) nr. 1828/2006	Artikel 17 – Stikprøver Bilag IV – Tekniske parametre for tilfældig statistisk stikprøveudtagning i henhold til artikel 17
Forordning (EF) nr. 1198/2006	Artikel 61 – Revisionsmyndighedens funktioner
Forordning (EF) nr. 498/2007	Artikel 43 – Stikprøver Bilag IV – Tekniske parametre
<b>Programmeringsperiode 2014-2020</b>	
Forordning (EU) nr. 1303/2013 Forordning om fælles bestemmelser	Artikel 127, stk. 5 – Revisionsmyndighedens funktioner Artikel 148, stk. 1 – Proportional kontrol af operationelle programmer
Forordning (EU) nr. 480/2014 Kommissionens delegerede forordning	Artikel 28 – Metodologi for udvælgelse af stikprøven af operationer

## 3 Revisionsrisikomodel og revisionsprocedurer

### 3.1 Risikomodel

**Revisionsrisikoen** er risikoen for, at revisoren afgiver en udtalelse uden forbehold, selv om udgiftsanmeldelsen indeholder væsentlige fejl.

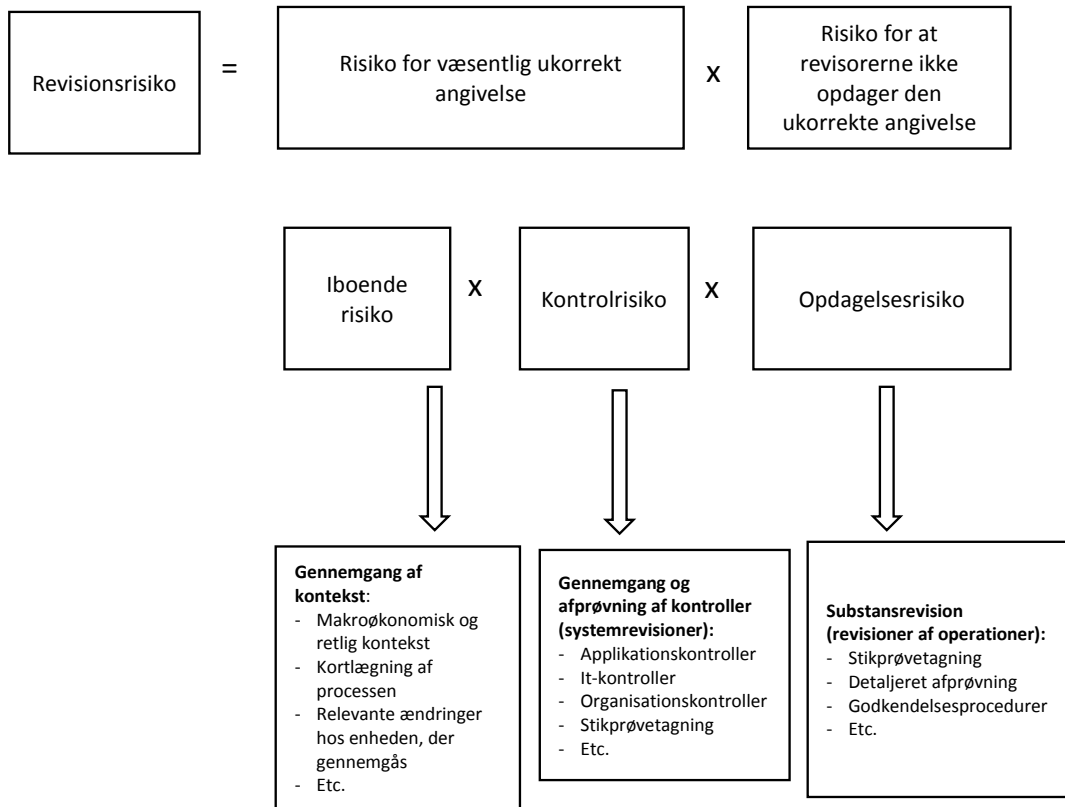


Fig. 1: Revisionsrisikomodel

Revisionsrisikoenes tre komponenter er den iboende risiko (*IR*), kontrolrisikoen (*CR*) og opdagelsesrisikoen (*DR*). Revisionsrisikomodelen er således

$$AR = IR \times CR \times DR$$

hvor:

- *IR*, iboende risiko, er den opfattede risiko for, at der kan være en væsentlig fejl i de udgiftsoversigter, der indgives til Kommissionen eller underliggende aggregeringsniveauer på grund af manglende interne kontrolprocedurer. Den iboende risiko er knyttet til den reviderede enheds aktivitetstyper og afhænger af eksterne faktorer (herunder kulturelle, politiske, økonomiske og erhvervsmæssige aktiviteter, kunder og leverandører) og interne faktorer (herunder organisationstype, procedurer, personalets kompetencer, nylige ændringer af processer eller i ledelsen). *IR* skal estimeres forud for indledningen af de detaljerede revisionsprocedurer (interview med ledelsen og nøglepersonale, gennemgang af kontekstuelle oplysninger såsom organisationsdiagrammer, manualer og interne/eksterne dokumenter). For så vidt angår struktur- og fiskerifondene, fastsættes den iboende risiko normalt på et højt niveau.
- *CR*, kontrolrisiko, er den opfattede risiko for, at en væsentlig fejl i de udgiftsoversigter, der indgives til Kommissionen eller underliggende aggregeringsniveauer, ikke vil blive forebygget, opdaget og korrigeret i

forbindelse med ledelsens interne kontrolprocedurer. Kontrolrisiciene afhænger således af håndteringen (styringen) af iboende risici og af det interne kontrolsystem, herunder applikationskontroller, IT-kontroller og organisationskontroller blot for at nævne nogle få. Kontrolrisici kan evalueres ved hjælp af **systemrevisioner**, dvs. detaljerede test af kontroller og rapportering for at dokumentere, at kontrolsystemet er udformet og fungerer effektivt med hensyn til at forebygge eller påvise væsentlige fejl, og at organisationen kan registrere, behandle, sammenfatte og rapportere data.

Resultatet af den iboende risiko og kontrolrisikoen (dvs.  $IR \times CR$ ) betegnes **risikoen for væsentlig fejl**. Risikoen for væsentlig fejl er relateret til resultatet af **systemrevisionerne**.

- *DR*, , opdagelsesrisiko, er den opfattede risiko for, at en væsentlig fejl i de udgiftsoversigter, der indgives til Kommissionen eller underliggende aggregeringsniveauer, ikke vil blive påvist af revisoren. Opdagelsesrisikoen afhænger af revisionernes tilstrækkelighed, herunder bl.a. stikprøvemethoden, personalets kompetencer, revisionsteknikker og revisionsredskaber. Opdagelsesrisikoen er relateret til revisionen af operationer, herunder substansrevision af detaljer eller transaktioner vedrørende programoperationer, der normalt foretages på grundlag af udtagning af stikprøver.

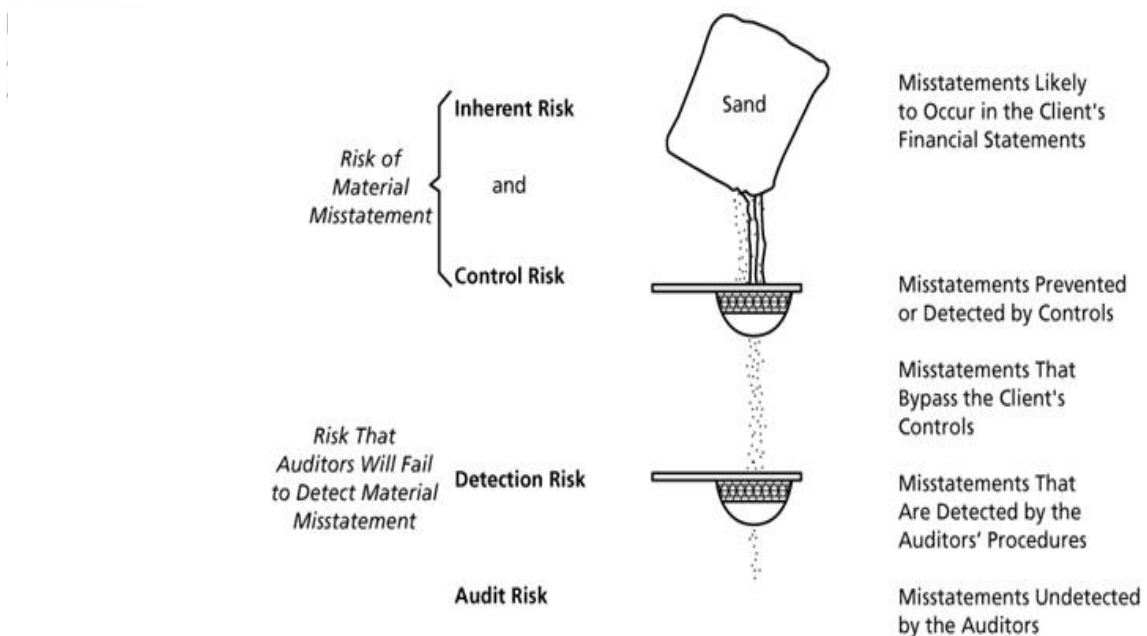


Fig. 2: Revisionsrisiko (ændret, ukendt kilde)

Sikkerhedsmodellen er det modsatte af risikomodelen. Hvis revisionsrisikoen estimeres til 5 %, estimeres revisionssikkerheden til 95 %.

Revisionsrisiko- og sikkerhedsmodellen anvendes i forbindelse med planlægningen og den underliggende ressourcefordeling til et bestemt operationelt program eller flere operationelle programmer og har to formål:

- at give et højt sikkerhedsniveau: Hvis der opnås sikkerhed på et vist niveau, f.eks. 95 % sikkerhed, er revisionsrisikoen 5 %.
- at udføre effektive revisioner: Ved en bestemt sikkerhedsgrad på f.eks. 95 % skal revisoren udvikle revisionsprocedurer under hensyntagen til *IR* og *CR*. Det giver revisionsholdet mulighed for at reducere revisionsindsatsen på nogle områder og fokusere på mere risikofyldte områder, der skal revideres.

Det skal bemærkes, at opdagelsesrisikoen, der er bestemmende for stikprøvestørrelsen ved udtagning af stikprøver af operationer, kan beregnes direkte, hvis *IR* og *CR* allerede er blevet estimeret. Det vil sige,

$$AR = IR \times CR \times DR \Rightarrow DR = \frac{AR}{IR \times CR}$$

hvor *AR* normalt fastsættes til 5 %, og *IR* og *CR* estimeres af revisoren.

### ***Illustration***

***Lav kontrolsikkerhed:*** Hvis den ønskede accepterede revisionsrisiko er 5 %, og hvis den iboende risiko (= 100 %) og kontrolrisikoen (= 50 %) er høj, og der således er tale om en enhed med en høj risiko, hvor de interne kontrolprocedurer ikke er tilstrækkelige til at styre risiciene, skal revisoren tilstræbe en meget lav opdagelsesrisiko på 10 %. For at opnå en lav opdagelsesrisiko skal det beløb, der omfattes af substansrevision, og således stikprøvestørrelsen være betydelig.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,5} = 0,1$$

***Høj kontrolsikkerhed:*** Hvis den iboende risiko er høj (100 %), men der er indført tilstrækkelige kontrolprocedurer, kan kontrolrisikoen derimod estimeres til 12,5 %. For at opnå en revisionsrisiko på 5 % kan opdagelsesrisikoen fastsættes til 40 %, og revisoren kan således løbe en større risiko og reducere stikprøvestørrelsen. Det vil i sidste ende betyde en mindre detaljeret og mindre udgiftskrævende revision.

$$DR = \frac{AR}{IR \times CR} = \frac{0,05}{1 \times 0,125} = 0,4$$

Det skal bemærkes, at begge eksempler resulterer i den samme revisionsrisiko på 5 % under forskellige forudsætninger.

I forbindelse med planlægningen af revisionsarbejdet skal de forskellige risikoniveauer estimeres i forskellige faser. I første omgang skal den iboende risiko estimeres og i denne forbindelse kontrolrisikoen. På grundlag af disse to faktorer kan revisionsholdet estimere opdagelsesrisikoen og herunder træffe afgørelse om de revisionsprocedurer, der skal anvendes i forbindelse med den detaljerede revision.

Selv om revisionsrisikomodellen danner ramme for overvejelser om udarbejdelse af revisionsplanen og ressourcefordelingen, kan det i praksis være vanskeligt at kvantificere den iboende risiko og kontrolrisikoen præcist.

Sikkerheds- og konfidensniveauet i forbindelse med revision af operationer afhænger primært af kvaliteten af det interne kontrolsystem. Revisorer estimerer risikokomponenterne på grundlag af viden og erfaring og anvender udtryk som LAV/MODERAT/MIDDEL eller HØJ snarere end præcise sandsynligheder. Hvis der konstateres alvorlige svagheder under systemrevisionen, er kontrolrisikoen høj, og systemets sikkerhedsgrad lav. Hvis der ikke konstateres alvorlige svagheder, er kontrolrisikoen lav, og hvis den iboende risiko også er lav, er systemets sikkerhedsgrad høj.

Hvis der konstateres alvorlige svagheder under systemrevisionen, er risikoen for væsentlige fejl som tidligere nævnt høj (kontrolrisici kombineret med iboende risici), og systemets sikkerhedsgrad vil således være lav. I henhold til forordningernes bilag IV må konfidensniveauet ved udvælgelsen af stikprøver ikke være under 90 %, hvis systemets sikkerhedsgrad er lav.

Hvis der ikke konstateres alvorlige svagheder i systemet, er risikoen for væsentlige fejl lav, og systemets sikkerhedsgrad høj, og det konfidensniveau, der lægges til grund for udtagningen af stikprøver, må ikke være under 60 %.

I afsnit 3.2 redegøres nærmere for fastlæggelsen af sikkerheds- og konfidensniveauet i forbindelse med revision af operationer.

## **3.2 Sikkerheds- og konfidensniveauet i forbindelse med revision af operationer**

### **3.2.1 Indledning**

Der skal foretages substansrevision af stikprøver, hvis størrelse afhænger af et konfidensniveau, der fastsættes på grundlag af systemrevisionens grad af pålidelighed, dvs.

- mindst 60 %, hvis sikkerheden er høj
- middel sikkerhed (der anføres ingen procentsats for denne sikkerhedsgrad i Kommissionens forordning, om end en sikkerhedsgrad på 70 % til 80 % tilrådes)

- mindst 90 %, hvis sikkerheden er lav.

Revisionsmyndigheden bør ligeledes fastsætte kriterier for systemrevisioner for at fastlægge forvaltnings- og kontrolsystemers pålidelighed. Disse kriterier skal omfatte en kvantificeret vurdering af alle centrale elementer i systemerne (hovedkrav) omfattende de vigtigste myndigheder og formidlende organer, der deltager i forvaltningen og kontrollen af det operationelle program.

Kommissionen har udarbejdet en vejledning om metoden til evaluering af forvaltnings- og kontrolsystemerne<sup>1</sup>. Den kan både bruges i forbindelse med almindelige programmer og ETC-programmer. Det henstilles til revisionsmyndigheden, at den tager hensyn til denne metode.

Metoden er baseret på fire grader af pålidelighed:

- Fungerer godt. Ingen eller kun mindre forbedringer påkrævet.
- Fungerer. Visse forbedringer påkrævet.
- Fungerer delvist. Omfattende forbedringer påkrævet.
- Fungerer i det væsentlige ikke.

Det konfidensniveau, der lægges til grund for udtagningen af stikprøver, fastlægges på grundlag af systemrevisionernes grad af pålidelighed.

Det er muligt at anvende tre sikkerhedsgrader: høj, middel og lav. Middelniveauet svarer reelt til den anden og tredje kategori i metoden til evaluering af forvaltnings- og kontrolsystemerne, hvor der differentieres mere præcist mellem de to yderpunkter høj/"fungerer godt" og lav/"fungerer ikke".

Det anbefalede forhold angives i nedenstående tabel:

<b>Sikkerhedsgrad fra systemrevisionerne</b>	<b>Relateret pålidelighed i forordningen/ systemets sikkerhed</b>	<b>Konfidensniveau</b>	<b>Opdagelsesrisiko</b>
1. Fungerer godt. Ingen eller kun mindre forbedringer påkrævet.	Høj	Ikke under 60 %	Under eller lig med 40 %
2. Fungerer. Visse forbedringer påkrævet.	Middel	70 %	30 %
3. Fungerer delvist. Omfattende	Middel	80 %	20 %

<sup>1</sup> COCOF 08/0019/01-EN af 06.06.2008, EGESIF\_14-0010 af 18.12.2014.

forbedringer påkrævet.			
4. Fungerer i al væsentlighed ikke.	Lav	Ikke under 90 %	Ikke over 10 %

Tabel 1. Konfidensniveau ved revision af operationer fastsat på grundlag af systemets sikkerhed

I starten af programmeringsperioden forventes en lav sikkerhedsgrad, da der ikke eller kun i begrænset omfang er blevet gennemført systemrevisioner. Konfidensniveauet må således ikke være under 90 %. Hvis systemet er uændret i forhold til den forrige programmeringsperiode, og der foreligger pålideligt revisionsbevis for systemets sikkerhed, kan medlemsstaten fastsætte et andet konfidensniveau (mellem 60 % og 90 %). Konfidensniveauet kan ligeledes reduceres i programmeringsperioden, hvis der ikke konstateres væsentlige fejl, eller hvis det kan dokumenteres, at systemerne er blevet forbedret i perioden. Der skal redegøres for metoden til fastsættelse af konfidensniveauet i revisionsstrategien, og det revisionsbevis, der ligger til grund for fastsættelsen af konfidensniveauet, skal anføres.

Det er af afgørende betydning for revisionen af operationer at fastsætte et tilstrækkeligt konfidensniveau, da stikprøvestørrelsen er stærkt afhængig af dette niveau (jo højere konfidensniveau, desto større stikprøvestørrelse). Derfor er det i henhold til forordningerne muligt at reducere konfidensniveauet og således revisionsbyrden i forbindelse med systemer med en lav fejlprocent (og således høj sikkerhed) og fastholde kravet om et højt konfidensniveau (og således en større stikprøvestørrelse) i forbindelse med systemer med en potentielt høj fejlprocent (og således lav sikkerhed).

Revisionsmyndighederne tilskyndes til aktivt at anvende stikprøveparametre, der svarer til systemernes faktiske funktion og dermed undgå overdimensionerede stikprøvestørrelser og deraf følgende arbejdsbyrder, så længe der sikres en passende grad af præcision.

### 3.2.2 *Fastsættelse af sikkerhedsgraden ved gruppering af programmer*

Budgetmyndigheden skal anvende **en enkelt** sikkerhedsgrad ved gruppering af programmer.

Hvis det i forbindelse med systemrevisionerne konstateres, at der drages forskellige konklusioner om de forskellige programmers funktion, er der følgende muligheder:

- at oprette to (eller flere) grupper, f.eks. en første gruppe for programmer med en lav sikkerhedsgrad (et konfidensniveau på 90 %), en anden gruppe for programmer med en høj sikkerhedsgrad (et konfidensniveau på 60 %) osv. De to grupper behandles som to forskellige populationer. Der skal således udføres et større antal kontroller, da der skal udtages en stikprøve fra hver gruppe

- at anvende det laveste opnåede sikkerhedsniveau på det enkelte programniveau for hele gruppen af programmer. Programgruppen behandles som en enkelt population. I dette tilfælde vil der blive draget revisionskonklusioner for hele programgruppen. Det vil således normalt ikke være muligt at drage konklusioner om det enkelte program.

I sidstnævnte tilfælde er det muligt at anvende en programstratificeret stikprøvemodel, hvilket normalt giver mulighed for en mindre stikprøvestørrelse. Selv ved stratifikation skal der ikke desto mindre anvendes en enkelt sikkerhedsgrad, og det er stadig kun muligt at drage konklusioner for hele programgruppen. I afsnit 7.8 ses en mere detaljeret gennemgang af strategierne for revision af programgrupper og flerfondsprogrammer.

## **4 Statistiske begreber vedrørende revisioner af operationer**

### **4.1 Stikprøvemetode**

Stikprøvemethoden omfatter to elementer: stikprøvemodellen (f.eks. samme sandsynlighed, sandsynlighed proportional med størrelse) og proceduren for projektion (estimation). Disse to elementer udgør grundlaget for beregning af stikprøvestørrelsen.

Der redegøres for de mest velkendte egnede stikprøvemetoder til revision af operationer i afsnit 5.1. Det skal bemærkes, at stikprøvemetoder først og fremmest opdeles i statistisk og ikke-statistisk stikprøvetagning.

En statistisk stikprøvemetode er karakteriseret ved følgende:

- Hvert element i populationen har en kendt og positiv sandsynlighed for udvælgelse.
- Tilfældigheden skal sikres ved brug af passende specialiseret eller generel software, som genererer tilfældige tal (f.eks. genererer MS Excel tilfældige tal).
- Stikprøvestørrelsen beregnes, således at der opnås en vis grad af den ønskede præcision.

Ligeledes påpeges der i artikel 28, stk. 4 af forordning (EU) nr. 480/2014 følgende: "Med henblik på anvendelsen af artikel 127, stk. 1, i forordning (EU) nr. 1303/2013 er en stikprøvemetode statistisk, hvis den sikrer: i) vilkårlig udvælgelse af stikprøveelementerne ii) anvendelse af sandsynlighedsteori til at evaluere stikprøveresultater, herunder måling og kontrol af stikprøverisikoen og af den planlagte og opnåede præcision."

Med statistiske stikprøvemetoder er det muligt at udvælge en stikprøve, der er repræsentativ for populationen (årsagen til, at statistisk udvælgelse er meget vigtig). Det endelige mål er at projicere (ekstrapolere eller estimere) værdien af en parameter



("variablen") observeret i en stikprøve til populationen, hvilket gør det muligt at konkludere, hvorvidt der er væsentlig fejlinformation i en population, og i så fald omfanget heraf (et fejlbeløb).

Med den ikke-statistiske stikprøvemetode er det ikke muligt at beregne præcisionen. Der er således ingen kontrol af revisionsrisikoen, og det er umuligt at sikre, at stikprøven er repræsentativ for populationen. Fejlen skal derfor estimeres empirisk.

I henhold til Rådets forordning (EF) nr. 1083/2006 og (EF) nr. 1198/2006 og Kommissionens forordning (EF) nr. 1828/2006 og (EF) nr. 498/2007 skal substansrevision (revision af operationer) i programmeringsperioden 2007-2013 foretages på grundlag af statistiske stikprøver. I programmeringsperioden 2014-2020 er det relevante krav vedrørende statistiske stikprøvemetoder omfattet af artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser og artikel 28 i Kommissionens delegerede forordning. Ikke-statistisk udvælgelse betragtes som passende i tilfælde, hvor det ikke er muligt at foretage en statistisk udvælgelse, f.eks. i forbindelse med meget små populationer eller stikprøvestørrelser (jf. afsnit 6.4).

## **4.2 Udvalgelsesmetode**

Udvælgelsesmetoden er opdelt i to brede kategorier:

- statistisk udvælgelse
- ikke-statistisk udvælgelse.

Den statistiske udvælgelse omfatter to teknikker:

- tilfældig udvælgelse
- systematisk udvælgelse.

Ved tilfældig udvælgelse genereres tilfældige tal for hver populationsenhed med det formål at udvælge enhederne i stikprøven.

Ved systematisk udvælgelse anvendes fra et tilfældigt startsted en systematisk regel for at udvælge de yderligere elementer (f.eks. hver 20. element efter det tilfældige startsted).

Metoderne baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse er normalt baseret på tilfældig udvælgelse, og MUS er baseret på systematisk udvælgelse.

Ikke-statistisk udvælgelse omfatter bl.a. følgende teknikker:

- vilkårlig udvælgelse
- blokudvælgelse
- skønsmæssig udvælgelse

- risikobaseret stikprøveudvælgelse, hvor elementer fra de tre ovennævnte muligheder kombineres

Vilkårlig udvælgelse er "falsk tilfældig" udvælgelse, idet en person "tilfældigt" udvælger elementerne, og der vil være bias ved denne udvælgelse (f.eks. udvælgelse af elementer, der er nemmere at analysere, elementer, der er nemme at vurdere, elementer fra en liste, der fremtræder særligt på skærmen osv.).

Gruppeudvælgelse svarer til klyngeudvælgelse (grupper af populationsenheder), hvor klyngen ikke udvælges tilfældigt.

Skønsmæssig udvælgelse er udelukkende baseret på revisorens skøn uanset begrundelse (f.eks. elementer med samme navn, alle operationer inden for et bestemt forskningsområde osv.).

Risikobaseret stikprøvetagning er en ikke-statistisk udvælgelse af elementer baseret på forskellige særlige elementer, ofte elementer fra de tre ikke-statistiske udvælgelsesmetoder.

### **4.3 Projektion (estimation)**

Som tidligere anført er stikprøvemethodens endelige mål at projicere (ekstrapolere eller estimere) fejlniveauet (fejlinformationen) observeret i stikprøven til hele populationen. Denne proces gør det muligt at konkludere, hvorvidt der er væsentlig fejlinformation i en population, og i så fald omfanget heraf (et fejlbeløb). Det konstaterede fejlniveau i stikprøven er derfor ikke interessant i sig selv<sup>2</sup>, idet det blot er instrumentalt, dvs. et redskab til at projicere fejlen til populationen.

---

<sup>2</sup> Hvis der findes individuelle fejl i stikprøven, skal disse dog rettes behørigt.

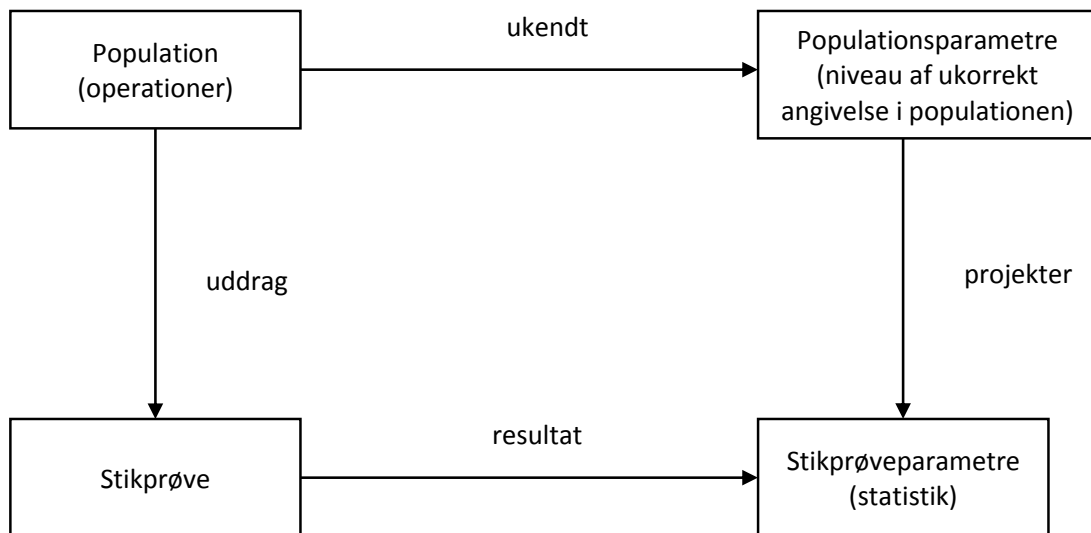


Fig. 3: Stikprøveudvælgelse og projektion

Stikprøvestatistikker, der anvendes til at projicere fejl til populationen, kaldes estimatorer. Selve projektionen kaldes estimation, og den værdi, der beregnes ud fra stikprøven (beregnet værdi), kaldes estimatet. Dette estimat, der kun er baseret på en del af populationen, påvirkes helt klart af den såkaldte stikprøvefejl.

#### 4.4 Præcision (stikprøvefejl)

Denne fejl forekommer, fordi det ikke er hele populationen, der observeres. Stikprøvetagning indebærer rent faktisk altid fejl ved estimationen (ekstrapoleringen), da ekstrapoleringen til hele populationen sker på grundlag af stikprøvedata. Stikprøvefejlen udtrykker forskellen mellem projektionen af stikprøven (estimatet) og den sande (ukendte) populationsparameter (fejl-værdien). Den udtrykker således den usikkerhed, der er forbundet med projektionen af resultaterne til populationen. Et mål for denne fejl kaldes normalt estimationens **præcision** eller nøjagtighed. Den afhænger primært af **stikprøvestørrelsen**, **populationens variabilitet** og i mindre grad af **populationsstørrelsen**.

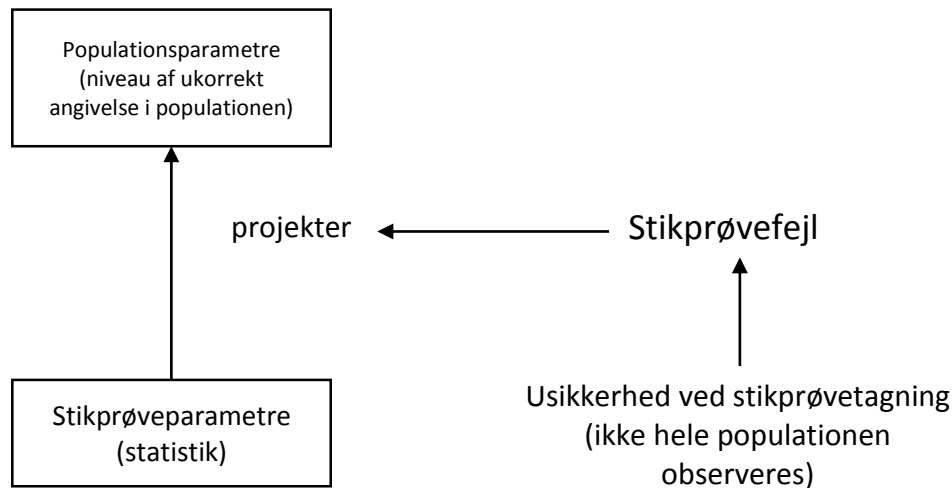


Fig. 4: Stikprøvefejl

Der skal skelnes mellem planlagt præcision og effektiv præcision (SE i formlerne i afsnit 6). Planlagt præcision er den maksimale planlagte stikprøvefejl ved bestemmelsen af stikprøvestørrelsen (det er normalt forskellen mellem den maksimale acceptable fejl og den forventede fejl, og den skal fastsættes til en værdi, der ligger under væsentlighedstærsklen), og effektiv præcision er forskellen mellem projektionen af stikprøven (estimatet) og den sande (ukendte) populationsparameter (fejlværdien) og udtrykker den usikkerhed, der er forbundet med projektionen af resultaterne til populationen.

#### 4.5 Population

I stikprøveøjemed omfatter populationen de udgifter, der er anmeldt til Kommissionen til operationer under et program eller en gruppe af programmer i referenceperioden, med undtagelse af negative stikprøveenheder, som forklaret nedenfor i afsnit 4.6. Alle operationer, der er omfattet af disse udgifter, skal indgå i stikprøves population. Dette gælder dog ikke i de tilfælde, hvor de proportionelle kontrolordninger omhandlet i art. 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser samt art. 28, stk. 8, i Kommissionens delegerede forordning (EU) nr. 480/2014 finder anvendelse på stikprøver udtaget for programmeringsperioden 2014-2020. Det er ikke muligt at udelukke operationer fra populationen, der skal udtages prøver af, ifølge den retlige ramme for 2007-2013<sup>3</sup>, bortset fra i "force majeure"-tilfælde<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> Dette betyder, at de følgende udgiftselementer skal inkluderes i den population, hvorfra de vilkårlige stikprøver er blevet udtaget, og ikke skal udelukkes stikprøveudtagningstrinnet: i) operationer relateret til finansieringstekniske instrumenter, ii) projekter, der betragtes som "for små", iii) projekter, der er blevet revideret i de foregående år, eller projekter med en støttemodtager, der er blevet revideret i de foregående år, iv) projekter, hvor der anvendes faste korrektioner.

<sup>4</sup> Se afsnit 7.6 af den ajourførte Vejledning om behandling af fejl indberettet i de årlige kontrolrapporter – "Guidance on treatment of errors disclosed in the annual control reports" (EGESIF\_15-0007-01 af

Revisionsmyndigheden kan beslutte at udvide revisionen til andre relaterede anmeldte udgifter, der er anmeldt af de udvalgte operationer og inden for den foregående referenceperiode, for at øge revisionernes effektivitet. Resultaterne af den yderligere kontrol af udgifter uden for referenceperioden skal ikke indgå i beregningen af den samlede kalkulerede fejlprocent.

Generelt skal alle de udgifter, der er anmeldt til Kommissionen for alle de udvalgte operationer i stikprøven, revideres. Dog kan **revisionsmyndigheden vælge at anvende stikprøvetagning i to trin**, når de udvalgte operationer omfatter et stort antal betalingsanmodninger eller fakturaer, hvilket forklares i afsnit 7.6.

Som tommelfingerregel skal revisionsmyndigheden udvælge stikprøven fra **de samlede udgifter (dvs. offentlige og private udgifter)** som følge af artikel 17, stk. 3, i forordning (EF) nr. 1828/2006<sup>5</sup> og artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser. Revision af operationer skal under alle omstændigheder kontrollere de anmeldte samlede udgifter i medfør af artikel 16, stk. 2, og artikel 17, stk. 4, i forordning (EF) nr. 1828/2006<sup>6</sup> samt artikel 27, stk. 2, i Kommissionens delegerede forordning. Det er dog sket før, at revisionsmyndigheden udvælger en stikprøve fra de anmeldte offentlige udgifter begrundet med, at fondsbidraget bliver udbetalt på dette grundlag. Denne praksis kan være resultatet af en fejlfortolkning fra attesteringsmyndighedens side, hvilket fører til, at de udgifter, der anmeldes til Kommissionen, kun omfatter de offentlige udgifter. Den korrekte tilgang er imidlertid, at attesteringsmyndigheden altid skal anmelde de samlede udgifter, selv hvis medfinansieringen beregnes på grundlag af de offentlige udgifter<sup>7</sup>.

I denne situation, og når revisionsmyndigheden anvender PPS-stikprøvetagning (dvs. MUS-metoden for statistisk stikprøvetagning), kan der opstå to typer problemer:

- a) Processen kan resultere i en skævhed i stikprøveresultaterne, fordi der er mindre sandsynlighed for, at stikprøveenheder med et relativt højt privat bidrag bliver udvalgt.
- b) Det, at revisionsmyndigheden reviderer de samlede udgifter på baggrund af en stikprøve fra de offentlige udgifter, kan medføre, at den effektive præcision bliver for stor.

---

09/10/2015), der vedrører den tilgang, revisionsmyndigheden bør anvende, i tilfælde af at dokumentation for operationerne i stikprøven er gået tabt eller er blevet ødelagt på grund af "force majeure" (f.eks. naturkatastrofer).

<sup>5</sup> Artikel 43, stk. 3, i forordning (EF) nr. 498/2007

<sup>6</sup> Artikel 42, stk. 2, og artikel 43, stk. 4, i forordning (EF) nr. 498/2007.

<sup>7</sup> Dette påkræves også med henblik på revisionsspor, da de samlede udgifter, og ikke blot de offentlige udgifter, er de udgifter, der skal revideres på stedet på støttemodtagerens niveau. Udgiftselementer bliver ofte medfinansieret af offentlige og private fonde, og alle udgifterne skal i praksis revideres.

Med hensyn til punkt a) ovenfor, hvor revisionsmyndigheden udvælger stikprøven på baggrund af de offentlige udgifter, kan revisionsmyndigheden overveje, om der er behov for at udvælge en supplerende stikprøve fra denne delpopulation, hvis:

- der findes stikprøveenheder af høj værdi<sup>8</sup>, der ikke indgår i stikprøven (på grund af det ovennævnte problem), og
- de anmeldte udgifter til disse stikprøveenheder er forbundet med visse risici.

Situationen i punkt b) ovenfor, hvor revisionsmyndigheden projicerer, at fejlene for de samlede udgifter og den øvre fejlgrænse er højere end væsentlighedstærsklen, hvor den mest sandsynlige fejl ligger på under 2 %, peger på en stor spredning. Dette kan betyde, at stikprøveresultaterne er inkonklusive, samt

- at der er behov for omregning af konfidensniveauet<sup>9</sup>, eller, hvis dette ikke er muligt,
- at der må udtages supplerende stikprøver<sup>10</sup>, især hvis den effektive præcision ligger over to procentpoint<sup>11</sup>.

**Det bør bemærkes, at hvis den effektive præcision (UEL-MLE) er mindre end to procentpoint, kan vi på baggrund af alle det pågældende programs informationsdele antage, at det i princippet ikke er nødvendigt med yderligere gennemgang.**

#### 4.6 Negative stikprøveenheder

Der kan forekomme negative stikprøveenheder (operationer eller betalingsanmodninger), navnlig på grund af de nationale myndigheders finansielle korrektioner.

I dette tilfælde skal de negative stikprøveenheder indgå i en særskilt population og revideres særskilt<sup>12</sup>, da formålet vil være at kontrollere, om det korrigerede beløb svarer til det beløb, som medlemsstaten eller Kommissionen har beregnet. Hvis revisionsmyndigheden konkluderer, at det korrigerede beløb er mindre end det beløb, der blev beregnet, skal dette anføres i den årlige kontrolrapport, navnlig når denne manglende overholdelse indikerer svagheder i medlemsstatens evne til at korrigere fejl.

Ved beregningen af den samlede fejlprocent medtager revisionsmyndigheden udelukkende fejl i positive beløb konstateret i populationen, og det er denne bogførte værdi, der skal indgå i både projektionen tilfældige fejl og den samlede fejlprocent.

---

<sup>8</sup> Som tommelfingerregel kan et "element af høj værdi" defineres, som når de respektive, anmeldte samlede udgifter er højere end tærsklen på 2 % af programmets samlede udgifter.

<sup>9</sup> Jf. afsnit 7.7 i denne vejledning.

<sup>10</sup> Jf. afsnit 7.2.2 i denne vejledning.

<sup>11</sup> Jf. det sidste afsnit i afsnit 7.1 i denne vejledning.

<sup>12</sup> Revisionsmyndigheden kan naturligvis også udtage en stikprøve fra en sådan særskilt population, hvis den indeholder for mange enheder og dermed forårsager en større arbejdsbyrde.

Inden beregningen af den kalkulerede fejl skal revisionsmyndigheden kontrollere, at de konstaterede fejl ikke allerede er blevet korrigeret i referenceperioden (dvs. inkluderet i populationen af negative tal som beskrevet ovenfor). I dette tilfælde skal disse fejl ikke indgå i den kalkulerede fejlprocent<sup>13</sup>.

Helt konkret skal revisionsmyndigheden i den samlede population af stikprøveenheder (dvs. operationer eller betalingsanmodninger), der skal udtages prøver af, kortlægge de enheder, der har en negativ saldo, og revidere dem i en særskilt population. Denne proces illustreres nedenfor ved at bruge operationer som stikprøveenheder (det samme gælder for betalingsanmodninger, hvis disse bruges som stikprøveenheder):

- Operation X: 100 000 EUR (uden korrektioner under referenceperioden)
- Operation Y: 20 000 EUR => hvis dette beløb er et resultat af 25 000 EUR minus 5 000 EUR (på grund af korrektioner/fratrækninger under referenceperioden), skal revisionsmyndigheden ikke medtage de 5 000 EUR i den særskilte population af negative beløb
- Operation Z: **-5 000 EUR** (som resultat af 10 000 EUR nye udgifter i referenceperioden minus 15 000 EUR i korrektion) => skal medtages i en særskilt population af negative beløb
- Samlede anmeldte udgifter for programmet (nettobeløb): 115 000 EUR (=120 000-5 000)
- Population, hvorfra den vilkårlige stikprøve skal udtages: alle operationer med et positivt beløb = X + Y (i ovenstående tilfælde ville dette være 120 000 EUR, hvis vi for enkelthedens skyld antager, at programmet ville bestå af de tre ovennævnte operationer). Operation Z skal revideres særskilt.

Tilgangen, som er forklaret ovenfor, indebærer, at det ikke er nødvendigt, at revisionsmyndigheden identificerer de negative beløb som en særskilt population inden for stikprøveenheden. I de fleste tilfælde ville dette ikke være det mest omkostningseffektive<sup>14</sup>. Derfor kan revisionsmyndigheden i tilfælde som operation Y medtage de 5 000 EUR i den negative population (og dermed medtage de 25 000 EUR i den positive population), eller som i eksemplet ovenfor medtage de 20 000 EUR i den positive population. Der kunne også anvendes en anden tilgang, hvor de finansielle korrektioner/andre negative beløb fra den nuværende stikprøveperiode trækkes fra den positive population for at frembringe nettobeløbet og for at medtage korrektionernes beløb/andre negative beløb fra forudgående stikprøveperioder i populationen med negative beløb.

---

<sup>13</sup> Se også vejledningen om behandling af fejl, som gennemgår andre tilfælde, der berettiger, at nogle fejl ikke medtages i den samlede fejlprocent.

<sup>14</sup> Det anbefales i endnu ringere grad at identificere de negative beløb i en stikprøveenhed, når der anvendes delstikprøvetagning (eller tototinsprøvetagning), da alle negative beløb inden for alle stikprøveenheder i hver enkelt delstikprøve i disse tilfælde ville skulle identificeres.

Navnlig hvis operation Y repræsenterer en stikprøveenhed i den nuværende stikprøveperiode, og det negative beløb på 5 000 EUR, der trækkes fra de anmeldte udgifter i den nuværende stikprøveperiode, omfatter:

- 4 000 EUR bestående af finansielle korrektioner, der vedrører anmeldte udgifter fra tidligere stikprøveperioder,
- 700 EUR bestående af finansielle korrektioner, der vedrører anmeldte udgifter fra den nuværende stikprøveperiode, og
- 300 EUR, der korrigerer en skrivefejl med hensyn til for store udgiftsanmeldelser i de tidligere stikprøveperioder,

kan revisionsmyndigheden medtage 24 300 EUR (=25 000 EUR-700 EUR) i den positive population og de 4 300 EUR (der repræsenterer finansielle korrektioner/kunstige negative stikprøveenheder fra tidligere stikprøveperioder) i den negative population.

Der findes altså tre tilgange til adskillelse af positive og negative stikprøveenheder:

- 1) De negative beløb medtages i den positive population, hvis summen af negative og positive beløb inden for stikprøveenheden er positiv.
- 2) Alle positive beløb medtages i den positive population, og alle negative beløb medtages i den negative population.
- 3) De negative beløb fra tidligere stikprøveperioder (såsom korrektioner af anmeldte beløb i tidligere år) medtages i den negative population, og de negative beløb, der korrigerer/justerer de positive beløb i den positive population i den nuværende stikprøveperiode medtages i den positive population.

Kommissionen anbefaler anden og tredje mulighed. Den første mulighed accepteres, men kan indebære en risiko for, at operationer eller betalingsanmodninger, der har gennemgået korrektion i referenceperioden for udgiften erklæret i de foregående år, har en lavere sandsynlighed for at blive udtaget/valgt.

Der hvor medlemsstaternes IT-systemer er i stand til at frembringe data om negative beløb inden for stikprøveenheden, er det revisionsmyndighedens opgave at bestemme, om det er nødvendigt at anvende denne grad af detaljer i stikprøvemethoden, således at ovenstående risiko kan undgås.

Hvis revisionsmyndigheden er af den overbevisning grundet ovennævnte metodologi, at nævnte risiko er væsentlig, **skal der oplyses herom i den årlige kontrolrapport**. Risikoen kan blive vurderet, når de negative beløb revideres, og det konkluderes, at der er et betydeligt antal elementer med positive udgifter i de negative stikprøveenheder. Revisionsmyndigheden skal på baggrund af sit faglige skøn vurdere, om der er behov for en supplerende stikprøve (af disse positive udgifter) for at afbøde denne risiko.

**I "Tabel for anmeldte udgifter og stikprøverevisjoner" i den årlige kontrolrapport skal revisionsmyndigheden angive populationen med positive beløb i kolonnen**



**"Anmeldte udgifter i referenceperioden". Revisionsmyndigheden skal forelægge en afstemning af de anmeldte udgifter (nettobeløbet) med den population, som den vilkårlige stikprøve af positive beløb blev udtaget fra.**

De falske negative stikprøveenheder (skrivefejl, tilbageførsler, der ikke svarer til de finansielle korrektioner, indtægter fra indtægtsskabende projekter og overførsel af operationer fra et program til et andet (eller inden for et program), der ikke vedrører uregelmæssigheder i den pågældende operation) skal ikke ekskluderes fra stikprøvetagningen. Revisionsmyndigheden kan vælge at behandle dem på samme måde som finansielle korrektioner og medtage dem i den negative population. Alternativt kan der udvælges en stikprøve af denne type enheder i en specifik population af kunstige negative stikprøveenheder. Attesteringsmyndigheden skal med jævne mellemrum føre register over de negative stikprøveenheders art (navnlig for at kunne skelne mellem finansielle korrektioner på grundlag af uregelmæssigheder og kunstige negative stikprøveenheder) med henblik på at sikre, at der udelukkende medtages finansielle korrektioner i den årlige rapport om beløb, der er trukket tilbage, og tilbagesøgte beløb i henhold til artikel 20 i forordning (EF) Nr. 1828/2006 (for perioden 2014-2020 er disse angivelser en del af regnskaberne). Revision af negative stikprøveenheder skal derfor omfatte kontrol af, om disse angivelser i registret for udvalgte enheder er korrekt.

Bemærk, at det ikke forventes, at revisionsmyndigheden beregner en fejlprocent på basis af resultaterne af revisionen af negative stikprøveenheder. Det anbefales imidlertid at vælge de negative stikprøveenheder vilkårligt. Finansielle korrektioner på baggrund af uregelmæssigheder, som er blevet identificeret af revisionsmyndigheden eller Det Europæiske Fællesskab, og som til stadighed bliver overvåget af revisionsmyndigheden, kan udelukkes fra den vilkårlige stikprøve af negative stikprøveenheder. Hvis revisionsmyndigheden grundet specifikke problemer foretrækker at anvende en risikobaseret metode, anbefales det at anvende en blandet metode, hvor mindst en del af de negative stikprøveenheder udvælges vilkårligt.

Revisionen af negative stikprøveenheder kan medtages i revision af regnskaberne for programmeringsperioden 2014-2020.

#### **4.7 Stratifikation**

Stratifikation er, når en populationen opdeles i delpopulationer kaldet strata og der udtages uafhængige stikprøver fra hvert stratum.

Stratifikation har to hovedformål: På den ene side gør den det muligt at øge præcisionen (for samme stikprøvestørrelse) eller reducere stikprøvestørrelsen (for samme præcisionsniveau), og på den anden side sikrer den, at delpopulationerne i hvert stratum repræsenteres i stikprøven.

Hvis fejlniveauet (fejlinformationen) forventes at være forskelligt for forskellige populationsgrupper (f.eks. klassificeret efter program, region, bemyndiget organ, operationens risiko), er denne klassificering et godt grundlag for stratifikation.

Der kan anvendes forskellige stikprøvemetoder i forbindelse med forskellige strata. Det er f.eks. normalt at revidere elementer af høj værdi 100 % og anvende en statistisk stikprøvemetode ved revision af en stikprøve af de resterende elementer af lavere værdi i det eller de yderligere strata. Det er hensigtsmæssigt, hvis populationen omfatter få elementer af meget høj værdi, da det reducerer variabiliteten i hvert enkelt stratum og således skaber grundlag for øget præcision (eller reduktion af stikprøvestørrelse).

#### **4.8 Stikprøveenhed**

I programmeringsperioden 2014-2020 reguleres bestemmelsen af stikprøveenheden af Kommissionens delegerede forordning nr. 480/2013. Navnlig i artikel 28 i denne forordning foreskrives følgende:

*"Stikprøveenheden bestemmes af revisionsmyndigheden ud fra et professionelt skøn. Stikprøveenheden kan være en operation eller et projekt under en operation eller en betalingsanmodning fra en støttemodtager ..."*

I tilfælde hvor revisionsmyndigheden har besluttet at anvende en operation som stikprøveenhed, og antallet af operationer i en referenceperiode ikke er tilstrækkeligt højt til at kunne anvende en statistisk metode (denne tærskel ligger mellem 50 og 150 populationsenheder), kan det være en hjælp at anvende betalingsanmodninger som stikprøveenheder til at øge populationsstørrelsen til tærskelmængden og derved gøre det muligt at anvende en statistisk stikprøvemetode

I lyset af den retlige ramme, der vil være for programmeringsperioden 2014-2020, kan revisionsmyndigheden også vælge at anvende enten operationer (projekter) eller støttemodtageres betalingsanmodninger som stikprøveenheder i programmeringsperioden 2007-2013.

#### **4.9 Væsentlighed**

Der gælder et væsentlighedsniveau på højst 2 % for udgifter, der anmeldes til Kommissionen i referenceperioden (positiv population). Revisionsmyndigheden kan reducere væsentlighedstærsklen af hensyn til planlægningen (acceptabel fejl). Væsentlighed anvendes:

- som en tærskel til at sammenligne den kalkulerede fejl i udgifter
- til at definere den tolerable/acceptable fejl, som anvendes til at bestemme stikprøvestørrelsen

#### **4.10 Acceptabel fejl og planlagt præcision**

Den acceptable fejl er den maksimale acceptable fejlprocent i populationen i en bestemt referenceperiode. Med en væsentlighedstærskel på højst 2 % er denne maksimale acceptable fejl således 2 % af de udgifter, der anmeldes til Kommissionen i referenceperioden.

Den planlagte præcision er den maksimale acceptable stikprøvefejl ved projektionen af fejl i en bestemt referenceperiode, dvs. den maksimale afvigelse mellem den sande fejlværdi i populationen og det estimat, der er foretaget ud fra stikprøvedata. Revisoren skal fastsætte denne til en værdi, der ligger under den acceptable fejl, da der i modsat fald vil være en høj risiko for, at resultaterne af udtagningen af stikprøver bliver inkonklusive, således at der kan være behov for en supplerende eller yderligere stikprøve.

Ved en population med en samlet bogført værdi på f.eks. 10 000 000 EUR er den acceptable fejl 200 000 EUR (2 % af den samlede bogførte værdi). Hvis den kalkulerede fejl er 5 000 EUR, og revisoren fastsætter præcisionen til netop 200 000 EUR (denne fejl opstår, fordi revisoren kun observerer en mindre del af populationen, dvs. stikprøven), vil den øvre fejlgrænse (konfidensintervallets øvre grænse) være ca. 205 000 EUR. Det er et inkonklusivt resultat, da den kalkulerede fejl er meget lille, og den øvre grænse overskrider væsentlighedstærsklen.

Den planlagte præcision beregnes mest nøjagtigt som forskellen mellem den acceptable fejl og den forventede fejl (den kalkulerede fejl, som revisoren forventer at opnå ved afslutningen af revisionen). Denne forventede fejl vil naturligvis være baseret på revisorens sagkyndige vurdering understøttet af beviser indsamlet under revisionen de tidligere år for samme eller en tilsvarende population eller i den foreløbige stikprøve/pilotstikprøven.

Det skal bemærkes, at det er vigtigt at fastsætte en realistisk forventet fejl, da stikprøvestørrelsen i høj grad afhænger af den fastsatte fejlværdi. Se også afsnit 7.1.

I afsnit 6 angives detaljerede formler til brug for bestemmelse af stikprøvestørrelse.

#### **4.11 Variabilitet**

Populationens variabilitet er en parameter af afgørende betydning for stikprøvestørrelsen. Variabilitet måles normalt ved hjælp af en parameter kaldet

standardafvigelse<sup>15</sup> og udtrykkes normalt ved  $\sigma$ . I forbindelse med en population på 100 operationer, hvor alle operationer har det samme fejlniveau på 1 000 000 EUR (gennemsnitlig fejl på  $\mu = 1\,000\,000$  EUR), er der f.eks. ingen variabilitet (standardafvigelsen for fejl er nul). I forbindelse med en population på 100 operationer, hvoraf 50 operationer har den samme fejl på 0 EUR, og de resterende 50 operationer har den samme fejl på 2 000 000 EUR (den samme gennemsnitlige fejl på  $\mu = 1\,000\,000$  EUR), er standardafvigelsen for fejl derimod høj (1 000 000 EUR).

**Den stikprøvestørrelse, der er nødvendig for at revidere en population med lav variabilitet, er mindre end den nødvendige stikprøvestørrelse ved revision af en population med høj variabilitet.** I det første ekstreme tilfælde (en varians på nul) vil en stikprøvestørrelse på en enkelt operation være tilstrækkelig til at projicere fejlen til populationen præcist.

Standardafvigelse ( $s$ ) er det mest udbredte mål for variabilitet, da dette begreb er lettere at forstå end varians ( $s^2$ ). Standardafvigelse udtrykkes i enheder af den variabel, hvis variabilitet vi ønsker at måle. Varians udtrykkes derimod i kvadrat af enhederne af den variabel, hvis variabilitet måles, og varians er et simpelt gennemsnit af kvadraterne af variabelens afvigelsesværdier omkring middel<sup>16</sup>:

$$\text{Variance: } s^2 = \frac{1}{\# \text{ of units}} \sum_{i=1}^{\# \text{ of units}} (V_i - \bar{V})^2$$

hvor  $V_i$  er de individuelle værdier af variabelen  $V$ , og  $\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{\# \text{ of units}} V_i}{\# \text{ of units}}$  er middelfejlen.

Standardafvigelsen er kvadratroden af variansen:

$$s = \sqrt{s^2}$$

Standardafvigelsen for fejl i de eksempler, der er anført i starten af dette afsnit, kan beregnes som:

- a) Eksempel 1
  - a.  $N=100$
  - b. Alle operationer har den samme fejlforekomst på 1 000 000 EUR

---

<sup>15</sup> Standardafvigelsen er et mål for populationens variabilitet omkring sin middel. Den kan beregnes på grundlag af fejl eller bogførte værdier. Når den beregnes på grundlag af populationen, udtrykkes den normalt med  $\sigma$ , og når den beregnes på grundlag af stikprøven, udtrykkes den med  $s$ . Jo større standardafvigelse, desto mere heterogen er populationen (eller stikprøven). Variansen er kvadratet af standardafvigelsen.

<sup>16</sup> Når variansen beregnes med stikprøvedata, skal den indeholde den alternative formel  $s^2 = \frac{1}{\# \text{ of units} - 1} \sum_{i=1}^{\# \text{ of units}} (V_i - \bar{V})^2$ , som skal bruges til at kompensere for den fleksibilitet, der går tabt i estimatet.

c. Middelfejl

$$\frac{\sum_{i=1}^{100} 1,000,000}{100} = \frac{100 \times 1,000,000}{100} = 1,000,000$$

d. Standardafvigelse for fejl

$$s = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (1,000,000 - 1,000,000)^2} = 0$$

b) Eksempel 2

a.  $N=100$

b. 50 operationer har en fejlforekomst på nul, og 50 operationer har en fejlforekomst på 2 000 000 EUR

c. Middelfejl

$$\frac{\sum_{i=1}^{50} 0 + \sum_{i=1}^{50} 2,000,000}{100} = \frac{50 \times 2,000,000}{100} = 1,000,000$$

d. Standardafvigelse for fejl

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{100} \left( \sum_{i=1}^{50} (0 - 1,000,000)^2 + \sum_{i=1}^{50} (2,000,000 - 1,000,000)^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{50 \times 1,000,000^2 + 50 \times 1,000,000^2}{100}} \\ &= \sqrt{1,000,000^2} = 1,000,000 \end{aligned}$$

#### 4.12 Konfidensinterval og øvre fejlgrænse

Konfidensintervallet er det interval, der indeholder den sande (ukendte) populationsværdi (fejl) med en vis sandsynlighed (det såkaldte konfidensniveau). Konfidensintervallet beregnes ved hjælp af følgende generelle formel:

$$[EE - SE; EE + SE]$$

hvor

- EE udtrykker den kalkulerede eller ekstrapolerede fejl. Svarer også til den mest sandsynlige fejlforekomst (MLE) i MUS-terminologi
- SE udtrykker præcisionen (stikprøvefejlen).

Den kalkulerede/ekstrapolerede fejl (EE) og den øvre fejlgrænse (ULE) (EE + SE) er de to vigtigste instrumenter til at konkludere, hvorvidt der er væsentlig fejlinformation i en

population af operationer<sup>17</sup>. ULE kan naturligvis kun beregnes ved brug af statistiske stikprøver, og i forbindelse med ikke-statistiske stikprøver er EE derfor altid det bedste estimat for fejlforekomsten i populationen.

I forbindelse med statistiske stikprøver kan følgende scenarier opstilles:

- Hvis EE er større end væsentlighedstærsklen (i det følgende 2 % af forenklingssyn), konkluderer revisionsmyndigheden, at der er en væsentlig fejl.
- Hvis EE er lavere end 2 %, og ULE er lavere end 2 %, konkluderer revisionsmyndigheden, at fejlinformationen i populationen ikke er over 2 % på det fastsatte niveau for stikprøverisikoen.
- Hvis EE er lavere end 2 %, men ULE er større end 2 %, konkluderer revisionsmyndigheden, at der er behov for yderligere arbejde. I henhold til INTOSAI-retningslinje nr. 23<sup>18</sup> kan det yderligere arbejde omfatte:
  - *"at anmode den reviderede enhed om at undersøge de konstaterede fejl/undtagelser og potentialet for yderligere fejl/undtagelser. Det kan betyde aftalte justeringer i årsregnskaberne*
  - *at gennemføre yderligere test med henblik på at reducere stikprøverisikoen og dermed den usikkerhedsfaktor, der skal indbygges ved evalueringen af resultaterne*
  - *at anvende alternative revisionsprocedurer for at opnå yderligere sikkerhed."*

Revisionsmyndigheden skal udøve et fagligt skøn og udvælge et af de ovenstående scenarier og redegøre herfor i ACR.

Det skal bemærkes, at hvis ULE ligger et godt stykke over 2 %, kan dette i de fleste tilfælde undgås eller afhjælpes, hvis revisionsmyndigheden fastsætter en realistisk forventet fejl ved beregningen af den oprindelige stikprøvestørrelse (nærmere forklaret i afsnit 7.1 og 7.2.2).

I forbindelse med det tredje scenario (kalkuleret fejl er lavere end 2 %, men ULE er større end 2 %) kan revisionsmyndigheden i nogle tilfælde stadig nå frem til endelige resultater på grundlag af et lavere konfidensniveau end planlagt. **Når dette omregnede konfidensniveau stadig er foreneligt med en vurdering af kvaliteten af forvaltnings- og kontrolsystemerne, vil det roligt kunne konkluderes, at der ikke er væsentlig fejlinformation i populationen, selv uden yderligere revision.** Der redegøres nærmere for omregningen af konfidensniveauer i afsnit 7.7.

---

<sup>17</sup> Statistiske metoder gør det muligt at beregne den nedre fejlgrænse, som er mindre vigtig for evalueringen af resultater. Derfor fokuserer andre statistiske metoder særligt på den kalkulerede (mest sandsynlige fejl) og den øvre fejlgrænse.

<sup>18</sup> Se [http://www.eca.europa.eu/Lists/ECADocuments/GUIDELINES/GUIDELINES\\_DA.PDF](http://www.eca.europa.eu/Lists/ECADocuments/GUIDELINES/GUIDELINES_DA.PDF)

### 4.13 Konfidensniveau

I henhold til forordningen fastsættes konfidensniveauet med henblik på bestemmelse af størrelsen af den stikprøve, der skal omfattes af substansrevision.

Da stikprøvestørrelsen hænger direkte sammen med konfidensniveauet, er det helt klart forordningens formål at skabe mulighed for at reducere revisionsbyrden i forbindelse med systemer med en lav fejlprocent (og således høj sikkerhed) og fastholde kravet om at kontrollere et stort antal elementer i systemer med en potentielt høj fejlprocent (og således lav sikkerhed).

Betydningen af begrebet konfidensniveau forklares nemmest som sandsynligheden for, at et konfidensinterval beregnet på grundlag af stikprøvedata indeholder den sande (ukendte) fejlværdi i populationen. Hvis den projicerede fejl i populationen f.eks. er 6 000 000 EUR, og konfidensintervallet på 90 % er

$$[5,000,000\text{€}; 7,000,000\text{€}],$$

er der en sandsynlighed på 90 % for, at den sande (men ukendte) fejlværdi i populationen ligger mellem disse to grænser. Der redegøres for følgerne af disse strategiske valg for revisionsplanlægningen og stikprøvetagningen af operationer i de følgende kapitler.

### 4.14 Fejlprocent

**Fejlprocenten i stikprøven** beregnes som forholdet mellem den samlede fejl i stikprøven og samlet bogført værdi af elementerne i stikprøven, og den **kalkulerede fejlprocent** beregnes som forholdet mellem den **kalkulerede fejl i populationen** og samlet bogført værdi. Det er også her værd at bemærke, at stikprøvefejlen ikke er interessant i sig selv, da den blot skal betragtes som et redskab til at beregne den kalkulerede fejl<sup>19</sup>.

## 5 Stikprøveteknikker ved revision af operationer

### 5.1 Oversigt

I forbindelse med revision af operationer er formålet med stikprøvetagning at udvælge de operationer, der skal omfattes af substansrevision. Populationen omfatter de udgifter, der er anmeldt til Kommissionen til operationer under et program eller en gruppe af programmer i referenceperioden.

---

<sup>19</sup> I nogle stikprøvemetoder, navnlig dem, der er baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse, kan stikprøvens fejlprocent anvendes til at projicere populationens fejlprocent.

Fig. 5 viser en oversigt over de mest anvendte stikprøvemethoder til revisionsformål.

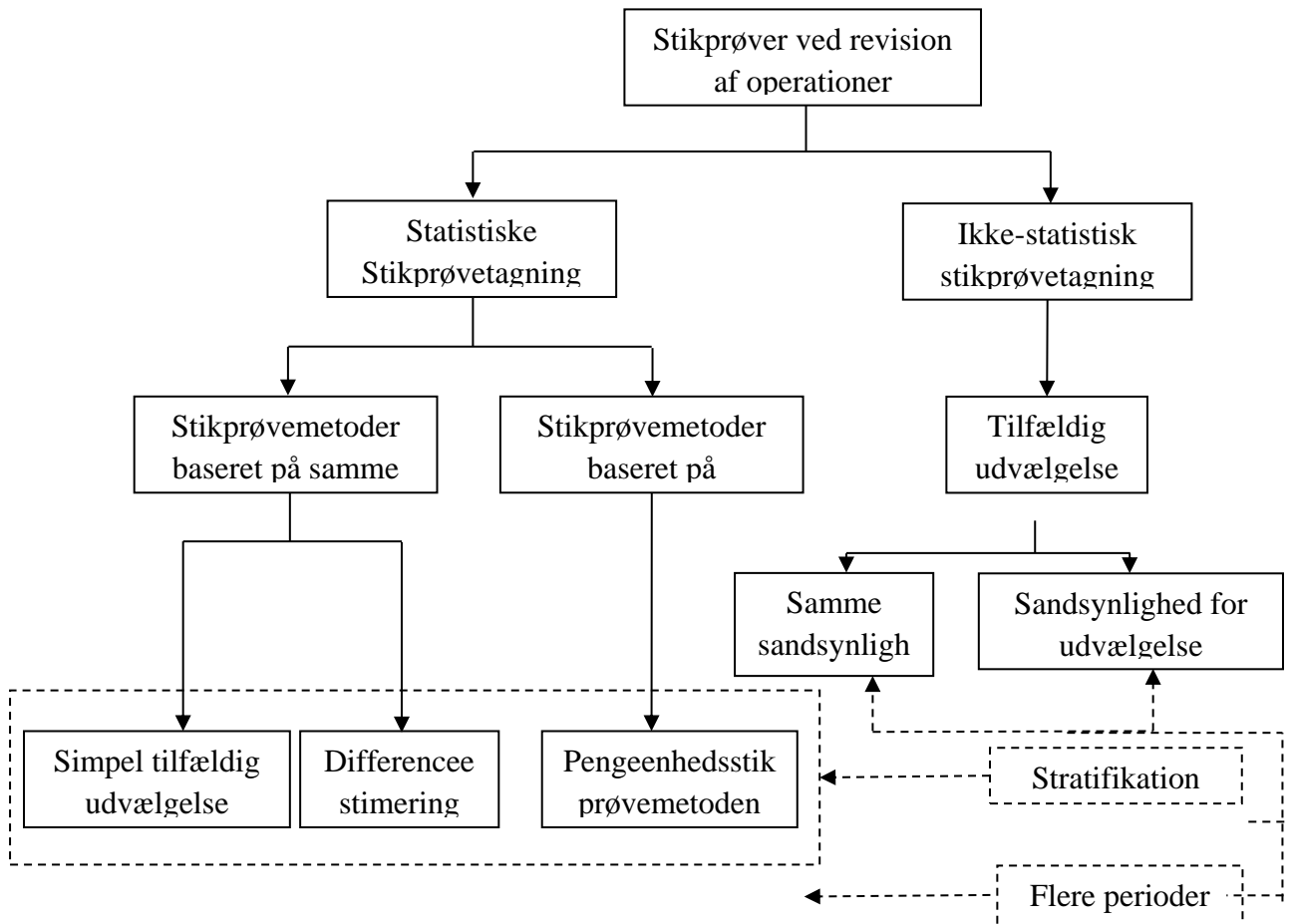


Fig. 5: Stikprøvemethoder til revision af operationer

Som tidligere anført skal det bemærkes, at stikprøvemethoder først og fremmest opdeles i statistisk og ikke-statistisk stikprøvetagning.

I afsnit 5.2 fremlægges anvendelseskriterierne for de forskellige stikprøvemodeller og for de særlige ekstreme situationer, hvor der kan gøres brug af ikke-statistisk stikprøvekontrol.

Inden for statistisk stikprøvetagning skelnes der hovedsageligt mellem metoderne på grundlag af sandsynligheden for udvælgelse: metoder baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse (herunder simpel tilfældig udvælgelse og differenceestimering) og metoder baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportional med størrelse, hvor den velkendte pengeenhedsstikprøvemethoden (MUS) spiller en central rolle.

Ved pengeenhedsstikprøvemethoden (MUS) er sandsynligheden for udvælgelse proportional med størrelse (PPS). Navnet skyldes, at sandsynligheden for udvælgelse af operationerne er proportional med deres pengemæssige værdi. Jo højere værdi, desto større sandsynlighed for udvælgelse. Der redegøres nærmere for anvendelseskriterierne for de enkelte metoder i det følgende afsnit.



Uanset hvilken bestemt stikprøvemethode der vælges, skal den stikprøvebaserede revision af operationer altid være baseret på en grundlæggende fælles struktur:

1. **Definer formålet med substansrevisionen:** Normalt fastsættes fejlniveauet i de udgifter, der anmeldes til Kommissionen for et bestemt år under et program (eller en gruppe af programmer), på grundlag af et estimat foretaget ud fra en stikprøve.
2. **Definer populationen:** Udgifter, der anmeldes til Kommissionen for et bestemt år under et program eller en gruppe af programmer, og **stikprøveenheden**, som er det element, der skal udvælges (normalt operationen, men det er også muligt at udvælge andre elementer såsom betalingsanmodningen).
3. **Definer populationsparametrene:** Dette omfatter bestemmelse af den acceptable fejl (2 % af de udgifter, der anmeldes til Kommissionen), den forventede fejl (forventet af revisoren), konfidensniveauet (baseret på revisionsrisikomodellen) og (normalt) et mål for populationens variabilitet.
4. **Bestem stikprøvestørrelsen** på grundlag af den anvendte stikprøvemethode. Det er vigtigt at bemærke, at den endelige stikprøvestørrelse altid afrundes til nærmeste heltal<sup>20</sup>.
5. **Udvælg stikprøven, og foretag revisionen.**
6. **Projicer resultater, beregn præcision, og drag konklusioner:** Dette trin omfatter beregning af præcisionen og den kalkulerede fejl og sammenligning af disse resultater med væsentlighedstærsklen.

Valget af en bestemt stikprøvemethode uddyber denne arketypestruktur ved at tilvejebringe en formel til beregning af stikprøvestørrelsen og en ramme for projektion af resultater.

Det skal ligeledes bemærkes, at de specifikke formler til bestemmelse af stikprøvestørrelse er forskellige alt efter den valgte stikprøvemethode. På trods af den valgte metode vil stikprøvestørrelsen imidlertid afhænge af tre parametre:

- konfidensniveauet (jo højere konfidensniveau, desto større stikprøvestørrelse)
- populationens variabilitet<sup>21</sup> (dvs. hvor variable er populationsværdierne; hvis alle operationerne i populationen har samme fejlværdier, anses populationen for at være mindre variabel end en population, hvor alle operationerne udviser ekstremt forskellige fejlværdier). Jo større variabilitet i populationen, desto større stikprøvestørrelse.

---

<sup>20</sup> Hvis stikprøvestørrelsen beregnes for forskellige strata og perioder, er det acceptabelt at stikprøvestørrelser for nogle strata/perioder ikke afrundes, så længe den overordnede stikprøvestørrelse afrundes.

<sup>21</sup> Beregning af stikprøvestørrelsen ved pengeenhedsprøvetagning efter forsigtighedsprincippet er ikke afhængig af parametre, der er knyttet til variabiliteten i populationen.

- den planlagte præcision, som fastsættes af revisoren. Denne planlagte præcision er typisk forskellen mellem den acceptable fejl i udgifter på 2 % og den forventede fejl. Jo større forventet fejl (eller lavere planlagt præcision), desto større stikprøve, hvis den forventede fejl er under 2 %.

En række specifikke formler til bestemmelse af stikprøvestørrelse er anført i afsnit 6. Det er imidlertid en vigtig tommelfingerregel aldrig at bruge en stikprøvestørrelse på mindre end 30 enheder (således at de antagelser om fordelingen, der danner grundlag for fastsættelsen af konfidensintervaller, holder stik).

## **5.2 Anvendelseskriterier for stikprøvemodeller**

Med hensyn til valg af metode til udvælgelse af operationer, der skal revideres, bemærkes det indledningsvis, at selv om der ligger en lang række kriterier til grund for denne afgørelse, er valget ud fra et statistisk synspunkt primært baseret på den forventede fejlvariabilitet og sammenhængen mellem fejl og udgifter.

Den nedenstående tabel viser de mest egnede metoder afhængigt af kriterierne.

<b>Stikprøvemethode</b>	<b>Anvendelseskriterier</b>
Standard-MUS	Fejlvariabiliteten er høj <sup>22</sup> , og fejlene er nogenlunde proportionelle med udgiftsniveauet (dvs. fejlprocenternes variabilitet er lav) Udgiftsværdierne for de enkelte operationer er kendetegnet ved høj variabilitet
Pengeenhedsprøvetagning efter forsigtighedsprincippet	Fejlvariabiliteten er høj, og fejlene er nogenlunde proportionelle med udgiftsniveauet Udgiftsværdierne for de enkelte operationer er kendetegnet ved høj variabilitet Der forventes en lav fejlprocent <sup>23</sup> Den forventede fejlprocent skal være lavere end 2 %
Differenceestimering	Fejlene er forholdsvis konstante og kendetegnet ved lav variabilitet De samlede korrigerede udgifter i populationen skal estimeres
Simpel tilfældig udvælgelse	Generel anbefalet metode, som kan anvendes, når ovennævnte kriterier ikke er opfyldt Kan anvendes ved estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation (jf. afsnit 6.1.1.3 vedrørende retningslinjer for valg mellem disse to beregningsteknikker)
Ikke-statistiske metoder	Hvis det ikke er muligt at anvende statistiske metoder (jf. redegørelsen nedenfor)
Stratifikation	Kan anvendes sammen med en af ovennævnte metoder Særlig nyttigt redskab, når det forventes, at fejlniveauet vil variere betydeligt mellem populationsgrupper (delpopulationer)

Tabel 2. Anvendelseskriterier for stikprøvemetoder

Selv om de tidligere råd bør følges, er det faktisk ikke muligt generelt at klassificere en enkelt metode som den eneste egnede metode og end ikke som den "bedste metode". Generelt kan alle metoder anvendes. Hvis der vælges en metode, som ikke er den mest egnede i en bestemt situation, skal stikprøvestørrelsen være større, end hvis man havde valgt en mere egnet metode. Det vil imidlertid altid være muligt at udvælge en

<sup>22</sup> Høj variabilitet betyder, at fejlene i de forskellige operationer ikke er ensartede, dvs. at der er store og små fejl, til forskel fra det tilfælde, hvor alle fejl har nogenlunde samme værdi (jf. afsnit 4.11).

<sup>23</sup> Da pengeenhedsprøvetagning efter forsigtighedsprincippet er baseret på en fordeling af sjældne situationer, er denne metode særligt velegnet, når forholdet mellem antallet af fejl og det samlede antal operationer i populationen (andelen af fejl) forventes at være lavt.

repræsentativ stikprøve med alle metoderne, forudsat at stikprøvestørrelsen er tilstrækkelig.

Det skal ligeledes bemærkes, at stratifikation kan anvendes sammen med alle stikprøvemetoderne. Ved stratifikation opdeles populationen i grupper (strata), som er mere homogene (med mindre variabilitet) end populationen som helhed. I stedet for en population med høj variabilitet er det muligt at have to eller flere delpopulationer med lavere variabilitet. Stratifikation skal anvendes til enten at **minimere variabiliteten eller isolere fejlgenererende delsæt i populationen**. I begge tilfælde vil stratifikation reducere den nødvendige stikprøvestørrelse.

Som anført ovenfor skal statistisk stikprøvetagning anvendes til at drage konklusioner om omfanget af fejl i en population. Der er dog særlige, berettigede tilfælde, hvor revisionsmyndigheden på baggrund af en fagkyndig bedømmelse kan anvende en ikke-statistisk stikprøvemetode, i overensstemmelse med internationalt accepterede revisionsstandarder.

I praksis vedrører de situationer, der kan berettige brug af ikke-statistiske stikprøvemetoder, populationens størrelse. Det kan i nogle tilfælde fungere med en meget lille population, hvis størrelse ikke er tilstrækkelig stor til anvendelse af statistiske metoder (populationen er mindre eller meget tæt på den anbefalede stikprøvestørrelse)<sup>24</sup>.

Revisionsmyndigheden skal anvende alle tilgængelige midler til at sikre en tilstrækkelig stor population: ved at gruppere programmer, der indgår i et fælles system, og/eller ved at anvende støttemodtagernes periodiske betalingsanmodninger som enhed. Revisionsmyndigheden skal ligeledes tage hensyn til, at selv i ekstreme situationer, hvor en statistisk tilgang ikke er mulig i begyndelsen af programmeringsperioden, så bør den anvendes så snart, det er muligt.

### 5.3 Notation

Inden der redegøres for de vigtigste stikprøvemetoder til revision af operationer, er det nyttigt at definere en række begreber vedrørende stikprøvetagning, som er fælles for alle metoderne. Således:

- $z$  er en parameter for normalfordelingen relateret til det konfidensniveau, der fastsættes på grundlag af systemrevisioner. De mulige værdier for  $z$  angives i nedenstående tabel. I bilag 3 findes en komplet tabel med værdier for normalfordelingen.

---

<sup>24</sup> Jf. afsnit 6.4.1.

Konfidensniveau	60 %	70 %	80 %	90 %	95 %
Systemets sikkerhedsgrad	Høj	Moderat	Moderat	Lav	Ingen sikkerhed
$z$	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960

Tabel 3:  $z$ -værdier baseret på konfidensniveau

- $N$  er populationsstørrelsen (f.eks. antal operationer i et program eller betalingsanmodninger). Hvis populationen er stratificeret, anvendes et  $h$ -indeks til at betegne det pågældende stratum,  $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ , hvor  $H$  er antallet af strata.
- $n$  er stikprøvestørrelsen. Hvis populationen er stratificeret, anvendes et  $h$ -indeks til at betegne det pågældende stratum,  $n_h, h = 1, 2, \dots, H$ , hvor  $H$  er antallet af strata.
- $TE$  er den maksimale acceptable fejl i henhold til forordningen, dvs. 2 % af de udgifter, der er anmeldt til Kommissionen (den bogførte værdi,  $BV$ ).
- $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$  er den bogførte værdi (de udgifter, der er anmeldt til Kommissionen) af et element (operation/betalingsanmodning).
- $CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$  er den korrigerede bogførte værdi, de udgifter, der er fastsat efter revisionen af et element (operation/betalingsanmodning).
- $E_i = BV_i - CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$  er fejlføremkomsten i et element og defineres som differencen mellem den bogførte værdi af  $i$ 'te-elementet i stikprøven og den pågældende korrigerede bogførte værdi. Hvis populationen er stratificeret, anvendes et  $h$ -indeks til at betegne det pågældende stratum,  $E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}, i = 1, 2, \dots, N_h, h = 1, 2, \dots, H$ , hvor  $H$  er antallet af strata.
- $AE$  er den forventede fejl defineret af revisoren på grundlag af det forventede fejlniveau i operationerne (f.eks. en forventet fejlprocent multipliceret med de samlede udgifter på populationsniveau).  $AE$  kan beregnes på grundlag af historiske data (projicerede fejl i tidligere perioder) eller på grundlag af en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve (den samme som den, der anvendes til at bestemme standardafvigelsen).

De ovennævnte parametre ledsages ofte i vejledningen af et bestemt fodtegn, som kan henvise til parametrens art eller det stratum, som parameteren henviser til. Herunder navnlig:

- $r$  anvendes sammen med standardafvigelse, når den henviser til standardafvigelsen for fejlprocenter.
- $e$  henviser til udtømmende stratum/stratum af høj værdi. Hvis dette fodtegn bruges sammen med standardafvigelse, kan denne notation også henvise til standardafvigelsen for fejl (og ikke standardafvigelsen for fejlprocenter).
- $w$  anvendes ved standardafvigelse, når der anvendes en vægtet værdi.
- $s$  henviser til ikke-udtømmende stratum.

- $t$  anvendes sammen med stratificerede stikprøvetagningsformler for to eller flere perioder og henviser til specifikke perioder.
- $q$  anvendes sammen med standardafvigelse som henvisning til variabelen  $q$  i simpel tilfældig udvælgelse (ratioestimation)
- $h$  henviser til et stratum.

Hvis et parameter er ledsaget af flere fodtegn, kan de bruges i forskellig rækkefølge, uden at dette ændrer deres betydning.

## 6 Stikprøvemetoder

### 6.1 Simpel tilfældig udvælgelse

#### 6.1.1 Standardmetode

##### 6.1.1.1 Indledning

Simpel tilfældig udvælgelse er en statistisk stikprøvemetode. Det er den mest velkendte metode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse. og har til formål at projicere det fejlniveau, der observeres i stikprøven, til hele populationen.

Den statistiske enhed, der skal udvælges, er operationen (eller betalingsanmodningen). Enheder i stikprøven udvælges tilfældigt med samme sandsynlighed. Simpel tilfældig udvælgelse er en generisk metode, der er egnet til forskellige typer af populationer, selv om den ikke er baseret på baggrundsinformation og normalt forudsætter større stikprøvestørrelser end MUS (når udgifterne til operationer varierer betydeligt, og der er en positiv sammenhæng mellem udgifter og fejl). Projektionen af fejl kan baseres på to delmetoder: estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation (jf. afsnit 6.1.1.3).

Som alle andre metoder kan denne metode kombineres med stratifikation (der redegøres for anvendelseskriterierne for stratifikation i afsnit 5.2)

##### 6.1.1.2 Stikprøvestørrelse

Ved simpel tilfældig udvælgelse er beregningen af stikprøvestørrelsen  $n$  baseret på følgende oplysninger:

- populationsstørrelse  $N$
- konfidensniveauet fastsat ved systemrevisioner og den relaterede  $z$ -koefficient fra en normalfordeling (jf. afsnit 5.3)
- den maksimale acceptable fejl  $TE$  (normalt 2 % af de samlede udgifter)
- den forventede fejl  $AE$  baseret på revisorens sagkyndige vurdering og historisk information
- standardafvigelsen  $\sigma_e$  for fejl.

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger<sup>25</sup>:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_e$  er standardafvigelsen for fejl i populationen. Bemærk, at denne standardafvigelse for fejl i hele populationen formodes at være kendt i ovenstående beregning. I praksis vil det næsten aldrig være tilfældet, og revisionsmyndighederne vil være nødt til enten at basere sig på historiske data (standardafvigelsen for fejl i populationen i den tidligere periode) eller på en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve (stikprøven bør mindst omfatte mellem 20 og 30 enheder). I sidstnævnte tilfælde udtages en foreløbig stikprøve af størrelse  $n^p$ , og et foreløbigt estimat af fejlvariansen (kvadratet af standardafvigelsen) beregnes ved hjælp af formlen

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (E_i - \bar{E})^2,$$

hvor  $E_i$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven, og  $\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{n^p} E_i}{n^p}$  er middelfejlen i stikprøven.

Bemærk, at pilotstikprøven efterfølgende kan indgå i den stikprøve, der udtages til revision.

### 6.1.1.3 Kalkuleret fejl

Der er to metoder til at projicere stikprøvefejlen til populationen. Den første metode er baseret på estimation af middelværdi pr. enhed (absolutte fejl), og den anden på ratioestimation (fejlprocenter).

#### **Estimation af middelværdi pr. enhed (absolutte fejl)**

Den kalkulerede fejl beregnes ved at multiplicere den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i populationen:

---

<sup>25</sup> I tilfælde af en lille population, dvs. hvis den endelige stikprøvestørrelse udgør en stor andel af populationen (som hovedregel mere end 10 % af populationen) kan en mere præcis formel tages i anvendelse og føre til  $n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 / \left( 1 + \left( \frac{\sqrt{N} \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2 \right)$ . Denne korrektion er gyldig for enkel, vilkårlig udvælgelse og differenceestimering. Den kan ligeledes foretages i to trin ved at beregne stikprøvestørrelsen  $n$  ved hjælp af den sædvanlige formel og korrigere denne sekventielt ved hjælp af formlen  $n' = \frac{n \times N}{n + N - 1}$ .

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

### Ratioestimation (fejlprocenter)

Den gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven multipliceres med populationens bogførte værdi:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Fejlprocenten i stikprøven i ovenstående formel beregnes ved at dividere det samlede fejlbeløb i stikprøven med de samlede udgifter for enheder i stikprøven (reviderede udgifter).

Det er ikke *på forhånd* muligt at vide, hvilken ekstrapoleringsmetode der er den bedste, da metodernes fordele afhænger af graden af sammenhæng mellem fejl og udgifter. Som en grundlæggende tommelfingerregel skal den anden metode kun anvendes, når der forventes en tæt sammenhæng mellem fejl og udgifter (elementer af højere værdi resulterer ofte i højere fejlforekomst), og den første metode (middelværdi pr. enhed) skal kun anvendes, når fejlene forventes at være forholdsvis uafhængige af udgiftsniveauet (højere fejlforekomst kan både konstateres i elementer med høje og lave udgiftsniveauer). I praksis kan denne vurdering foretages på grundlag af stikprøvedata, da afgørelsen om ekstrapoleringsmetoden kan træffes efter udvælgelsen og revisionen af stikprøven. For at kunne vælge den mest passende ekstrapoleringsmetode skal der anvendes stikprøvedata til at beregne variansen af stikprøveenhedernes bogførte værdi ( $VAR_{BV}$ ) og kovariansen mellem fejl og den bogførte værdi for disse enheder ( $COV_{E,BV}$ ). Formelt set skal der vælges ratioestimation, når  $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$ , hvor ER repræsenterer stikprøvens fejlprocent, dvs. forholdet mellem summen af stikprøvefejl og de reviderede udgifter. Når denne betingelse ikke kan bekræftes, skal der anvendes estimation af middelværdi pr. enhed til at kalkulere populationens fejl.

#### 6.1.1.4 Præcision

Som anført er præcision (stikprøvefejl) et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen (ekstrapoleringen). Den beregnes forskelligt afhængigt af den anvendte ekstrapoleringsmetode.

#### Estimation af middelværdi pr. enhed (absolutte fejl)

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE_1 = N \times z \times \frac{S_e}{\sqrt{n}}$$



hvor  $s_e$  er standardafvigelsen for fejl i stikprøven (nu beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at projicere fejlene til populationen)

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

### Ratioestimation (fejlprocenter)

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE_2 = N \times z \times \frac{S_q}{\sqrt{n}}$$

hvor  $s_q$  er standardafvigelsen for variabelen  $q$ :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

Denne variabel for hver enhed i stikprøven beregnes som differencen mellem dens fejl og differencen mellem dens bogførte værdi og fejlprocenten i stikprøven.

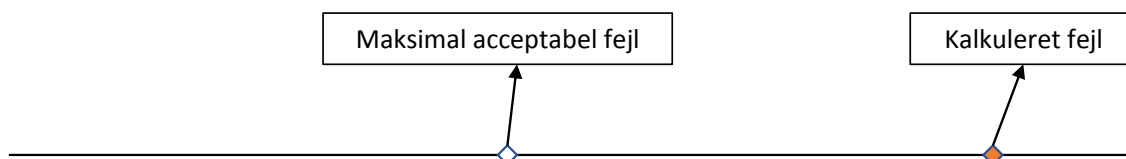
#### 6.1.1.5 Evaluering

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

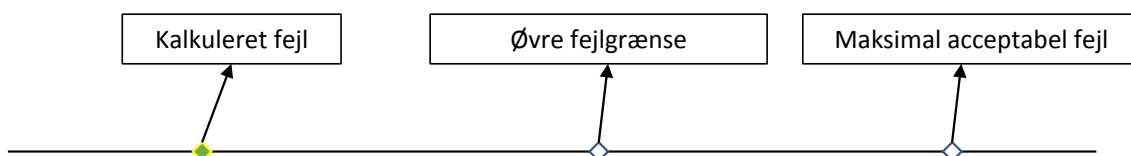
$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner:

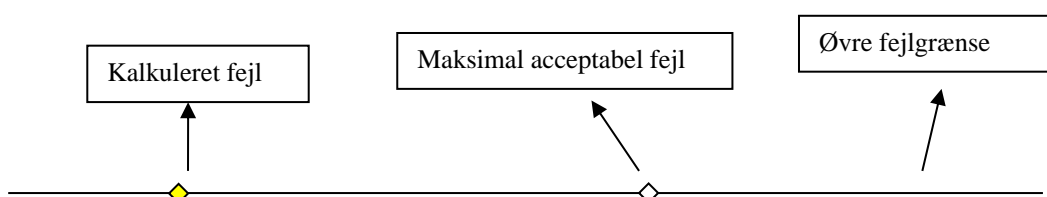
- Hvis den kalkulerede fejl er større end den maksimale acceptable fejl, vil revisoren konkludere, at der er tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i populationen overskrider væsentlighedstærsklen:



- Hvis den øvre fejlgrænse er lavere end den maksimale acceptable fejl, vil revisoren konkludere, at fejlene i populationen ligger under væsentlighedstærsklen.



- Hvis den kalkulerede fejl er mindre end den maksimale acceptable fejl, men den øvre fejlgrænse er højere end den maksimale acceptable fejl, kan stikprøvens resultater være inkonklusive. Se yderligere forklaringer i afsnit 4.12



#### 6.1.1.6 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen et bestemt år til operationer under et program eller en gruppe af programmer. De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en moderat sikkerhedsgrad. Et konfidensniveau på 80 % synes derfor at være tilstrækkeligt i forbindelse med revisionen af operationer. Nedenstående tabel viser populationens væsentligste karakteristika.

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	46 501 186 EUR

På grundlag af en foreløbig stikprøve på 20 operationer blev standardafvigelsen for fejl foreløbigt estimeret til 518 EUR (beregnet i MS Excel som ":=STDEV(D2:D21)"):

	A	B	C	D
1	<b>Operation</b>	<b>Book Value (BV)</b>	<b>Correct Value (AV)</b>	<b>Error</b>
2	98	13,054 €	13,054 €	- €
3	120	10,758 €	10,758 €	- €
4	542	8,714 €	8,264 €	450 €
5	554	8,645 €	8,645 €	- €
6	587	9,297 €	9,297 €	- €
7	1156	7,908 €	7,908 €	- €
8	1325	6,717 €	6,717 €	- €
9	1453	16,535 €	16,535 €	- €
10	1840	15,718 €	15,718 €	- €
11	1904	13,175 €	13,175 €	- €
12	2028	6,486 €	6,486 €	- €
13	2338	13,072 €	13,072 €	- €
14	2428	8,753 €	8,753 €	- €
15	2735	17,507 €	17,507 €	- €
16	3054	8,875 €	8,875 €	- €
17	3196	6,568 €	6,568 €	- €
18	3276	6,478 €	6,478 €	- €
19	3321	12,448 €	12,448 €	- €
20	3366	17,894 €	15,598 €	2,296 €
21	3666	13,558 €	13,558 €	- €
22	<b>Total</b>	<b>222,160 €</b>	<b>219,413 €</b>	<b>2,747 €</b>
23	<b>Sample error rate:=D22/B22 -----&gt;</b>			<b>1.24%</b>
24	<b>Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) -----&gt;</b>			<b>518 €</b>

Det første skridt er at beregne den nødvendige stikprøvestørrelse ved hjælp af formlen:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $z$  er 1,282 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 80 %),  $\sigma_e$  er 518 EUR, og  $TE$ , den acceptable fejl er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi, dvs. 2 % x 46 501 186 EUR = 930 024 EUR. Fejlprocenten i denne foreløbige stikprøve er 1,24 %. På baggrund af erfaringerne fra sidste år og konklusionerne i rapporten om forvaltnings- og kontrolsystemer forventer revisionsmyndigheden en fejlprocent på højst 1,24 %. Den forventede fejl,  $AE$ , er således 1,24 % af de samlede udgifter, dvs. 1,24 % x 46 501 186 EUR = 576 615 EUR:

$$n = \left( \frac{3,852 \times 1,282 \times 518}{930,024 - 576,615} \right)^2 \approx 53$$

Der forudsættes således en stikprøve på mindst 53 operationer.

Den oprindelige foreløbige stikprøve på 20 operationer indgår i hovedstikprøven. Revisoren skal derfor blot udvælge yderligere 33 operationer tilfældigt. Nedenstående tabel viser resultaterne af hele stikprøven på 53 operationer:

	A	B	C	D	E	F
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error	Error rate	q <sub>i</sub>
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(2)	(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)
3	74	9,093 €	9,093 €	- €	0.00%	107.17 €
4	98	13,054 €	13,054 €	- €	0.00%	153.85 €
5	120	10,758 €	10,758 €	- €	0.00%	126.79 €
6	153	16,194 €	16,194 €	- €	0.00%	190.86 €
7	223	11,662 €	11,662 €	- €	0.00%	137.45 €
8	246	16,331 €	16,331 €	- €	0.00%	192.48 €
9	542	8,714 €	8,264 €	450 €	5.17%	347.61 €
10	554	8,645 €	8,645 €	- €	0.00%	101.89 €
11	587	9,297 €	9,297 €	- €	0.00%	109.57 €
12	915	7,999 €	7,999 €	- €	0.00%	94.28 €
13	1014	11,906 €	11,906 €	- €	0.00%	140.32 €
14	1114	15,505 €	15,505 €	- €	0.00%	182.74 €
15	1156	7,908 €	7,908 €	- €	0.00%	93.20 €
16	1325	6,717 €	6,717 €	- €	0.00%	79.17 €
17	1403	9,730 €	9,730 €	- €	0.00%	114.68 €
18	1453	16,535 €	16,535 €	- €	0.00%	194.88 €
19	1577	17,723 €	17,723 €	- €	0.00%	208.88 €
20	1621	16,095 €	16,095 €	- €	0.00%	189.69 €
21	1624	15,171 €	15,171 €	- €	0.00%	178.80 €
54	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
55	3749	9971	9971	0	0.00%	117.52 €
56	<b>Total</b>	<b>661,580 €</b>	<b>653,783 €</b>	<b>7,797 €</b>		
57	<b>Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D55)-----&gt;</b>			<b>758 €</b>		<b>755 €</b>

Den samlede bogførte værdi af de 53 operationer i stikprøven er 661 580 EUR (beregnet i MS Excel som "**=SUM(B3:B55)**"). Det samlede fejlbeløb i stikprøven er 7 797 EUR (beregnet i MS Excel som "**=SUM(D3:D55)**"). Dette beløb divideret med stikprøvestørrelsen er den gennemsnitlige fejl i operationen i stikprøven.

Med henblik på at bestemme, hvorvidt estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation er den bedste estimationsmetode, beregner revisionsmyndigheden kovariansforholdet mellem fejlene og de bogførte værdier i forhold til de bogførte værdiers varians for operationerne i stikprøven, hvilket er lig med 0,02078. Da dette forhold er større end halvdelen af stikprøvens fejlprocent ((7 797 EUR/661 580)/2 = 0,0059), kan revisionsmyndigheden være sikker på, at ratioestimation er den mest pålidelige estimationsmetode. Af pædagogiske årsager forklares begge estimationsmetoder nedenfor.

Ved estimation af middelværdi pr. enhed beregnes projektionen af fejl til populationen ved at multiplicere denne gennemsnitlige fejl i stikprøven med populationsstørrelsen (3 852 i dette eksempel). Dette tal er den kalkulerede fejl på programniveau:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{n} = 3,852 \times \frac{7,797}{53} = 566,703.$$

Ved ratioestimation beregnes projektionen af fejl til populationen ved at multiplicere denne gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven med populationens bogførte værdi:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} = 46,501,186 \times \frac{7,797}{661,580} = 548,058.$$

Fejlprocenten i stikprøven i ovenstående formel beregnes ved at dividere det samlede fejlbeløb i stikprøven med de samlede reviderede udgifter.

Den kalkulerede fejlprocent beregnes som forholdet mellem den kalkulerede fejl og populationens bogførte værdi (samlede udgifter). Ved estimation af middelværdi pr. enhed er den kalkulerede fejl:

$$r_1 = \frac{566,703}{46,501,186} = 1.22\%$$

og ved ratioestimation:

$$r_2 = \frac{548,058}{46,501,186} = 1.18\%$$

I begge tilfælde ligger den kalkulerede fejl under væsentlighedstærsklen. Der kan imidlertid først drages endelige konklusioner, når der er blevet taget højde for stikprøvefejlen (præcisionen).

Første skridt i beregningen af præcisionen er at beregne standardafvigelsen for fejl i stikprøven (beregnet i MS Excel som "=:STDEV.S(D3:D55)"):

$$s_e = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2} = \sqrt{\frac{1}{52} \sum_{i=1}^{53} (E_i - \bar{E})^2} = 758.$$

Ved estimation af middelværdi pr. enhed beregnes præcisionen således ved hjælp af

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 1.282 \times \frac{758}{\sqrt{53}} = 514,169.$$

Ved ratioestimation er det nødvendigt at definere variabelen

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{53} E_i}{\sum_{i=1}^{53} BV_i} \times BV_i.$$

Denne variabel er anført i den sidste kolonne i tabellen (kolonne F). Værdien i celle F3 er f.eks. fejlværdien af den første operation (0 EUR) minus summen af stikprøvefejl i kolonne D, 7 797 EUR (":=SUM(D3:D55)"), divideret med de reviderede udgifter i kolonne B, 661 580 EUR (":=SUM(B3:B55)"), og multipliceret med operationens bogførte værdi (9 093 EUR):

$$q_1 = 0 - \frac{7,797}{661,580} \times 9,093 = -107.17.$$

Da standardafvigelsen for denne variabel  $s_q = 755$  (beregnet i MS Excel som ":=STDEV.S(F3:F55)"), beregnes præcisionen ved ratioestimation ved hjælp af formlen

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_q}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 1.282 \times \frac{755}{\sqrt{53}} = 512,134$$

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og projektionens præcision

$$ULE = EE + SE$$

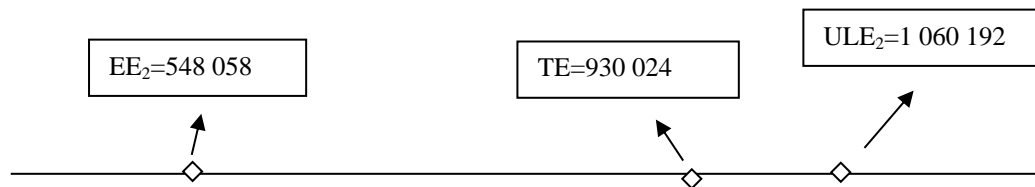
Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner:

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 566,703 + 514,169 = 1,080,871$$

eller

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 548,058 + 512,134 = 1,060,192$$

Ved at sammenholde væsentlighedstærsklen på 2 % af programmets samlede bogførte værdi (2 % x 46 501 186 EUR = 930 024 EUR) med den kalkulerede fejl og den øvre fejlgrænse for ratioestimation (da dette var den valgte projektmethode) kan det endelig konkluderes, at den kalkulerede fejl er mindre end den maksimale acceptable fejl, men at den øvre fejlgrænse er højere end den maksimale acceptable fejl. Revisoren kan konkludere, at der er behov for yderligere revision, da der ikke er tilstrækkeligt bevis for, at der ikke er væsentlig fejlinformation i populationen. Der redegøres for den specifikke yderligere revision i afsnit 5.11.



## 6.1.2 Stratificeret simpel tilfældig udvælgelse

### 6.1.2.1 Indledning

Ved stratificeret simpel tilfældig udvælgelse opdeles populationen i delpopulationer kaldet strata, og der udtages uafhængige stikprøver fra hvert stratum ved hjælp af standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse.

Ved opstillingen af anvendelseskriterier for stratifikation skal der tages hensyn til, at formålet med stratifikation er at identificere grupper (strata) med mindre variabilitet end hele populationen. Ved simpel tilfældig udvælgelse er stratifikation ud fra udgiftsniveau pr. operation normalt en velegnet metode, når fejlniveauet forventes at hænge sammen med udgiftsniveauet. Andre variabler, som forventes at forklare fejlniveauet i operationerne, er ligeledes anvendelseskriterier for stratifikation, f.eks. programmer, regioner, mellemliggende samlinger og klasser baseret på operationens risiko, osv.

Ved stratifikation ud fra udgiftsniveau bør det overvejes at identificere et stratum af høj værdi<sup>26</sup>, revidere disse elementer 100 % og anvende simpel tilfældig udvælgelse ved revision af stikprøver af de resterende elementer af lavere værdi i det eller de yderligere strata. Det er hensigtsmæssigt, hvis populationen omfatter nogle få elementer af høj værdi. I dette tilfælde skal elementerne tilhørende stratummet af høj værdi udtages af populationen, og alle de skridt, der redegøres for i de resterende afsnit, vil kun finde anvendelse på populationen af elementer af lav værdi. Det skal bemærkes, at det ikke er obligatorisk at revidere alle stratumenheder af høj værdi. Revisionsmyndigheden kan udvikle en strategi baseret på flere strata, som svarer til forskellige udgiftsniveauer, og revidere alle strata ved stikprøvetagning. Hvis der findes et stratum, der revideres 100 %, skal det bemærkes, at den planlagte præcision ved bestemmelse af stikprøvestørrelse imidlertid skal baseres på populationens samlede bogførte værdi. Da den eneste fejlkilde er stratummet af elementer af lav værdi, men den planlagte

<sup>26</sup> Der er ingen generel regel for bestemmelse af tærskelværdien for et stratum af høj værdi. En tommelfingerregel er at inkludere alle operationer, hvor udgifterne overstiger væsentlighedstærsklen (2 %) multipliceret med de samlede udgifter for hele populationen. Ved mere konservative metoder anvendes en lavere tærskelværdi, hvor væsentlighedstærsklen normalt divideres med 2 eller 3, men tærskelværdien afhænger af populationens karakteristika og skal baseres på en sagkyndig vurdering.

præcision henviser til populationsniveauet, skal den acceptable fejl og den forventede fejl ligeledes beregnes på populationsniveau.

### 6.1.2.2 Stikprøvestørrelse

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_w^2$  er den vægtede middelværdi af fejlvarianserne for alle strata:

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

og  $\sigma_{eh}^2$  er fejlvariansen i hvert stratum. Fejlvariansen beregnes for hvert stratum som en særskilt population ved hjælp af formlen

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

hvor  $E_{hi}$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven af stratum  $h$ , og  $\bar{E}_h$  er middelfejlen i stikprøven af stratum  $h$ .

Disse værdier kan baseres på historisk viden eller på en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve som anført ovenfor i forbindelse med standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse. I sidstnævnte tilfælde kan pilotstikprøven som sædvanlig efterfølgende indgå i den stikprøve, der udtages til revision. Hvis der ikke er tilgængelig historisk information i starten af programmeringsperioden, og det ikke er muligt at få adgang til en pilotstikprøve, kan stikprøvestørrelsen beregnes ved hjælp af standardmetoden (det første år i perioden). De data, der er indsamlet i revisionsstikprøven det første år, kan anvendes til at udbygge beregningen af stikprøvestørrelsen de følgende år. Ulempen ved denne mangel på information er, at kravene til stikprøvestørrelsen sandsynligvis vil være større det første år, end hvis der havde været tilgængelig baggrundsinformation om strata.

Når den samlede stikprøvestørrelse,  $n$ , er blevet beregnet, allokeres stikprøven ud fra stratum som følger:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Dette er en generel allokeringsmetode, normalt kaldet proportional allokering. Der er en lang række andre allokeringsmetoder. En mere målrettet allokering kan i nogle tilfælde



resultere i øget præcision eller en reduktion af stikprøvestørrelsen. Det kræver en vis teknisk viden om stikprøveteorien at vurdere tilstrækkeligheden af andre allokeringemetoder i forhold til den enkelte population. Denne allokeringemetode kan til tider give meget små stikprøvestørrelser for et eller flere strata. Det anbefales i praksis at anvende en stikprøvestørrelse på mindst tre enheder for hvert stratum i populationen for at kunne beregne de standardafvigelser, der skal bruges til at beregne præcision.

### 6.1.2.3 Kalkuleret fejl

Den kalkulerede fejl på populationsniveau, der er baseret på  $H$  tilfældigt udvalgte stikprøver af operationer, hvor de enkelte stikprøvers størrelse er blevet beregnet ud fra ovenstående formel, kan beregnes ved hjælp af de to sædvanlige metoder: estimation af middelværdi pr. enhed og ratioestimation.

#### Estimation af middelværdi pr. enhed

I hver populationsgruppe (stratum) multipliceres den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i stratum ( $N_h$ ), og alle resultaterne for hvert stratum summeres for at beregne den kalkulerede fejl:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

#### Ratioestimation

I hver populationsgruppe (stratum) multipliceres den gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven med populationens bogførte værdi på stratumniveau ( $BV_h$ ):

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

Fejlprocenten i stikprøven i hvert stratum beregnes ved at dividere det samlede fejlbeløb i stikprøven af stratum med de samlede udgifter i samme stikprøve.

Valget mellem de to metoder bør baseres på de overvejelser, der er redegjort for i afsnittet om standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse.

Hvis et 100 %-stratum er blevet revideret og udtaget af populationen på et tidligere tidspunkt, skal det samlede fejlbeløb observeret i dette udtømmende stratum tilføjes ovenstående estimat ( $EE_1$  eller  $EE_2$ ) for at beregne den endelige projektion af fejlbeløbet i populationen som helhed.

#### 6.1.2.4 Præcision

Som ved standardmetoden er præcision (stikprøvefejl) et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen (ekstrapoleringen). Den beregnes forskelligt afhængigt af den anvendte ekstrapoleringsmetode.

##### **Estimation af middelværdi pr. enhed (absolutte fejl)**

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}},$$

hvor  $s_w^2$  er den vægtede middelværdi af fejlvariansen for alle strata (nu beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at projicere fejlene til populationen):

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, \quad h = 1, 2, \dots, H;$$

og  $s_{eh}^2$  er den estimerede fejlvarians i stikprøven af stratum  $h$

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, \quad h = 1, 2, \dots, H$$

##### **Ratioestimation (fejlprocenter)**

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{qw}}{\sqrt{n}}$$

hvor

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{N} s_{qh}^2$$

er den vægtede middelværdi af stikprøvevarianserne af variabelen  $q_h$ , med

$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

Denne variabel for hver enhed i stikprøven beregnes som differencen mellem dens fejl og differencen mellem dens bogførte værdi og fejlprocenten i stikprøven.

### 6.1.2.5 Evaluering

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner ved hjælp af nøjagtig samme metode som beskrevet i afsnit 6.1.1.5.

### 6.1.2.6 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen et bestemt år til operationer under en gruppe af programmer. Programgruppen er underlagt de samme forvaltnings- og kontrolsystemer, og de systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en moderat sikkerhedsgrad. Revisionsmyndigheden besluttede derfor at foretage revision af operationer på grundlag af et konfidensniveau på 80 %.

Revisionsmyndigheden har grund til at tro, at der er en væsentlig risiko for fejl forbundet med operationer af høj værdi under alle programmerne. Der er desuden grund til at forvente, at de enkelte programmers fejlprocenter vil variere. På denne baggrund beslutter revisionsmyndigheden at stratificere populationen ud fra program og udgifter (og isolere alle operationer med en bogført værdi, der overskrider væsentlighedstærsklen, i et 100 %-stikprøvestratum).

Den tilgængelige information sammenfattes i nedenstående tabel.

Populationsstørrelse (antal operationer)	4 807
Populationsstørrelse – stratum 1 (antal operationer under program 1)	3 582
Populationsstørrelse – stratum 2 (antal operationer under program 2)	1 225
Populationsstørrelse – stratum 3 (antal operationer med BV > væsentlighedstærskel)	5
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	1 396 535 319 EUR
Bogført værdi – stratum 1 (samlede udgifter under program 1)	43 226 801 EUR
Bogført værdi – stratum 2 (samlede udgifter under program 2)	1 348 417 361 EUR
Bogført værdi – stratum 3 (samlede udgifter i forbindelse)	4 891 156 EUR

med operationer med BV > væsentlighedstærskel)	
--	--

100 %-stikprøvestratummet, der indeholder de fem operationer af høj værdi, skal revideres særskilt som anført i afsnit 6.1.2.1. Værdien  $N$  svarer herefter således til det samlede antal operationer i populationen fratrukket antallet af operationer i 100 %-stikprøvestratummet, dvs. 4 802 (= 4 807-5) operationer.

Det første skridt er at beregne den nødvendige stikprøvestørrelse ved hjælp af formlen:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $z$  er 1,282 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 80 %), og  $TE$ , den acceptable fejl, er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi, dvs. 2 % x 1 396 535 319 EUR = 27 930 706 EUR. På baggrund af erfaringerne fra sidste år og konklusionerne i rapporten om forvaltnings- og kontrolsystemer forventer revisionsmyndigheden en fejlprocent på højst 1,8 %. Den forventede fejl,  $AE$ , er således 1,8 % af de samlede udgifter, dvs. 1,8 % x 1 396 535 319 EUR = 25 137 636 EUR.

Da det tredje stratum er et 100 %-stikprøvestratum, ligger stikprøvestørrelsen for dette stratum fast og er af samme størrelse som populationen, dvs. de fem operationer af høj værdi. Stikprøvestørrelsen for de resterende to strata beregnes ved hjælp af ovenstående formel, hvor  $\sigma_w^2$  er det vægtede gennemsnit af fejlvarianserne for de to resterende strata:

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

og  $\sigma_{eh}^2$  er fejlvariansen i hvert stratum. Fejlvariansen beregnes for hvert stratum som en særskilt population ved hjælp af formlen

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

hvor  $E_{hi}$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven af stratum  $h$ , og  $\bar{E}_h$  er middelfejlen i stikprøven af stratum  $h$ .

På grundlag af en foreløbig stikprøve på 20 operationer i stratum 1 blev standardafvigelsen for fejl estimeret til 444 EUR:

	A	B	C	D
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error
2	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €
3	3084	7,009 €	7,009 €	- €
4	105	7,948 €	7,948 €	- €
5	878	8,910 €	8,910 €	- €
6	2101	8,937 €	8,937 €	- €
7	3117	9,708 €	9,708 €	- €
8	1856	9,728 €	9,728 €	- €
9	734	9,985 €	9,985 €	- €
10	1333	10,160 €	10,160 €	- €
11	668	11,008 €	11,008 €	- €
12	3394	12,116 €	12,116 €	- €
13	1307	12,515 €	12,515 €	- €
14	189	12,553 €	12,553 €	- €
15	15	12,798 €	12,798 €	- €
16	256	16,414 €	16,414 €	- €
17	2621	16,420 €	16,420 €	- €
18	2118	16,729 €	16,729 €	- €
19	3344	16,798 €	16,798 €	- €
20	1551	17,330 €	17,330 €	- €
21	1243	17,592 €	17,592 €	- €
22	<b>Total</b>	<b>241,191 €</b>	<b>239,207 €</b>	<b>1,984 €</b>
23	<b>Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D2:D21) -----&gt;</b>			<b>444 €</b>

Den samme procedure blev fulgt for populationen i stratum 2.

På grundlag af en foreløbig stikprøve på 20 operationer i stratum 2 blev standardafvigelsen for fejl estimeret til 9 818 EUR:

Stratum 1 – foreløbigt estimat af standardafvigelsen for fejl	444 EUR
Stratum 2 – foreløbigt estimat af standardafvigelsen for fejl	9 818 EUR

Det vægtede gennemsnit af fejlvarianserne for disse to strata er således

$$\sigma_w^2 = \frac{3,582}{4,802} 444^2 + \frac{1,225}{4,802} 9,818^2 = 24,737,134$$

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger

$$n = \left( \frac{4,802 \times 1,282 \times \sqrt{24,734,134}}{27,930,706 - 25,137,636} \right)^2 \approx 121$$

Den samlede stikprøvestørrelse er disse 121 operationer plus de fem operationer i 100 %-stikprøvestratummet, dvs. 126 operationer.

Allokeringen af stikprøven ud fra stratum beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{3,582}{4,802} \times 121 \approx 90,$$

$$n_2 = n - n_1 = 31$$

og

$$n_3 = N_3 = 5$$

Ved at revidere 90 operationer i stratum 1, 31 operationer i stratum 2 og fem operationer i stratum 3 kan revisoren beregne den samlede fejl i operationerne i stikprøven. De oprindelige foreløbige stikprøver på 20 operationer i stratum 1 og 2 indgår i hovedstikprøven. Revisoren skal derfor blot tilfældigt udvælge 70 yderligere operationer i stratum 1 og 11 i stratum 2. I følgende tabel vises stikprøveresultaterne for de reviderede operationer:

<b>Stikprøveresultater – stratum 1</b>		
A	Stikprøvens bogførte værdi	1 055 043 EUR
B	Samlede fejl i stikprøven	11 378 EUR
C	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (C=B/90)	126 EUR
D	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	698 EUR
<b>Stikprøveresultater – stratum 2</b>		
E	Stikprøvens bogførte værdi	35 377 240 EUR
F	Samlede fejl i stikprøven	102 899 EUR
G	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (G=F/31)	3 319 EUR
H	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	13 012 EUR
<b>Stikprøveresultater – stratum 3</b>		
I	Stikprøvens bogførte værdi	4 891 156 EUR
J	Samlede fejl i stikprøven	889 EUR
K	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (K=J/5)	178 EUR

I følgende tabel vises resultaterne for stratum 1:

	A	B	C	D	E	F
1	Operation	Book Value (BV)	Correct Value (AV)	Error	Error rate	q_i
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(2)	(4)-SUM(4)/SUM(2)*(2)
3	559	6,106 €	6,106 €	- €	0.0%	65.85 €
4	1833	6,196 €	6,196 €	- €	0.0%	66.82 €
5	2759	6,441 €	6,441 €	- €	0.0%	69.46 €
6	708	6,533 €	4,549 €	1,984 €	30.4%	1,913.19 €
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
72	606	14,305 €	13,275 €	1,030 €	7.2%	875.98 €
73	341	14,448 €	12,626 €	1,822 €	12.6%	1,666.23 €
74	1701	14,501 €	14,501 €	- €	0.0%	156.38 €
75	416	14,715 €	14,715 €	- €	0.0%	158.69 €
76	672	15,237 €	15,237 €	- €	0.0%	164.32 €
77	2859	15,445 €	9,428 €	6,017 €	39.0%	5,850.57 €
78	854	15,929 €	15,929 €	- €	0.0%	171.78 €
79	2154	16,233 €	16,233 €	- €	0.0%	175.06 €
80	256	16,414 €	16,414 €	- €	0.0%	177.01 €
81	2621	16,420 €	16,420 €	- €	0.0%	177.08 €
82	1224	16,532 €	16,532 €	- €	0.0%	178.28 €
83	2118	16,729 €	16,729 €	- €	0.0%	180.41 €
84	3344	16,798 €	16,798 €	- €	0.0%	181.15 €
85	2250	17,063 €	17,063 €	- €	0.0%	184.01 €
86	1551	17,330 €	17,330 €	- €	0.0%	186.89 €
87	19	17,458 €	16,933 €	525 €	3.0%	336.44 €
88	654	17,505 €	17,505 €	- €	0.0%	188.78 €
89	1243	17,592 €	17,592 €	- €	0.0%	189.72 €
90	1869	17,595 €	17,595 €	- €	0.0%	189.75 €
91	2483	17,867 €	17,867 €	- €	0.0%	192.68 €
92	306	17,876 €	17,876 €	- €	0.0%	192.78 €
93	<b>Total</b>	<b>1,055,043 €</b>	<b>1,043,665 €</b>	<b>11,378 €</b>		
94	<b>Sample standard deviation of errors:= STDEV.S(D3:D92)-----&gt;</b>			<b>698 €</b>		<b>695 €</b>

For at finde ud af, hvorvidt estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation er den bedste estimationsmetode, beregnes revisionsmyndigheden kovariansforholdet mellem fejl og de bogførte værdier til de bogførte værdiers varians i operationerne i stikprøven. Da dette forhold er større end halvdelen af stikprøvens fejlprocent, kan revisionsmyndigheden være sikker på, at ratioestimation er den mest pålidelige estimationsmetode. Af pædagogiske årsager forklares begge estimationsmetoder nedenfor.

Ved estimation af middelværdi pr. enhed foretages ekstrapoleringen af de to stikprøvestrata ved at multiplicere den gennemsnitlige fejl med populationsstørrelsen. Summen af disse to tal skal føjes til den konstaterede fejl i 100 %-stikprøvestratummet for at projicere fejlen til populationen:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 3,582 \times 126 + 1,225 \times 3,319 + 889 = 4,519,900$$

Ved ratioestimation opnås et alternativt estimeret resultat ved at multiplicere den gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven af stratum med den bogførte værdi på

stratumniveau (for de to stikprøvestrata). Summen af disse to tal skal herefter føjes til den konstaterede fejl i 100 %-stikprøvestratummet for at projicere fejlen til populationen:

$$\begin{aligned}
 EE_2 &= \sum_{h=1}^3 BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i} \\
 &= 43,226,802 \times \frac{11,378}{1,055,043} + 1,348,417,361 \times \frac{102,899}{35,377,240} + 889 \\
 &= 4,389,095.
 \end{aligned}$$

Den kalkulerede fejlprocent beregnes som forholdet mellem den kalkulerede fejl og populationens bogførte værdi (samlede udgifter). Ved estimation af middelværdi pr. enhed er den kalkulerede fejl

$$r_1 = \frac{4,519,900}{1,396,535,319} = 0.32\%$$

og ved ratioestimation:

$$r_2 = \frac{4,389,095.}{1,396,535,319} = 0.31\%$$

I begge tilfælde ligger den kalkulerede fejl under væsentlighedstærsklen. Der kan imidlertid først drages endelige konklusioner, når der er blevet taget højde for stikprøvefejlen (præcisionen). Bemærk, at de eneste kilder til stikprøvefejl er stratum 1 og 2, da alle elementer udtages i stratummet af høj værdi. Nedenstående vedrører kun de to stikprøvestrata.

Baseret på standardafvigelse for fejl i stikprøven af begge strata (tabel med stikprøveresultater) er den vægtede middelværdi af fejlvariansen for alle strata:

$$s_w^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{3,582}{4,802} \times 698^2 + \frac{1,225}{4,802} \times 13,012^2 = 43,507,225.$$

Præcisionen af de absolutte fejl beregnes således ved hjælp af formlen:

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}} = 4,802 \times 1.282 \times \frac{\sqrt{43,507,225}}{\sqrt{121}} = 3,695,304.$$

Ved ratioestimation er det nødvendigt at definere variabelen



$$q_{ih} = E_{ih} - \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_{ih}}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_{ih}} \times BV_{ih}.$$

Stratum 1 er illustreret i den sidste kolonne i tabellen (kolonne F). Værdien i celle F3 er f.eks. fejlværdien af den første operation (0 EUR) minus summen af stikprøvefejl i kolonne D, 11 378 EUR (":=SUM(D3:D92)"), divideret med summen af stikprøvens bogførte værdier i kolonne B, 1 055 043 EUR (":=SUM(B3:B92)"), og multipliceret med operationens bogførte værdi (6 106 EUR):

$$q_{11} = 0 - \frac{11,378}{1,055,043} \times 6,106 = -65.85.$$

Standardafvigelsen for denne variabel for stratum 1 er  $s_{q1} = 695$  (beregnet i MS Excel som ":=STDEV(F3:F92)"). Ved brug af den netop beskrevne metode er standardafvigelsen for stratum 2  $s_{q2} = 13,148$ . Den vægtede sum af varianserne af  $q_{ih}$  er således:

$$s_{qw}^2 = \sum_{h=1}^3 \frac{N_h}{N} s_{qh}^2 = \frac{3,582}{4,802} \times 695^2 + \frac{1,225}{4,802} \times 13,148^2 = 44,412,784.$$

Ved ratioestimation beregnes præcisionen ved hjælp af formlen

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{qw}}{\sqrt{n}} = 4,802 \times 1.282 \times \frac{\sqrt{44,412,784}}{\sqrt{59}} = 3,733,563.$$

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner:

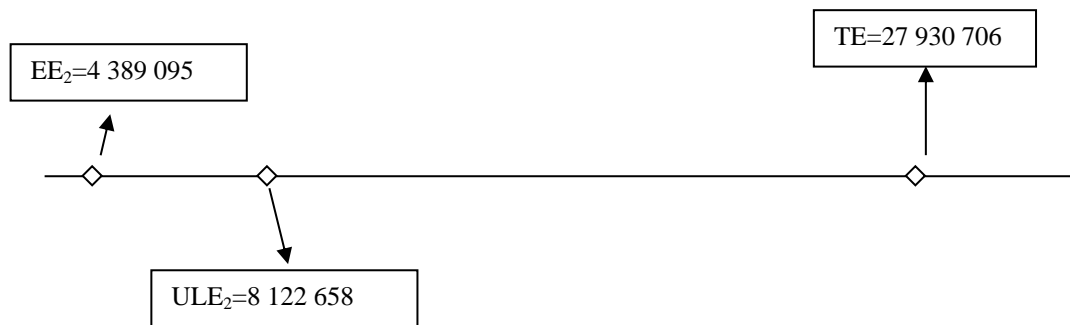
$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 4,519,900 + 3,695,304 = 8,215,204$$

eller

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 4,389,095 + 3,733,563 = 8,122,658$$

Ved at sammenholde væsentlighedstærsklen på 2 % af populationens samlede bogførte værdi (2 % x 1 396 535 319 EUR = 27 930 706 EUR) med de projicerede resultater for ratioestimationen (den valgte projektmethode), kan det endelig konstateres, at både den kalkulerede fejl og den øvre fejlgrænse er mindre end den maksimale acceptable

fejl. Det kan derfor konkluderes, at der er tilstrækkeligt bevis for, at der ikke er væsentlig fejlinformation i populationen.



### 6.1.3 *Simpel tilfældig udvælgelse – to perioder*

#### 6.1.3.1 *Indledning*

Revisionsmyndigheden kan beslutte at udtage stikprøverne over flere perioder i løbet af året (typisk to halvår). Den store fordel ved denne metode er ikke, at stikprøvestørrelsen reduceres, men navnlig at det bliver muligt at sprede revisionsbyrden over hele året og således reducere arbejdsbyrden ved årets udgang baseret på en enkelt observation.

Ved denne metode opdeles årets population i to delpopulationer, der hver omfatter operationerne og udgifterne i hvert halvår. Der udtages uafhængige stikprøver for hvert halvår ved hjælp af standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse.

#### 6.1.3.2 *Stikprøvestørrelse*

##### **Første halvår**

I den første revisionsperiode (f.eks. halvår) beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_{ew}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{ew}^2$  er den vægtede middelværdi af fejlvarianserne i hvert halvår:

$$\sigma_{ew}^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

og  $\sigma_{et}^2$  er fejlvariansen i hver periode  $t$  (halvår). Fejlvariansen for hvert halvår beregnes som en særskilt population ved hjælp af formlen

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1, 2$$

hvor  $E_{ti}$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven i halvår  $t$ , og  $\bar{E}_t$  er middelfejlen i stikprøven i halvår  $t$ .

Bemærk, at værdierne for de forventede varianser i begge halvår skal baseres på en sagkyndig vurdering og historisk viden. Det er fortsat muligt at anvende en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve som anført ovenfor i forbindelse med standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse, men kun i første halvår. Ved den første observation er udgifter for andet halvår endnu ikke blevet afholdt, og der er ingen tilgængelige objektive data (bortset fra historiske). Hvis der anvendes pilotstikprøver, kan de som sædvanlig efterfølgende indgå i den stikprøve, der udtages til revision.

Revisoren kan se, at den forventede fejlvarians for andet halvår er lig med første halvårs fejlvarians. Der kan derfor anvendes en forenklet metode, hvor den samlede stikprøvestørrelse beregnes som

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_{e1}}{TE - AE} \right)^2$$

Bemærk, at denne forenklete metode kun forudsætter information om fejlvariabiliteten i den første observationsperiode. Den underliggende antagelse er, at fejlvariabiliteten vil have samme omfang i begge halvår.

Bemærk ligeledes, at formlerne til beregning af stikprøvestørrelse forudsætter værdier for  $N_1$  og  $N_2$ , dvs. antal operationer i populationen i første og andet halvår. Ved beregningen af stikprøvestørrelsen vil værdien for  $N_1$  være kendt, mens værdien for  $N_2$  vil være ukendt, og vil derfor skulle indgå i formlen baseret på revisorens forventninger (også baseret på historisk information). Det er normalt ikke et problem, da alle de iværksatte operationer i andet halvår allerede er blevet iværksat i første halvår, således at  $N_1 = N_2$ .

Når den samlede stikprøvestørrelse,  $n$ , er blevet beregnet, allokeres stikprøven ud fra halvår som følger:

$$n_1 = \frac{N_1}{N} n$$

og

$$n_2 = \frac{N_2}{N} n$$

### Andet halvår

I den første observationsperiode blev der gjort en række antagelser om de efterfølgende observationsperioder (typisk det næste halvår). Hvis populationskarakteristikaene i de efterfølgende perioder afviger væsentligt fra antagelserne, kan det være nødvendigt at ændre stikprøvestørrelsen i den efterfølgende periode.

I den anden revisionsperiode (f.eks. halvår) vil der være mere information til rådighed:

- Det faktiske antal iværksatte operationer i  $N_2$ -halvåret er kendt.
- Standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven  $s_{e1}$  kan allerede beregnes på grundlag af stikprøven i første halvår.
- Standardafvigelsen for fejl i andet halvår  $\sigma_{e2}$  vil nu kunne estimeres mere præcist på grundlag af faktiske data.

Hvis disse parametre ikke afviger væsentligt fra de parametre, der blev estimeret i første halvår på grundlag af analytikerens forventninger, er det ikke nødvendigt at ændre den oprindelig planlagte stikprøvestørrelse i andet halvår ( $n_2$ ). Hvis revisoren konstaterer, at de oprindelige forventninger afviger væsentligt fra de faktiske populationskarakteristika, kan det imidlertid være nødvendigt at ændre stikprøvestørrelsen for at tage højde for disse unøjagtige estimater. I dette tilfælde skal stikprøvestørrelsen i andet halvår omregnes ved hjælp af formlen

$$n_2 = \frac{(z \cdot N_2 \cdot \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \cdot \frac{N_1^2}{n_1} \cdot s_{e1}^2}$$

hvor  $s_{e1}$  er standardafvigelsen for fejl i stikprøven for første halvår, og  $\sigma_{e2}$  et estimat for standardafvigelsen for fejl i andet halvår baseret på historisk viden (eventuelt ændret på grundlag af information fra første halvår) eller en foreløbig stikprøve/pilotstikprøve for andet halvår.

#### 6.1.3.3 Kalkuleret fejl

Baseret på de to delstikprøver for hvert halvår kan den kalkulerede fejl på populationsniveau beregnes ved hjælp af de to sædvanlige metoder: estimation af middelværdi pr. enhed og ratioestimation.

#### Estimation af middelværdi pr. enhed

I hvert halvår multipliceres den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i populationen ( $N_t$ ), og de samlede resultater for begge halvår summeres for at beregne den kalkulerede fejl:

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

### Ratioestimation

Den gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven multipliceres i hvert halvår med populationens bogførte værdi i det pågældende halvår ( $BV_t$ ):

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}}$$

Fejlprocenten i stikprøven i hvert halvår beregnes ved at dividere det samlede fejlbeløb i stikprøven for halvåret med de samlede udgifter i samme stikprøve.

Valget mellem de to metoder bør baseres på de overvejelser, der er redegjort for i afsnittet om standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse.

#### 6.1.3.4 Præcision

Som ved standardmetoden er præcision (stikprøvefejl) et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen (ekstrapoleringen). Den beregnes forskelligt afhængigt af den anvendte ekstrapoleringsmetode.

#### Estimation af middelværdi pr. enhed (absolutte fejl)

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} \right)}$$

hvor  $s_{et}$  er standardafvigelsen for fejl i stikprøven i halvår t (nu beregnet på grundlag af de samme stikprøver, som anvendes til at projicere fejlene til populationen)

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$

#### Ratioestimation (fejlprocenter)

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2}\right)}$$

hvor  $s_{qt}$  er standardafvigelsen for  $q$ -variablen i stikprøven i halvår  $t$ , hvor

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

### 6.1.3.5 Evaluering

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner ved hjælp af nøjagtig samme metode som beskrevet i afsnit 6.1.1.5.

### 6.1.3.6 Eksempel

Revisionsmyndigheden har besluttet at sprede revisionsbyrden ud på to perioder. Ved udgangen af første halvår opdeler revisionsmyndigheden populationen i to grupper for begge halvår. Ved udgangen af første halvår er populationskarakteristikaene som følger:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	1 237 952 015 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	3 852

Revisionsmyndigheden ved erfaringsmæssigt, at alle de operationer, der er inkluderet i programmerne ved udgangen af referenceperioden, normalt allerede er blevet iværksat i populationen i første halvår. De anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår forventes desuden at udgøre omkring 30 % af de samlede anmeldte udgifter ved udgangen af referenceperioden. Ud fra disse antagelser beskrives populationen kort i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter for første halvår	1 237 952 015 EUR
Anmeldte udgifter for andet halvår (forventet)	2 888 554 702 EUR

Populationsstørrelse (operationer – periode 1)	3 852
Populationsstørrelse (operationer – periode 2, forventet)	3 852

De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en høj sikkerhedsgrad. Der kan derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 60 %.

I den første revisionsperiode beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_w^2$  er den vægtede middelværdi af fejlvarianserne i hvert halvår:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

og  $\sigma_{et}^2$  er fejlvariansen i hver periode  $t$  (halvår). Fejlvariansen for hvert halvår beregnes som en særskilt population ved hjælp af formlen

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

hvor  $E_{ti}$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven i halvår  $t$ , og  $\bar{E}_t$  er middelfejlen i stikprøven i halvår  $t$ .

Da værdien af  $\sigma_{et}^2$  er ukendt, besluttede revisionsmyndigheden at udtage en foreløbig stikprøve på 20 operationer ved udgangen af første halvår af indeværende år. Standardafvigelsen for fejl i denne foreløbige stikprøve for første halvår er 72 091 EUR. Revisionsmyndigheden har på grundlag af en sagkyndig vurdering og sin viden om, at udgifterne i andet halvår normalt er større end i første halvår, foreløbigt estimeret standardafvigelsen for fejl i andet halvår til at være 40 % større end i første halvår, dvs. 100 927,4 EUR. Det vægtede gennemsnit af varianserne i fejl er således:

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 \\ &= \frac{3852}{3852 + 3852} \times 72,091^2 + \frac{3852}{3852 + 3852} \times 100,927.4^2 \\ &= 7,691,726,176. \end{aligned}$$

Bemærk, at populationsstørrelsen i hvert halvår er lig med antallet af iværksatte operationer (med udgifter) i hvert halvår.

I første halvår er den samlede planlagte stikprøvestørrelse for hele året:

$$n = \left( \frac{(N_1 + N_2) \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $z$  er 0,842 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 60 %), og  $TE$ , den acceptable fejl, er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi. Den samlede bogførte værdi omfatter den sande bogførte værdi ved udgangen af første halvår plus den forventede bogførte værdi i andet halvår (1 237 952 015 EUR + 2 888 554 702 EUR = 4 126 506 717 EUR), og den acceptable fejl er således 2 % x 4 126 506 717 EUR = 82 530 134 EUR. Fejlprocenten i den foreløbige stikprøve af populationen i første halvår er 0,6 %. Revisionsmyndigheden forventer, at denne fejlprocent er den samme hele året.  $AE$ , den forventede fejl, er således 0,6 % x 4 126 506 718 EUR = 24 759 040 EUR. Den planlagte stikprøvestørrelse for hele året er:

$$n = \left( \frac{(3852 + 3852) \times 0.842 \times \sqrt{7,691,726,176}}{82,530,134 - 24,759,040} \right)^2 \approx 97$$

Allokeringen af stikprøven ud fra halvår beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 49$$

og

$$n_2 = n - n_1 = 49$$

Stikprøven for første halvår gav følgende resultater:

Stikprøvens bogførte værdi – første halvår	13 039 581 EUR
Samlede fejl i stikprøven – første halvår	199 185 EUR
Standardafvigelse for fejl i stikprøven – første halvår	69 815 EUR

Ved udgangen af andet halvår er der mere tilgængelig information, det faktiske antal iværksatte operationer i andet halvår er navnlig kendt, fejlvariansen i stikprøven  $s_{e1}$  er allerede beregnet på grundlag af stikprøven for første halvår, og standardafvigelsen for fejl i andet halvår  $\sigma_{e2}$  kan nu estimeres mere præcist på grundlag af en foreløbig stikprøve af faktiske data.

Revisionsmyndigheden konstaterer, at de antagelser, der blev gjort ved udgangen af første halvår om det samlede antal operationer, fortsat er korrekte. De ajourførte tal er imidlertid relevante for to parametre.



For det første blev standardafvigelsen for fejl baseret på stikprøven for første halvår på 49 operationer estimeret til 69 815 EUR. Denne nye værdi skal nu anvendes til at revurdere den planlagte stikprøvestørrelse. For det andet estimerer revisionsmyndigheden på grundlag af en nye foreløbige stikprøve på 20 operationer i populationen for andet halvår standardafvigelsen for fejl i andet halvår til 108 369 EUR (tæt på den forventede værdi ved udgangen af den første periode, men mere præcis). Det kan konkluderes, at standardafvigelsen for fejl i begge halvår, der anvendes til bestemmelse af stikprøvestørrelsen, ligger tæt på de værdier, der blev opnået ved udgangen af første halvår. Revisionsmyndigheden har imidlertid valgt at omregne stikprøvestørrelsen på grundlag af de tilgængelige ajourførte data. Stikprøven for andet halvår ændres således.

Den forventede bogførte værdi af populationen i andet halvår skal desuden ændres til den faktiske værdi, dvs. 2 961 930 008 EUR, i stedet for den forventede værdi på 2 888 554 703 EUR.

Parameter	Ultimo første halvår	Ultimo andet halvår
Standardafvigelse for fejl i første halvår	72 091 EUR	69 815 EUR
Standardafvigelse for fejl i andet halvår	100 475 EUR	108 369 EUR
Samlede udgifter i andet halvår	2 888 554 703 EUR	2 961 930 008 EUR

Under hensyntagen til disse justeringer er den omregnede stikprøvestørrelse i andet halvår

$$n_2 = \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

$$= \frac{(0.842 \times 3,852 \times 108,369)^2}{(83,997,640 - 25,199,292)^2 - 0.842^2 \times \frac{3,852^2}{49} \times 69,815^2} = 52$$

Ved at revidere 49 operationer i første halvår og disse 52 operationer i andet halvår kan revisoren få information om den samlede fejl i operationerne i stikprøven. Den oprindelige foreløbige stikprøve på 20 operationer indgår i hovedstikprøven. Revisoren skal derfor blot udvælge yderligere 32 operationer i andet halvår.

Stikprøven i andet halvår gav følgende resultater:

Stikprøvens bogførte værdi – andet halvår	34 323 574 EUR
---	----------------

Samlede fejl i stikprøven – andet halvår	374 790 EUR
Standardafvigelse for fejl i stikprøven – andet halvår	59 489 EUR

Baseret på de to stikprøver kan den kalkulerede fejl på populationsniveau beregnes ved hjælp af de to sædvanlige metoder: estimation af middelværdi pr. enhed og ratioestimation. Med henblik på at bestemme, hvorvidt estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation er den bedste estimationsmetode, beregner revisionsmyndigheden kovariansforholdet mellem fejlene og de bogførte værdier i forhold til de bogførte værdiers varians for operationerne i stikprøven. Da dette forhold er større end halvdelen af stikprøvens fejlprocent, kan revisionsmyndigheden være sikker på, at ratioestimation er den mest pålidelige estimationsmetode. Af pædagogiske årsager forklares begge estimationsmetoder nedenfor.

Estimation af middelværdi pr. enhed omfatter multiplikation af den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i populationen ( $N_t$ ), og de samlede resultater for begge halvår summeres for at beregne den kalkulerede fejl:

$$\begin{aligned}
 EE_1 &= \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{49} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{52} E_{2i} = \frac{3,852}{49} \times 199,185 + \frac{3,852}{52} \times 374,790 \\
 &= 43,421,670
 \end{aligned}$$

Ratioestimation omfatter multiplikation af den gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven med populationens bogførte værdi i det pågældende halvår ( $BV_t$ ):

$$\begin{aligned}
 EE_2 &= BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} \\
 &= 1,237,952,015 \times \frac{199,185}{13,039,581} + 2,961,930,008 \times \frac{374,790}{34,323,574} \\
 &= 51,252,484
 \end{aligned}$$

Ved estimation af middelværdi pr. enhed er den kalkulerede fejl:

$$r_1 = \frac{43,421,670}{1,237,952,015 + 2,961,930,008} = 1.03\%$$

og ved ratioestimation:

$$r_2 = \frac{51,252,451}{1,237,952,015 + 2,961,930,008} = 1.22\%.$$

Præcisionen beregnes forskelligt afhængigt af den anvendte projektiionsmetode. Ved estimation af middelværdi pr. enhed beregnes præcisionen ved hjælp af formlen

$$SE_1 = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2}\right)}$$

$$= 0.842 \times \sqrt{3,852^2 \times \frac{69,815^2}{49} + 3,852^2 \times \frac{59,489^2}{52}} = 41,980,051$$

Ved ratioestimation skal standardafvigelsen for variabelen  $q$  beregnes (afsnit 6.1.3.4):

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}.$$

Denne standardafvigelse for hvert halvår er henholdsvis 54 897 EUR og 57 659 EUR. Præcisionen beregnes således som følger

$$SE_2 = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2}\right)}$$

$$= 0.842 \times \sqrt{3,852^2 \times \frac{54,897^2}{49} + 3,852^2 \times \frac{57,659^2}{52}} = 36,325,544$$

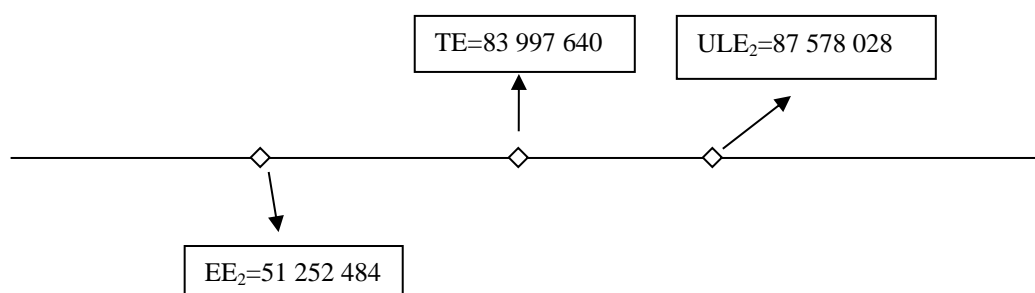
Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner:

$$ULE_1 = EE_1 + SE_1 = 43,421,670 + 41,980,051 = 85,401,721$$

eller

$$ULE_2 = EE_2 + SE_2 = 51,252,484 + 36,325,544 = 87,578,028$$

Ved at sammenholde væsentlighedstærsklen på 2 % af populationens samlede bogførte værdi (2 % x 4 199 882 023 EUR = 83 997 640 EUR) med de projicerede resultater for ratioestimation (den valgte projektmethode) kan det endelig konstateres, at den maksimale acceptable fejl er større end de kalkulerede fejl, men mindre end den øvre fejlgrænse. Der henvises til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



## 6.2 Differenceestimering

### 6.2.1 Standardmetode

#### 6.2.1.1 Indledning

Differenceestimering er ligeledes en statistisk stikprøvemethode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse. Ved denne metode ekstrapoleres fejlen i stikprøven, og den kalkulerede fejl fratrækkes de samlede anmeldte udgifter i populationen for at estimere de faktiske udgifter i populationen (dvs. de udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret).

Denne metode ligger meget tæt op ad simpel tilfældig udvælgelse, og den vigtigste forskel er anvendelsen af en mere sofistikeret ekstrapoleringsmetode.

Denne metode er særlig anvendelig, hvis man ønsker at projicere de faktiske udgifter i populationen, hvis fejlniveauet er forholdsvis konstant i populationen, og hvis de forskellige operationers bogførte værdi som regel er den samme (lav variabilitet). Metoden er ofte mere velegnet end MUS, når fejlvariabiliteten er lav, eller når der kun er en svag eller negativ sammenhæng med bogførte værdier. Metoden er derimod normalt mindre velegnet end MUS, når fejlvariabiliteten er høj, og der er en positiv sammenhæng med bogførte værdier.

Som alle andre metoder kan denne metode kombineres med stratifikation (der redegøres for anvendelseskriterierne for stratifikation i afsnit 5.2).

#### 6.2.1.2 Stikprøvestørrelse

Beregning af stikprøvestørrelsen  $n$  ved brug af differenceestimering er baseret på præcis de samme oplysninger og formler som ved beregning ved brug af simpel tilfældig udvælgelse:

- populationsstørrelse  $N$
- konfidensniveauet fastsat ved systemrevisioner og den relaterede  $z$ -koefficient fra en normalfordeling (jf. afsnit 5.3)
- den maksimale acceptable fejl  $TE$  (normalt 2 % af de samlede udgifter)
- den forventede fejl  $AE$  baseret på revisorens sagkyndige vurdering og historisk information
- standardafvigelsen  $\sigma_e$  for fejl.

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_e$  er standardafvigelsen for fejl i populationen. Bemærk, at denne standardafvigelse som påpeget i afsnittet om simpel tilfældig udvælgelse næsten aldrig er kendt i forvejen, og revisionsmyndighederne vil være nødt til at basere den på historiske viden eller på en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve (stikprøven bør mindst omfatte mellem 20 og 30 enheder). Bemærk ligeledes, at pilotstikprøven efterfølgende kan indgå i den stikprøve, der udtages til revision. Der redegøres nærmere for beregningen af denne standardafvigelse i afsnit 6.1.1.2.

### 6.2.1.3 Ekstrapolering

Baseret på en tilfældigt udvalgt stikprøve af operationer, hvis størrelse er blevet beregnet ved hjælp af ovenstående formel, kan den kalkulerede fejl på populationsniveau beregnes ved at multiplicere den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i populationen, der giver den kalkulerede fejl

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}$$

hvor  $E_i$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven, og  $\bar{E}$  er middelfejlen i stikprøven.

Derefter kan den korrekte bogførte værdi (de faktiske udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret) projiceres ved at trække den kalkulerede fejl (EE) fra den bogførte værdi (BV) i populationen (anmeldte udgifter). Projektionen af den korrekte bogførte værdi (CBV) er

$$CBV = BV - EE$$

### 6.2.1.4 Præcision

Projektionens præcision (mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen) beregnes ved hjælp af formlen

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

hvor  $s_e$  er standardafvigelsen for fejl i stikprøven (nu beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at projicere fejlene til populationen)

$$s_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2$$

### 6.2.1.5 Evaluering

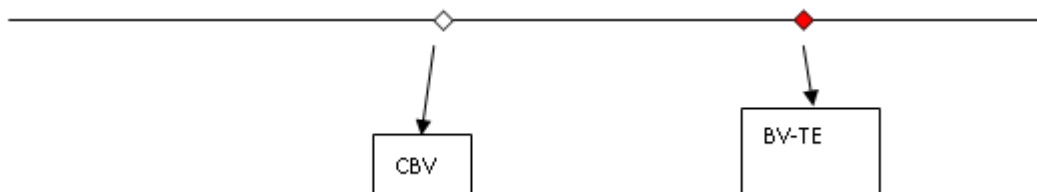
Inden der drages konklusioner om fejlenes væsentlighed, skal den nedre grænse for den korrigerede bogførte værdi beregnes. Denne nedre grænse er lig med

$$LL = CBV - SE$$

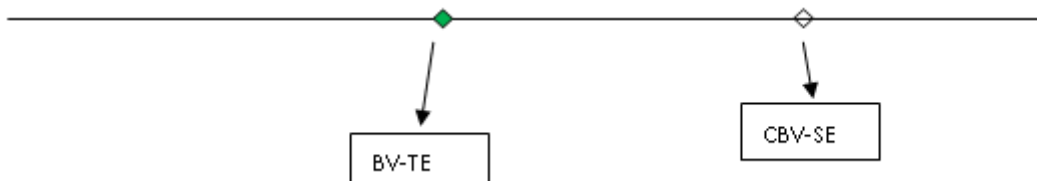
Både projektionen af den korrekte bogførte værdi og den nedre grænse skal sammenholdes med differencen mellem den bogførte værdi (anmeldte udgifter) og den maksimale acceptable fejl (TE), der svarer til væsentlighedstærsklen multipliceret med den bogførte værdi:

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

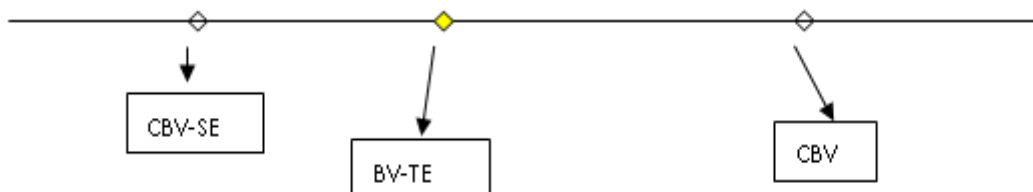
- Hvis  $BV - TE$  er større end  $CBV$ , skal revisoren konkludere, at der er tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i programmet overskrider væsentlighedstærsklen:



- Hvis  $BV - TE$  er lavere end den nedre grænse  $CBV - SE$ , er der tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i programmet ligger under væsentlighedstærsklen:



Hvis  $BV - TE$  ligger mellem den nedre grænse  $CBV - SE$  og  $CBV$ , henvises der til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



### 6.2.1.6 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen et bestemt år til operationer under et program. De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en høj sikkerhedsgrad. Der kan derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 60 %.

Populationskarakteristikaene sammenfattes i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

På baggrund af revisionen sidste år forventer revisionsmyndigheden en fejlprocent på 0,7 % (sidste års fejlprocent) og estimerer en standardafvigelse for fejl på 168 397 EUR.

Det første skridt er at beregne den nødvendige stikprøvestørrelse ved hjælp af formlen:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $z$  er 0,842 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 60 %),  $\sigma_e$  er 168 397 EUR, og den acceptable fejl,  $TE$ , er 2 % af den bogførte værdi (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen), dvs. 2 % x 4 199 882 024 EUR = 83 997 640 EUR, og  $AE$ , den forventede fejl, er 0,7 %, dvs. 0,7 % x 4 199 882 024 EUR = 29 399 174 EUR:

$$n = \left( \frac{3,852 \times 0,842 \times 168,397}{83,997,640 - 29,399,174} \right)^2 \approx 101$$

Der forudsættes således en stikprøve på mindst 101 operationer.

Ved at revidere disse 101 operationer kan revisoren beregne den samlede fejl i operationerne i stikprøven.

Stikprøveresultaterne er sammenfattet i nedenstående tabel:

Stikprøvens bogførte værdi	124 944 535 EUR
Samlede fejl i stikprøven	1 339 765 EUR
Standardafvigelse for fejl i stikprøven	162 976 EUR

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er:

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^{101} E_i}{n} = 3,852 \times \frac{1,339,765}{101} = 51,096,780,$$

hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på:

$$r = \frac{51,096,780}{4,199,882,024} = 1.22\%$$

Den korrekte bogførte værdi (de faktiske udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret) kan projiceres ved at trække den kalkulerede fejl ( $EE$ ) fra den bogførte værdi ( $BV$ ) i populationen (anmeldte udgifter). Projektionen af den korrekte bogførte værdi ( $CBV$ ) er

$$CBV = 4,199,882,024 - 51,096,780 = 4,148,785,244$$

Projektionens præcision beregnes ved hjælp af formlen

$$SE = N \times z \times \frac{S_e}{\sqrt{n}} = 3,852 \times 0.842 \times \frac{162,976}{\sqrt{101}} = 52,597,044.$$

Ved at kombinere den kalkulerede fejl og præcisionen er det muligt at beregne en øvre grænse for fejlprocenten. Denne øvre grænse er forholdet mellem den øvre fejlgrænse og populationens bogførte værdi. Den øvre grænse for fejlprocenten er således:

$$r_{UL} = \frac{EE + SE}{BV} = \frac{51,096,780 + 52,597,044}{4,199,882,024} = 2.47\%$$

Inden der drages konklusioner om fejlenes væsentlighed, skal den nedre grænse for den korrekte bogførte værdi beregnes. Denne nedre grænse er lig med

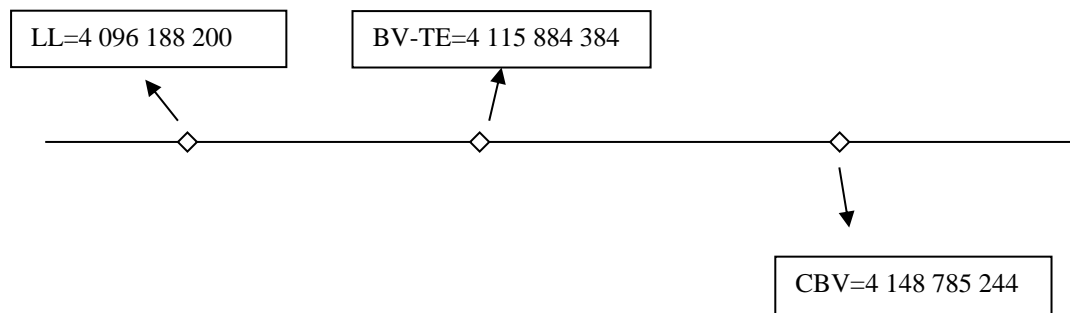
$$LL = CBV - SE = 4,148,785,244 - 52,597,044 = 4,096,188,200$$



Både projektionen af den korrekte bogførte værdi og den nedre grænse skal sammenholdes med differencen mellem den bogførte værdi (anmeldte udgifter) og den maksimale acceptable fejl ( $TE$ ):

$$BV - TE = 4,199,882,024 - 83,997,640 = 4,115,884,384$$

Da  $BV - TE$  ligger mellem den nedre grænse  $LL = CBV - SE$  og  $CBV$ , henvises der til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



## 6.2.2 Stratificeret differenceestimering

### 6.2.2.1 Indledning

Ved stratificeret differenceestimering opdeles populationen i delpopulationer kaldet strata, og der udtages uafhængige stikprøver fra hvert stratum ved hjælp af metoden differenceestimering.

Baggrunden for stratifikation og anvendelseskriterierne er de samme som for simpel tilfældig udvælgelse, jf. afsnit 6.1.2.1. Som ved simpel tilfældig udvælgelse er stratifikation ud fra udgiftsniveau pr. operation normalt en velegnet metode, når fejlniveauet forventes at hænge sammen med udgiftsniveauet.

Ved stratifikation ud fra udgiftsniveau, og hvis det er muligt at finde nogle få operationer af ekstremt høj værdi, skal de inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. I dette tilfælde skal elementerne tilhørende dette stratum håndteres særskilt, og stikprøvetagningen vil kun finde anvendelse på populationen af elementer af lav værdi. Det skal bemærkes, at den planlagte præcision ved bestemmelse af stikprøvestørrelse imidlertid skal baseres på populationens samlede bogførte værdi. Da fejlkilden er stratummet af elementer af lav værdi, men den planlagte præcision er

beregnet på populationsniveau, skal den acceptable fejl og den forventede fejl ligeledes beregnes på populationsniveau.

#### 6.2.2.2 Stikprøvestørrelse

Stikprøvestørrelsen beregnes ved hjælp af samme metode som for simpel tilfældig udvælgelse

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_w^2$  er den vægtede middelværdi af fejlvarianserne for alle strata (se afsnit 6.1.2.2 for yderligere oplysninger).

Varianserne kan også her være baseret på historisk viden eller på en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve. I sidstnævnte tilfælde kan pilotstikprøven som sædvanlig efterfølgende indgå i den hovedstikprøve, der udtages til revision.

Når den samlede stikprøvestørrelse,  $n$ , er blevet beregnet, allokeres stikprøven ud fra stratum som følger:

$$n_h = \frac{N_h}{N} \times n.$$

Det er den samme generelle allokeringemetode, der også anvendes ved simpel tilfældig udvælgelse, og som kaldes proportional allokering. Der er også her en lang række andre allokeringemetoder, som kan anvendes.

#### 6.2.2.3 Ekstrapolering

Den kalkulerede fejl på populationsniveau, der er baseret på  $H$  tilfældigt udvalgte stikprøver af operationer, hvor de enkelte stikprøvers størrelse er blevet beregnet ud fra ovenstående formel, kan beregnes ved hjælp af formlen:

$$EE = \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

I hver populationsgruppe (stratum) multipliceres den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i stratum ( $N_h$ ), og alle resultaterne for hvert stratum summeres.

Derefter kan den korrekte bogførte værdi (de faktiske udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret) projiceres ved hjælp af formlen:

$$CBV = BV - \sum_{h=1}^H N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}$$

Udregning af ovennævnte formel: 1) I hvert stratum beregnes den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven, 2) i hvert stratum multipliceres den gennemsnitlige fejl med stratumstørrelsen ( $N_h$ ), 3) disse resultater for alle strata summeres, 4) denne værdi fratrækkes populations samlede bogførte værdi (BV). Resultatet af summeringen er en projektion af den korrekte bogførte værdi (CBV) i populationen.

#### 6.2.2.4 Præcision

Som anført er præcision (stikprøvefejl) et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen (ekstrapoleringen). Ved stratificeret differenceestimering beregnes præcisionen ved hjælp af formlen

$$SE = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}}$$

hvor  $s_w^2$  er den vægtede middelværdi af fejlvariansen for alle strata beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at projicere fejlene til populationen:

$$s_w^2 = \sum_{i=1}^H \frac{N_h}{N} s_{eh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

og  $s_{eh}^2$  er den estimerede fejlvarians i stikprøven af stratum  $h$

$$s_{eh}^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

#### 6.2.2.5 Evaluering

Inden der drages konklusioner om fejlenes væsentlighed, skal den nedre grænse for den korrigerede bogførte værdi beregnes. Denne nedre grænse er lig med

$$LL = CBV - SE$$

Både projektionen af den korrekte bogførte værdi og den nedre grænse skal sammenholdes med differencen mellem den bogførte værdi (anmeldte udgifter) og den maksimale acceptable fejl ( $TE$ )

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

Endelig skal der drages revisionskonklusioner ved hjælp af nøjagtig samme standardmetode for differenceestimering som beskrevet i afsnit 6.2.1.5.

#### 6.2.2.6 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen et bestemt år til operationer under en gruppe af programmer. Programgruppen er underlagt de samme forvaltnings- og kontrolsystemer, og de systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en høj sikkerhedsgrad. Der kan derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 60 %.

Revisionsmyndigheden har grund til at tro, at der er en væsentlig risiko for fejl forbundet med operationer af høj værdi under alle programmerne. Der er desuden grund til at forvente, at de enkelte programmets fejlprocenter vil variere. På denne baggrund beslutter revisionsmyndigheden at stratificere populationen ud fra program og udgifter (og isolere alle operationer med en bogført værdi, der overskrider væsentlighedstærsklen, i et 100 %-stikprøvestratum).

Den tilgængelige information sammenfattes i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	4 872
Populationsstørrelse – stratum 1 (antal operationer under program 1)	1 520
Populationsstørrelse – stratum 2 (antal operationer under program 2)	3 347
Populationsstørrelse – stratum 3 (antal operationer med $BV >$ væsentlighedstærskel)	5
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	6 440 727 190 EUR
Bogført værdi – stratum 1 (samlede udgifter under program 1)	3 023 598 442 EUR
Bogført værdi – stratum 2 (samlede udgifter under program 2)	2 832 769 525 EUR
Bogført værdi – stratum 3 (samlede udgifter i forbindelse)	584 359 223 EUR

med operationer med BV > væsentlighedstærskel)	
--	--

100 %-stikprøvestratummet, der indeholder de fem operationer af høj værdi, skal revideres særskilt som anført i afsnit 6.2.2.1. Værdien  $N$  svarer herefter således til det samlede antal operationer i populationen fratrukket antallet af operationer i 100 %-stikprøvestratummet, dvs. 4 867 (= 4 872 – 5) operationer.

Det første skridt er at beregne den nødvendige stikprøvestørrelse ved hjælp af formlen:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $z$  er 0,842 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 60 %),  $TE$ , og den acceptable fejl er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi, dvs. 2 % x 6 440 727 190 EUR = 128 814 544 EUR. På baggrund af erfaringerne fra sidste år og konklusionerne i rapporten om forvaltnings- og kontrolsystemer forventer revisionsmyndigheden en fejlprocent på højst 0,4 %.  $AE$ , den forventede fejl, er således 0,4 %, dvs. 0,4 % x 6 440 727 190 EUR = 25 762 909 EUR.

Da det tredje stratum er et 100 %-stikprøvestratum, ligger stikprøvestørrelsen for dette stratum fast og er af samme størrelse som populationen, dvs. de fem operationer af høj værdi. Stikprøvestørrelsen for de resterende to strata beregnes ved hjælp af ovenstående formel, hvor  $\sigma_w^2$  er det vægtede gennemsnit af fejlvarianserne for de to resterende strata:

$$\sigma_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} \sigma_{eh}^2, h = 1,2;$$

og  $\sigma_{eh}^2$  er fejlvariansen i hvert stratum. Fejlvariansen beregnes for hvert stratum som en særskilt population ved hjælp af formlen

$$\sigma_{eh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (E_{hi} - \bar{E}_h)^2, h = 1,2, \dots, H$$

hvor  $E_{hi}$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven af stratum  $h$ , og  $\bar{E}_h$  er middelfejlen i stikprøven af stratum  $h$ . På grundlag af en foreløbig stikprøve på 20 operationer i stratum 1 blev standardafvigelsen for fejl estimeret til 21 312 EUR.

Den samme procedure blev fulgt for populationen i stratum 2. På grundlag af en foreløbig stikprøve på 20 operationer i stratum 2 blev standardafvigelsen for fejl estimeret til 215 546 EUR:

Stratum 1 – foreløbigt estimat af standardafvigelsen for fejl	21 312 EUR
Stratum 2 – foreløbigt estimat af standardafvigelsen for fejl	215 546 EUR

Den vægtede middelværdi af fejlvarianserne for disse to strata er således

$$\sigma_w^2 = \frac{1,520}{4,867} \times 21,312^2 + \frac{3,347}{4,867} 215,546^2 = 32,092,103,451$$

Den mindste stikprøvestørrelse beregnes som følger:

$$n = \left( \frac{4,867 \times 0,845 \times \sqrt{32,092,103,451}}{128,814,544 - 25,762,909} \right)^2 \approx 51$$

Disse 51 operationer allokeres ud fra stratum som følger:

$$n_1 = \frac{1,520}{4,867} \times 51 \approx 16,$$

$$n_2 = n - n_1 = 35$$

og

$$n_3 = N_3 = 5$$

Den samlede stikprøvestørrelse er således 60 operationer:

- 20 operationer i den foreløbige stikprøve af stratum 1 plus
- 35 operationer i stratum 2 (de 20 operationer i den foreløbige stikprøve samt en yderligere stikprøve på 15 operationer) plus
- fem operationer af høj værdi.

Nedenstående tabel viser resultaterne af hele stikprøven på 60 operationer:

<b>Stikprøveresultater – stratum 1</b>		
A	Stikprøvens bogførte værdi	37 344 981 EUR
B	Samlede fejl i stikprøven	77 376 EUR
C	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (C=B/16)	3 869 EUR
D	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	16 783 EUR
<b>Stikprøveresultater – stratum 2</b>		
E	Stikprøvens bogførte værdi	722 269 643 EUR
F	Samlede fejl i stikprøven	264 740 EUR
G	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (G=F/35)	7 564 EUR
H	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	117 335 EUR
<b>Stikprøveresultater – 100 %-stikprøvestratum</b>		
I	Stikprøvens bogførte værdi	584 359 223 EUR

J	Samlede fejl i stikprøven	7 240 855 EUR
K	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (I=J/5)	1 448 171 EUR

Projektionen af fejlen i de to stikprøvestrata foretages ved at multiplicere den gennemsnitlige fejl i stikprøven med populationsstørrelsen. Summen af disse to tal samt den konstaterede fejl i 100 %-stikprøvestratummet er den forventede fejl på populationsniveau:

$$EE = \sum_{h=1}^3 1520 \times 3,869 + 3,347 \times 7,564 + 7,240,855 = 38,438,139$$

Den kalkulerede fejlprocent beregnes som forholdet mellem den ekstrapolerede fejl og populationens bogførte værdi (samlede udgifter):

$$r_1 = \frac{39,908,283}{6,440,727,190} = 0.60\%$$

Den korrekte bogførte værdi (de faktiske udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret) kan projiceres ved hjælp af formlen:

$$CBV = BV - EE = 6,440,727,190 - 39,908,283 = 6,402,289,051$$

Baseret på standardafvigelseerne for fejl i stikprøven af begge strata (tabel med stikprøveresultater) er den vægtede middelværdi af fejlvariansen for alle stikprøvestrataene:

$$s_w^2 = \sum_{h=1}^2 \frac{N_h}{N} s_{eh}^2 = \frac{1,520}{4,867} \times 16,783^2 + \frac{3,347}{4,867} \times 117,335^2 = 9,555,777,062$$

Projektionens præcision beregnes ved hjælp af formlen

$$SE = N \times z \times \frac{s_w}{\sqrt{n}} = 4,867 \times 0.842 \times \frac{\sqrt{9,555,777,062}}{\sqrt{55}} = 54,016,333$$

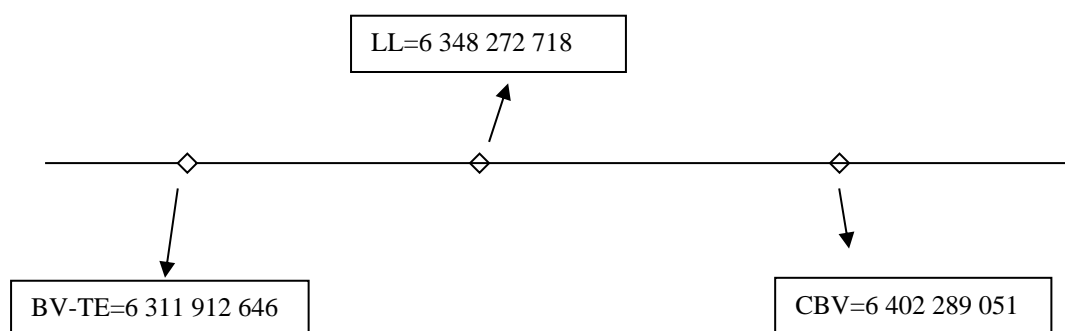
Inden der drages konklusioner om fejlenes væsentlighed, skal den nedre grænse for den korrigerede bogførte værdi beregnes. Denne nedre grænse er lig med

$$LL = CBV - SE = 6,402,289,051 - 54,016,333 = 6,348,272,718$$

Både projektionen af den korrekte bogførte værdi og den nedre grænse skal sammenholdes med differencen mellem den bogførte værdi (anmeldte udgifter) og den maksimale acceptable fejl ( $TE$ ):

$$BV - TE = 6,440,727,190 - 128,814,544 = 6,311,912,646$$

Da  $BV - TE$  er lavere end den nedre grænse  $CBV - SE$ , er der tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i programmet ligger under væsentlighedstærsklen.



### 6.2.3 *Differenceestimering – to perioder*

#### 6.2.3.1 *Indledning*

Revisionsmyndigheden kan beslutte at udtage stikprøverne over flere perioder i løbet af året (typisk to halvår). Den store fordel ved denne metode er ikke, at stikprøvestørrelsen reduceres, men navnlig at det bliver muligt at sprede revisionsbyrden over hele året og således reducere arbejdsbyrden ved årets udgang baseret på en enkelt observation.

Ved denne metode opdeles årets population i to delpopulationer, der hver omfatter operationerne og udgifterne i hvert halvår. Der udtages uafhængige stikprøver for hvert halvår ved hjælp af standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse.

#### 6.2.3.2 *Stikprøvestørrelse*

Stikprøvestørrelsen beregnes ved hjælp af samme metode som for simpel tilfældig udvælgelse i to halvår. Se afsnit 6.1.3.2 for yderligere oplysninger.

#### 6.2.3.3 *Ekstrapolering*



Baseret på de to delstikprøver for hvert halvår kan den kalkulerede fejl på populationsniveau beregnes ved hjælp af formlen:

$$EE = N_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2}$$

I hvert halvår multipliceres de gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i populationen ( $N_t$ ), og resultaterne for begge halvår summeres.

Derefter kan den korrekte bogførte værdi (de faktiske udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret) projiceres ved hjælp af formlen:

$$CBV = BV - EE$$

hvor  $BV$  er den årlige bogførte værdi (for de to halvår), og  $EE$  ovennævnte kalkulerede fejl.

#### 6.2.3.4 Præcision

Som anført er præcision (stikprøvefejl) et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen (ekstrapoleringen). Den beregnes ved hjælp af formlen

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} \right)}$$

hvor  $s_{et}$  er standardafvigelsen for fejl i stikprøven i halvår  $t$  (nu beregnet på grundlag af de samme stikprøver, som anvendes til at projicere fejlene til populationen)

$$s_{et}^2 = \frac{1}{n_t - 1} \sum_{i=1}^{n_t} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2$$

#### 6.2.3.5 Evaluering

Inden der drages konklusioner om fejlenes væsentlighed, skal den nedre grænse for den korrigerede bogførte værdi beregnes. Denne nedre grænse er lig med

$$LL = CBV - SE$$

Både projektionen af den korrekte bogførte værdi og den nedre grænse skal sammenholdes med differencen mellem den bogførte værdi (anmeldte udgifter) og den maksimale acceptable fejl ( $TE$ )

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

Endelig skal der drages revisionskonklusioner ved hjælp af nøjagtig samme standardmetode for differenceestimering som beskrevet i afsnit 6.2.1.5.

### 6.2.3.6 Eksempel

AA har besluttet at opdele revisionsbyrden på de to halvår. Ved udgangen af første halvår er populationskarakteristikaene som følger:

Anmeldte udgifter (DE) ved udgangen af første halvår	1 237 952 015 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	3 852

AA ved erfaringsmæssigt, at alle de operationer, der er inkluderet i programmerne ved udgangen af referenceperioden, normalt allerede er blevet iværksat i populationen i første halvår. De anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår forventes desuden at udgøre omkring 30 % af de samlede anmeldte udgifter ved udgangen af referenceperioden. Ud fra disse antagelser beskrives populationen kort i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter (DE) for første halvår	1 237 952 015 EUR
Anmeldte udgifter (DE) for andet halvår (forventet)	2 888 554 702 EUR
Populationsstørrelse (operationer – periode 1)	3 852
Populationsstørrelse (operationer – periode 2, forventet)	3 852

De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en lav sikkerhedsgrad. Der skal derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 90 %.

Ved udgangen af første halvår beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_w^2$  er den vægtede middelværdi af fejlvarianserne i hvert halvår:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N} \sigma_{e2}^2$$

og  $\sigma_{et}^2$  er fejlvariansen i hver periode  $t$  (halvår). Fejlvariansen for hvert halvår beregnes som en særskilt population ved hjælp af formlen

$$\sigma_{et}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2, t = 1,2$$

hvor  $E_{ti}$  er de individuelle fejl i enheder i stikprøven i halvår  $t$ , og  $\bar{E}_t$  er middelfejlen i stikprøven i halvår  $t$ .

Da værdien af  $\sigma_{et}^2$  er ukendt, besluttede revisionsmyndigheden at udtage en foreløbig stikprøve på 20 operationer ved udgangen af første halvår af indeværende år. Standardafvigelsen for fejl i denne foreløbige stikprøve for første halvår er 49 534 EUR. AA har på grundlag af en sagkyndig vurdering og sin viden om, at udgifterne i andet halvår normalt er større end i første halvår, foreløbigt estimeret standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår til at være 20 % større end i første halvår, dvs. 59 441 EUR. Det vægtede gennemsnit af varianserne i fejl er således:

$$\sigma_w^2 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \sigma_{e2}^2 = 0.5 \times 69,534^2 + 0.5 \times 59,441^2 = 2,993,412,930.$$

Bemærk, at populationsstørrelsen i hvert halvår er lig med antallet af iværksatte operationer (med udgifter) i hvert halvår.

Ved udgangen af første halvår er den samlede planlagte stikprøvestørrelse for hele året:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_w^2$  er det vægtede gennemsnit af fejlvarianserne for alle strata (se afsnit 7.1.2.2 for yderligere oplysninger),  $z$  er 1,645 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 90 %), og  $TE$ , den acceptable fejl, er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi. Den samlede bogførte værdi omfatter den sande bogførte værdi ved udgangen af første halvår plus den forventede bogførte værdi i andet halvår, 4 126 506 717 EUR, og den acceptable fejl er således 2 % x 4 126 506 717 EUR = 82 530 134 EUR. Fejlprocenten i den foreløbige stikprøve af populationen i første halvår er 0,6 %. Revisionsmyndigheden forventer, at denne fejlprocent er den samme hele året.  $AE$ , den forventede fejl, er således 0,6 % x 4 126 506 717 EUR = 24 759 040 EUR. Den samlede stikprøvestørrelse for hele året er:

$$n = \left( \frac{3852 \times 2 \times 1.645 \times \sqrt{5,898,672,130}}{82,530,134 - 24,759,040} \right)^2 \approx 145$$

Allokeringen af stikprøven ud fra halvår beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} n \approx 73$$

og

$$n_2 = n - n_1 = 72$$

Stikprøven for første halvår gav følgende resultater:

Stikprøvens bogførte værdi – første halvår	41 009 806 EUR
Samlede fejl i stikprøven – første halvår	577 230 EUR
Standardafvigelse for fejl i stikprøven – første halvår	52 815 EUR

Ved udgangen af andet halvår er der mere tilgængelig information, det faktiske antal iværksatte operationer i andet halvår er navnlig kendt, fejlvariansen i stikprøven  $s_{e1}$  er allerede beregnet på grundlag af stikprøven for første halvår, og standardafvigelsen for fejl i andet halvår  $\sigma_{e2}$  kan nu estimeres mere præcist på grundlag af en foreløbig stikprøve af faktiske data.

Revisionsmyndigheden konstaterer, at de antagelser, der blev gjort ved udgangen af første halvår om det samlede antal operationer, fortsat er korrekte. De ajourførte tal er imidlertid relevante for to parametre.

For det første blev standardafvigelsen for fejlprocenter baseret på stikprøven for første halvår på 73 operationer estimeret til 52 815 EUR. Denne nye værdi skal nu anvendes til at revurdere den planlagte stikprøvestørrelse. For det andet estimerer revisionsmyndigheden på grundlag af en ny foreløbig stikprøve på 20 operationer i populationen for andet halvår standardafvigelsen for fejl i andet halvår til 87 369 EUR (langt fra den forventede værdi ved udgangen af den første periode). Det kan konkluderes, at standardafvigelsen for fejl i første halvår, der anvendes til bestemmelse af stikprøvestørrelsen, ligger tæt på den værdi, der blev opnået ved udgangen af første halvår. Standardafvigelsen for fejl i andet halvår, der anvendes til bestemmelse af stikprøvestørrelsen, ligger imidlertid langt fra det tal, der blev beregnet på grundlag af den nye foreløbige stikprøve. Stikprøven for andet halvår skal derfor ændres.

Den forventede bogførte værdi af populationen i andet halvår skal desuden ændres til den faktiske værdi, dvs. 5 202 775 175 EUR, i stedet for den forventede værdi på 2 888 554 702 EUR.

Parameter	Ultimo første halvår	Ultimo andet halvår
Standardafvigelse for fejl i første halvår	49 534 EUR	52 815 EUR

Standardafvigelse for fejl i andet halvår	59 441 EUR	87 369 EUR
Samlede udgifter i andet halvår	2 888 554 702 EUR	5 202 775 175 EUR

Under hensyntagen til disse to justeringer er den omregnede stikprøvestørrelse i andet halvår

$$n_2 = \frac{(z \times N_2 \times \sigma_{e2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

$$= \frac{(1.645 \times 3,852 \times 107,369)^2}{(128,814,544 - 38,644,363)^2 - 1.645^2 \times \frac{3,852^2}{142} \times 65,815^2} \approx 47$$

Ved at revidere 73 operationer i første halvår og disse 47 operationer i andet halvår kan revisoren få information om den samlede fejl i operationerne i stikprøven. Den oprindelige foreløbige stikprøve på 20 operationer indgår i hovedstikprøven. Revisoren skal derfor blot udvælge yderligere 27 operationer i andet halvår.

Stikprøven i andet halvår gav følgende resultater:

Stikprøvens bogførte værdi – andet halvår	59 312 212 EUR
Samlede fejl i stikprøven – andet halvår	588 336 EUR
Standardafvigelse for fejl i stikprøven – første halvår	78 489 EUR

Baseret på de to stikprøver kan den kalkulerede fejl på populationsniveau beregnes ved hjælp af formlen:

$$EE = N_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{n_1} + N_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{n_2} = 3,852 \times \frac{577,230}{142} + 3,852 \times \frac{588,336}{68}$$

$$= 78,677,283$$

hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på 1,22 %

Derefter kan den korrekte bogførte værdi (de faktiske udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret) projiceres ved hjælp af formlen:

$$CBV = BV - EE = 6,440,727,190 - 78,677,283 = 6,362,049,907$$

hvor  $BV$  er den årlige bogførte værdi (for de to halvår), og  $EE$  ovennævnte kalkulerede fejl.

Præcisionen (stikprøvefejlen) er et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen (ekstrapoleringen), og beregnes ved hjælp af formlen:

$$SE = z \times \sqrt{\left(N_1^2 \times \frac{S_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{S_{e2}^2}{n_2}\right)}$$

$$= 1.645 \times \sqrt{\left(3852^2 \times \frac{52,815^2}{73} + 3852^2 \times \frac{78,849^2}{47}\right)} = 82,444,754$$

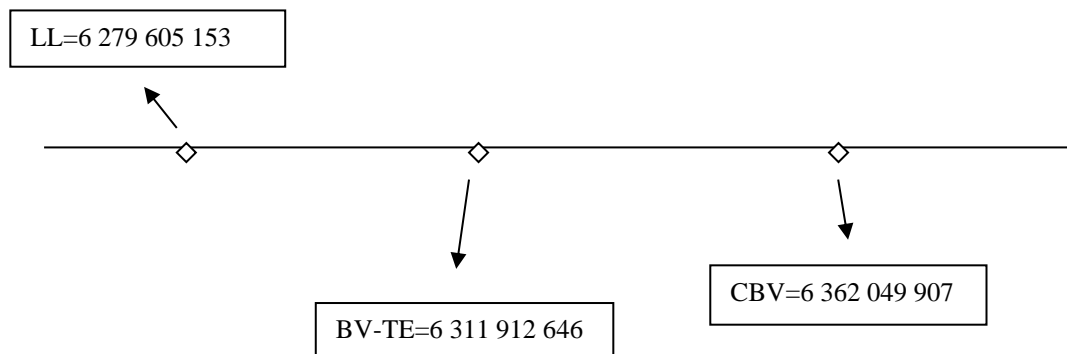
Inden der drages konklusioner om fejlenes væsentlighed, skal den nedre grænse for den korrigerede bogførte værdi beregnes. Denne nedre grænse er lig med

$$LL = CBV - SE = 6,362,049,907 - 82,444,754 = 6,279,605,153$$

Både projektionen af den korrekte bogførte værdi og den nedre grænse skal sammenholdes med differencen mellem den bogførte værdi (anmeldte udgifter) og den maksimale acceptable fejl ( $TE$ )

$$BV - TE = 6,440,727,190 - 128,814,544 = 6,311,912,646$$

Da  $BV - TE$  ligger mellem den nedre grænse  $LL = CBV - SE$  og  $CBV$ , henvises der til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



## 6.3 Pengeenhedsstikprøvemethoden

### 6.3.1 Standardmetode

#### 6.3.1.1 Indledning

Pengeenhedsstikprøvemethoden (MUS) er en statistisk stikprøvemethode baseret på pengeenheder som en hjælpevariabel i forbindelse med stikprøvetagning. Denne metode er normalt baseret på systematisk udvælgelse, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse (PPS), dvs. proportionel med stikprøveenhedens pengemæssige værdi (jo højere værdi, desto større sandsynlighed for udvælgelse).

Det er sandsynligvis den mest udbredte revisionsmetode, og den er særlig anvendelig, hvis de bogførte værdier udviser høj variabilitet, og der er en positiv korrelation

(sammenhæng) mellem fejl og bogførte værdier. Med andre ord, når det forventes, at elementer af højere værdi vil resultere i højere fejlforekomst, hvilket ofte konstateres under revisionen.

Når ovennævnte er tilfældet, dvs. når de bogførte værdier udviser høj variabilitet, og der er en positiv korrelation (sammenhæng) mellem fejl og bogførte værdier, resulterer MUS ofte i mindre stikprøvestørrelser end metoder baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse ved samme præcisionsniveau.

Det skal ligeledes bemærkes, at der typisk vil være en overrepræsentation af elementer af høj værdi og en underrepræsentation af elementer af lav værdi i stikprøver udtaget ved brug af denne metode. Det er ikke et problem i sig selv, da der tages højde herfor ved ekstrapoleringen, men det betyder, at stikprøveresultater (f.eks. fejlprocent i stikprøve) ikke kan fortolkes (kun ekstrapolerede resultater kan fortolkes).

Ligesom metoderne baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse kan denne metode kombineres med stratifikation (der redegøres for anvendelseskriterierne for stratifikation i afsnit 5.2).

### 6.3.1.2 Stikprøvestørrelse

Ved brug af pengeenhedsstikprøvemethoden er beregningen af stikprøvestørrelsen  $n$  baseret på følgende oplysninger:

- populationens bogførte værdi (samlede anmeldte udgifter)  $BV$
- konfidensniveauet fastsat ved systemrevisioner og den relaterede  $z$ -koefficient fra en normalfordeling (jf. afsnit 5.3)
- den maksimale acceptable fejl  $TE$  (normalt 2 % af de samlede udgifter)
- den forventede fejl  $AE$  baseret på revisorens sagkyndige vurdering og historisk information
- standardafvigelsen  $\sigma_r$  for fejlprocenter (beregnet på grundlag af en MUS-stikprøve).

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_r$  er standardafvigelsen for fejlprocenter beregnet på grundlag af en MUS-stikprøve. Med henblik på en tilnærmelse til denne standardafvigelse inden revisionen er medlemsstaterne nødt til enten at basere sig på historisk viden (variansen i fejlprocenter i tidligere perioder) eller på en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve,  $n^p$  (den foreløbige stikprøve bør mindst omfatte mellem 20 og 30 operationer).

Variansen i fejlprocenterne (kvadratet af standardafvigelsen) beregnes altid ved hjælp af formlen

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{n^p - 1} \sum_{i=1}^{n^p} (r_i - \bar{r})^2 ;$$

hvor  $r_i = \frac{E_i}{BV_i}$  er operationens<sup>27</sup> fejlprocent og defineres som forholdet mellem  $E_i$  og den bogførte værdi (udgifterne, der er anmeldt til Kommissionen,  $BV_i$ ) af i'te-operationen inkluderet i stikprøven, og  $\bar{r}$  er middelfejlprocenten i stikprøven:

$$\bar{r} = \frac{1}{n^p} \sum_{i=1}^{n^p} \frac{E_i}{BV_i}$$

Hvis standardafvigelsen er baseret på en foreløbig stikprøve, kan denne stikprøve efterfølgende indgå i den fulde stikprøve, der udtages til revision. Det er imidlertid en langt mere kompleks opgave at udtage og observere en foreløbig stikprøve ved brug af MUS-metoden end ved brug af simpel tilfældig udvælgelse eller differenceestimering. Det er fordi der hyppigere udtages elementer af høj værdi til stikprøven. Det vil derfor ofte være en stor opgave at observere en stikprøve på mellem 20 og 30 operationer. Ved brug af MUS-metoden tilrådes det derfor kraftigt at basere estimatet af standardafvigelsen  $\sigma_r$  på historiske data, således at det ikke er nødvendigt at udtage en foreløbig stikprøve.

### 6.3.1.3 Stikprøveudvælgelse

Efter bestemmelsen af stikprøvestørrelsen er det nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_i > BV/n$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum,  $n_s$ , beregnes som forskellen mellem  $n$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i det udtømmende stratum ( $n_e$ ).

---

<sup>27</sup> Når den bogførte værdi af enhed  $i$  ( $BV_i$ ) er større end tærskelværdien  $BV/n$ , skal  $\frac{E_i}{BV_i}$ -forholdet substitueres med  $\frac{E_i}{BV/n}$ , hvor  $BV$  repræsenterer den nuværende populations bogførte værdi, hvis der anvendes en foreløbig stikprøve, eller den historiske populations bogførte værdi, hvis der anvendes en historisk stikprøve. Derudover repræsenterer  $n$  den eventuelle foreløbige stikprøves stikprøvestørrelse eller den historiske stikprøves stikprøvestørrelse.



Endelig sker udvælgelsen af stikprøven i det ikke-udtømmende stratum på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse, dvs. proportionel med elementernes bogførte værdi  $BV_i$ <sup>28</sup>. En udbredt udvælgelsesmetode er systematisk udvælgelse, hvor stikprøveintervallet er lig med de samlede udgifter i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_s$ ) divideret med stikprøvestørrelsen ( $n_s$ ), dvs.

$$SI = \frac{BV_s}{n_s}$$

I praksis udvælges stikprøven på grundlag af en randomiseret liste over elementer (normalt operationer) ved at udvælge de elementer, der indeholder den  $x$ 'te pengeenhed, hvor  $x$  er lig med stikprøveintervallet fra et tilfældigt startsted mellem 1 og  $SI$ . Hvis en population f.eks. har en bogført værdi på 10 000 000 EUR, og der udtages 40 operationer, udvælges alle operationer indeholdende den 250 000'te EUR.

Bemærk, at det i praksis kan forekomme, at nogle enheder i populationen stadig vil angive udgifter, der er højere end stikprøveintervallet  $BV_s/n_s$ , efter beregningen af stikprøveintervallet på baggrund af udgifter og stikprøvestratummets stikprøvestørrelse (selv om de ikke tidligere har haft udgifter, der var højere end tærskelværdien ( $BV/n$ )). Faktisk er alle de elementer, hvis bogførte værdi stadig er højere end dette interval ( $BV_i > BV_s/n_s$ ), også blevet tilføjet til stratummet af høj værdi. Hvis dette er tilfældet, og efter at have flyttet de nye elementer til stratummet af høj værdi, skal stikprøveintervallet omregnes for stikprøvestratummet på baggrund af de nye værdier for forholdet  $BV_s/n_s$ . Det kan ske, at denne iterative proces skal gentages flere gange, indtil der ikke er flere enheder med udgifter, der er større end stikprøveintervallet.

#### 6.3.1.4 Kalkuleret fejl

Fejl i enheder i det udtømmende stratum og enheder i det ikke-udtømmende stratum skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår det udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_i > \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne i stratummet:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

---

<sup>28</sup> Dette kan udføres ved hjælp af specialiseret software, enhver statistikpakke eller sågar basalt software såsom Excel. Bemærk, at det ikke er nødvendigt at skelne mellem det udtømmende stratum af høj værdi og det ikke-udtømmende stratum i nogle typer software, da de automatisk gør det muligt at udvælge enheder med 100 % udvælgessandsynlighed.

For så vidt angår det ikke-udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien,  $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede fejl

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Beregn summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser dette resultat med stikprøveintervallet (SI):

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s$$

### 6.3.1.5 Præcision

Præcision er et mål for den usikkerhed, der er forbundet med ekstrapoleringen. Den udtrykker stikprøvefejlen og skal beregnes med henblik på efterfølgende fastsættelse af et konfidensinterval.

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

hvor  $s_r$  er standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af det ikke-udtømmende stratum (beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at ekstrapolere fejlene til populationen)

$$s_r^2 = \frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} (r_i - \bar{r}_s)^2$$

hvor  $\bar{r}_s$  er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stratumstikprøven

$$\bar{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{n_s}$$

Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for det ikke-udtømmende stratum, da der ikke er stikprøvefejl i det udtømmende stratum.

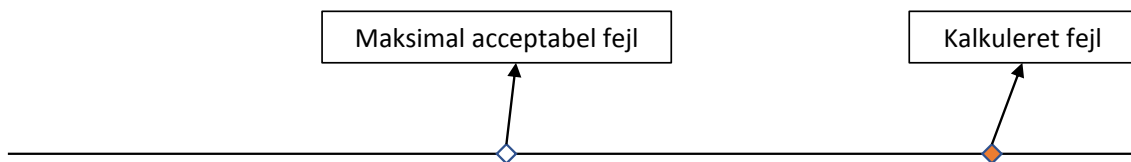
### 6.3.1.6 Evaluering

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

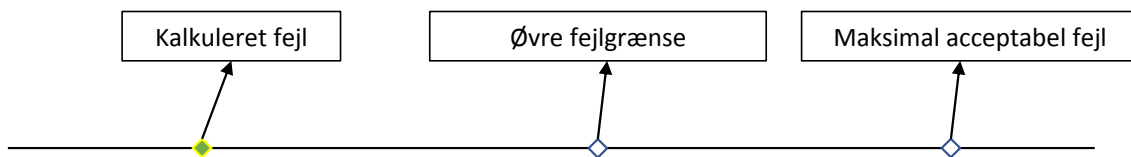
$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner:

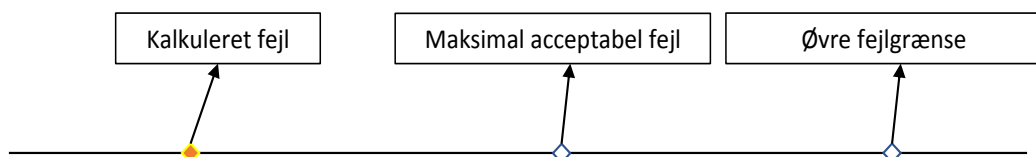
- Hvis den kalkulerede fejl er større end den maksimale acceptable fejl, vil revisoren konkludere, at der er tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i populationen overskrider væsentlighedstærsklen:



- Hvis den øvre fejlgrænse er lavere end den maksimale acceptable fejl, vil revisoren konkludere, at fejlene i populationen ligger under væsentlighedstærsklen.



Hvis den kalkulerede fejl er mindre end den maksimale acceptable fejl, men den øvre fejlgrænse er højere end den maksimale acceptable fejl, henvises til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



### 6.3.1.7 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen et bestemt år til operationer under et program. De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en lav sikkerhedsgrad. Der skal derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 90 %.

Populationen er sammenfattet i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_r$  er standardafvigelsen for fejlprocenter beregnet på grundlag af en MUS-stikprøve. Med henblik på en tilnærmelse til denne standardafvigelse besluttede AA at anvende standardafvigelsen fra det foregående år. Stikprøven fra det foregående år indeholdt 50 operationer, hvoraf fem operationer har en større bogført værdi end stikprøveintervallet.

Nedenstående tabel viser resultaterne af revisionen af disse fem operationer det foregående år.

<b>Operations-ID</b>	<b>Bogført værdi (BV)</b>	<b>Korrekt bogført værdi (CBV)</b>	<b>Fejl</b>	<b>Fejlprocent</b>
1 850	115 382 867 EUR	115 382 867 EUR	- EUR	-
4 327	129 228 811 EUR	129 228 811 EUR	- EUR	-
4 390	142 151 692 EUR	138 029 293 EUR	4 122 399 EUR	0,0491
1 065	93 647 323 EUR	93 647 323 EUR	- EUR	-
1 817	103 948 529 EUR	100 830 073 EUR	3 118 456 EUR	0,0371

Bemærk, at fejlprocenten (sidste kolonne) beregnes som  $r_i = \frac{E_i}{BV/n}$ , dvs. forholdet mellem fejlen i operationen og BV divideret med den oprindelige stikprøvestørrelse, dvs. 50, da disse operationer har en større bogført værdi end stikprøveintervallet (der redegøres nærmere herfor i afsnit 6.3.1.2).

I nedenstående tabel sammenfattes resultaterne af revisionen det foregående år af stikprøven på 45 operationer med en bogført værdi, der er mindre end tærskelværdien.

	A	B	C	D	E
1	Operation ID	Book Value (BV)	Audit Value (AV)	Error	Error rate
2	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.0207
3	424	23,014,045 €	23,014,045 €	- €	
4	2327	32,886,198 €	32,886,198 €	- €	
5	5009	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	
6	1491	78,695,230 €	78,695,230 €	- €	
7	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
39	2596	8,912,999 €	8,909,491 €	3,508 €	0.00039
40	779	26,009,790 €	26,009,790 €	- €	-
41	1250	264,950 €	264,950 €	- €	-
42	3895	30,949,004 €	30,949,004 €	- €	-
43	2011	617,668 €	617,668 €	- €	-
44	4796	335,916 €	335,916 €	- €	-
45	3632	7,971,113 €	7,971,113 €	- €	-
46	2451	17,470,048 €	17,470,048 €	- €	-
47	Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E46;0;0;0.0491;0;0.0371)----->				0.085

På grundlag af denne foreløbige stikprøve er standardafvigelsen for fejlprocenterne  $\sigma_r$ , 0,085 (beregnet i MS Excel som ":=STDEV(E2:E46;0;0;0.0491;0;0.0371)")

På baggrund af dette estimat for standardafvigelsen for fejlprocenter, den maksimale acceptable fejl og den forventede fejl kan stikprøvestørrelsen beregnes. Med en acceptabel fejl på 2 % af den samlede bogførte værdi,  $2\% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$  (væsentlighedstærskel i henhold til forordningen), og en forventet fejlprocent på 0,4 %,  $0,4\% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$  (AA's sikre skøn baseret på tal fra året før og resultaterne i evalueringsrapporten om forvaltnings- og kontrolsystemerne),

$$n = \left( \frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.085}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 77$$

Først er det nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi (BV) og den planlagte stikprøvestørrelse (n). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_i > BV/n$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I dette tilfælde er tærskelværdien  $4\,199\,882\,024/77 = 54\,593\,922$  EUR.

AA inkluderer i et isoleret stratum alle operationer med en bogført værdi på over 54 593 922 EUR, hvilket svarer til otte operationer og beløber sig til 786 837 081 EUR

Stikprøveintervallet for den resterende population er lig med den bogførte værdi i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_s$ ) (differencen mellem den samlede bogførte værdi og den bogførte værdi af de otte operationer i stratummet af høj værdi) divideret med antallet af operationer, der skal udvælges (77 minus de 8 operationer i stratummet af høj værdi).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{69} = 49,464,419$$

Revisionsmyndigheden har kontrolleret, at der ikke var nogen operationer med en bogført værdi, der var større end intervallet, og stratummet af høj værdi omfatter dermed blot 8 operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien. Stikprøven udvælges på grundlag af en randomiseret liste over operationer ved at udvælge de elementer, der indeholder den 49 464 419'te pengeenhed.

En fil med de resterende 3 844 operationer (3 852 minus otte operationer af høj værdi) i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøveværdi på 69 operationer (77 minus otte operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af nedenstående procedure.

En tilfældig værdi mellem 1 og stikprøveintervallet på 49 464 419 genereres (22 006 651). Den første udvælgelse svarer til den første operation i filen med en kumuleret bogført værdi, der er større end eller lig med 22 006 651.

Den anden udvælgelse svarer til den første operation, der indeholder den 71 471 070'te pengeenhed (startstedet  $22,006,651 + 49,464,419 = 71,471,070$  plus stikprøveintervallet). Den tredje operation, der skal udvælges, svarer til den første operation, der indeholder den 120 935 489'te pengeenhed (den tidligere pengeenhed  $71,471,070 + 49,464,419 = 120,935,489$  plus stikprøveintervallet) og så videre...

<b>Operations-ID</b>	<b>Bogført værdi (BV)</b>	<b>AcumBV</b>	<b>Stikprøve</b>
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR	Nej
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR	Ja
2 327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR	Nej
5 009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR	Ja
1 491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR	Ja

(...)	(...)	(...)	...
2 596	8 912 999 EUR	307 654 321 EUR	Nej
779	26 009 790 EUR	333 664 111 EUR	Ja
1 250	264 950 EUR	333 929 061 EUR	Nej
3 895	30 949 004 EUR	364 878 065 EUR	Nej
2 011	617 668 EUR	365 495 733 EUR	Nej
4 796	335 916 EUR	365 831 649 EUR	Nej
3 632	7 971 113 EUR	373 802 762 EUR	Ja
2 451	17 470 048 EUR	391 272 810 EUR	Nej
(...)	(...)	(...)	...

Efter revisionen af de 77 operationer kan AA projicere fejlen.

Ud af de otte operationer af høj værdi (samlet bogført værdi på 786 837 081 EUR), indeholder tre operationer fejl, der svarer til et fejlbeløb på 7 616 805 EUR.

Fejlen projiceres på anden vis i den resterende stikprøve. Følgende procedure finder anvendelse på disse operationer:

- 1) Beregn fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Beregn summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven (beregnet i MS Excel som ":=SUM(E2:E70)").
- 3) Multipliser dette resultat med stikprøveintervallet (SI):

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

	A	B	C	D	E
1	<b>Operation ID</b>	<b>Book Value (BV)</b>	<b>Audited Value (AV)</b>	<b>Error</b>	<b>Error rate</b>
2	5002	48,725,645 €	48,725,645 €	- €	-
3	779	26,009,790 €	333,664,111 €	- €	-
4	2073	859,992 €	859,992 €	- €	-
5	239	10,173,875 €	9,962,918 €	210,956 €	0.02
6	989	394,316 €	394,316 €	- €	-
7	65	25,234,699 €	25,125,915 €	108,784 €	0
8	5010	34,595,201 €	34,595,201 €	- €	-
9	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
64	1841	768,278 €	768,278 €	- €	-
65	3672	624,882 €	624,882 €	- €	-
66	2355	343,462 €	301,886 €	41,576 €	0.12
67	959	204,847 €	204,847 €	- €	-
68	608	15,293,716 €	15,293,716 €	- €	-
69	4124	6,773,014 €	6,773,014 €	- €	-
70	262	662 €	662 €	- €	-
71	<b>Total:=SUM(E2:E70)</b> ----->				1.096
72	<b>Sample standard deviation:=STDEV.S(E2:E70)</b> ----->				0.09

$$EE_s = 49,464,419 \times 1.096 = 54,213,004$$

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = 7,616,805 + 54,213,004 = 61,829,809$$

Den kalkulerede fejlprocent beregnes som forholdet mellem den kalkulerede fejl og de samlede udgifter:

$$r = \frac{61,829,809}{4,199,882,024} = 1.47\%$$

Standardafvigelsen for fejlprocenterne i stikprøvestratummet er 0,09 (beregnet i MS Excel som ":=STDEV(E2:E70)").

Præcisionen beregnes som følger:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1.645 \times \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{\sqrt{69}} \times 0.09 = 60,831,129$$

Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for det ikke-udtømmende stratum, da der ikke er stikprøvefejl i det udtømmende stratum.

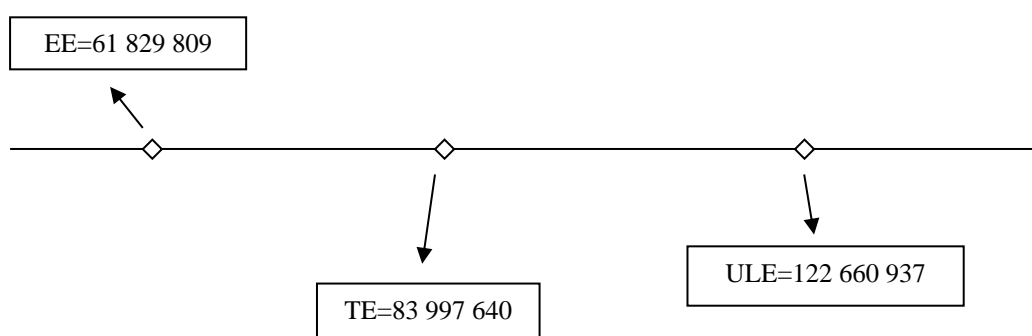


Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl *EE* og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = 61,829,809 + 60,831,129 = 122,660,937$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl på 83 997 640 EUR for at drage revisionskonklusioner.

Da den maksimale acceptable fejl er større end den kalkulerede fejl, men mindre end den øvre fejlgrænse, henvises til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



### 6.3.2 Stratificeret pengeenhedsstikprøvemetode

#### 6.3.2.1 Indledning

Ved den stratificerede pengeenhedsstikprøvemetode opdeles populationen i delpopulationer kaldet strata, og der udtages uafhængige stikprøver fra hvert stratum ved hjælp af pengeenhedsstikprøvemetoden.

Ved opstillingen af anvendelseskriterier for stratifikation skal der som sædvanlig tages hensyn til, at formålet med stratifikation er at identificere grupper (strata) med mindre variabilitet end hele populationen. Andre variabler, som forventes at forklare fejlniveaue i operationerne, er derfor ligeledes anvendelseskriterier for stratifikation, f.eks. programmer, regioner, bemyndigede organer og klasser baseret på operationens risiko. F.eks. programmer, regioner, ansvarlige samlinger og klasser baseret på operationens risiko, osv.

Ved den stratificerede MUS-metode er stratifikation ud fra udgiftsniveau ikke relevant, da der ved MUS-metoden allerede tages hensyn til udgiftsniveaue i forbindelse med udvælgelsen af stikprøveenheder.

### 6.3.2.2 Stikprøvestørrelse

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er en vægtet middelværdi af varianserne i fejlprocenterne for alle strata, og vægten af hvert stratum er lig med forholdet mellem stratumets bogførte værdi ( $BV_h$ ) og hele populationens bogførte værdi ( $BV$ ).

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

og  $\sigma_{rh}^2$  er variansen i fejlprocenten i hvert stratum. Variansen i fejlprocenten beregnes for hvert stratum som en særskilt population ved hjælp af formlen

$$\sigma_{rh}^2 = \frac{1}{n_h^p - 1} \sum_{i=1}^{n_h^p} (r_{hi} - \bar{r}_h)^2, h = 1, 2, \dots, H$$

hvor  $r_{hi} = \frac{E_i}{BV_i}$  er de individuelle fejlprocenter for enheder i stikprøven af stratum  $h$ , og  $\bar{r}_h$  er middelfejlprocenten i stikprøven af stratum  $h$ <sup>29</sup>.

Som anført ovenfor i forbindelse med MUS-metoden kan disse værdier baseres på historisk viden eller på en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve. I sidstnævnte tilfælde kan pilotstikprøven som sædvanlig efterfølgende indgå i den stikprøve, der udtages til revision. Det tilrådes også her at beregne disse parametre på grundlag af historiske data, således at det ikke er nødvendigt at udtage en foreløbig stikprøve. Første gang den stratificerede MUS-metode anvendes, er de historiske stratificerede data ikke altid tilgængelige. I så fald kan stikprøvestørrelsen bestemmes ved hjælp af formlerne for MUS-standardmetoden (jf. afsnit 6.3.1.2). Ulempen ved denne mangel på historisk viden er naturligvis, at stikprøvestørrelsen vil være større i denne første revisionsperiode, end hvis denne information havde været tilgængelig. Den information, der indsamles i den første periode for anvendelse af den stratificerede MUS-metode, kan imidlertid anvendes på et senere tidspunkt til bestemmelse af stikprøvestørrelse.

---

<sup>29</sup> Når den bogførte værdi af enhed  $i$  ( $BV_i$ ) er større end tærskelværdien  $BV_h/n_h$ , skal  $\frac{E_i}{BV_i}$ -forholdet substitueres med  $\frac{E_i}{BV_h/n_h}$ -forholdene.

Når den samlede stikprøvestørrelse,  $n$ , er blevet beregnet, allokeres stikprøven ud fra stratum som følger:

$$n_h = \frac{BV_h}{BV} n.$$

Dette er en generel allokeringmetode, hvor stikprøven allokeres til strata i forhold til deres udgifter (bogførte værdi). Der er andre allokeringmetoder. En mere målrettet allokering kan i nogle tilfælde resultere i øget præcision eller en reduktion af stikprøvestørrelsen. Det kræver en vis teknisk viden om stikprøveteorien at vurdere tilstrækkeligheden af andre allokeringmetoder i forhold til den enkelte population.

### 6.3.2.3 Stikprøveudvælgelse

I hvert stratum  $h$  er der to komponenter: den udtømmende gruppe i stratum  $h$  (gruppen med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien  $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ ) og stikprøvegruppen i stratum  $h$  (dvs. gruppen med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien  $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$ ).

Efter bestemmelsen af stikprøvestørrelsen er det nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen i de enkelte oprindelige strata ( $h$ ), som skal inkluderes i en gruppe af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af denne gruppe af høj værdi er lig med forholdet mellem stratumets bogførte værdi ( $BV_h$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_h$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ ), inkluderes i denne gruppe, der revideres 100 %.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum,  $n_{hs}$ , beregnes som forskellen mellem  $n_h$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i den udtømmende gruppe i stratummet ( $n_{he}$ ).

Endelig sker udvælgelsen af stikprøverne i den ikke-udtømmende gruppe i hvert stratum på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse, dvs. proportionel med elementernes bogførte værdi  $BV_i$ . En udbredt udvælgelsesmetode er systematisk udvælgelse, hvor stikprøveintervallet er lig med de samlede udgifter i den ikke-udtømmende gruppe i stratum ( $BV_{hs}$ ) divideret med stikprøvestørrelsen ( $n_{hs}$ )<sup>30</sup>, dvs.

---

<sup>30</sup> Hvis der stadig er enheder i populationen, der har udgifter, der er større end stikprøveintervallet, skal proceduren i afsnit 6.3.1.3 anvendes.

$$SI_h = \frac{BV_{hs}}{n_{hs}}$$

Bemærk, at der udvælges en række uafhængige stikprøver, nemlig en for hvert oprindeligt stratum.

#### 6.3.2.4 Kalkuleret fejl

Fejl i enheder i de udtømmende grupper og i enheder i de ikke-udtømmende grupper skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår de udtømmende grupper, dvs. grupperne med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne tilhørende disse grupper:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$

Beregning:

- 1) Identificer for hvert stratum  $h$  enhederne tilhørende den udtømmende gruppe og summer fejlene.
- 2) Summer disse resultater for alle strata  $H$ .

For så vidt angår de ikke-udtømmende grupper, dvs. grupper med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er lavere end eller lig med tærskelværdien,  $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$ , er den kalkulerede fejl.

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}}{n_{hs}} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn i hvert stratum  $h$  fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$
- 2) Summer i hvert stratum  $h$  fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser i hvert stratum  $h$  dette resultat med de samlede udgifter i populationen i den ikke-udtømmende gruppe ( $BV_{hs}$ ). Disse udgifter vil ligeledes være lig med de samlede udgifter i stratummet minus udgifterne for enhederne i den udtømmende gruppe.
- 4) Divider i hvert stratum  $h$  dette resultat med stikprøvestørrelsen i den ikke-udtømmende gruppe ( $n_{hs}$ ).

5) Summer disse resultater for alle strata  $H$ .

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s$$

### 6.3.2.5 Præcision

Som ved MUS-standardmetoden er præcision et mål for den usikkerhed, der er forbundet med ekstrapoleringen. Den udtrykker stikprøvefejlen og skal beregnes med henblik på efterfølgende fastsættelse af et konfidensinterval.

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \cdot s_{rhs}^2}$$

hvor  $s_{rhs}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i stratum  $h$  (beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at ekstrapolere fejlene til populationen)

$$s_{rhs}^2 = \frac{1}{n_{hs} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hs}} (r_{hi} - \bar{r}_{hs})^2, h = 1, 2, \dots, H$$

hvor  $\bar{r}_{hs}$  er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i stratum  $h$ .

Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for de ikke-udtømmende grupper, da der ikke er stikprøvefejl i de udtømmende grupper.

### 6.3.2.6 Evaluering

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner ved hjælp af nøjagtig samme metode som beskrevet i afsnit 6.3.1.6.

### 6.3.2.7 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen et bestemt år til operationer under en gruppe af to programmer. De systemrevisioner, som AA har gennemført, har givet en lav sikkerhedsgrad. Der skal derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 90 %.

AA har desuden grund til at forvente, at de enkelte programmers fejlprocenter vil variere. På denne baggrund beslutter revisionsmyndigheden at stratificere populationen ud fra program.

Den tilgængelige information sammenfattes i nedenstående tabel.

Populationsstørrelse (antal operationer)	6 252
Populationsstørrelse – stratum 1	4 520
Populationsstørrelse – stratum 2	1 732
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR
Bogført værdi – stratum 1	2 506 626 292 EUR
Bogført værdi – stratum 2	1 693 255 732 EUR

Det første skridt er at beregne den nødvendige stikprøvestørrelse ved hjælp af formlen:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er en vægtet middelværdi af varianserne i fejlprocenterne for alle strata, og vægten af hvert stratum er lig med forholdet mellem stratumets bogførte værdi ( $BV_h$ ) og hele populationens bogførte værdi ( $BV$ ):

$$\sigma_{rw}^2 = \sum_{h=1}^H \frac{BV_h}{BV} \sigma_{rh}^2, h = 1, 2, \dots, H;$$

hvor  $\sigma_{rh}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter beregnet på grundlag af en MUS-stikprøve. Med henblik på en tilnærmelse til denne standardafvigelse besluttede AA at anvende standardafvigelsen fra det foregående år. Stikprøven fra det foregående år indeholdt 110 operationer, heraf 70 operationer fra det første program (stratum) og 40 fra det andet program.

På grundlag af denne stikprøve fra det foregående år kan variansen i fejlprocenterne beregnes (jf. afsnit 7.3.1.7 for nærmere oplysninger):

$$\sigma_{r_1}^2 = \frac{1}{70-1} \sum_{i=1}^{70} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0.000045$$

og

$$\sigma_{r_2}^2 = \frac{1}{40-1} \sum_{i=1}^{40} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0.010909$$

Dette fører til følgende resultat

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{2,506,626,292}{4,199,882,024} \times 0.000045 + \frac{1,693,255,732}{4,199,882,024} \times 0.010909 = 0.004425$$

På baggrund af dette estimat af variansen i fejlprocenter kan stikprøvestørrelsen beregnes. Som allerede anført forventer AA, at fejlprocenterne i begge strata vil variere betydeligt. På baggrund af rapporten om forvaltnings- og kontrolsystemernes funktion forventer revisionsmyndigheden desuden en fejlprocent på omkring 1,1 %. Med en acceptabel fejl på 2 % af den samlede bogførte værdi (væsentlighedstærskel i henhold til forordningen), dvs.  $TE = 2\% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$ , og den forventede fejl, dvs.  $AE = 1,1\% \times 4\,199\,882\,024 = 46\,198\,702$ , beregnes stikprøvestørrelsen som følger

$$n = \left( \frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times \sqrt{0.004425}}{83,997,640 - 46,198,702} \right)^2 \approx 148$$

Allokeringen af stikprøven ud fra stratum beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} \times n = \frac{2,506,626,292}{4,199,882,024} \times 148 \approx 89$$

$$n_2 = n - n_1 = 148 - 89 = 59.$$

Disse to stikprøvestørrelser resulterer i følgende tærskelværdier for strata af høj værdi:

$$Cut - off_1 = \frac{BV_1}{n_1} = \frac{2,506,626,292}{89} = 28,164,340$$

og

$$Cut - off_2 = \frac{BV_2}{n_2} = \frac{1,693,255,731}{59} = 28,699,250$$

På grundlag af disse to tærskelværdier identificeres henholdsvis 16 og 12 operationer af høj værdi i stratum 1 og stratum 2.

Stikprøvestørrelsen for stikprøvedelen i stratum 1 beregnes som den samlede stikprøvestørrelse (89) fratrukket de 16 operationer af høj værdi, dvs. 73 operationer. Samme beregning foretages for stratum 2, og stikprøvestørrelsen for stikprøvedelen i stratum 2 er således  $59-12 = 47$  operationer.

Derefter beregnes stikprøveintervallet for stikprøvestrategierne. De respektive stikprøveintervaller beregnes ved hjælp af formlerne:

$$SI_1 = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1,643,963,924}{73} = 22,520,054$$

og

$$SI_2 = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{1,059,467,667}{47} = 22,541,865$$

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	6 252
Populationsstørrelse – stratum 1	4 520
Populationsstørrelse – stratum 2	1 732
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR
Bogført værdi – stratum 1	2 506 626 292 EUR
Bogført værdi – stratum 2	1 693 255 732 EUR
<b>Stikprøveresultater – stratum 1</b>	
Tærskelværdi	28 164 340 EUR
Antal operationer over tærskelværdi	16
Bogført værdi af operationer over tærskelværdi	862 662 369 EUR
Bogført værdi af operationer (ikke-udtømmende population)	1 643 963 923 EUR
Stikprøveinterval (ikke-udtømmende population)	22 520 054 EUR
Antal operationer (ikke-udtømmende population)	4 504
<b>Stikprøveresultater – stratum 2</b>	
Tærskelværdi	28 699 250 EUR
Antal operationer over tærskelværdi	12
Bogført værdi af operationer over tærskelværdi	633 788 064 EUR
Bogført værdi af operationer (ikke-udtømmende population)	1 059 467 668 EUR
Stikprøveinterval (ikke-udtømmende population)	22 541 865 EUR
Antal operationer (ikke-udtømmende population)	1 720



For stratum 1 sorteres en fil med de resterende 4 504 operationer (4 520 minus 16 operationer af høj værdi) i populationen tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøve på 73 operationer (89 minus 16 operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af nøjagtig samme procedure som beskrevet i afsnit 7.3.1.7.

For stratum 2 sorteres en fil med de resterende 1 720 operationer (1 732 minus 12 operationer af høj værdi) i populationen tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøveværdi på 47 operationer (59 minus 12 operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af ovenstående procedure.

Hvad angår stratum 1, blev der ikke konstateret fejl i de 16 operationer af høj værdi.

Hvad angår stratum 2, blev der konstateret fejl i seks af de 12 operationer af høj værdi, som beløber sig til 15 460 340 EUR.

Fejlen projiceres på anden vis i de resterende stikprøver. Følgende procedure finder anvendelse på disse operationer:

- 1) Beregn fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Beregn summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser dette resultat med stikprøveintervallet (SI).

$$EE_{hs} = SI_{hs} \sum_{i=1}^{n_{hs}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Den samlede fejlprocent for den ikke-udtømmende population i stratum 1 er 1,0234,

$$EE_{1s} = 22,520,054 \times 1.0234 = 23,047,023$$

og for stratum 2 1,176,

$$EE_{2s} = 22,541,865 \times 1.176 = 26,509,234.$$

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af alle komponenterne, dvs. fejlbeløbet konstateret i den ikke-udtømmende del af begge strata, dvs. 15 460 340 EUR, og den kalkulerede fejl for begge strata:

$$EE = 15,460,340 + 23,047,023 + 26,509,234 = 65,016,597$$

hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på 1,55 %.

Beregningen af præcisionen af varianserne i fejlprocenterne for begge stikprøvestrata foretages ved hjælp af proceduren beskrevet i afsnit 7.3.1.7:

$$s_{r1}^2 = \frac{1}{72-1} \sum_{i=1}^{72} (r_{1i} - \bar{r}_{1s})^2 = 0.000036$$

og

$$s_{r2}^2 = \frac{1}{48-1} \sum_{i=1}^{48} (r_{2i} - \bar{r}_{2s})^2 = 0.0081$$

Præcisionen beregnes som følger:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^H \frac{BV_{hs}^2}{n_{hs}} \times S_{rhs}^2}$$

$$SE = 1.645 \times \sqrt{\frac{1,643,963,923^2}{73} \times 0.000036 + \frac{1,059,467,668^2}{47} \times 0.0081} \\ = 22,958,216$$

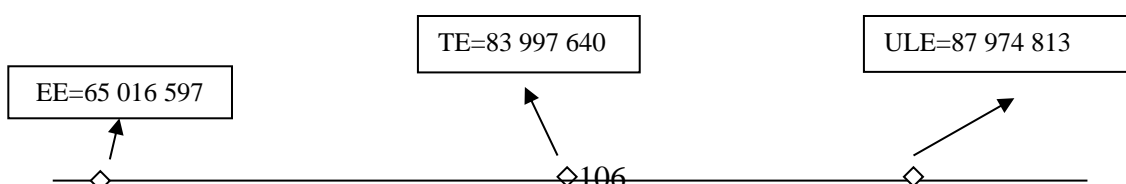
Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for de ikke-udtømmende dele af populationen, da der ikke er stikprøvefejl i det udtømmende stratum.

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl *EE* og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = 65,016,597 + 22,958,216 = 87,974,813$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner:

Ved at sammenholde væsentlighedstærsklen på 2 % af populationens samlede bogførte værdi (2 % x 4 199 882 024 EUR = 83 997 640 EUR) med de projicerede resultater kan det konstateres, at den maksimale acceptable fejl er større end den kalkulerede fejl, men mindre end den øvre fejlgrænse. Der henvises til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



### 6.3.3 Pengeenhedsstikprøvemethoden – to perioder

#### 6.3.3.1 Indledning

Revisionsmyndigheden kan beslutte at udtage stikprøverne over flere perioder i løbet af året (typisk to halvår). Som ved alle andre stikprøvemethoder er den store fordel ved denne metode ikke, at stikprøvestørrelsen reduceres, men navnlig at det bliver muligt at sprede revisionsbyrden over hele året og således reducere arbejdsbyrden ved årets udgang baseret på en enkelt observation.

Ved denne metode opdeles årets population i to delpopulationer, der hver omfatter operationerne og udgifterne i hvert halvår. Der udtages uafhængige stikprøver for hvert halvår ved hjælp af standardmetoden for pengeenhedsstikprøver.

#### 6.3.3.2 Stikprøvestørrelse

##### Første halvår

I den første revisionsperiode (f.eks. halvår) beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er en vægtet middelværdi af varianserne i fejlprocenterne i hvert halvår, og vægten for hvert halvår er lig med forholdet mellem den bogførte værdi i halvåret ( $BV_t$ ) og hele populationens bogførte værdi ( $BV$ ).

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

og  $\sigma_{rt}^2$  er variansen i fejlprocenterne i hvert halvår. Variansen i fejlprocenterne beregnes for hvert halvår ved hjælp af formlen

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2$$

hvor  $r_{ti} = \frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$  er de individuelle fejlprocenter for enheder i stikprøven for halvår  $t$ , og  $\bar{r}_t$  er middelfejlprocenten i stikprøven i halvår  $t$ <sup>31</sup>.

Værdierne for de forventede standardafvigelser for fejlprocenter i begge halvår skal baseres på en sagkyndig vurdering og historisk viden. Det er fortsat muligt at anvende en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve som anført ovenfor i forbindelse med standardmetoden for pengeenhedsstikprøver, men kun i første halvår. Ved den første observation er udgifter for andet halvår endnu ikke blevet afholdt, og der er ingen tilgængelige objektive data (bortset fra historiske). Hvis der anvendes pilotstikprøver, kan de som sædvanlig efterfølgende indgå i den stikprøve, der udtages til revision.

Hvis der ikke er tilgængelige historiske data eller viden til at estimere datavariabiliteten i andet halvår, er det muligt at anvende en forenklet metode, hvor den samlede stikprøvestørrelse beregnes som

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{r1}}{TE - AE} \right)^2$$

Bemærk, at denne forenklete metode kun forudsætter information om variabiliteten i fejlprocenter i den første observationsperiode. Den underliggende antagelse er, at variabiliteten i fejlprocenter vil have samme omfang i begge halvår.

Det skal bemærkes, at manglen på historiske baggrundsoplysninger normalt kun vil være et problem det første år i programmeringsperioden. Den information, der indsamles det første revisionsår, kan anvendes på et senere tidspunkt til bestemmelse af stikprøvestørrelse.

Det skal ligeledes bemærkes, at formlerne til beregning af stikprøvestørrelse forudsætter værdier for  $BV_1$  og  $BV_2$ , dvs. samlet bogført værdi (anmeldte udgifter) for første og andet halvår. Ved beregningen af stikprøvestørrelsen vil værdien for  $BV_1$  være kendt, men værdien for værdien  $BV_2$  vil være ukendt, og den skal indregnes på grundlag af revisorens forventninger (også baseret på historisk information).

Når den samlede stikprøvestørrelse,  $n$ , er blevet beregnet, allokeres stikprøven ud fra halvår som følger:

---

<sup>31</sup> Når den bogførte værdi af enhed  $i$  ( $BV_i$ ) er større end  $BV_t/n_t$ , skal  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$ -forholdet substitueres med  $\frac{E_{ti}}{BV_t/n_t}$ -forholdene.

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

og

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

### Andet halvår

I den første observationsperiode blev der gjort en række antagelser om de efterfølgende observationsperioder (typisk det næste halvår). Hvis populationskarakteristikaene i de efterfølgende perioder afviger væsentligt fra antagelserne, kan det være nødvendigt at ændre stikprøvestørrelsen i den efterfølgende periode.

I den anden revisionsperiode (f.eks. halvår) vil der være mere information til rådighed:

- Den korrekte bogførte værdi for andet halvår  $BV_2$  er kendt.
- Standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven  $s_{r1}$  er allerede beregnet på grundlag af stikprøven i første halvår.
- Standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår  $\sigma_{r2}$  kan nu estimeres mere præcist på grundlag af faktiske data.

Hvis disse parametre ikke afviger væsentligt fra de parametre, der blev estimeret i første halvår på grundlag af revisorens forventninger, er det ikke nødvendigt at ændre den oprindelig planlagte stikprøvestørrelse i andet halvår ( $n_2$ ). Hvis revisoren konstaterer, at de oprindelige forventninger afviger væsentligt fra de faktiske populationskarakteristika, kan det imidlertid være nødvendigt at ændre stikprøvestørrelsen for at tage højde for disse unøjagtige estimater. I dette tilfælde skal stikprøvestørrelsen i andet halvår omregnes ved hjælp af formlen

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

hvor  $s_{r1}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven for første halvår, og  $\sigma_{r2}$  et estimat for standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår baseret på historisk viden (eventuelt ændret på grundlag af information fra første halvår) eller en foreløbig stikprøve/pilotstikprøve for andet halvår.

#### 6.3.3.3 Stikprøveudvælgelse

I hvert halvår foretages stikprøveudvælgelsen efter nøjagtig samme procedure som beskrevet for standardmetoden for pengeenhedsstikprøver. Proceduren gengives nedenfor af hensyn til læseren.

For hvert halvår er det efter bestemmelsen af stikprøvestørrelsen nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i en gruppe af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af denne gruppe af høj værdi er lig med forholdet mellem halvårets bogførte værdi ( $BV_t$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_t$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ ), inkluderes i denne gruppe, der revideres 100 %.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum,  $n_{ts}$ , beregnes som forskellen mellem  $n_t$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i det udtømmende stratum ( $n_{te}$ ).

Endelig sker udvælgelsen af stikprøverne i den ikke-udtømmende gruppe i hvert halvår på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportional med størrelse, dvs. proportional med elementernes bogførte værdi  $BV_{ti}$ . En udbredt udvælgelsesmetode er systematisk udvælgelse, hvor stikprøveintervallet er lig med de samlede udgifter i den ikke-udtømmende gruppe ( $BV_{ts}$ ) divideret med stikprøvestørrelsen ( $n_{ts}$ )<sup>32</sup>, dvs.

$$SI_t = \frac{BV_{ts}}{n_{ts}}$$

#### 6.3.3.4 Kalkuleret fejl

Fejl i enheder i de udtømmende grupper og i enheder i de ikke-udtømmende grupper skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår de udtømmende grupper, dvs. grupperne med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne tilhørende disse grupper:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}$$

Beregning:

---

<sup>32</sup> Hvis der stadig er enheder i populationen, der har udgifter, der er større end stikprøveintervallet, skal proceduren i afsnit 6.3.1.3 anvendes.

- 1) Identificer for hvert halvår  $t$  enhederne tilhørende den udtømmende gruppe, og summer fejlene.
- 2) Summer disse resultater for de to halvår.

For så vidt angår de ikke-udtømmende grupper, dvs. grupper med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er lavere end eller lig med tærskelværdien,  $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejl

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn i hvert halvår  $t$  fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) Summer i hvert halvår  $t$  fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser i hvert halvår  $t$  dette resultat med de samlede udgifter i populationen i den ikke-udtømmende gruppe ( $BV_{ts}$ ). Disse udgifter vil ligeledes være lig med de samlede udgifter i halvåret minus udgifterne for enheder i den udtømmende gruppe.
- 4) Divider i hvert halvår  $t$  dette resultat med stikprøvestørrelsen i den ikke-udtømmende gruppe ( $n_{ts}$ ).
- 5) Summer disse resultater for de to halvår.

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s$$

### 6.3.3.5 Præcision

Som ved MUS-standardmetoden er præcision et mål for den usikkerhed, der er forbundet med ekstrapoleringen. Den udtrykker stikprøvefejlen og skal beregnes med henblik på efterfølgende fastsættelse af et konfidensinterval.

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2}$$

hvor  $s_{r_{2s}}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i halvår  $t$  (beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at ekstrapolere fejlene til populationen)

$$s_{r_{ts}}^2 = \frac{1}{n_{ts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{ts}} (r_{ti} - \bar{r}_{ts})^2, t = 1,2$$

hvor  $\bar{r}_{ts}$  er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i halvår  $t$ .

Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for de ikke-udtømmende grupper, da der ikke er stikprøvefejl i de udtømmende grupper.

### 6.3.3.6 Evaluering

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner ved hjælp af nøjagtig samme metode som beskrevet i afsnit 6.3.1.6.

### 6.3.3.7 Eksempel

For at foregribe revisionsbyrden, der normalt er koncentreret i slutningen af revisionsåret, har AA besluttet at sprede revisionsbyrden ud på to perioder. Ved udgangen af første halvår opdelt AA populationen i to grupper for begge halvår. Ved udgangen af første halvår er populationskarakteristikaene som følger:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	1 827 930 259 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	2 344

AA ved erfaringsmæssigt, at alle de operationer, der er inkluderet i programmerne ved udgangen af referenceperioden, normalt allerede er blevet iværksat i populationen i første halvår. De anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår forventes desuden at udgøre omkring 35 % af de samlede anmeldte udgifter ved udgangen af



referenceperioden. Ud fra disse antagelser beskrives populationen kort i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter (DE) ved udgangen af første halvår	1 827 930 259 EUR
Anmeldte udgifter (DE) ved udgangen af andet halvår (forventet) 1 827 930 259 EUR / 35 %-1 827 930 259 EUR) = 3 394 727 624 EUR)	3 394 727 624 EUR
Samlede forventede udgifter for året	5 222 657 883 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	2 344
Populationsstørrelse (operationer – andet halvår, forventet)	2 344

For den første periode beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er et vægtet gennemsnit af varianserne i fejlprocenterne i hvert halvår, og vægten for hvert halvår er lig med forholdet mellem den bogførte værdi i halvåret ( $BV_t$ ) og hele populationens bogførte værdi ( $BV$ ).

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

og  $\sigma_{rt}^2$  er variansen i fejlprocenterne i hvert halvår. Variansen i fejlprocenterne beregnes for hvert halvår ved hjælp af formlen

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Da disse varianser er ukendte, besluttede AA at udtage en foreløbig stikprøve på 20 operationer ved udgangen af første halvår af indeværende år. Standardafvigelsen for fejl i denne foreløbige stikprøve for første halvår er 0,12. AA har på grundlag af en sagkyndig vurdering og sin viden om, at udgifterne i andet halvår normalt er større end i første halvår, foreløbigt estimeret standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår til at være 110 % større end i første halvår, dvs. 0,25. Det vægtede gennemsnit af varianserne i fejlprocenterne er således:

$$\begin{aligned} \sigma_{rw}^2 &= \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.12^2 \\ &+ \frac{3,394,727,624}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.25^2 = 0.0457 \end{aligned}$$

I første halvår mener AA, at et konfidensniveau på 60 % er tilstrækkeligt i lyset af forvaltnings- og kontrolsystemets funktion. Den samlede stikprøvestørrelse for hele året er:

$$n = \left( \frac{0.842 \times (1,827,930,259 + 3,394,727,624) \times \sqrt{0.0457}}{104,453,158 - 20,890,632} \right)^2 \approx 127$$

hvor  $z$  er 0,842 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 60 %),  $TE$ , og den acceptable fejl, er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi. Den samlede bogførte værdi omfatter den sande bogførte værdi ved udgangen af første halvår plus den forventede bogførte værdi i andet halvår, 3 394 727 624 EUR, og den acceptable fejl er således 2 % x 5 222 657 883 EUR = 104,453,158 EUR. I forbindelse med revisionen det foregående år var den projicerede fejlprocent 0,4 %. Således  $AE$  er den forventede fejl 0,4 % x 5 222 657 883 EUR = 20 890 632 EUR.

Allokeringen af stikprøven ud fra halvår beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 127 \approx 45$$

og

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

For det første halvår er det nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV_1$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_1$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_{i1} > BV_1/n_1$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I dette tilfælde er tærskelværdien 40 620 672 EUR. Der er 11 operationer med en bogført værdi, som overskrider denne tærskelværdi. Disse operationers samlede bogførte værdi beløber sig til 891 767 519 EUR.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokere til det ikke-udtømmende stratum, ( $n_{1s}$ ), beregnes som forskellen mellem  $n_1$  og antallet af stikprøveenheder i det udtømmende stratum ( $n_e$ ), dvs. 34 operationer.

Udvælgelsen af stikprøven i det ikke-udtømmende stratum sker på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse, dvs. proportionel med elementernes bogførte værdi  $BV_{is1}$ , ved systematisk udvælgelse, hvor

stikprøveintervallet er lig med de samlede udgifter i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_{1s}$ ) divideret med stikprøvestørrelsen ( $n_{1s}$ ), dvs.

$$SI_{1s} = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} = \frac{1,827,930,259 - 891,767,519}{34} = 27,534,198$$

Den bogførte værdi i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_{1s}$ ) er differencen mellem den samlede bogførte værdi og den bogførte værdi af de 11 operationer i stratummet af høj værdi.

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:

Tærskelværdi – første halvår	40 620 672 EUR
Antal operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – første halvår	11
Bogført værdi af operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – første halvår	891 767 519 EUR
$BV_{s1}$ – første halvår	936 162 740 EUR
$n_{s1}$ – første halvår	34
$SI_{s1}$ – første halvår	27 534 198 EUR

Der er fejl i seks af de 11 operationer med en større bogført værdi end stikprøveintervallet. Det samlede konstaterede fejlbeløb i dette stratum er 19 240 855 EUR.

En fil med de resterende 2 333 operationer i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Der udtages en stikprøve med 34 operationer på grundlag af proceduren for systematisk udvælgelse, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse.

Værdien af de 34 operationer revideres. Den samlede fejlprocent for første halvår er:

$$\sum_{i=1}^{34} \frac{E_{i1s}}{BV_{i1s}} = 1.4256$$

Standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende population i første halvår er (jf. afsnit 6.3.1.7 for nærmere oplysninger):

$$s_{r1s} = \sqrt{\frac{1}{34 - 1} \sum_{i=1}^{34} (r_{i1s} - \bar{r}_{1s})^2} = 0.085$$

hvor  $\bar{r}_{1s}$  er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i første halvår.

Ved udgangen af andet halvår er der mere tilgængelig information, de faktiske samlede udgifter til iværksatte operationer i andet halvår er navnlig kendt, variansen i

fejlprocenter i stikprøven  $s_{r1}$  kan allerede beregnes på grundlag af stikprøven for første halvår, og standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår  $\sigma_{r2}$  kan nu estimeres mere præcist på grundlag af en foreløbig stikprøve af faktiske data.

AA konstaterer, at de antagelser, der blev gjort om de samlede udgifter, estimeret til 3 394 727 624 EUR ved udgangen af første halvår, er en overvurdering af det faktiske beløb på 2 961 930 008 EUR. Der er yderligere to parametre, som de opdaterede tal skal anvendes til.

For det første blev standardafvigelsen for fejlprocenter baseret på stikprøven for første halvår på 34 operationer estimeret til 0,085. Denne nye værdi skal nu anvendes til at revurdere den planlagte stikprøvestørrelse. I lyset af de øgede udgifter i andet halvår i forhold til det oprindelige estimat mener AA for det andet, at det er mere forsvarligt at estimere standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår til 0,30 % i stedet for 0,25 som oprindelig estimeret. De ajourførte tal for standardafvigelsen for fejlprocenter for begge halvår ligger langt fra de oprindelige estimater. Stikprøven for andet halvår skal derfor ændres.

Parameter	Estimat, første halvår	Ultimo andet halvår
Standardafvigelse for fejlprocenter i første halvår	0,12	0,085
Standardafvigelse for fejlprocenter i andet halvår	0,25	0,30
Samlede udgifter i andet halvår	3 394 727 624 EUR	2 961 930 008 EUR

Under hensyntagen til disse tre justeringer er den omregnede stikprøvestørrelse i andet halvår

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

hvor  $s_{r1}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven for første halvår (den samme stikprøve, som anvendes til at beregne den kalkulerede fejl), og  $\sigma_{r2}$  et estimat af standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår:

$$n_2 = \frac{(0.842 \times 2,961,930,008 \times 0.30)^2}{(95,797,205 - 19,159,441)^2 - 0.842^2 \times \frac{1,827,930,259^2}{45} \times 0.085^2} \approx 102$$

hvor:

- $TE = (1\,827\,930\,259 \text{ EUR} + 2\,961\,930\,008 \text{ EUR}) \times 2\% = 95,797,205 \text{ €}$
- $AE = (1\,827\,930\,259 \text{ EUR} + 2\,961\,930\,008 \text{ EUR}) \times 0,4\% = 19,159,441 \text{ EUR}$

Det er nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV_2$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_2$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_{i2} > BV_2/n_2$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I dette tilfælde er tærskelværdien 29 038 529 EUR. Der er seks operationer med en bogført værdi, som overskrider denne tærskelværdi. Disse operationers samlede bogførte værdi beløber sig til 415 238 983 EUR.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum,  $n_{2s}$ , beregnes som forskellen mellem  $n_2$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i det udtømmende stratum ( $n_{2e}$ ), dvs. 96 operationer (stikprøvestørrelsen på 102 operationer minus de seks operationer af høj værdi). Revisoren skal derfor udvælge stikprøven på grundlag af stikprøveintervallet:

$$SI_{2s} = \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} = \frac{2,961,930,008 - 415,238,983}{96} = 26,528,032$$

Den bogførte værdi i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_{2s}$ ) er differencen mellem den samlede bogførte værdi og den bogførte værdi af de seks operationer i stratummet af høj værdi.

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:

Tærskelværdi – andet halvår	29 038 529 EUR
Antal operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – andet halvår	6
Bogført værdi af operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – andet halvår	415 238 983 EUR
$BV_{2s}$ – andet halvår	2 546 691 025 EUR
$n_{2s}$ – andet halvår	96
$SI_{2s}$ – andet halvår	26 528 032 EUR

Der er fejl i fire af de seks operationer med en større bogført værdi end tærskelværdien. Det samlede konstaterede fejlbeløb i dette stratum er 9 340 755 EUR.

En fil med de resterende 2 338 operationer i populationen i andet halvår sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Der udtages en stikprøve med 96 operationer på grundlag af proceduren for systematisk udvælgelse, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportional med størrelse.

Værdien af de 96 operationer revideres. Den samlede fejlprocent for andet halvår er:

$$\sum_{i=1}^{96} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 1.1875$$

Standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende population i andet halvår er:

$$s_{r_{2s}} = \sqrt{\frac{1}{96-1} \sum_{i=1}^{96} (r_{i2s} - \bar{r}_{2s})^2} = 0.29$$

hvor  $\bar{r}_{2s}$  er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i andet halvår.

Fejl i enheder i de udtømmende strata og enheder i de ikke-udtømmende strata skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår de udtømmende strata, dvs. strata med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne i disse strata:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19,240,855 + 9,340,755 = 28,581,610$$

Beregning:

- 1) Identificer for hvert halvår  $t$  enhederne tilhørende den udtømmende gruppe, og summer fejlene.
- 2) Summer disse resultater for de to halvår.

For så vidt angår den ikke-udtømmende gruppe, dvs. strata med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien,  $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejl

$$\begin{aligned} EE_s &= \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} \\ &= \frac{936,162,740}{34} \times 1.4256 + \frac{2,546,691,025}{96} \times 1.1875 = 70,754,790 \end{aligned}$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn i hvert halvår  $t$  fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) Summer i hvert halvår  $t$  fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.

- 3) Multipliser i hvert halvår  $t$  dette resultat med de samlede udgifter i populationen i den ikke-udtømmende gruppe ( $BV_{ts}$ ). Disse udgifter vil ligeledes være lig med de samlede udgifter i halvåret minus udgifterne for enheder i den udtømmende gruppe.
- 4) Divider i hvert halvår  $t$  dette resultat med stikprøvestørrelsen i den ikke-udtømmende gruppe ( $n_{ts}$ ).
- 5) Summer disse resultater for de to halvår.

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s = 28,581,610 + 70,754,790 = 99,336,400$$

hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på 2,07 %.

Præcision er et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen. Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$\begin{aligned}
 SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2} \\
 &= 0.842 \times \sqrt{\frac{936,162,740^2}{34} \times 0.085^2 + \frac{2,546,691,025^2}{96} \times 0.29^2} \\
 &= 64,499,188
 \end{aligned}$$

hvor  $s_{rts}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter, der allerede er beregnet.

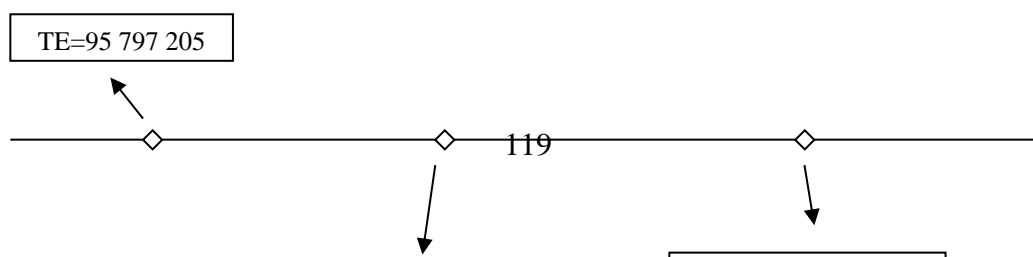
Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for de ikke-udtømmende strata, da der ikke er stikprøvefejl i de udtømmende grupper.

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og projektionens præcision

$$ULE = EE + SE = 99,336,400 + 64,499,188 = 163,835,589$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner.

I dette tilfælde er den kalkulerede fejl større end den maksimale acceptable fejl. Revisoren vil således konkludere, at der er tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i populationen overskrider væsentlighedstærsklen:



### **6.3.4 Stratificeret pengeenhedsstikprøvemetode over to perioder**

#### **6.3.4.1 Indledning**

Revisionsmyndigheden kan beslutte at anvende en stratificeret stikprøvemodel og samtidig sprede revisionsarbejdet ud over flere perioder henover året (typisk to halvår, men der ville gælde det samme for flere perioder end to). Dette vil formelt set udgøre en ny stikprøvemodel, som omfatter dele fra den stratificerede pengeenhedsstikprøvemetode og pengeenhedsstikprøvemethoden over to perioder. I dette afsnit vil der blive fremlagt et forslag til en metode, der kombinerer disse to i en stikprøvemodel.

Det skal først og fremmest bemærkes, at revisionsmyndigheden ved at anvende denne kombinerede model vil kunne drage fordel af fordelene ved både stratifikation og stikprøvetagning over flere perioder. Brug af stratifikation vil muligvis kunne forbedre præcisionen i forhold til ikke-stratificerede modeller (eller brug af en mindre stikprøvestørrelse ved samme præcisionsniveau). Ved samtidig at benytte en flerperioderstilgang vil revisionsmyndigheden kunne sprede arbejdsbyrden med revisionsarbejdet ud over hele året og således reducere den arbejdsbyrde ved årets udgang, som forekommer, når der kun er en enkelt observationsperiode.

Ved denne metode opdeles referenceperiodens population i to delpopulationer, der hver omfatter operationerne og udgifterne i hvert halvår. Der udtages uafhængige stikprøver for hvert halvår ved hjælp af den stratificerede pengeenhedsstikprøvemetode. Bemærk, at det ikke er nødvendigt at anvende præcis samme stratifikation i hver revisionsperiode. Stratifikationstypen og endda antallet af strata kan faktisk variere fra revisionsperiode til revisionsperiode.

#### **6.3.4.2 Stikprøvestørrelse**

##### **Første halvår**



I den første revisionsperiode (f.eks. halvår) beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er en vægtet middelværdi af varianserne i fejlprocenterne for alle strata og i begge perioder. Hvert stratums vægt i hvert halvår er lig med forholdet mellem stratummets bogførte værdi ( $BV_{ht}$ ) og hele populationens bogførte værdi,  $BV = BV_1 + BV_2$  (for begge halvår).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^{H_1} \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1, 2, \dots, H_1;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^{H_2} \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1, 2, \dots, H_2;$$

$BV_{ht}$  repræsenterer udgifterne for stratum  $h$  i periode  $t$ ,  $H_t$  er antallet af strata i periode  $t$ , og  $\sigma_{rht}^2$  er variansen i fejlprocenter i hvert stratum i hvert halvår. Variansen i fejlprocenterne beregnes for hvert stratum og hvert halvår ved hjælp af formlen

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1, 2, \dots, H_t, t = 1, 2$$

hvor  $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$  er de individuelle fejlprocenter for enheder i stikprøven af stratum  $h$  i halvåret  $t$ , og  $\bar{r}_{ht}$  er middelfejlprocenten i stikprøven af stratum  $h$  og halvåret  $t$ <sup>33</sup>.

Værdierne for de forventede standardafvigelser for fejlprocenter i begge halvår skal baseres på en sagkyndig vurdering og historisk viden. Det er fortsat muligt at anvende en mindre, foreløbig stikprøve/pilotstikprøve med henblik på en tilnærmelse til det første halvårs parametre som anført ovenfor i forbindelse med standardmetoden for pengeenhedsstikprøver over to perioder. Ved den første observation er udgifter for andet halvår endnu ikke blevet afholdt, og der er ingen tilgængelige objektive data (bortset fra historiske). Hvis der anvendes pilotstikprøver, kan de som sædvanlig efterfølgende indgå i den stikprøve, der udtages til revision.

---

<sup>33</sup> Når den bogførte værdi af enhed  $i$  ( $BV_i$ ) er større end  $BV_{ht}/n_{ht}$ , skal  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ -forholdet substitueres med  $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$ -forholdet.

Hvis der ikke er tilgængelige historiske data eller viden til at estimere datavariabiliteten i andet halvår, er det muligt at anvende en forenklet metode, hvor den samlede stikprøvestørrelse beregnes som

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw1}}{TE - AE} \right)^2$$

Bemærk, at denne forenklete metode kun forudsætter information om variabiliteten i fejlprocenter i den første observationsperiode. Den underliggende antagelse er, at variabiliteten i fejlprocenter vil have samme omfang i begge halvår.

Det skal bemærkes, at manglen på historiske baggrundsoplysninger normalt kun vil være et problem det første år i programmeringsperioden. Den information, der indsamles det første revisionsår, kan anvendes på et senere tidspunkt til bestemmelse af stikprøvestørrelse.

Det skal ligeledes bemærkes, at formlerne til beregning af stikprøvestørrelse forudsætter værdier for  $BV_{h1}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_1$ ) og  $BV_{h2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ), dvs. samlet bogført værdi (anmeldte udgifter) i hvert stratum for første og andet halvår. Ved beregningen af stikprøvestørrelsen vil værdierne for  $BV_{h1}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_1$ ) være kendt, men værdierne for værdien  $BV_{h2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ) vil være ukendt, og den skal indregnes på grundlag af revisorens forventninger (også baseret på historisk information og/eller estimater fra programmets forvaltnings- eller atterestingsmyndigheder).

Når den samlede stikprøvestørrelse,  $n$ , er blevet beregnet, allokeres stikprøven ud fra stratum og halvår som følger:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n$$

og

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n$$

hvor  $BV = BV_1 + BV_2$  er de samlede forventede udgifter i referenceperioden.

Som før skal det her bemærkes, at dette er en overordnet allokeringmetode, hvor stikprøven allokeres til strata i forhold til deres udgifter (bogførte værdi), men der findes andre allokeringmetoder. En mere målrettet allokering kan i nogle tilfælde resultere i øget præcision eller en reduktion af stikprøvestørrelsen. Det kræver en vis teknisk viden om stikprøveteorien at vurdere tilstrækkeligheden af andre allokeringmetoder i forhold til den enkelte population, og dette ligger uden for denne vejlednings område.

## Andet halvår

I den første observationsperiode blev der gjort en række antagelser om de efterfølgende observationsperioder (typisk det næste halvår). Hvis populationskarakteristikaene i de efterfølgende perioder afviger væsentligt fra antagelserne, kan det være nødvendigt at ændre stikprøvestørrelsen i den efterfølgende periode.

I den anden revisionsperiode (f.eks. halvår) vil der være mere information til rådighed:

- Den korrekte bogførte værdi i hvert stratum for andet halvår  $BV_{h2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ) er kendt.
- Standardafvigelse for fejlprocenter i stikprøven  $s_{rh1}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_1$ ) kan allerede beregnes på grundlag af stikprøven i første halvår.
- Standardafvigelse for strataenes fejlprocenter i andet halvår  $\sigma_{rh2}$  ( $h = 1, 2, \dots, H_2$ ) kan nu estimeres mere præcist på grundlag af faktiske data (f.eks. baseret på pilotstikprøver).

Hvis de oprindelige estimater om disse parametre i populationen afviger signifikant fra populationens virkelige egenskaber, kan det imidlertid være nødvendigt at ændre stikprøvestørrelsen i andet halvår for at tage højde for disse unøjagtige estimater. I dette tilfælde skal stikprøvestørrelsen i andet halvår omregnes ved hjælp af formlen

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^{H_2} (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^{H_2} \left( \frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

hvor  $s_{rh1}$  er standardafvigelse for fejlprocenter i delstikprøverne for første halvår i hvert stratum  $h$  (hvis tilgængelig allerede), og  $\sigma_{rh2}$  et estimat for standardafvigelse for fejlprocenter i hvert stratum i andet halvår baseret på historisk viden (endelig ændret på grundlag af information fra første halvår) eller en foreløbig stikprøve/pilotstikprøve for andet halvår.

Efter omregning af den samlede stikprøvestørrelse for andet halvår er allokering ud fra stratum ligetil:

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV_2} n_2, (h = 1, 2, \dots, H_2)$$

### 6.3.4.3 Stikprøveudvælgelse

I hvert halvår foretages stikprøveudvælgelsen efter nøjagtig samme procedure som beskrevet for den stratificerede pengeenhedsstikprøvemetode. Proceduren gengives nedenfor for at gøre opslag lettere.

I hvert halvår og i hvert stratum  $h$  er der to komponenter: den udtømmende gruppe i stratum  $h$  (gruppen med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien  $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ) og stikprøvegruppen i stratum  $h$  (dvs. gruppen med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien  $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ , eller en anden omregnet tærskelværdi, hvis der er elementer med en bogført værdi, der er større end intervallet eller ligger under tærskelværdierne).

Efter at have fastsat stikprøvestørrelsen i hvert enkelt oprindeligt stratum ( $h$ ) for hvert halvår skal alle populationens enheder af høj værdi revideres. Tærskelværdien for bestemmelse af denne gruppe af høj værdi er lig med forholdet mellem stratumets bogførte værdi ( $BV_{ht}$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_{ht}$ ). Alle elementer i hvert stratum  $h$  med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ ), inkluderes i denne gruppe, der revideres 100 %.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum,  $n_{hts}$ , beregnes som forskellen mellem  $n_{ht}$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i den udtømmende gruppe i stratummet ( $n_{hte}$ ).

Endelig sker udvælgelsen af stikprøverne i den ikke-udtømmende gruppe i hvert stratum i hvert halvår på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportional med størrelse, dvs. proportional med elementernes bogførte værdi  $BV_{hti}$ . En yndet udvælgelsesmetode er systematisk udvælgelse, hvor stikprøveintervallet er lig med de samlede udgifter i den ikke-udtømmende gruppe i stratum ( $BV_{hts}$ ) divideret med stikprøvestørrelsen ( $n_{hts}$ )<sup>34</sup>, dvs.

$$SI_{hts} = \frac{BV_{hts}}{n_{hts}}$$

Bemærk, at der i hvert halvår udvælges en række uafhængige stikprøver, nemlig en for hvert oprindeligt stratum.

#### 6.3.4.4 Kalkuleret fejl

Fejl i enheder i de udtømmende grupper og i enheder i de ikke-udtømmende grupper skal projiceres til populationen på forskellig vis.

---

<sup>34</sup> Hvis der stadig er enheder i populationen, der har udgifter, der er større end stikprøveintervallet, skal proceduren i afsnit 6.3.1.3 anvendes.

For så vidt angår de udtømmende grupper, dvs. grupperne med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdierne,  $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne tilhørende disse grupper:

$$EE_e = \sum_{h=1}^{H_1} \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^{H_2} \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i}$$

Beregning:

- 1) Identificer for hvert halvår  $t$  og for hvert stratum  $h$  enhederne tilhørende den udtømmende gruppe og summer fejlene.
- 2) Summer disse resultater for strataene  $H_1 + H_2$ .

For så vidt angår de ikke-udtømmende grupper, dvs. grupper med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er lavere end eller lig med tærskelværdierne,  $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ , er den kalkulerede fejl

$$EE_s = \sum_{h=1}^{H_1} \left( \frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left( \frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right)$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn i hvert stratum  $h$  i hvert halvår  $t$  fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) Summer i hvert stratum  $h$  i hvert halvår  $t$  fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser i hvert stratum  $h$  i halvår  $t$  dette resultat med de samlede udgifter i populationen i den ikke-udtømmende gruppe ( $BV_{hts}$ ). Disse udgifter vil ligeledes være lig med de samlede udgifter i stratummet minus udgifterne for enheder i den udtømmende gruppe i stratum.
- 4) Divider i hvert stratum  $h$  i hvert halvår  $t$  dette resultat med stikprøvestørrelsen i den ikke-udtømmende gruppe ( $n_{hts}$ ).
- 5) Summer disse resultater for alle strataene  $H_1 + H_2$ .

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.3.4.5 Præcision

Som ved MUS-standardmetoden over to perioder er præcision et mål for den usikkerhed, der er forbundet med ekstrapoleringen (projektion). Den udtrykker stikprøvefejlen og skal beregnes med henblik på efterfølgende fastsættelse af et konfidensinterval.

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$SE = z \times \sqrt{\sum_{h=1}^{H_1} \left( \frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot s_{rh1s}^2 \right) + \sum_{h=1}^{H_2} \left( \frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot s_{rh2s}^2 \right)}$$

hvor  $s_{rhts}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i stratum  $h$  i halvår  $t$  (beregnet på grundlag af den samme stikprøve, som anvendes til at ekstrapolere fejlene til populationen)

$$s_{rhts}^2 = \frac{1}{n_{hts} - 1} \sum_{i=1}^{n_{hts}} (r_{hti} - \bar{r}_{hts})^2$$

hvor  $\bar{r}_{hts}$  er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i stratum  $h$  i halvår  $t$ .

Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for de ikke-udtømmende grupper, da der ikke er stikprøvefejl i de udtømmende grupper.

#### 6.3.4.6 Evaluering

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner ved hjælp af nøjagtig samme metode som beskrevet i afsnit 6.3.3.6.

### 6.3.4.7 Eksempel

For at foregribe revisionsbyrden, der normalt er koncentreret i slutningen af revisionsåret, har AA besluttet at sprede revisionsbyrden ud på to perioder. Ved udgangen af første halvår opdeler AA populationen i to grupper for begge halvår. Populationen omfatter desuden to forskellige programmer, og AA har grund til at forvente, at de enkelte programmets fejlprocenter vil variere. På denne baggrund, og ud over at dele arbejdsbyrden op over to perioder, beslutter AA at stratificere populationen ud fra program.

Ved udgangen af første halvår er populationskarakteristikaene som følger:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	42 610 732 EUR
Program 1	27 623 498 EUR
Program 2	14 987 234 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	5 603
Program 1	3 257
Program 2	2 346

AA ved erfaringsmæssigt, at alle de operationer, der er inkluderet i programmerne ved udgangen af referenceperioden, normalt allerede er blevet iværksat i populationen i første halvår. På baggrund af sine erfaringer forventer revisionsmyndigheden desuden, at de anmeldte udgifter vil stige i andet halvår for de to programmer, dog i forskelligt omfang. Det forventes, at udgifter for andet halvår vil stige med 40 % og 10 % for henholdsvis program 1 og 2. Ud fra disse antagelser beskrives populationen kort i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	42 610 732 EUR
Program 1	27 623 498 EUR
Program 2	14 987 234 EUR
Anmeldte udgifter ved udgangen af andet halvår (forventet)	55 158 855 EUR
Program 1 (27 623 498 EUR x 1,4)	38 672 897 EUR
Program 2 (14 987 234 EUR x 1,1)	16 485 957 EUR
Samlede forventede udgifter for året	97 769 587 EUR
Program 1	66 296 395 EUR
Program 2	31 473 191 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	5 603
Program 1	3 257
Program 2	2 346
Populationsstørrelse (operationer – andet halvår, forventet)	5 603
Program 1	3 257
Program 2	2 346

I det første revisionshalvår beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er en vægtet middelværdi af varianserne i fejlprocenterne for alle strata og i begge perioder. Hvert stratums vægt i hvert halvår er lig med forholdet mellem stratummets bogførte værdi ( $BV_{ht}$ ) og hele populationens bogførte værdi,  $BV = BV_1 + BV_2$  (for begge halvår).

$$\sigma_{rw}^2 = \sigma_{rw1}^2 + \sigma_{rw2}^2$$

$$\sigma_{rw1}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h1}}{BV} \sigma_{rh1}^2, h = 1, 2;$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{BV_{h2}}{BV} \sigma_{rh2}^2, h = 1, 2;$$

$BV_{ht}$  repræsenterer udgifterne for stratum  $h$ ,  $h=1,2$ , i periode  $t$  og  $\sigma_{rht}^2$  er variansen i fejlprocenter i hvert stratum i hvert halvår. Variansen i fejlprocenterne beregnes for hvert stratum og hvert halvår ved hjælp af formlen

$$\sigma_{rht}^2 = \frac{1}{n_{ht}^p - 1} \sum_{i=1}^{n_{ht}^p} (r_{hti} - \bar{r}_{ht})^2, h = 1, 2, t = 1, 2$$

hvor  $r_{hti} = \frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$  er de individuelle fejlprocenter for enheder i stikprøven af stratum  $h$  i halvåret  $t$ , og  $\bar{r}_{ht}$  er middelfejlprocenten i stikprøven af stratum  $h$  og halvåret  $t$ <sup>35</sup>.

Da disse varianser er ukendte, besluttede AA at udtage en foreløbig stikprøve på 20 operationer i hvert stratum (program) ved udgangen af første halvår af indeværende referenceperiode. Standardafvigelsen for fejl i denne foreløbige stikprøve for første halvår er 0,0924 og 0,0515 for henholdsvis program 1 og 2. På baggrund af en faglig vurdering forventer revisionsmyndigheden, at standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår vil stige med 40 % og 10 %, dvs. til 0,1294 og 0,0567. Det vægtede gennemsnit af varianserne i fejlprocenterne er således:

$$\sigma_{rw}^2 = 0.0028188 + 0.0071654 = 0.009984,$$

---

<sup>35</sup> Når den bogførte værdi af enhed  $i$  ( $BV_i$ ) er større end  $BV_{ht}/n_{ht}$ , skal  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$ -forholdet substitueres med  $\frac{E_{hti}}{BV_{ht}/n_{ht}}$ -forholdet.



hvis det vægtede gennemsnit i begge halvår er:

$$\sigma_{rw1}^2 = \frac{27,623,498}{97,769,587} \times 0.0924^2 + \frac{14,987,234}{97,769,587} \times 0.0515^2 = 0.0028188$$

$$\sigma_{rw2}^2 = \frac{38,672,897}{97,769,587} \times 0.1294^2 + \frac{16,485,957}{97,769,587} \times 0.0567^2 = 0.0071654$$

I første halvår mener AA, at et konfidensniveau på 90 % er tilstrækkeligt i lyset af forvaltnings- og kontrolsystemets funktion. Den samlede stikprøvestørrelse for hele året er:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

$$n = \left( \frac{1.645 \times 97,769,587 \times \sqrt{0.009984}}{1,955,392 - 391,078} \right)^2 \approx 106$$

hvor  $z$  er 1,645 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 90 %), og  $TE$ , den acceptable fejl, er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi. Den samlede bogførte værdi omfatter den sande bogførte værdi ved udgangen af første halvår plus den forventede bogførte værdi i andet halvår, og den acceptable fejl er således 2 % x 97 769 587 EUR = 1 955 392 EUR. I forbindelse med revisionen det foregående år var den projicerede fejlprocent 0,4 %.  $AE$ , den forventede fejl, er således 0,4 % x 97 769 587 EUR = 391 078 EUR.

Allokeringen af stikprøven ud fra halvår og stratum beregnes som følger:

$$n_{h1} = \frac{BV_{h1}}{BV} n, h = 1,2; n_{11} = \frac{27,623,498}{97,769,587} \times 106 \cong 30; n_{21} = \frac{14,987,234}{97,769,587} \times 106 \cong 17$$

og

$$n_{h2} = \frac{BV_{h2}}{BV} n, h = 1,2; n_{12} = \frac{38,672,897}{97,769,587} \times 106 \cong 42; n_{22} = \frac{16,485,957}{97,769,587} \times 106 \cong 18$$

For det første halvår er det nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen for begge programmer, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig

med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV_{h1}$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_{h1}$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_{ih1} > BV_{h1}/n_{h1}$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %.

Disse to stikprøvestørrelser fra første halvår (30 og 17) resulterer i følgende tærskelværdier for strata af høj værdi for begge programmer:

$$Cut - off_{f_{11}} = \frac{BV_{11}}{n_{11}} = \frac{27,623,498}{30} = 920,783$$

og

$$Cut - off_{f_{21}} = \frac{BV_{21}}{n_{21}} = \frac{14,987,234}{17} = 881,602$$

På grundlag af disse to tærskelværdier identificeres henholdsvis tre og fire operationer af høj værdi i program 1 og 2 med en samlet bogført værdi på henholdsvis 3 475 552 EUR og 4 289 673 EUR.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum, ( $n_{h1s}$ ), beregnes som forskellen mellem  $n_{h1}$  og antallet af stikprøveenheder i det udtømmende stratum. Stikprøvestørrelsen for stikprøvedelen i program 1 beregnes som den samlede stikprøvestørrelse (30) fratrukket de 3 operationer af høj værdi, dvs. 27 operationer. Samme beregning foretages for program 2, og stikprøvestørrelsen for stikprøvedelen er således  $17-4 = 13$  operationer.

Derefter beregnes stikprøveintervallet for stikprøvestrataene. De respektive stikprøveintervaller beregnes ved hjælp af formlerne:

$$SI_{11} = \frac{BV_{11s}}{n_{11s}} = \frac{27,623,498 - 3,475,552}{27} = 894,368$$

og

$$SI_{21} = \frac{BV_{21s}}{n_{21s}} = \frac{14,987,234 - 4,289,673}{13} = 822,889$$

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:

Bogført værdi (summen af udgifter ved udgangen af første halvår)	42 610 732 EUR
Bogført værdi – program 1	27 623 498 EUR
Bogført værdi – program 2	14 987 234 EUR
<b>Stikprøveresultater – program 1</b>	
Tærskelværdi	920 783 EUR

Antal operationer over tærskelværdi	3
Bogført værdi af operationer over tærskelværdi	3 475 552 EUR
Bogført værdi af operationer (ikke-udtømmende population)	24 147 946 EUR
Stikprøveinterval (ikke-udtømmende population)	894 368 EUR
Antal operationer (ikke-udtømmende population)	3 254
<b>Stikprøveresultater – program 2</b>	
Tærskelværdi	881 602 EUR
Antal operationer over tærskelværdi	4
Bogført værdi af operationer over tærskelværdi	4 289 673 EUR
Bogført værdi af operationer (ikke-udtømmende population)	10 697 561 EUR
Stikprøveinterval (ikke-udtømmende population)	822 889 EUR
Antal operationer (ikke-udtømmende population)	2 342

Udvælgelsen af stikprøven i de ikke-udtømmende strata sker på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse, dvs. proportionel med elementernes bogførte værdi  $BV_{ih1s}$ , ved systematisk udvælgelse.

For program 1 sorteres en fil med de resterende 3 254 operationer (3 257 minus 3 operationer af høj værdi) i populationen tilfældigt ved udgangen af første halvår, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøve på 27 operationer (30 minus 3 operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af nøjagtig samme procedure som beskrevet i afsnit 6.3.1.7.

For program 2 sorteres en fil med de resterende 2 342 operationer (2 346 minus 4 operationer af høj værdi) i populationen tilfældigt ved udgangen af første halvår, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøveværdi på 13 operationer (17 minus 4 operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af ovenstående procedure.

Hvad angår program 1, blev der konstateret fejl til en samlet værdi af 13 768 EUR i de 3 operationer af høj værdi. Hvad angår program 2, blev der ikke konstateret fejl i strataene af høj værdi.

Udgifterne i de 40 (27 + 13) operationer i stikprøven revideres. Den samlede fejlprocent i stikprøven for program 1 ved udgangen af første halvår er:

$$\sum_{i=1}^{27} \frac{E_{i11s}}{BV_{i11s}} = 0.0823.$$

Den samlede fejlprocent i stikprøven for program 2 ved udgangen af første halvår er:

$$\sum_{i=1}^{13} \frac{E_{i21s}}{BV_{i21s}} = 0.1145$$

Standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende population i første halvår er for begge programmer:

$$s_{r11s} = \sqrt{\frac{1}{27-1} \sum_{i=1}^{27} (r_{i11s} - \bar{r}_{11s})^2} = 0.0868$$

$$s_{r21s} = \sqrt{\frac{1}{13-1} \sum_{i=1}^{13} (r_{i21s} - \bar{r}_{21s})^2} = 0.0696$$

hvor  $\bar{r}_{h1s}$ ,  $h = 1,2$ , er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i første halvår.

Ved udgangen af andet halvår er der mere tilgængelig information, de faktiske samlede udgifter til iværksatte operationer i andet halvår kendes, variansen i fejlprocenter i stikprøven for begge programmer,  $s_{r11}$  og  $s_{r21}$ , kan allerede være til rådighed på grundlag af stikprøvestratummet for første halvår, og standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår for begge programmer,  $\sigma_{r12}$  og  $\sigma_{r22}$ , kan nu estimeres mere præcist på grundlag af en foreløbig stikprøve af faktiske data.

AA konstaterer, at de antagelser, der blev gjort om udgifterne i andet halvår, estimeret til 55 158 855 EUR ved udgangen af første halvår, er en overvurdering af det faktiske beløb på 49 211 269 EUR. Der er yderligere to parametre, som de opdaterede tal skal anvendes til.

For det første blev estimeret af standardafvigelsen for fejlprocenter baseret på programstikprøver for første halvår på henholdsvis 27 og 13 operationer, estimeret til 0,0868 og 0,0696. Disse nye værdier skal nu anvendes til at revurdere den planlagte stikprøvestørrelse. I lyset af de to foreløbige stikprøver for andet halvår for begge programmer mener AA for det andet, at det er mere forsvarligt at estimere standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår til 0,0943 i stedet for 0,0497 i stedet for de oprindelige værdier: 0,1294 og 0,0567. De ajourførte tal for standardafvigelsen for fejlprocenter for begge programmer i begge halvår ligger langt fra de oprindelige estimater. Stikprøven for andet halvår skal derfor ændres.

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:

Parameter	Estimat ved udgangen af første halvår	Ultimo andet halvår
Standardafvigelse for fejlprocenter i første halvår		
Program 1	0,0924	0,0868
Program 2	0,0515	0,0696
Standardafvigelse for fejlprocenter i andet halvår		
Program 1	0,1294	0,0943
Program 2	0,0567	0,0497
Samlede udgifter i andet halvår		
Program 1	38 672 897 EUR	32 976 342 EUR
Program 2	16 485 957 EUR	16 234 927 EUR

Under hensyntagen til disse tre typer justeringer er den omregnede stikprøvestørrelse i andet halvår

$$n_2 = \frac{z^2 \times BV_2 \times \sum_{h=1}^2 (BV_{h2} \cdot \sigma_{rh2}^2)}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h1}^2}{n_{h1}} \cdot s_{rh1}^2 \right)}$$

hvor  $s_{rh1}$  er standardafvigelserne for fejlprocenter i delstikprøverne for første halvår i hvert stratum  $h$ ,  $h=1,2$  og  $\sigma_{rh2}$  et estimat for standardafvigelserne for fejlprocenter i hvert stratum i andet halvår baseret på foreløbige stikprøver.

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{1.645^2 \times 49,211,269 \times (32,976,342 \times 0.0943^2 + 16,234,927 \times 0.0497^2)}{(1,836,440 - 367,288)^2 - 1.645^2 \times \left( \frac{27,623,498^2}{30} \times 0.0868^2 + \frac{14,987,234^2}{17} \times 0.0696^2 \right)} \\ &\cong 31 \end{aligned}$$

På baggrund af disse ajourførte tal omfatter den stikprøve, der kan opnå den ønskede præcision, 31 operationer og ikke de 60, der var planlagt ved udgangen af første halvår. Allokering ud fra program er ligetil:

$$n_{12} = \frac{BV_{12}}{BV_2} n_2 = \frac{32,976,342}{49,211,269} \times 31 \cong 21$$

$$n_{22} = 31 - 21 = 10$$

Det er nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i strata af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdierne for bestemmelse af disse strata af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV_{h2}$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_{h2}$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der er større end disse tærskelværdier (hvis  $BV_{ih2} > BV_{h2}/n_{h2}$ ,  $h = 1,2$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I disse tilfælde er tærskelværdierne:

De to ajourførte stikprøvestørrelser fra andet halvår (21 og 10) resulterer i følgende tærskelværdier for strata af høj værdi for begge programmer:

$$Cut - off_{12} = \frac{BV_{12}}{n_{12}} = \frac{32,976,342}{21} = 1,570,302$$

og

$$Cut - off_{22} = \frac{BV_{22}}{n_{22}} = \frac{16,243,927}{10} = 1,624,393$$

I program 1 er der 3 operationer, og i program 2 er der 2 operationer, hvis bogførte værdi er højere end den tilsvarende tærskelværdi. Disse operationers samlede bogførte værdi beløber sig til 7 235 619 EUR i program 1 og 4 329 527 EUR i program 2.

De stikprøvestørrelser, der skal allokeres til det ikke-udtømmende strata,  $n_{12s}$  og  $n_{22s}$ , beregnes som forskellen mellem  $n_{h2}$ ,  $h = 1,2$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i det pågældende udtømmende stratum, det vil sige 14 operationer for program 1 (21 fra den ajourførte stikprøvestørrelse for program 1 i andet halvår minus de syv operationer af høj værdi) og seks operationer for program 2 (ti fra den ajourførte stikprøvestørrelse for program 2 i andet halvår minus de fire operationer af høj værdi). Revisoren skal derfor udvælge de resterende stikprøver på grundlag af stikprøveintervallerne:

$$SI_{12s} = \frac{BV_{12s}}{n_{12s}} = \frac{32,976,342 - 7,235,619}{18} = 1,430,040$$

$$SI_{22s} = \frac{BV_{22s}}{n_{22s}} = \frac{16,234,927 - 4,329,527}{8} = 1,489,300$$

Den bogførte værdi af de ikke-udtømmende strata ( $BV_{12s}$  og  $BV_{22s}$ ) er blot forskellen mellem stratumets samlede bogførte værdi og den bogførte værdi af de pågældende operationer af høj værdi.

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:

Bogført værdi (anmeldte udgifter i andet halvår)	49 211 269 EUR
Bogført værdi – program 1	32 976 342 EUR

Bogført værdi – program 2	16 234 927 EUR
<b>Stikprøveresultater – program 1</b>	
Tærskelværdi	1 570 302 EUR
Antal operationer over tærskelværdi	3
Bogført værdi af operationer over tærskelværdi	7 235 619 EUR
Bogført værdi af operationer (ikke-udtømmende population)	25 740 723 EUR
Stikprøveinterval (ikke-udtømmende population)	1 430 040 EUR
Antal operationer (ikke-udtømmende population)	3 254
<b>Stikprøveresultater – program 2</b>	
Tærskelværdi	1 623 493 EUR
Antal operationer over tærskelværdi	2
Bogført værdi af operationer over tærskelværdi	4 329 527 EUR
Bogført værdi af operationer (ikke-udtømmende population)	11 914 400 EUR
Stikprøveinterval (ikke-udtømmende population)	1 489 300 EUR
Antal operationer (ikke-udtømmende population)	2 344

Der blev ikke konstateret fejl i udgifterne for begge programmets operationer af høj værdi.

For program 1 sorteres en fil med de 3 254 operationer (3 257 minus tre operationer af høj værdi) og de tilsvarende anmeldte udgifter i andet halvår tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøve på 18 operationer (21 minus tre operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af nøjagtig samme procedure som beskrevet tidligere.

For program 2 sorteres en fil med de 2 344 operationer (2 346 minus to operationer af høj værdi) og de tilsvarende anmeldte udgifter i andet halvår tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Der udtages en stikprøveværdi på otte operationer (ti minus tre operationer af høj værdi) ved hjælp af metoden baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse.

Udgifterne i de 26 (18 + 8) operationer revideres. Den samlede fejlprocent i stikprøven for program 1 ved udgangen af andet halvår er:

$$\sum_{i=1}^{18} \frac{E_{i12s}}{BV_{i12s}} = 0.1345.$$

Den samlede fejlprocent i stikprøven for program 2 ved udgangen af første halvår er:

$$\sum_{i=1}^8 \frac{E_{i22s}}{BV_{i22s}} = 0.0934$$

Standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende population i første halvår er for begge programmer:

$$s_{r_{12s}} = \sqrt{\frac{1}{18-1} \sum_{i=1}^{18} (r_{i12s} - \bar{r}_{12s})^2} = 0.0737$$

$$s_{r_{22s}} = \sqrt{\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^8 (r_{i22s} - \bar{r}_{22s})^2} = 0.0401$$

hvor  $\bar{r}_{h2s}$ ,  $h = 1, 2$ , er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i andet halvår.

Fejl i enheder i de udtømmende grupper og i enheder i de ikke-udtømmende grupper skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår strata af høj værdi, dvs. grupperne med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdierne,  $BV_{hti} > \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne tilhørende disse grupper:

$$EE_e = \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h1}} E_{h1i} + \sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^{n_{h2}} E_{h2i} = 13,768$$

Beregning:

- 1) Identificer for hvert halvår og for hvert stratum  $h$  enhederne tilhørende den udtømmende gruppe og summer fejlene.
- 2) Summer disse resultater for strataene.

For så vidt angår de ikke-udtømmende grupper, dvs. grupper med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er lavere end eller lig med tærskelværdierne,  $BV_{hti} \leq \frac{BV_{ht}}{n_{ht}}$ , er den kalkulerede fejl



$$\begin{aligned}
EE_s &= \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h1s}}{n_{h1s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h1s}} \frac{E_{h1i}}{BV_{h1i}} \right) + \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h2s}}{n_{h2s}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{h2s}} \frac{E_{h2i}}{BV_{h2i}} \right) \\
&= 894,368 \times 0.0823 + 822,889 \times 0.1145 + 1,430,040 \times 0.1345 \\
&\quad + 1,489,300 \times 0.0934 = 499,268
\end{aligned}$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn i hvert stratum  $h$  i hvert halvår  $t$  fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_{hti}}{BV_{hti}}$
- 2) Summer i hvert stratum  $h$  i hvert halvår  $t$  fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser i hvert stratum  $h$  i halvår  $t$  dette resultat med de samlede udgifter i populationen i den ikke-udtømmende gruppe ( $BV_{hts}$ ). Disse udgifter vil ligeledes være lig med de samlede udgifter i stratummet minus udgifterne for enheder i den udtømmende gruppe i stratum.
- 4) Divider i hvert stratum  $h$  i hvert halvår  $t$  dette resultat med stikprøvestørrelsen i den ikke-udtømmende gruppe ( $n_{hts}$ ).
- 5) Summer disse resultater for alle strata.

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = 13,768 + 499,268 = 513,036,$$

hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på 0,56 %.

Præcision er et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen. Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$\begin{aligned}
SE &= z \times \sqrt{\sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h1s}^2}{n_{h1s}} \cdot s_{rh1s}^2 \right) + \sum_{h=1}^2 \left( \frac{BV_{h2s}^2}{n_{h2s}} \cdot s_{rh2s}^2 \right)} \\
&= 1.645 \times \sqrt{\frac{24,147,946^2}{27} 0.0823^2 + \frac{10,697,561^2}{13} 0.0696^2} \\
&\quad + \frac{25,740,723^2}{18} 0.0737^2 + \frac{11,914,400^2}{8} 0.0401^2} \\
&= 1,062,778
\end{aligned}$$

hvor  $s_{rhts}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter for ikke-udtømmende grupper af strata  $h$  i halvår  $t$ , der allerede er beregnet.

Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for de ikke-udtømmende grupper, da der ikke er stikprøvefejl i de udtømmende grupper.

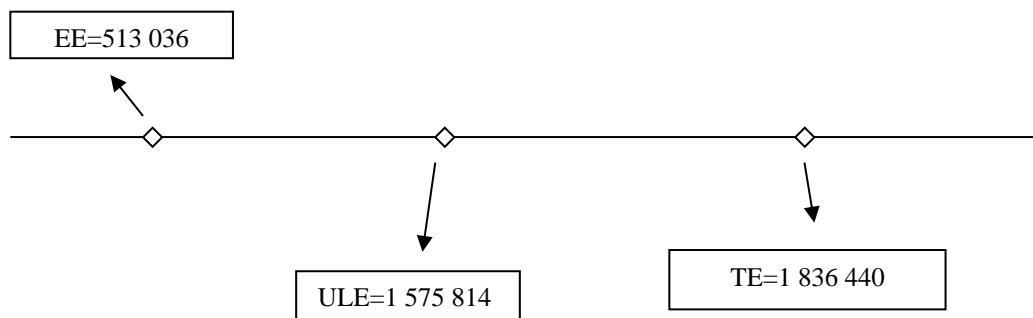
Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og projektionens præcision

$$ULE = EE + SE = 513,036 + 1,062,778 = 1,575,814$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner.

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner.

I dette tilfælde er både den kalkulerede fejl og den øvre grænse mindre end den maksimale acceptable fejl. Revisoren vil således konkludere, at der ikke er tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i populationen overskrider væsentlighedstærsklen:



### 6.3.5 Konservativ metode

#### 6.3.5.1 Indledning

I forbindelse med revision anvendes normalt en konservativ metode til pengeenhedsstikprøver. Denne konservative metode har den fordel, at den kræver mindre viden om populationen (f.eks. er information om populationens variabilitet ikke en forudsætning for beregning af stikprøvestørrelsen). På revisionsområdet findes desuden en lang række softwarepakker, som er direkte baseret på denne metode, hvilket letter anvendelsen heraf. Anvendelsen af den konservative metode kræver faktisk væsentlig mindre teknisk og statistisk viden end anvendelsen af den såkaldte standardmetode, hvis den understøttes tilstrækkeligt af disse pakker. Hovedfordelen ved denne konservative metode er knyttet til denne brugervenlighed. Da beregning af

stikprøvestørrelse og bestemmelse af præcision er baseret på mindre detaljerede oplysninger, er stikprøvestørrelsen og det estimerede antal stikprøvefejl normalt større end ved brug af de mere nøjagtige formler, der anvendes i forbindelse med standardmetoden. Når stikprøvestørrelsen er håndterbar og ikke udgør et større problem for revisoren, kan denne metode være velegnet på grund af dens enkelthed. Det er også vigtigt at understrege, at denne metode udelukkende kan anvendes, når fejlfrekvensen er lav, og fejlprocenten tydeligt ligger under væsentlighedstærsklen<sup>36</sup>. Det er desuden vigtigt at bemærke, at fordi denne metode normalt frembringer en stor stikprøvestørrelse, fristes brugerne til tider til at indføre små og urealistiske forventede fejl. Det vil ikke kunne undgås, at dette skaber inkonklusive resultater for revisionen, da den øvre fejlgrænse er for høj, og det er essentielt at huske på, at den forventede fejl som ved enhver anden stikprøvemetode skal være realistisk og baseres på revisorens bedste viden og bedømmelse.

Denne metode kan ikke kombineres med stratifikation eller spredning af revisionsarbejdet over to eller flere perioder i referenceperioden, da formlerne til bestemmelse af præcision i så fald ikke kan anvendes. Revisionsmyndigheder opfordres derfor til at anvende standardmetoden til disse formål.

#### 6.3.5.2 Stikprøvestørrelse

Ved en konservativ metode til pengeenhedsstikprøver er beregningen af stikprøvestørrelsen  $n$  baseret på følgende oplysninger:

- populationens bogførte værdi (samlede anmeldte udgifter)  $BV$
- en konstant kaldet pålidelighedsfaktor ( $RF$ ) bestemt ud fra konfidensniveauet
- den maksimale acceptable fejl  $TE$  (normalt 2 % af de samlede udgifter)
- den forventede fejl  $AE$  baseret på revisorens sagkyndige vurdering og historisk information
- opregningsfaktoren,  $EF$ , , en konstant, som også er knyttet til konfidensniveauet, og som anvendes, når der forventes fejl.

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

Pålidelighedsfaktoren  $RF$  er en konstant fra Poisson-fordelingen ved en forventet fejl på nul. Den afhænger af konfidensniveauet, og de værdier, der skal anvendes i de enkelte situationer, er angivet i nedenstående tabel.

---

<sup>36</sup> Det er i særdeleshed ikke muligt at beregne stikprøvestørrelsen, hvis den forventede fejl er højere end eller tæt på væsentlighedstærsklen.

Konfidensniveau	99 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Pålidelighedsfaktor (RF)	4,61	3,00	2,31	1,90	1,61	1,39	1,21	0,92	0,70

Tabel 4: Pålidelighedsfaktorer baseret på konfidensniveau

Opregningsfaktoren  $EF$ , anvendes i beregningen i forbindelse med MUS, når der forventes fejl, baseret på risikoen for ukorrekt godkendelse. Den reducerer stikprøvefejlen. Hvis der ikke forventes fejl, vil den forventede fejl (AE) være nul, og opregningsfaktoren anvendes ikke. Værdierne for opregningsfaktoren angives i nedenstående tabel.

Konfidensniveau	99 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	60 %	50 %
Opregningsfaktor (EF)	1,9	1,6	1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	1,1	1,0

Tabel 5: Opregningsfaktorer baseret på konfidensniveau

Formlerne til bestemmelse af stikprøvestørrelsen viser, hvorfor denne metode kaldes konservativ. Stikprøvestørrelsen afhænger faktisk hverken af populationens størrelse eller populationens variabilitet. Formlen er således tilpasset enhver populationstype uanset dens karakteristika, og den resulterer derfor normalt i stikprøvestørrelser, som er større end påkrævet i praksis.

### 6.3.5.3 Stikprøveudvælgelse

Efter bestemmelse af stikprøvestørrelsen sker udvælgelsen af stikprøven på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse, dvs. proportionel med elementernes bogførte værdi  $BV_i$ . En udbredt metode er systematisk udvælgelse, hvor stikprøveintervallet er lig med de samlede udgifter ( $BV$ ) divideret med stikprøvestørrelsen ( $n$ ), dvs.

$$SI = \frac{BV}{n}$$

Typisk udvælges stikprøven på grundlag af en randomiseret liste over alle elementer ved at udvælge de elementer, der indeholder den  $x$ 'te pengeenhed, **hvor  $x$  er lig med den bogførte værdi divideret med stikprøvestørrelsen**, dvs. stikprøveintervallet.

Nogle elementer kan udtages flere gange (hvis deres værdi er større end stikprøveintervallet). I dette tilfælde skal revisoren udtage alle elementer med en bogført

værdi, der er større end stikprøveintervallet, til et udtømmende stratum. Fejlen projiceres som sædvanlig på anden vis i dette stratum.

#### 6.3.5.4 Kalkuleret fejl

Fejlene projiceres til populationen på grundlag af den procedure, der er beskrevet for MUS-standardmetoden. Fejl i enheder i det udtømmende stratum og enheder i det ikke-udtømmende stratum skal også her ekstrapoleres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår det udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end stikprøveintervallet,  $BV_i > \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne i stratummet:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

For så vidt angår det ikke-udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med stikprøveintervallet,  $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede fejl

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Beregn summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser dette resultat med stikprøveintervallet (SI).

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.3.5.5 Præcision

Præcision, der er et mål for stikprøvefejlen, består af to komponenter: grundlæggende præcision,  $BP$ , og trinvis voksende usikkerhedsgrad,  $IA$  (incremental allowance).

Den grundlæggende præcision er resultatet af prøvetagningsintervallet og pålidelighedsfaktoren (anvendes allerede til beregning af stikprøvestørrelsen):

$$BP = SI \times RF.$$

Den trinvis voksende usikkerhedsgrad beregnes for alle stikprøveenheder i det ikke-udtømmende stratum, som indeholder en fejl.

Elementer med fejl skal først rangordnes efter den kalkulerede fejls faldende værdi.

Derefter beregnes en trinvis voksende usikkerhedsgrad for de enkelte elementer (med fejl) ved hjælp af formlen:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}.$$

hvor  $RF(n)$  er pålidelighedsfaktoren for fejlen i  $n^{th}$  rangorden ved et bestemt konfidensniveau (typisk det samme niveau som det, der anvendes til bestemmelse af stikprøvestørrelsen), og  $RF(n - 1)$  er pålidelighedsfaktoren for fejlen i  $(n - 1)^{th}$  rangorden ved et bestemt konfidensniveau. Pålidelighedsfaktorerne ved et konfidensniveau på 90 % angives i nedenstående tabel:

<b>Fejlens rangorden</b>	<b>Pålidelighedsfaktor (RF)</b>	<b><math>RF(n) - RF(n - 1) - 1</math></b>
Rangorden nul	2,31	
1.	3,89	0,58
2.	5,33	0,44
3.	6,69	0,36
4.	8,00	0,31
...		

Tabel 7. Pålidelighedsfaktorer baseret på fejlens rangorden

Hvis den største kalkulerede fejl i stikprøven f.eks. er lig med 10 000 EUR (25 % af udgifterne på 40 000 EUR), og stikprøveintervallet er 200 000 EUR, er den trinvis voksende usikkerhedsgrad for denne fejl lig med  $0,58 \times 0,25 \times 200\ 000 = 29\ 000$  EUR.

I bilaget findes en tabel over pålidelighedsfaktorer ved forskellige konfidensniveauer og et forskelligt antal fejl konstateret i stikprøven.

Endelig er den trinvis voksende usikkerhedsgrad summen af alle elementernes trinvis voksende usikkerhedsgrad:

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i.$$

Samlet præcision ( $SE$ ) er lig med summen af de to komponenter: grundlæggende præcision ( $BP$ ) og trinvis voksende usikkerhedsgrad ( $IA$ )

$$SE = BP + IA$$

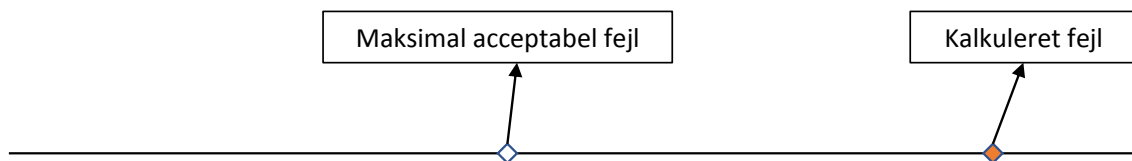
### 6.3.5.6 Evaluering

Den øvre fejlgrænse ( $ULE$ ) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens samlede præcision

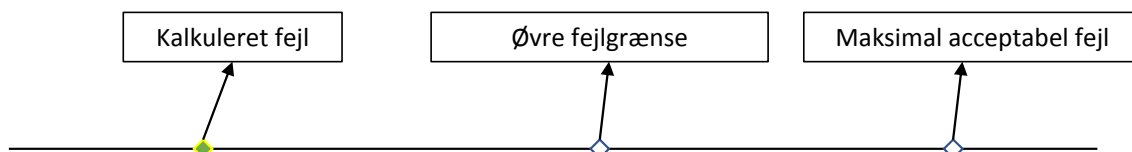
$$ULE = EE + SE$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner:

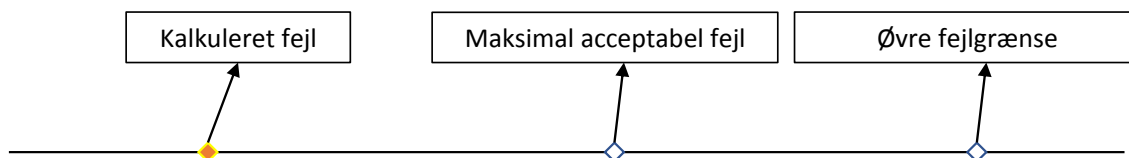
- Hvis den kalkulerede fejl er større end den maksimale acceptable fejl, vil revisoren konkludere, at der er tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i populationen overskrider væsentlighedstærsklen:



- Hvis den øvre fejlgrænse er lavere end den maksimale acceptable fejl, vil revisoren konkludere, at fejlene i populationen ligger under væsentlighedstærsklen.



Hvis den kalkulerede fejl er mindre end den maksimale acceptable fejl, men den øvre fejlgrænse er højere end den maksimale acceptable fejl, henvises til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



### 6.3.5.7 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen et bestemt år til operationer under et program. De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en lav sikkerhedsgrad. Der skal derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 90 %.

Populationen er sammenfattet i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)}$$

hvor  $BV$  er populationens samlede bogførte værdi, dvs. de samlede udgifter anmeldt til Kommissionen i referenceperioden,  $RF$  er pålidelighedsfaktoren 2,31 ved et konfidensniveau på 90 %,  $EF$ , er opregningsfaktoren 1,5 ved konfidensniveauet, hvis der forventes fejl. For så vidt angår denne specifikke population, forventer revisionsmyndigheden på baggrund af erfaringerne gennem de senere år og oplysninger om forbedringer af forvaltnings- og kontrolsystemet en fejlprocent på 0,2 %

$$n = \frac{4,199,882,024 \times 2.31}{0.02 \times 4,199,882,024 - (0.002 \times 4,199,882,024 \times 1.5)} \approx 136$$

Udvælgelsen af stikprøven sker på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse, dvs. proportionel med elementernes bogførte værdi,  $BV_i$ , ved systematisk udvælgelse, hvor stikprøveintervallet er lig med de samlede udgifter ( $BV$ ) divideret med stikprøvestørrelsen ( $n$ ), dvs.



$$SI = \frac{BV}{n} = \frac{4,199,882,024}{136} = 30,881,485$$

En fil med de 3 852 operationer i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi.

Stikprøven udvælges på grundlag af denne randomiserede liste over elementer ved at udvælge de elementer, der indeholder den 30 881 485'te pengeenhed.

<b>Operation</b>	<b>Bogført værdi (BV)</b>	<b>AcumBV</b>
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR
2 327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR
5 009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR
1 491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR
(...)	(...)	(...)

En tilfældig værdi mellem 0 og stikprøveintervallet på 30 881 485 genereres (16 385 476). Det første element, der skal udvælges, er det element, der indeholder den 16 385 476'te pengeenhed. Den anden udvælgelse svarer til den første operation i filen med en kumuleret bogført værdi, der er større end eller lig med 16 385 476 + 30 881 485, og så videre ...

<b>Operation</b>	<b>Bogført værdi (BV)</b>	<b>AcumBV</b>	<b>Stikprøve</b>
239	10 173 875 EUR	10 173 875 EUR	Nej
424	23 014 045 EUR	33 187 920 EUR	Ja
2 327	32 886 198 EUR	66 074 118 EUR	Ja
5 009	34 595 201 EUR	100 669 319 EUR	Ja
1 491	78 695 230 EUR	179 364 549 EUR	Ja
(...)	(...)	(...)	(...)
2 596	8 912 999 EUR	307 654 321 EUR	Ja
779	26 009 790 EUR	333 664 111 EUR	Nej
1 250	264 950 EUR	333 929 061 EUR	Nej

3 895	30 949 004 EUR	364 878 065 EUR	Ja
2 011	617 668 EUR	365 495 733 EUR	Nej
4 796	335 916 EUR	365 831 649 EUR	Nej
3 632	7 971 113 EUR	373 802 762 EUR	Nej
2 451	17 470 048 EUR	391 272 810 EUR	Ja
(...)	(...)	(...)	(...)

24 operationer har en større bogført værdi end stikprøveintervallet, og de enkelte operationer udvælges således mindst én gang (operation 1 491 udvælges f.eks. tre gange, jf. ovenstående tabel). Disse 24 operationers bogførte værdi beløber sig til 1 375 130 377 EUR. Fire af disse 24 operationer indeholder fejl, der svarer til et fejlbeløb på 7 843 574 EUR.

Fejlen projiceres på anden vis i den resterende stikprøve. Følgende procedure finder anvendelse på disse operationer:

- 1) Beregn fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Beregn summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser dette resultat med stikprøveintervallet (SI).

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Operation	Bogført værdi (BV)	Korrekt bogført værdi (CBV)	Fejl	Fejlprocent
2 596	8 912 999 EUR	8 912 999 EUR	- EUR	-
459	869 080 EUR	869 080 EUR	- EUR	-
2 073	859 992 EUR	859 992 EUR	- EUR	-
239	10 173 875 EUR	9 962 918 EUR	210 956 EUR	0,02
989	394 316 EUR	394 316 EUR	- EUR	-
65	25 234 699 EUR	25 125 915 EUR	108 784 EUR	0,00

5 010	34 595 201 EUR	34 595 201 EUR	EUR -	-
...	...	...	...	...
3 632	7 971 113 EUR	7 971 113 EUR	EUR -	-
3 672	624 882 EUR	624 882 EUR	EUR -	-
2 355	343 462 EUR	301 886 EUR	41 576 EUR	0,12
959	204 847 EUR	204 847 EUR	EUR -	-
608	15 293 716 EUR	15 293 716 EUR	EUR -	-
4 124	6 773 014 EUR	6 773 014 EUR	EUR -	-
262	662 EUR	662 EUR	EUR -	-
<b>I alt</b>				1,077

$$EE_s = 30,881,485 \times 1.077 = 33,259,360$$

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = 7,843,574 + 33,259,360 = 41,102,934$$

hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på 0,98 %.

For at beregne den øvre fejlgrænse skal de to komponenters grundlæggende præcision,  $BP$ , og trinvis voksende usikkerhedsgrad,  $IA$ , beregnes.

Den grundlæggende præcision er resultatet af prøvetagningsintervallet og pålidelighedsfaktoren (anvendes allerede til beregning af stikprøvestørrelsen):

$$BP = 30,881,485 \times 2.31 = 71,336,231$$

Den trinvis voksende usikkerhedsgrad beregnes for alle stikprøveenheder i det ikke-udtømmende stratum, som indeholder en fejl.

Elementer med fejl skal først rangordnes efter den kalkulerede fejls faldende værdi. Derefter beregnes en trinvis voksende usikkerhedsgrad for de enkelte elementer (med fejl) ved hjælp af formlen:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

hvor  $RF(n)$  er pålidelighedsfaktoren for fejlen i  $n^{th}$  rangorden ved et bestemt konfidensniveau (typisk det samme niveau som det, der anvendes til bestemmelse af stikprøvestørrelsen), og  $RF(n - 1)$  er pålidelighedsfaktoren for fejlen i  $(n - 1)^{th}$  rangorden ved et bestemt konfidensniveau (se tabellen i bilaget).

Endelig er den trinvis voksende usikkerhedsgrad summen af alle elementernes trinvis voksende usikkerhedsgrad:

$$IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i.$$

Nedenstående tabel sammenfatter disse resultater for de 16 operationer med fejl:

Rangorden	Fejl (A)	Fejlprocent (B): = (A)/BV	Kalkuleret fejl: = (B)*SI	RF(n)	(RF(n)-RF(n-1))-1	IA <sub>i</sub>
0				2,30		
1	4 705 321 EUR	0,212	6 546 875 EUR	3,89	0,59	3 862 656 EUR
(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)
12	12 332 EUR	0,024	741 156 EUR	17,78	0,18	133 408 EUR
13	6 822 EUR	0,02	617 630 EUR	18,96	0,18	111 173 EUR
14	7 706 EUR	0,012	370 578 EUR	20,13	0,17	62 998 EUR
15	4 787 EUR	0,008	247 052 EUR	21,29	0,16	39 528 EUR
16	26 952 EUR	0,001	29 488 EUR	22,45	0,16	4 718 EUR
I alt		1,077	38 264 277 EUR			14 430 761 EUR

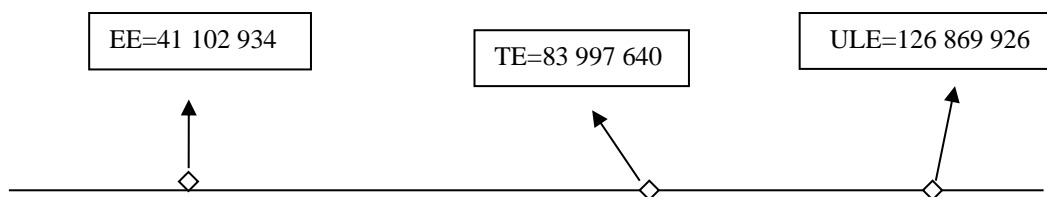
Samlet præcision ( $SE$ ) er lig med summen af de to komponenter: grundlæggende præcision ( $BP$ ) og trinvis voksende usikkerhedsgrad ( $IA$ )

$$SE = 71,336,231 + 14,430,761 = 85,766,992$$

Den øvre fejlgrænse ( $ULE$ ) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og prognosens samlede præcision:

$$ULE = 41,102,933 + 85,766,992 = 126,869,926$$

Nu skal den maksimale acceptable fejl,  $TE = 2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$  EUR, sammenholdes med den kalkulerede fejl og den øvre fejlgrænse. Den maksimale acceptable fejl er større end den kalkulerede fejl, men mindre end den øvre fejlgrænse. Der henvises til afsnit 4.12 for yderligere oplysninger om den nødvendige analyse.



## 6.4 Ikke-statistisk stikprøvetagning

### 6.4.1 Indledning

Der kan anvendes en ikke-statistisk metode til udvælgelse af stikprøver efter AA's professionelle skøn i behørigt begrundede tilfælde, i overensstemmelse med internationalt accepterede revisionsstandarder og under alle omstændigheder, når antallet af operationer er utilstrækkeligt til, at der kan gøres brug af en statistisk metode.

Som anført i afsnit 5.2 bør statistisk stikprøvetagning generelt anvendes til at revidere anmeldte udgifter og drage konklusioner om omfanget af fejl i en population. Med den ikke-statistiske stikprøvetagning er det ikke muligt at beregne præcisionen, og der er således ingen kontrol af revisionsrisikoen. Ikke-statistisk stikprøvetagning bør derfor kun anvendes i tilfælde, hvor det ikke er muligt at udføre statistisk stikprøvetagning.

I praksis vedrører de situationer, der kan berettige brug af ikke-statistiske stikprøvetagninger, populationens størrelse. Det kan faktisk ske, at det fungerer med en meget lille population, hvis størrelse ikke er tilstrækkelig stor til at anvende statistiske metoder (populationen er mindre eller meget tæt på den anbefalede stikprøvestørrelse).

**Ikke-statistisk stikprøvetagning betragtes altså som passende i tilfælde, hvor det ikke er muligt at opnå den stikprøvestørrelse, der kræves for at kunne udføre statistisk stikprøvetagning.** Det er ikke muligt at angive den præcise populationsstørrelse, hvorunder det er nødvendigt at gøre brug af ikke-statistisk stikprøvetagning, da det afhænger af en række forskellige populationskarakteristika, men denne tærskel ligger almindeligvis mellem 50 og 150 stikprøveenheder. **Den endelige beslutning skal selvfølgelig tage udgangspunkt i forholdet mellem omkostninger og fordele ved hver af metoderne. Revisionsmyndigheden anbefales at rådføre sig med Kommissionen, før det beslutes at anvende ikke-statistisk stikprøvetagning i bestemte situationer, i tilfælde, hvor tærsklen på 150 enheder overstiges.** Kommissionen kan gå med til brug af ikke-statistisk stikprøvetagning på baggrund af en analyse af den enkelte sag.

Forordningen fastlægger også kriterier, der skal overholdes, når ikke-statistisk stikprøvetagning anvendes, i perioden 2014-2020, nemlig at mindst 5 % af alle operationer og 10 % af alle anmeldte udgifter skal dækkes (artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser). Dette kan i praksis føre til stikprøvestørrelser, der svarer til dem, der opnås via statistiske stikprøvemetoder. I sådanne tilfælde opfordres revisionsmyndigheden til at anvende statistiske metoder i stedet.

**Selv hvis revisionsmyndigheden anvender en ikke-statistisk stikprøvemetode, skal stikprøven udtages ved hjælp af tilfældig udvælgelse<sup>37 38</sup>.** Stikprøvens størrelse skal fastlægges på baggrund af systemets sikkerhedsgrad, og den skal være tilstrækkeligt stor, til at revisionsmyndigheden kan drage gyldige konklusioner om udgifternes lovlighed og formelle rigtighed. **Revisionsmyndigheden skal kunne ekskludere resultaterne til den population, som stikprøven blev udtaget fra.**

Ved anvendelse af ikke-statistisk stikprøvetagning bør revisionsmyndigheden overveje at stratificere populationen ved at dele den op i delpopulationer, hvor hver gruppe af stikprøveenheder har ensartede træk, navnlig hvad angår risiko eller forventet fejlprocent, eller hvor populationen omfatter specifikke typer af operationer (f.eks. finansielle instrumenter). Stratifikation er et meget effektivt værktøj til at forbedre prognosernes kvalitet, og det anbefales på det kraftigste at anvende en eller anden form for stratifikation i forbindelse med ikke-statistisk stikprøvetagning.

#### **6.4.2 Stratificeret og ikke-stratificeret ikke-statistisk stikprøvetagning**

Stratificeret ikke-statistisk stikprøvetagning bør være den første mulighed, revisionsmyndigheden overvejer, når det ikke er muligt at anvende statistisk stikprøvetagning. Som det blev forklaret i forbindelse med stratifikation af statistiske stikprøvemodeller, afhænger valget af brug af stratifikation af revisorens forventninger, med hensyn til hvad dette kan bidrage med i forbindelse med at forklare populationens fejlniveau. Hvis fejlniveauet forventes at være forskelligt for forskellige grupper i populationen, er denne klassificering et godt grundlag for stratifikation.

Når der anvendes en metode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse (hvor hver enkelt stikprøveenhed har samme sandsynlighed for at blive udtaget, uafhængigt af størrelsen på dens anmeldte udgifter), anbefales stratifikation ud fra udgiftsniveau som

---

<sup>37</sup> Dvs. ved hjælp af en statistisk metode (baseret på sandsynlighed). I afsnit 4.1 og 4.2 forklares forskellen mellem stikprøvemetode og udvælgelsesmetode. Også jævnfør tommelfingerreglen om en stikprøve på mindst 30 transaktioner ved statistisk prøvetagning.

<sup>38</sup> Ikke-tilfældig (f.eks. risikobaseret) ikke-statistisk stikprøveudvælgelse kan kun anvendes til den supplerende stikprøve ifølge artikel 17 (stk. 5 og 6) i forordning (EF) nr. 1828/2006 (for perioden 2007-2013) og artikel 28 i forordning (EU) nr. 480/2014 (for perioden 2014-2020).

et effektivt værktøj til at forbedre estimaternes kvalitet. Bemærk, at selv om stratifikation ikke er obligatorisk, kan en sådan model hjælpe revisionsmyndigheden med at sikre den anbefalede dækning af anmeldte udgifter, der påkræves for programmeringsperioden 2014-2020.

I forbindelse med denne stratifikation (som både kan anvendes sammen med metoder baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse og på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse) gælder følgende:

- Bestem tærskelværdien for udgifter for elementer, der skal inkluderes i stratummet af høj værdi. Der er ingen generel regel for bestemmelse af tærskelværdien. Hvis den almindelige praksis for fastlæggelse af den tærskelværdi, der svarer til populationens maksimale acceptable fejl (2 % af de samlede udgifter), anvendes og udelukkende skal betragtes som et udgangspunkt, skal dette altså tilpasses til populationens karakteristika. Denne tærskelværdi kan og skal ændres i overensstemmelse med populationskarakteristikaene. Tærskelværdien skal kort fortalt primært bestemmes på baggrund af en sagkyndig vurdering. Når revisoren identificerer nogle få elementer med væsentlig større udgifter end de øvrige observerede elementer, skal det overvejes at inkludere disse elementer i et særskilt stratum. Desuden opfordres revisoren til at bruge flere end to strata baseret på udgifter, hvis to strata ikke synes at være tilstrækkelige til at skabe den ønskede grad af ensartethed i hvert stratum.
- Den mest basale metode, der skal overvejes, er at revidere enhederne af høj værdi 100 %. I praksis kan der dog forekomme situationer, hvor den fundne tærskelværdi giver et stratum af høj værdi, der er for stort, og som ikke kan observeres udtømmende. I sådanne situationer kan stratummet af høj værdi observeres gennem stikprøver, men stikprøveomfanget (dvs. andelen af enheder og udgifter i dette stratum, der udtages til stikprøven) skal være højere eller lig med omfanget i stratummet af lav værdi.
- Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum, beregnes som forskellen mellem den samlede stikprøvestørrelse og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i stratummet af høj værdi. I tilfælde af, at revisionsmyndigheden ønsker at stratificere enhederne af lav værdi også, allokeres den beregnede stikprøvestørrelse mellem individuelle strata i henhold til metoderne fra afsnit 6.1.2.2. (hvis udvælgelsesmetoden er baseret på samme sandsynlighed) eller 6.3.2.2 (hvis metoden er baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse).

Hvis det ikke er muligt at fastlægge nogen stratifikationskriterier (som, revisoren mener, kan bidrage til at danne en mere ensartet delpopulation med hensyn til forventede fejl eller fejlprocenter), og særligt hvis der ikke kan observeres nogen betydelig variabilitet i populationsenhedernes udgifter, kan det være en mulighed at anvende en ikke-

stratificeret ikke-statistisk stikprøvemodel. I så tilfælde udtages stikprøven direkte fra den samlede population uden at tage hensyn til eventuelle delpopulationer.

### 6.4.3 Stikprøvestørrelse

Ved ikke-statistisk stikprøvetagning beregnes stikprøvestørrelsen på grundlag af en sagkyndig vurdering og under hensyntagen til den grad af sikkerhed, som systemrevisionerne giver. Målet er at opnå en stikprøvestørrelse, der er tilstrækkelig til at give revisionsmyndigheden mulighed for at drage gyldige konklusioner om populationen og udarbejde en gyldig revisionserklæring (jf. artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser).

For programmeringsperioden 2014-2020 skal en ikke-statistisk stikprøve ifølge artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser dække mindst 5 % af alle operationer<sup>39</sup> og 10 % af alle udgifter. Da forordningen omhandler en minimumsdækning, svarer disse tærskler til et "bedste scenarie" med en høj sikkerhedsgrad i systemet. I overensstemmelse med bilag 3 til ISA 530 skal stikprøvestørrelsen være desto større, jo højere revisorens vurdering af risikoen for væsentlig fejlinformation er. Kravet til 10 % af de anmeldte udgifter (artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser) refererer til udgifterne i stikprøven, uafhængigt af om der anvendes delstikprøver. Det betyder, at stikprøven skal svare til mindst 10 % af de anmeldte udgifter, men når der anvendes delstikprøver, kan andelen af udgifter, der faktisk revideres, være lavere, så længe revisionsmyndigheden kan udarbejde en gyldig revisionserklæring (jf. afsnit 6.4.10).

Der er ingen fast regel for udvælgelse af stikprøvestørrelsen baseret på systemets sikkerhedsgrad, men revisionsmyndigheden kan som reference overveje at benytte de følgende vejledende tærskler<sup>40</sup>, når stikprøvestørrelsen skal bestemmes i forbindelse med ikke-statistisk stikprøvetagning.

---

<sup>39</sup> For programmeringsperioden 2007-2013 fastholder Kommissionen, at en ikke-statistisk stikprøve skal dække mindst 10 % af operationerne (jf. afsnit 7.4.1 i vejledningen om stikprøvetoder, ref. COCOF\_08-0021-03\_EN af 04.04.2013).

<sup>40</sup> Disse referenceværdier kan naturligvis ændres på baggrund af revisionsmyndighedens faglige vurdering og eventuelle yderligere oplysninger, som AA måtte have om risiko for væsentlig fejlinformation.



Sikkerhedsgrad fra systemrevisionerne	Anbefalet dækning	
	ved operationer	ved anmeldte udgifter
Fungerer godt. Ingen eller kun mindre forbedringer påkrævet.	5 %	10 %
Fungerer. Visse forbedringer påkrævet.	Mellem 5 % og 10 % (skal bestemmes af revisionsmyndigheden på grundlag af en faglig bedømmelse)	10 %
Fungerer delvist. Omfattende forbedringer påkrævet.	Mellem 10 % og 15 % (skal bestemmes af revisionsmyndigheden på grundlag af en faglig bedømmelse)	Mellem 10 % og 20 % (skal bestemmes af revisionsmyndigheden på grundlag af en faglig bedømmelse)
Fungerer i al væsentlighed ikke.	Mellem 15 % og 20 % (skal bestemmes af revisionsmyndigheden på grundlag af en faglig bedømmelse)	Mellem 10 % og 20 % (skal bestemmes af revisionsmyndigheden på grundlag af en faglig bedømmelse)

Tabel 6: Anbefalet dækning ved ikke-statistisk stikprøvetagning

#### 6.4.4 Stikprøveudvælgelse

Stikprøven fra den positive population skal udvælgelse ved hjælp af en tilfældig udvælgelsesmetode. Udvælgelsen kan ske på grundlag af enten:

- en metode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse (hvor hver enkelt stikprøveenhed har samme sandsynlighed for at blive udtaget, uafhængigt af størrelsen på dens anmeldte udgifter), som ved simpel tilfældig udvælgelse (jf. afsnit 6.1.1 og 6.1.2 vedrørende simpel tilfældig udvælgelse og stratificeret simpel tilfældig udvælgelse), eller
- en metode, hvor sandsynlighed for udvælgelse er proportionel med stikprøvestørrelse (udgifter) (hvor det første element i stikprøven udvælgelse tilfældigt, og de næste elementer derefter udvælgelse ved hjælp af et interval, indtil den ønskede stikprøvestørrelse er opnået. Pengeenheden anvendes som hjælpevariabel i forbindelse med stikprøvetagningen), som ved pengeenhedsstikprøvemethoden (jf. afsnit 6.3.1 og 6.3.2 vedrørende pengeenhedsstikprøvemethoden og den stratificerede pengeenhedsstikprøvemethoden).

### 6.4.5 Projektion

Bemærk, at det til trods for anvendelse af ikke-statistiske stikprøvemetoder er nødvendigt at projicere de fejl, der observeres i populationens stikprøve. Projektionen skal tage udgangspunkt i stikprøvemodellen, dvs. hvorvidt anvendes stratifikation eller ej, udvælgelsestypen (samme sandsynlighed eller sandsynlighed for udvælgelse proportional med størrelse) og alle andre relevante træk ved modellen. Det er kun muligt at anvende simple stikprøvestatistikker (såsom stikprøvens fejlprocent) i meget specifikke situationer, hvor stikprøvemethoden er kompatibel med sådanne statistikker. Stikprøvens fejlprocent kan eksempelvis kun anvendes til at projicere populationens fejl i forbindelse med en model, der ikke anvender stratifikation, baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse og ratioestimation. Den eneste betydelige forskel på statistisk og ikke-statistisk stikprøvetagning er dermed, at det sidste præcisionsniveau og dermed den øvre fejlgrænse ikke bliver beregnet.

#### 6.4.5.1 Samme sandsynlighed for udvælgelse

Hvis enhederne blev udvalgt med samme sandsynlighed, skal den kalkulerede fejl findes ved hjælp af de projektiionsmetoder, der angives i afsnit 6.1.1.3, dvs. middelværdi pr. enhed eller ratioestimation.

#### **Estimation af middelværdi pr. enhed (absolutte fejl)**

Den kalkulerede fejl beregnes ved at multiplicere den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i populationen:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

#### **Ratioestimation (fejlprocenter)**

Den gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven multipliceres med populationens bogførte værdi:

$$EE_2 = BV \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Fejlprocenten i stikprøven i ovenstående formel beregnes ved at dividere det samlede fejlbeløb i stikprøven med de samlede udgifter for enheder i stikprøven (reviderede udgifter).

Det foreslås, at valget mellem de to projektiionsmetoder tager udgangspunkt i anbefalingen med hensyn til simpel tilfældig udvælgelse fra afsnit 6.1.1.3.

#### 6.4.5.2 Stratificeret metode med samme sandsynlighed for udvælgelse

På baggrund af  $H$  tilfældigt udvalgte stikprøver af operationer ( $H$  strata) kan den kalkulerede fejl på populationsniveau igen beregnes ved hjælp af de to sædvanlige metoder: estimation af middelværdi pr. enhed og ratioestimation. Projektionen følger den procedure, der beskrives i afsnit 6.1.2.3 vedrørende stratificeret simpel tilfældig udvælgelse.

##### **Estimation af middelværdi pr. enhed**

I hver populationsgruppe (stratum) multipliceres den gennemsnitlige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i stratum ( $N_h$ ), og alle resultaterne for hvert stratum summeres for at beregne den kalkulerede fejl:

$$EE_1 = \sum_{h=1}^H N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h}.$$

##### **Ratioestimation**

I hver populationsgruppe (stratum) multipliceres den gennemsnitlige fejlprocent observeret i stikprøven med populationens bogførte værdi på stratumniveau ( $BV_h$ ):

$$EE_2 = \sum_{h=1}^H BV_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{\sum_{i=1}^{n_h} BV_i}$$

Det foreslås, at valget mellem de to metoder baseres på de overvejelser, der er redegjort for i afsnittet om den ikke-stratificerede metode.

Hvis et 100 %-stratum er blevet revideret og udtaget af populationen på et tidligere tidspunkt, skal det samlede fejlbeløb observeret i dette udtømmende stratum tilføjes ovenstående estimat ( $EE_1$  eller  $EE_2$ ) for at beregne den endelige projektion af fejlbeløbet i populationen som helhed.

#### 6.4.5.3 Sandsynlighed for udvælgelse proportionel med udgifter

Hvis enhederne blev udvalgt med sandsynlighed for udvælgelse proportionel med udgifternes værdi, skal den kalkulerede fejl findes ved hjælp af den projektionsmetode, der fremlægges i afsnit 6.3.1.4 (pengeenhedsstikprøvemetode).

For så vidt angår det udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_i > \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne i stratummet:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

For så vidt angår det ikke-udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien,  $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede fejl

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.4.5.4 Stratificeret sandsynlighed for udvælgelse proportionel med udgifter

Hvis enhederne blev udvalgt med sandsynlighed for udvælgelse proportionel med udgifternes værdi, og populationen er stratificeret baseret på specifikke kriterier, skal den kalkulerede fejl findes ved hjælp af den projektionsmetode, der fremlægges i afsnit 6.3.2.4 (stratificeret pengeenhedsstikprøvemetode).

Fejl i enheder i de udtømmende grupper og i enheder i de ikke-udtømmende grupper skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår de udtømmende grupper, dvs. grupperne med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_{hi} > \frac{BV_h}{n_h}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne tilhørende disse grupper:

$$EE_e = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{n_h} E_{hi}$$

For så vidt angår de ikke-udtømmende grupper, dvs. grupper med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er lavere end eller lig med tærskelværdien,  $BV_{hi} \leq \frac{BV_h}{n_h}$ , er den kalkulerede fejl

$$EE_s = \sum_{h=1}^H \frac{BV_{sh}}{n_{sh}} \sum_{i=1}^{n_{sh}} \frac{E_{hi}}{BV_{hi}}$$

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s$$

#### 6.4.6 Evaluering

I forbindelse med enhver af de førnævnte strategier sammenholdes den kalkulerede fejl til sidst med den maksimale acceptable fejl (væsentlighed multipliceret med udgifterne i populationen):

- Hvis den er mindre end den acceptable fejl, konkluderes det, at populationen ikke indeholder en væsentlig fejl.
- Hvis den er større end den acceptable fejl, konkluderes det, at populationen indeholder en væsentlig fejl.

På trods af begrænsningerne (det er ikke muligt at beregne den øvre fejlgrænse, og der er således ingen kontrol af revisionsrisikoen) er den kalkulerede fejlprocent det bedste estimat af fejlen i populationen, og den kan således sammenholdes med væsentlighedstærsklen med henblik på at konkludere, hvorvidt der er væsentlig fejlinformation i populationen.

#### 6.4.7 Eksempel 1 – stikprøvemetode baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse

Tag f.eks. en positiv population på 36 operationer med anmeldte udgifter på 22 031 228 EUR.

Denne population har ofte en størrelse, der ikke er tilstrækkelig stor til at danne grundlag for revision baseret på statistiske stikprøver. Det er desuden ikke muligt at udtage stikprøver af betalingsanmodninger for at gøre populationsstørrelsen større. Revisionsmyndigheden beslutter derfor at anvende en ikke-statistisk metode. Som følge af den store variabilitet i udgifterne i denne population beslutter revisionsmyndigheden at udvælge en stikprøve på grundlag af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse.

Revisionsmyndigheden mener, at forvaltnings- og kontrolsystemet "*grundlæggende ikke fungerer*", og beslutter derfor at udvælge en stikprøve på 20 % af populationen af operationer. Dvs.  $20 \% \times 36 = 7,2$  afrundet til 8.

Til trods for at dækningen af populationens udgifter kun kan vurderes efter udvælgelse af stikprøven, forventes, det at 20 % af populationens enheder udvælges sammen med

udvælgelsesmetoden baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportional med størrelse, at give en dækning på mindst 20 % af udgifterne.

Det er for det første nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_i > BV/n$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I dette tilfælde er tærskelværdien  $22\,031\,228/8=2\,753\,904$  EUR<sup>41</sup>.

Nedenstående tabel sammenfatter disse resultater:

Anmeldte udgifter (DE) i referenceperioden	22 031 228 EUR
Populationsstørrelse (antal operationer)	36
Væsentlighedstærskel (højst 2 %)	2 %
Acceptabel fejlinformation (TE)	440 625 EUR
Tærskelværdi	2 753 904 EUR
Antal enheder over tærskelværdien	4
Populationens bogførte værdi over tærskelværdien	12 411 965 EUR
Resterende populationsstørrelse (antal operationer)	32
Resterende populationsværdi	9 619 263,00 EUR

Revisionsmyndigheden inkluderer alle operationer med en bogført værdi på over 2 753 904 EUR, hvilket svarer til fire operationer og beløber sig til 12 411 965 EUR, i et isoleret stratum. Det konstaterede fejlbeløb i disse fire operationer er

$$EE_e = 80,028.$$

Stikprøveintervallet for den resterende population er lig med den bogførte værdi i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_s$ ) (differencen mellem den samlede bogførte værdi og den bogførte værdi af de fire operationer i stratummet af høj værdi) divideret med antallet af operationer, der skal udvælges (8 minus de 4 operationer i stratummet af høj værdi).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{22,031,228 - 12,411,965}{4} = 2,404,816^{42}$$

<sup>41</sup> Bemærk, at revisionsmyndigheden også kan beslutte at anvende en lavere tærskelværdi end beregnet på grundlag af forholdet mellem den positive population og antallet af operationer, der skal udvælges, med henblik på at øge dækningen af de anmeldte udgifter.

<sup>42</sup> I praksis kan det forekomme, at nogle enheder i populationen stadig vil angive udgifter, der er højere end stikprøveintervallet  $BV_s/n_s$ , efter beregningen af stikprøveintervallet på baggrund af udgifter og

En fil med de resterende 32 operationer i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Stikprøven udvælges ved at udvælge de elementer, der indeholder den 2 404 816'te pengeenhed<sup>43</sup>.

De reviderede udgifter beløber sig til en samlet bogført værdi af projekterne af høj værdi på 12 411 965 EUR plus de reviderede udgifter i den resterende populationsstikprøve på 1 056 428 EUR. De samlede reviderede udgifter beløber sig på 13 468 393 EUR, hvilket udgør 61,1 % af de samlede anmeldte udgifter. I lyset af forvaltnings- og kontrolsystemets sikkerhedsgrad konstaterer revisionsmyndigheden, at denne mængde reviderede udgifter er rigelig til at sikre revisionskonklusionernes pålidelighed.

Værdien af den ekstrapolerede fejl i stratummet af lav værdi er

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_{si}}{BV_{si}}$$

hvor  $BV_s$  er den samlede bogførte værdi af den resterende population og  $n_s$  den tilsvarende stikprøvestørrelse fra den resterende population. Det skal bemærkes, at denne kalkulerede fejl er lig med den samlede fejlprocent multipliceret med stikprøveintervallet. Den samlede fejlprocent er lig med 0,0272:

$$EE_s = \frac{9,619,623}{4} \times 0.0272 = 65,411.$$

Den samlede ekstrapolerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s = 80,028 + 65,411 = 145,439$$

---

stikprøvestratummets stikprøvestørrelse (selv om de ikke tidligere har haft udgifter, der var højere end tærskelværdien ( $BV/n$ )). Faktisk er alle de elementer, hvis bogførte værdi stadig er højere end dette interval ( $BV_i > BV_s/n_s$ ), også blevet tilføjet til stratummet af høj værdi. Hvis dette er tilfældet, og efter at have flyttet de nye elementer til stratummet af høj værdi, skal stikprøveintervallet omregnes for stikprøvestratummet på baggrund af de nye værdier for forholdet  $BV_s/n_s$ . Det kan ske, at denne iterative proces skal gentages flere gange, indtil der ikke er flere enheder med udgifter, der er større end stikprøveintervallet.

<sup>43</sup> I tilfælde af at den valgte operation skal byttes ud på grund af de fastlagte begrænsninger i artikel 148, skal de(n) nye operation(er) udvælges baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportional med størrelse. Se et eksempel på en sådan udskiftning i afsnit 7.10.3.1.

Endelig sammenholdes den kalkulerede fejl med den maksimale acceptable fejl (2 % af 22 031 228 EUR = 440 625 EUR). Den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærsklen.

På baggrund af disse resultater kan revisoren med rimelighed konkludere, at populationen ikke indeholder en væsentlig fejl. Den opnåede præcision kan imidlertid ikke bestemmes, og konklusionens pålidelighed er ukendt.

*Procedure i tilfælde af utilstrækkelig dækning af udgifter*

Bemærk, at hvis tærsklen for den påkrævede udgiftsdækning ikke blev nået på grund af særlige træk i populationen, skal revisionsmyndigheden udvælge yderligere operation(er) baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse. I dette tilfælde skal de nye operationer/stikprøveenheder, der skal revideres som supplement, udvælges fra populationen uden at medtage de allerede udvalgte operationer. Intervallet til denne udvælgelse skal beregnes ved hjælp af stikprøveintervallet  $\frac{BV_{st}}{n_{st}}$ , hvor  $BV_{st}$  svarer til den bogførte værdi af stratummet af lav værdi eksklusive de operationer, der allerede er udvalgt i dette stratum, og  $n_{st}$  svarer til antallet af operationer, som vi ønsker at tilføje til revisionen af stratummet af lav værdi.

**6.4.8 Eksempel 2 – stikprøvemetode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse**

Tag f.eks. en positiv population på 48 operationer med anmeldte udgifter på 10 420 247 EUR.

Denne population har ofte en størrelse, der ikke er tilstrækkelig stor til at danne grundlag for revision baseret på statistiske stikprøver. Det er desuden ikke muligt at udtage stikprøver af betalingsanmodninger for at gøre populationsstørrelsen større. AA beslutter derfor at anvende en ikke-statistisk metode med stratifikation af operationerne af høj værdi, da der er nogle få operationer med ekstremt store udgifter. Revisionsmyndigheden beslutter at finde disse operationer ved at sætte tærskelniveauet til 5 % af 10 420 247 EUR, dvs. 521 012 EUR.

Populationskarakteristikaene sammenfattes i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter i referenceperioden	10 420 247 EUR
Populationens størrelse (antal operationer)	48
Væsentlighedstærskel (højst 2 %)	2 %
Acceptabel fejlinformation (TE)	208 405 EUR
Tærskelværdi (5 % af den samlede bogførte værdi)	521 012 EUR



Resultaterne sammenfattes i nedenstående tabel:

Antal enheder over tærskelværdien	12
Populationens bogførte værdi over tærskelværdi	8 785 634 EUR
Resterende populationsstørrelse (antal operationer)	36
Resterende populationsværdi	1 634 613 EUR

Forvaltnings- og kontrolsystemet blev klassificeret som kategori 3 "Fungerer delvist, omfattende forbedringer påkrævet", så det besluttes, at der skal udvælges en stikprøvestørrelse på 15 % af populationen af operationer. Dvs.  $15\% \times 48 = 7,2$  afrundet til 8. Revisionsmyndigheden beslutter, at der skal udtages en større andel af operationer i stratummet af høj værdi. Revisionsmyndigheden beslutter at revidere 50 % af operationerne i stratummet af høj værdi, dvs. seks operationer. De resterende operationer ( $8 - 6 = 2$ ) udvælges fra den resterende population. Revisionsmyndigheden beslutter dog at udvide denne stikprøve fra to til tre operationer for at opnå en bedre repræsentation af dette stratum.

På grund af den lave variabilitet i denne populations udgifter i hvert stratum beslutter revisionsmyndigheden at udtage stikprøver af populationen baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse i begge strata.

Til trods for at være baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse forventes denne stikprøve at resultere i en dækning på mindst 20 % af populationens udgifter på grund af den høje dækning af stratummet af høj værdi. Ved at multiplicere stikprøvestørrelsen med den gennemsnitlige bogførte værdi per operation i hvert stratum forventer revisionsmyndigheden at revidere 4 392 817 EUR i stratummet af høj værdi og 136 218 EUR i den resterende population, hvilket udgør cirka 43,5 % af de samlede udgifter.

Der udtages en tilfældig stikprøve på seks operationer i stratummet af høj værdi. Stikprøvens reviderede udgifter beløber sig til 4 937 894 EUR. Der blev ikke konstateret fejl i disse seks operationer.

Der udtages også en stikprøve på tre operationer i den resterende population af operationer. De reviderede udgifter i stikprøven af den resterende population beløber sig til 153 647 EUR. Den samlede identificerede stikprøvefejl i dette stratum beløber sig til 4 374 EUR.

De samlede reviderede udgifter er  $153\,647\text{ EUR} + 4\,937\,894\text{ EUR} = 5\,091\,541\text{ EUR}$ , hvilket udgør 48,9 % af de samlede anmeldte udgifter. I lyset af forvaltnings- og kontrolsystemets sikkerhedsgrad konstaterer revisionsmyndigheden, at denne mængde reviderede udgifter er tilstrækkelig til at sikre revisionskonklusionernes pålidelighed.

Med henblik på at vælge, om estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation skal anvendes, kontrollerede revisionsmyndigheden stikprøvens data for at verificere betingelsen  $\frac{COV_{E,BV}}{VAR_{BV}} > ER/2$ , som blev bekræftet. Det blev besluttet at anvende ratioestimation.

Værdien af den ekstrapolerede fejl i begge strata er

$$EE = BV_e \times \frac{\sum_{i=1}^6 E_i}{\sum_{i=1}^6 BV_i} + BV_s \times \frac{\sum_{i=1}^3 E_i}{\sum_{i=1}^3 BV_i} = 0 + 1,634,613 \times \frac{4,374}{153,647} = 46,534.$$

hvor  $BV_e$  og  $BV_s$  begge er de bogførte værdier for strataene af høj og lav værdi. Det skal bemærkes, at den kalkulerede fejl er lig med stikprøvens samlede fejlprocent multipliceret med stratumets bogførte værdi.

Endelig sammenholdes den kalkulerede fejl med den maksimale acceptable fejl (2 % af 10 420 247 EUR = 208 405 EUR). Den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærsklen.

Der kan drages den konklusion af øvelsen, at revisoren med rimelighed kan konkludere, at populationen ikke indeholder en væsentlig fejl. Den opnåede præcision kan imidlertid ikke bestemmes, og konklusionens pålidelighed er ukendt.

#### **6.4.9 Ikke-statistisk stikprøvemetode – to perioder**

Ligesom ved statistiske stikprøvemetoder kan revisionsmyndigheden beslutte at udtage stikprøver i flere perioder henover året (typisk to halvår) ved hjælp af en ikke-statistisk stikprøvemetode. Den store fordel ved denne metode er ikke, at stikprøvestørrelsen reduceres, men hovedsageligt at det bliver muligt at sprede revisionsbyrden ud over hele året og således reducere arbejdsbyrden ved årets udgang baseret på en enkelt observation.

Ved denne metode opdeles referenceperiodens/revisionsårets population i to delpopulationer, der hver omfatter operationer/betalingsanmodninger og udgifterne i hvert halvår. Der udtages uafhængige stikprøver for hvert halvår ved hjælp af en metode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse eller sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse (udgifter).

De to eksempler nedenfor (et om samme sandsynlighed for udvælgelse og et om sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse) illustrerer ikke-statistiske stikprøvemetoder over to perioder. Det bør bemærkes, at de stikprøvemodeller og projektiionsmetodologier, der anvendes til ikke-statistiske stikprøvemetoder over to perioder, er de samme, som anvendes til statistiske stikprøvemetoder, dvs. simpel tilfældig udvælgelse i forbindelse med metoder baseret på samme sandsynlighed for

udvælgelse og MUS (standardmetoden) i forbindelse med metoden baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse. De eneste forskelle er:

- at stikprøvestørrelsen ikke udregnes efter en bestemt formel, og
- at præcision ikke beregnes.

Det skal dog bemærkes, at reglerne for programmeringsperioden 2014-2020 stiller specifikke krav til ikke-statistisk stikprøvetagning med hensyn til at dække mindst 10 % af de udgifter, der anmeldes til Kommissionen i løbet af revisionsåret<sup>44</sup>, og 5 % af operationerne. Hvor der udtages stikprøver over en enkelt periode, resulterer metoder baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse ofte i en udgiftsdækning, der ligger tæt på den udvalgsbrøk, der blev brugt til at bestemme antallet af operationer. Hvor der udtages stikprøver over to eller flere perioder, er dækningsforholdet normalt lavere, fordi visse operationer (dvs. operationer, der bliver anmeldt i mere end én revisionsperiode) kun bliver kontrolleret i forhold til en del af de udgifter, der blev anmeldt i løbet af året.

**Anvendelse af stikprøvetagning over to eller flere perioder kan derfor medføre et krav til at dække flere operationer end ved stikprøvetagning over én periode for at kunne overholde den påkrævede tærskel for udgiftsdækning.**

Det bør bemærkes, at siden revisionen af operationer vil dække de anmeldte udgifter i en del af referenceperioden, vil den gennemsnitlige revisionsbyrde per operation i stikprøvetagning over to eller flere perioder sandsynligvis være mindre tidskrævende. Dette til trods er det muligt, at den samlede arbejdsbyrde per revisionsår vil øges for at kunne nå den ønskede dækning af udgifterne.

For at afhjælpe dette problem kan revisionsmyndigheden beslutte at anvende et stratum af høj værdi, hvilket kan begrænse antallet af operationer, der skal kontrolleres hvert år, til det påkrævede minimum (i og med at operationerne med højere udgifter vil blive bedre repræsenteret i stikprøven).

#### *6.4.9.1 Ikke-statistisk stikprøvemetode – to perioder – metode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse*

For at mindske revisionsbyrden efter referenceperiodens slutning har revisionsmyndigheden besluttet at sprede revisionsbyrden ud over to perioder. Ved udgangen af første halvår opdelte revisionsmyndigheden populationen i to grupper for begge halvår. Populationen ved udgangen af første halvår kan opsummeres som følger:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	19 930 259 EUR
---	----------------

<sup>44</sup> Se også afsnit 6.4.3 ovenfor.

Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	41
--	----

Revisionsmyndigheden ved erfaringsmæssigt, at de operationer, der er inkluderet i programmet ved udgangen af referenceperioden, normalt ikke alle er blevet iværksat i populationen fra første halvår. Desuden forventes de anmeldte udgifter i andet halvår at være dobbelt så store som de anmeldte udgifter i første halvår. Stigningen i udgifter fra det ene halvår til det andet ledsages af en lavere stigning i antallet af operationer. Revisionsmyndigheden forventer, at der vil være 62 iværksatte operationer i andet halvår (en operation vil blive afsluttet i første halvår, første halvårs resterende 40 operationer vil fortsætte ind i andet halvår, og det forventes, at der vil blive anmeldt udgifter for 22 nye operationer i andet halvår). Stikprøveudvælgelse efter betalingsanmodninger ville ikke øge populationens størrelse, da der i vores hypotetiske eksempel med udgangspunkt i nationale programregler er en betalingsanmodning per halvår. Revisionsmyndigheden beslutter at anvende en ikke-statistisk metode ved at udtage stikprøven ved hjælp af metoden baseret på samme sandsynlighed.

Ud fra disse antagelser beskrives populationen kort i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	19 930 259 EUR
Anmeldte udgifter ved udgangen af andet halvår (estimat) (19 930 259 EUR*2=39 860 518 EUR)	39 860 518 EUR
Samlede forventede udgifter for referenceperioden	59 790 777 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	41
Populationsstørrelse (operationer – andet halvår, forventet)	62 (40+22)
Væsentlighedstærskel (højst 2 %)	2 %
Acceptabel fejl (TE)	1 195 816 EUR

Revisionsmyndigheden mener, at forvaltnings- og kontrolsystemet "*fungerer delvist, men at der er behov for omfattende forbedringer*", og beslutter derfor at udvælge en stikprøve på 15 % af antallet af operationer (se afsnit 6.4.3). I dette tilfælde har vi i referenceperioden i alt 63 operationer<sup>45</sup>, hvortil der blev anmeldt udgifter i begge stikprøveperioder (41 operationer med start i første halvår og 22 nye operationer i andet halvår). Den samlede stikprøvestørrelse for hele året er dermed:

$$n = 0.15 \times 63 \approx 10$$

Allokeringen af stikprøven ud fra halvår beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{41}{41 + 62} \times 10 \approx 4$$

og

<sup>45</sup> 62 iværksatte operationer plus en operation, der blev afsluttet i første halvår.

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

Revisionsmyndigheden har besluttet at anvende et stratum af høj værdi, hvilket kan begrænse antallet af operationer, der skal kontrolleres hvert år, til det påkrævede minimum (i og med at operationerne med højere udgifter vil blive bedre repræsenteret i stikprøven).

Med hensyn til populationen i første halvår er der i vores eksempel én stor operation til en samlet værdi af 3 388 144 EUR, og de resterende 40 operationer er langt mindre. Revisionsmyndigheden har på baggrund af sin faglige vurdering besluttet at anvende et stratum af høj værdi med én operation (dvs. den største operation i populationen i første halvår). Ved hjælp af stratifikation forventede revisionsmyndigheden at kunne dække mindst 20 % af de samlede udgifter i første halvår ved at revidere fire operationer.

Stikprøvens resterende tre operationer blev udvalgt vilkårligt fra populationen i første halvår eksklusive operationen i stratummet af høj værdi (dvs. fra populationen på 16 542 115 EUR). Disse 3 operationers samlede værdi beløber sig til 1 150 398 EUR.

Stikprøven med fire operationer i første halvår dækkede således 22,77 % af de anmeldte udgifter i første halvår.

Revisionsmyndigheden har identificeret en fejl på 127 EUR<sup>46</sup> i operationen i stratummet af høj værdi og en samlet fejl på 4 801 EUR i de tre vilkårligt udvalgte operationer.

Ved udgangen af andet halvår er der mere tilgængelig information, og de faktiske samlede udgifter og antallet af iværksatte operationer i andet halvår kendes.

Revisionsmyndigheden konstaterer, at de antagelser, der blev gjort om de samlede udgifter, estimeret til 39 860 518 EUR ved udgangen af første halvår, er en undervurdering af det faktiske beløb på 40 378 264 EUR. Antallet af iværksatte operationer i andet halvår er en anelse lavere end oprindeligt forventet. Revisionsmyndigheden behøver derfor ikke ændre stikprøvestørrelsen for andet halvår, da det oprindeligt forventede antal operationer i andet halvår ligger tæt på det virkelige antal. Følgende skema sammenfatter tallene:

Parameter	Estimat, første halvår	Ultimo andet halvår
-----------	------------------------	---------------------

<sup>46</sup> Denne fejl blev konstateret på grundlag af kontrol af alle fakturaer (udgiftselementer) i denne operation i stratummet af høj værdi, som blev anmeldt i første halvår. Der kunne alternativt udvælges en delstikprøve på mindst 30 fakturaer (udgiftselementer). I forbindelse med en delstikprøve af udgiftselementer ville fejlen henvise til en ekstrapoleret fejl på grundlag af de udvalgte udgiftselementer til en operations niveau. Det skal sikres, at delstikprøven af fakturaer udvælges vilkårligt. Alternativt kan der anvendes stratifikation på operationsniveau med udtømmende kontrol af nogle data og tilfældig udvælgelse af udgiftselementer i de resterende strata.

Antal operationer i andet halvår	62	61
Samlede udgifter i andet halvår	39 860 518 EUR	40 378 264 EUR

Under hensyntagen til populationens karakteristika beslutter revisionsmyndigheden igen at anvende stratifikation efter udgifter og fastlægger et stratum af høj værdi baseret på tærsklen på 5 % af udgifterne i populationen i andet halvår. Tre operationer overstiger tærsklen med en samlet værdi af 6 756 739 EUR. De resterende tre operationer (seks operationer, der skal dækkes i andet halvår, minus tre operationer fra stratummet af høj værdi) udvælges tilfældigt i populationen af 58 operationer fra stratummet af lav værdi i andet halvår, dvs. populationen på 33 621 525 EUR. Den samlede værdi af den vilkårlige stikprøve for andet halvår er 1 200 987 EUR. Revisionsmyndigheden konstaterer, at stikprøven fra andet halvårs samlede værdi (7 957 726 EUR=1 200 987+6 756 739) ligger en anelse under tærsklen på 20 % for andet halvår. Men da den samlede stikprøveværdi for begge halvår overstiger minimumstærsklen på 20 %, blev det konkluderet, at der ikke er behov for yderligere stikprøvetagning for at sikre dækning af udgifterne.

Revisionsmyndigheden identificerede en fejl på 432 076 EUR i de tre operationer i stratummet af høj værdi og en fejl på 5 287 EUR i stratummet af lav værdi.

På baggrund af korrelationen mellem fejl i stratummet af lav værdi og udgifter beslutter revisionsmyndigheden at projicere fejlen ved hjælp af ratioestimation.

Værdien af den ekstrapolerede fejl for begge halvår er ved hjælp af ratioestimation<sup>47</sup>

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + BV_{s1} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_{s1}} BV_{s1i}} + BV_{s2} \times \frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_{s2}} BV_{s2i}}$$

hvor:

-  $EE_{e1}$  og  $EE_{e2}$  henviser til fejl, der er identificeret i første og andet halvårs strata af høj værdi

-  $BV_{s1}$  og  $BV_{s2}$  henviser til de bogførte værdier af første og andet halvårs ikke-udtømmende strata

-  $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i}}{\sum_{i=1}^{n_{s1}} BV_{s1i}}$  og  $\frac{\sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}}{\sum_{i=1}^{n_{s2}} BV_{s2i}}$  afspejler en gennemsnitlig fejlprocent observeret i de ikke-udtømmende strata i henholdsvis første og andet halvår.

<sup>47</sup> Ved anvendelse af middelværdi pr. enhed bliver formelen til:

$$EE = EE_{e1} + EE_{e2} + \frac{N_{s1}}{n_{s1}} \sum_{i=1}^{n_{s1}} E_{s1i} + \frac{N_{s2}}{n_{s2}} \sum_{i=1}^{n_{s2}} E_{s2i}$$

Bemærk, at den kalkulerede fejl er lig med summen af fejl i begge halvårs strata af høj værdi og de vilkårlige stikprøvers fejlprocenter multipliceret med disse vilkårlige stikprøvers tilsvarende stratums bogførte værdier.

I eksemplet her er den kalkulerede fejl på populationsniveau:

$$EE = 127 + 432,076 + 16,542,115 \times \frac{4,801}{1,150,398} + 33,621,524 \times \frac{5,287}{1,200,987} =$$

649 247,94

(dvs. 1,08 % af populationens værdi)

Endelig sammenholdes den kalkulerede fejl med den maksimale acceptable fejl (2 % af 60 308 523 EUR, altså 1 206 170 EUR). Den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærsklen.

Den opnåede præcision kan imidlertid ikke bestemmes, og konklusionens pålidelighed er ukendt.

#### 6.4.9.2 Ikke-statistisk stikprøvemetode – to perioder – metode baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportional med størrelse

For at mindske revisionsbyrden efter referenceperiodens slutning har revisionsmyndigheden besluttet at sprede revisionsbyrden ud på to perioder. Ved udgangen af første halvår opdelte revisionsmyndigheden populationen i to grupper for begge halvår. Populationen ved udgangen af første halvår kan opsummeres som følger:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	16 930 259 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	34

Revisionsmyndigheden ved erfaringsmæssigt, at alle de operationer, der er inkluderet i programmet ved udgangen af referenceperioden, normalt ikke alle er blevet iværksat i populationen i første halvår. Det forventes desuden, at de udgifter, der anmeldes i andet halvår, vil være 2,5 gange højere end de udgifter, der blev anmeldt ved udgangen af første halvår. Der forventes også at ske en stigning i antallet iværksatte operationer ved udgangen af andet halvår, om end i mindre grad end den forventede stigning i udgifter. Revisionsmyndigheden forventer, at der vil være 52 iværksatte operationer i andet halvår (to operationer vil blive afsluttet i første halvår, første halvårs resterende 32 operationer vil fortsætte ind i andet halvår, og det forventes, at der vil blive anmeldt udgifter for 20 nye operationer i andet halvår). Det er ikke muligt at udtage stikprøver af betalingsanmodninger for at gøre populationen større. Revisionsmyndigheden beslutter derfor at anvende en ikke-statistisk metode.

Ud fra disse antagelser beskrives populationen kort i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	16 930 259 EUR
---	----------------

Anmeldte udgifter ved udgangen af andet halvår (estimat) (16 930 259 EUR*2,5=42 325 648 EUR)	42 325 648 EUR
Samlede forventede udgifter for året	59 255 907 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	34
Populationsstørrelse (operationer – andet halvår, forventet)	52 (32+20)
Væsentlighedstærskel (højest 2 %)	2 %
Acceptabel fejl (TE)	1 185 118 EUR

Revisionsmyndigheden mener, at forvaltnings- og kontrolsystemet "*fungerer delvist, men at der er behov for omfattende forbedringer*", og beslutter derfor at udvælge en stikprøve på 15 % af antallet af operationer. Desuden beslutter revisionsmyndigheden, med henblik på at maksimere dækningen af udgifter ved vilkårlig stikprøve, at udvælge stikprøven baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse. I dette tilfælde har vi i referenceperioden i alt 54 operationer, hvortil der blev anmeldt udgifter i begge stikprøveperioder (34 operationer med start i første halvår og 20 nye operationer i andet halvår). Den samlede stikprøvestørrelse for hele året er:

$$n = 0.15 \times 54 \approx 9$$

Allokeringen af stikprøven ud fra halvår beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{16,930,259}{16,930,259 + 42,325,648} \times 9 \approx 3$$

og

$$n_2 = n - n_1 = 6$$

Til trods for at dækningen af populationens udgifter kun kan vurderes efter udvælgelse af stikprøven, forventes, det at 15 % af operationerne udvælges sammen med udvælgelsesmetoden baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse, at give en dækning på mindst 20 % af udgifterne i denne populations tilfælde.

Det er for det første nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres udtømmende. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV_1$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_1$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi, inkluderes i dette stratum, der revideres udtømmende. I dette tilfælde er tærskelværdien  $16\,930\,259 \text{ EUR} / 3 = 5\,643\,420 \text{ EUR}$ .

Der er ikke nogen operationer med en bogført værdi, der er højere end 5 643 420, og stikprøveintervallet svarer dermed til tærskelværdien, dvs. 5 643 420 EUR.

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:



Tærskelværdi – første halvår	5 643 420 EUR
Antal operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – første halvår	0
Antal operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – første halvår	0
$BV_{s1}$ - den bogførte værdi af populationen af ikke-udtømmende strata i første halvår (da der ikke findes operationer over tærskelværdien i første halvår, er det hele populationen fra første halvår)	16 930 259 EUR
$n_{s1}$ - det ikke-udtømmende stratums stikprøvestørrelse i første halvår	3
$SI_{s1}$ - stikprøveinterval i første halvår	5 643 420 EUR

En fil med de 34 operationer i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Stikprøven udvælges ved at udvælge de elementer, der indeholder den 5 643 420'te pengeenhed.<sup>48</sup> Værdien af de tre operationer revideres. Den samlede fejlprocent for første halvår er

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} = 0.066$$

Stikprøvens reviderede udgifter beløber sig til 6 145 892 EUR, hvilket udgør 36,3 % af de samlede anmeldte udgifter. I lyset af forvaltnings- og kontrolsystemets sikkerhedsgrad konstaterer revisionsmyndigheden, at denne mængde reviderede udgifter er rigelig til at sikre revisionskonklusionernes pålidelighed.

Ved udgangen af andet halvår er der mere tilgængelig information, og de faktiske samlede udgifter og antallet af iværksatte operationer i andet halvår kendes.

Revisionsmyndigheden konstaterer, at de antagelser, der blev gjort om de samlede udgifter, estimeret til 42 325 648 EUR ved udgangen af første halvår, er en undervurdering af det faktiske beløb på 49 378 264 EUR. Antallet af iværksatte operationer i andet halvår er lavere end oprindeligt forventet. På baggrund af faldet i antallet af operationer kan omfanget af stikprøven for andet halvår sættes ned. Populationen for andet halvår sammenfattes i nedenstående tabel:

Parameter	Estimat, første halvår	Ultimo andet halvår
Antal operationer i andet halvår	52	46
Samlede udgifter i andet halvår	42 325 648 EUR	49 378 264 EUR

<sup>48</sup> I tilfælde af at den valgte operation skal byttes ud på grund af de fastlagte begrænsninger i artikel 148, skal de(n) nye operation(er) udvælges baseret på sandsynlighed for udvælgelse proportional med størrelse. Se et eksempel på en sådan udskiftning i afsnit 7.10.3.1.

Det samlede antal anmeldte operationer for begge halvår var således 48 operationer<sup>49</sup> (34 operationer i første halvår og 14 operationer, der blev iværksat i andet halvår).

På baggrund af denne justering grundet en ændring i antallet af operationer er den omregnede stikprøvestørrelse i andet halvår

$$n_2 = 0.15 \times 48 - 3 \approx 5$$

Det er nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er 9 875 653 EUR (49 378 264/5)<sup>50</sup>. Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi, bliver revideret. Der er to operationer med en bogført værdi, som overskrider denne tærskelværdi. Disse operationers samlede bogførte værdi beløber sig til 21 895 357 EUR. Der blev fundet en samlet fejl på 56 823 EUR i disse to operationer.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokere til det ikke-udtømmende stratum,  $n_{s2}$ , beregnes som forskellen mellem  $n_2$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i det udtømmende stratum ( $n_{e2}$ ). I dette tilfælde er det tre operationer (stikprøvestørrelsen på fem minus de to operationer af høj værdi). Revisoren skal derfor udvælge den vilkårlige stikprøve på grundlag af stikprøveintervallet:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{49,378,264 - 21,895,357}{3} = 9,160,969^{51}$$

Disse resultater sammenfattes i nedenstående tabel:

Tærskelværdi – andet halvår	9 875 653 EUR
Antal operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – andet halvår	2
Bogført værdi af operationer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien – andet halvår	21 895 357 EUR
$BV_{s2}$ - population af operationer med en bogført værdi under tærskelværdien (ikke-udtømmende stratum) – andet halvår	27 482 907 EUR
$n_{s2}$ - det ikke-udtømmende stratums stikprøvestørrelse i andet halvår	3

<sup>49</sup> 46 operationer plus to operationer, der blev afsluttet i andet halvår.

<sup>50</sup> Bemærk, at revisionsmyndigheden også kan beslutte at anvende en lavere tærskelværdi end beregnet på grundlag af forholdet mellem populationen for dette halvår og antallet af operationer, der skal udvælges i dette halvår. Det kan være særligt brugbart for revisionsmyndigheden at anvende en lavere tærskelværdi for at øge antallet af operationer i stratummet af høj værdi, hvis det på baggrund af en analyse af populationens specifikke karakteristika lader til at kunne blive vanskeligt at nå tærsklen for dækning af udgifter, selv ved brug af sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse.

<sup>51</sup> Bemærk, at det i praksis kan forekomme, at nogle enheder i populationen stadig vil angive udgifter, der er højere end stikprøveintervallet  $BV_s/n_s$ , efter beregningen af stikprøveintervallet på baggrund af udgifter og stikprøvestratummets stikprøvestørrelse (selv om de ikke tidligere har haft udgifter, der var højere end tærskelværdien ( $BV/n$ )). Faktisk er alle de elementer, hvis bogførte værdi stadig er højere end dette interval ( $BV_i > BV_s/n_s$ ), også blevet tilføjet til stratummet af høj værdi. Hvis dette er tilfældet, og efter at have flyttet de nye elementer til stratummet af høj værdi, skal stikprøveintervallet omregnes for stikprøvestratummet på baggrund af de nye værdier for forholdet  $BV_s/n_s$ . Det kan ske, at denne iterative proces skal gentages flere gange, indtil der ikke er flere enheder med udgifter, der er større end stikprøveintervallet.

En fil med de resterende 43 operationer i populationen i andet halvår sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Der udtages en stikprøve med tre operationer på grundlag af proceduren for systematisk udvælgelse, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse.

Værdien af de tre operationer revideres. Den samlede fejlprocent for andet halvår er:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0.0475$$

De reviderede udgifter i stikprøven for andet halvår beløber sig til en samlet bogført værdi af projekterne af høj værdi på 21 895 357 EUR plus de reviderede udgifter i den resterende populationsstikprøve på 2 245 892 EUR. De samlede reviderede udgifter i andet halvår beløber sig til 24 141 249 EUR, hvilket udgør 48,89 % af de samlede anmeldte udgifter. I lyset af forvaltnings- og kontrolsystemets sikkerhedsgrad konstaterer revisionsmyndigheden, at denne mængde reviderede udgifter er rigelig til at sikre revisionskonklusionernes pålidelighed<sup>52</sup>.

Fejl i stikprøveenheder (operationer) i de udtømmende strata og enheder i de ikke-udtømmende strata skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår de udtømmende strata, dvs. strata med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne i disse strata:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 0 + 56,823 = 56,823$$

Beregning:

- 1) Identificer for hvert halvår  $t$  enhederne tilhørende den udtømmende gruppe, og summer fejlene.
- 2) Summer disse resultater for de to halvår.

For så vidt angår den ikke-udtømmende gruppe, dvs. strata med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien,  $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejl

$$EE_s = \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}}$$

$$= 5,643,420 \times 0.066 + 9,160,969 \times 0.0475 = 807,612$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

<sup>52</sup> Se eksemplet i afsnit 6.4.7 vedrørende proceduren i tilfælde af utilstrækkelig dækning.

- 1) Beregn i hvert halvår  $t$  fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) Summer i hvert halvår  $t$  fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser i hvert halvår  $t$  dette resultat med det stikprøveinterval, der blev anvendt til tilfældig udvælgelse af operationer i det ikke-udtømmende stratum.
- 4) Summer disse resultater for de to halvår.

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s = 56,823 + 807,612 = 864,435$$

(dvs. 1,30 % af populationens værdi).

Endelig sammenholdes den kalkulerede fejl med den maksimale acceptable fejl (2 % af 66 308 523 EUR = 1 326 170 EUR). Den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærsklen.

Den opnåede præcision kan imidlertid ikke bestemmes, og konklusionens pålidelighed er ukendt.

#### **6.4.10 Stikprøvetagning i to trin (delstikprøvetagning) ved ikke-statistiske stikprøvemetoder**

Alle udgifter, der er anmeldt til Kommissionen, i stikprøven vil generelt set blive underkastet revision. Men hvis de udvalgte stikprøveenheder omfatter en stor mængde underliggende betalingsanmodninger eller fakturaer/andre udgiftselementer, kan revisionsmyndigheden vælge at revidere dem ved hjælp af delstikprøver. Der fremlægges mere detaljerede oplysninger om dette område i afsnit 7.6 *Stikprøvetagning i to trin* og i afsnit 6.5.3.1, som fokuserer på stikprøvetagning i to og tre trin i forbindelse med ETC-programmer.

**Bemærk, at enhederne til delstikprøven skal udvælges tilfældigt.** Det er også muligt at anvende en stratifikationsmodel på delstikprøveniveau, hvor fakturaer/udgiftselementer i nogle strata kontrolleres udtømmende, og nogle strata kontrolleres på baggrund af verificering af tilfældigt udvalgte udgiftselementer. Stratifikation kan typisk udføres på grundlag af udgifternes art eller størrelsen på fakturaer/udgiftselementer (for eksempel ved at kontrollere alle elementer af høj værdi udtømmende og et stratum af elementer af lav værdi igennem tilfældigt udvalgte elementer).

I programmeringsperioden 2014-2020 og i overensstemmelse med artikel 28 i Kommissionens delegerede forordning, hvor delstikprøver enten har fakturaer eller betalingsanmodninger som delstikprøveenheder, skal revisionsmyndigheden dække mindst 30 fakturaer/andre udgiftselementer eller betalingsanmodninger. I tilfælde hvor der anvendes andre delstikprøveenheder i forbindelse med ikke-statistisk stikprøvetagning (som for eksempel et projekt under en operation, en projektpartner i ETC-programmer) kan revisionsmyndigheden bestemme en delstikprøves tilstrækkelige

dækning på baggrund af en faglig vurdering. I dette tilfælde anbefales det, at hvis der udvælges mindre end 30 delstikprøveenheder, skal de dække mindst 10 % af stikprøveenhedens udgifter (for eksempel en operation).

## **6.5 Stikprøvemetoder til programmer for europæisk territorielt samarbejde (ETC)**

### **6.5.1 Indledning**

Der er en række særlige træk ved ETC-programmer: Det er normalt ikke muligt at gruppere dem, fordi hvert system og subsystem er forskelligt; Antallet af operationer er ofte lavt. I hver operation er der generelt en ledende partner (ledende støttemodtager ifølge artikel 13 i forordning (EU) nr. 1299/2013) og en række andre projektpartnere (andre støttemodtagere følge artikel 13 i forordning (EU) nr. 1299/2013). Udvalgte operationer fra grænseoverskridende og tværnationalt samarbejde skal omfatte partnere fra mindst to af de deltagende lande, hvorimod operationer fra interregionalt samarbejde skal omfatte partnere fra mindst tre lande (artikel 12 i forordning (EU) nr. 1299/2013).

### **6.5.2 Stikprøveenhed**

Stikprøveenheden bestemmes af revisionsmyndigheden ud fra et professionelt skøn. Den kan være en operation, et projekt under en operation eller en betalingsanmodning fra en støttemodtager (artikel 28, stk. 6, i delegeret forordning nr. 480/2014). Hvis revisionsmyndigheden beslutter at anvende en betalingsanmodning som stikprøveenhed, kan AA vælge en samlet betalingsanmodning, der omfatter ledende eller andre projektpartneres individuelle betalingsanmodninger, eller en projektpartneres betalingsanmodning (uden at skelne mellem ledende og andre projektpartnere). Revisionsmyndigheden kan også vælge at bruge en projektpartneres grupperede betalingsanmodninger, der er blevet anmeldt under en operation i en given stikprøveperiode. I dette tilfælde udgør projektpartnerens grupperede betalingsanmodninger stikprøveenheden (denne stikprøveenhed bliver senere i teksten omtalt som en projektpartner).

Udvælgelsen af stikprøveenheden bestemmer, hvilken projektmethode der skal anvendes. Fejlprojektion på populationsniveau er baseret på fejl i de udvalgte stikprøveenheder. Så hvis revisionsmyndigheden ikke kontrollerer alle udgifterne i den udvalgte stikprøveenhed (ved brug af delstikprøver), skal delstikprøvens fejl ekstrapoleres til stikprøveenhedsniveau, før der ekstrapoleres til populationsniveau.

Navnlig hvis revisionsmyndigheden vælger operationer som stikprøveenhed med en delstikprøve af projektpartnere, skal revisionsmyndigheden projicere de fejl, der identificeres i de udvalgte partneres udgifter, til operationsniveau, før der ekstrapoleres til populationsniveau.

En mere enkel projektmetsode ville derimod blive sikret ved at anvende projektpartnere<sup>53</sup> (eller projektpartneres betalingsanmodninger) som stikprøveenheder. Brug af disse stikprøveenheder gør det muligt at projicere de fejl, der identificeres i de udvalgte partneres anmeldte udgifter (eller i projektpartneres udvalgte betalingsanmodninger), direkte til populationsniveauet for populationen af alle de udgifter, der blev anmeldt til Kommissionen, uden at skulle gennemgå ovennævnte tottrinsprojektion. (Da operationen ikke er stikprøveenheden i sådan en situation, er der ingen grund til at ekstrapolere identificerede fejl til operationsniveau).

Til trods for, at der kan være andre tilgængelige muligheder, anbefaler Kommissionens tjenestegrene i særdeleshed brug af følgende stikprøveenheder i ETC-programmer under udformningen af stikprøvemethodologien:

- a) en (individuel) projektpartneres betalingsanmodning
- b) projektpartner (dvs. samtlige betalingsanmodninger, som en projektpartner har anmeldt under en operation i en given stikprøveperiode) eller
- c) operationen.

Alle ovennævnte stikprøveenheder kan bruges til både statistiske og ikke-statistiske stikprøvemethoder. Det kan dog i forhold til de to andre ovennævnte stikprøveenheder resultere i en stor arbejdsbyrde at bruge operationer som stikprøveenhed i forbindelse med en statistisk stikprøvemetsode i forbindelse med ETC-programmer. Det anbefales derfor at bruge operationer som stikprøveenhed i forbindelse med ikke-statistiske stikprøvemethoder.

I afsnit 6.5.3 nedenfor fremlægges der i forbindelse med to- og tretrinsstikprøvetagning yderligere oplysninger om mulige stikprøveenheder og delstikprøveenheder i ETC-programmer samt supplerende bemærkninger om relevante metodologiske begrænsninger og konsekvenser.

### 6.5.3 *Stikprøvemethodologi*

I forbindelse med både statistiske og ikke-statistiske stikprøvemethoder i forbindelse med ETC-programmer gælder de generelle stikprøvemethodologier, som de beskrives i de relevante afsnit af denne vejledning. Dette afsnit tilbyder yderligere klarlægning af de særlige træk ved ETC-programmer.

Det er muligt, at tærsklen på 50-150 operationer ikke nås i forbindelse med ETC-programmer med en lille populationsstørrelse, navnlig i begyndelsen af gennemførelsesperioden. Selv hvis tærsklen nås, på grund af ETC-programmernes specifikke opbygning, er det dog muligvis ikke omkostningseffektivt at anvende en

---

<sup>53</sup> uden at skulle skelne mellem ledende og andre projektpartnere

statistisk stikprøvemethode. Af den grund kan revisionsmyndigheden på baggrund af en faglig vurdering anvende ikke-statistisk stikprøvetagning ved ETC-programmer med udgangspunkt i betingelserne i artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser og med overholdelse af kravet til en minimumsdækning på 5 % af operationerne og 10 % af udgifterne. Revisionsmyndighedens begrundelser og muligheder skal være omfattet af dennes revisionsstrategi, som i henhold til artikel 127, stk. 4, i forordningen om fælles bestemmelser skal ajourføres hvert år.

Når der anvendes statistiske stikprøvemethoder, kan præcisionen beregnes, hvilket giver kontrol over revisionsrisikoen. Hvor en operation er stikprøveenheden, kan anvendelse af statistiske stikprøvemethodologier medføre større omkostninger for revision af ETC-programmer på grund af deres specifikke opbygning. Det anbefales derfor, at revisionsmyndigheden anvender andre stikprøveenheder (en partner eller en individuel projektpartners betalingsanmodninger), der kan mindske omkostningerne ved revision ved hjælp af statistisk stikprøvetagning. Denne tilgang vil blive lettet, så snart overvågningssystemet (fastlagt i artikel 24 i forordning (EU) nr. 480/2014) giver mulighed for opdeling af data vedrørende udgifter mellem projektpartnere.

Det skal også bemærkes, at i programmeringsperioden 2014-2020 påkræves der ifølge artikel 127 i forordning (EU) nr. 1303/2013 dækning af mindst 5 % af operationerne og 10 % af de anmeldte udgifter, hvis der anvendes en ikke-statistisk stikprøvemethode. Da dette ikke er et krav i forbindelse med statistisk stikprøvetagning, bør revisionsmyndigheden medtage i sine overvejelser, at brug af en statistisk stikprøvemethode i nogle tilfælde kan medføre samme eller endda en lavere revisionsarbejdsbyrde (sammenlignet med ikke-statistisk stikprøvetagning), navnlig hvis projektpartners betalingsanmodninger bruges som stikprøveenheder, og der anvendes simpel tilfældig udvælgelse. I tilfælde af, at revisionsomkostningerne og -arbejdsbyrden er nogenlunde ens, anbefales revisionsmyndigheden at anvende statistisk stikprøvetagning.

Revisionsmyndigheden kan endelig på grund af det specifikke kontrolsystem, der bruges til ETC-programmer (f.eks. decentraliserede over for centraliserede systemer), overveje at bruge stratifikation (og f.eks. anvende resultaterne fra systemrevisioner), hvilket vil gøre revisionsmyndigheden i stand til at drage konklusioner efter strata, hvor dette er nødvendigt. Revisionsmyndigheden kan overveje at anvende stratifikation efter medlemsstat *enten på forhånd eller efterfølgende* (f.eks. hvis fejlprocenten ligger over 2 %) med henblik på at kunne bedømme, hvor fejlen stammer fra. I denne sammenhæng kan der i stikprøvemethodologien medtages den "bottom-up-strategi", der forklares i denne vejlednings afsnit 7.8.

#### *6.5.3.1 Stikprøvetagning i to og tre trin (delstikprøvetagning)*

Når der anvendes enten statistiske eller ikke-statistiske stikprøvemetoder, skal revisionsmyndigheden identificere fejl på de valgte stikprøveenheders niveau, før de fejl, der identificeres i stikprøven, projiceres til populationen. Som tommelfingerregel skal alle udgifter, der er anmeldt til Kommissionen, i stikprøven underkastes revision. Men hvis de udvalgte stikprøveenheder omfatter en stor mængde underliggende betalingsanmodninger eller fakturaer, kan revisionsmyndigheden vælge at revidere dem ved hjælp af delstikprøver. I sådanne tilfælde skal revisionsmyndigheden projicere de fejl, der identificeres i delstikprøven, til stikprøveenhedsniveau for at kunne identificere fejlen på de valgte stikprøveenheders niveau. I det næste trin projiceres fejlene fra de udvalgte stikprøveenheder (som blev fastlagt på grundlag af delstikprøven) til populationen af operationer eller betalingsanmodninger med henblik på at beregne populationens kalkulerede fejl.

### **Delstikprøveenheder**

I forbindelse med både statistisk og ikke-statistisk stikprøvetagning kan revisionsmyndigheden bruge forskellige delstikprøveenheder i en to-/tretrinnsstikprøveplan, såsom fakturaer, projekter i en operation, samlede betalingsanmodninger inklusive ledende eller andre projektparteres individuelle betalingsanmodninger, individuelle projektpartneres betalingsanmodninger og projektpartnere.

Grundet opbygningen af operationer i ETC-programmer anvender revisionsmyndigheden jævnligt en stikprøvemodel med to eller tre trin, hvor en projektpartner eller en projektpartneres betalingsanmodning kan udgøre en stikprøveenhed på et af stikprøvetagningens trin.

Hvis stikprøveenheden er en operation, kan revisionsmyndigheden beslutte at anvende en stikprøvemodel med udvælgelse af en delstikprøve af individuelle projektpartneres betalingsanmodninger (Stikprøvetagning i to trin). En anden mulighed inden for modeller for stikprøvetagning i to trin, som er den, der bruges oftest i forbindelse med ETC-programmer, er at inddele alle individuelle projektpartneres betalingsanmodninger efter projektpartner og at udvælge en delstikprøve af projektpartnere under den valgte operation. I dette tilfælde skal fejl, der identificeres på betalingsanmodnings-/projektpartnerniveau, først projiceres til operationsniveau, før fejlene endelig projiceres til populationen af operationers niveau.

### **Fakturaer som delstikprøveenhed**

Hvis nogle stikprøveenheder i den udvalgte delstikprøve (betalingsanmodninger/partnere) indeholder et stort antal fakturaer/andre udgiftselementer, kan revisionsmyndigheden beslutte at revidere dem på stikprøvebasis, hvilket vil føre til en stikprøvemodel i tre trin. I dette tilfælde skal fejl, der identificeres i den udvalgte stikprøve af fakturaer, først projiceres til betalingsanmodnings-



/partnerniveau. Efterfølgende skal de fejl, der blev fastslået på betalingsanmodnings-/partnerniveau, projiceres til operationsniveau ligesom i modellen for stikprøvetagning i to trin.

Revisionsmyndigheden kan også anvende fakturaer som stikprøveenhed i stikprøvetagning i to trin, hvilket i særdeleshed anvendes, når enten en individuel projektpartners betalingsanmodning eller en partner udgør den overordnede stikprøveenhed. I tilfælde hvor operationer udgør den overordnede stikprøveenhed i forbindelse med stikprøvetagning i to trin, vil delstikprøven af fakturaer blive udvalgt direkte fra populationen af alle operationens fakturaer uden mellemtrinnet med en delstikprøve på betalingsanmodnings-/partnerniveau.

### **Udvælgelse af delstikprøveenheder i forbindelse med statistiske og ikke-statistiske metoder**

Alle stikprøveenheder i delstikprøven skal udvælgelse tilfældigt<sup>54</sup>. Dette gælder også i forbindelse med ikke-statistiske stikprøvemetoder. Men hvis der anvendes stratifikation på delstikprøveniveau, kan revisionsmyndigheden selvfølgelig beslutte at revidere alle stikprøveenheder i et bestemt stratum.

*Eksempel: Hvis revisionsmyndigheden beslutter at bruge operationer som stikprøveenhed i hovedstikprøven og projektpartnere som delstikprøveenheder, kan revisionsmyndigheden enten:*

- foretage en tilfældig udvælgelse af projektpartnere (uden at skelne mellem ledende og andre projektpartnere) eller
- anvende stratifikation på operationsniveau:
  - et stratum for den ledende partners udgifter og
  - et stratum for andre projektpartneres udgifter.

*Da den ledende partner i den sidste mulighed ikke udvælgelse tilfældigt, og dennes udgifter derimod udgør et udtømmende stratum, skal projektionsmodellen tage hensyn til dette. For at beregne fejlen på operationsniveau skal fejlene i de andre projektpartnere, der blev udvalgt tilfældigt i operationen, projiceres til stratummet af andre projektpartnere, hvorimod den ledende partners fejl skal føjes til den kalkulerede fejl for at kunne identificere operationens samlede kalkulerede fejlprocent. Afsnit 6.5.3.3 nedenfor indeholder et eksempel på en sådan stikprøvemodel.*

---

<sup>54</sup> Ved hjælp af en metode baseret på samme sandsynlighed for udvælgelse (hvor hver enkelt stikprøveenhed har samme sandsynlighed for at blive udtaget, uafhængigt af størrelsen på dens anmeldte udgifter) eller en metode, hvor sandsynlighed for udvælgelse er proportional med stikprøvestørrelse (udgifter) (hvor det første element i stikprøven udvælgelse tilfældigt, og de næste elementer derefter udvælgelse ved hjælp af et interval, indtil den ønskede stikprøvestørrelse er opnået) og ved brug af pengeenheden som hjælpevariabel til stikprøvetagningen, ligesom i MUS-tilfælde.

Der mindes om, at hvis der anvendes en statistisk stikprøvemetode til den overordnede stikprøve, skal revisionsmyndigheden sikre, at der anvendes en statistisk stikprøvemetode til udvælgelse af stikprøveenheder i delstikprøver i alle trin. Navnlig hvis operationer bliver valgt som stikprøveenheder med en delstikprøve af projektpartnere i andet trin og en delstikprøve af fakturaer i tredje trin, skal revisionsmyndigheden sikre, at der observeres mindst 30 enheder i andet og i tredje trin. Hvis den valgte delstikprøveenhed i operationen er projektpartneren, betyder dette altså, at der skal udvælges 30 projektpartnere (dette ville gælde i få tilfælde). Ellers kan metoden stadig anvendes, men den vil medføre udvælgelse af alle de partnere, der hører til operationen, således at der i praksis anvendes stikprøvetagning i to trin (operation i første trin og faktura i andet trin) i stedet for stikprøvetagning i tre trin. På samme måde skal der sikres kontrol af en delstikprøve på mindst 30 fakturaer for hver udvalgt partner, i tilfælde af at udtømmende revisioner er for omkostningsfulde.

I programmeringsperioden 2014-2020 og i overensstemmelse med artikel 28 i Kommissionens delegerede forordning, hvor delstikprøver enten har fakturaer eller betalingsanmodninger som delstikprøveenheder, skal revisionsmyndigheden dække mindst 30 fakturaer/andre udgiftselementer eller betalingsanmodninger. Dette gælder også i forbindelse med ikke-statistisk stikprøvetagning. I tilfælde, hvor der anvendes andre delstikprøveenheder i forbindelse med ikke-statistisk stikprøvetagning (som for eksempel et projekt under en operation, en projektpartner), kan revisionsmyndigheden bestemme en delstikprøves tilstrækkelige dækning på baggrund af en faglig vurdering. I dette tilfælde anbefales det, at hvis der udvælges mindre end 30 delstikprøveenheder, skal de dække mindst 10 % af stikprøveenhedens udgifter (for eksempel en operation).

#### *6.5.3.2 Stikprøveenheders overordnede opsætning i forbindelse med stikprøvetagning i to og tre trin*

Nedenstående tabeller indeholder en oversigt over stikprøveenheders mulige overordnede opsætning ved stikprøvetagning i to og tre trin i forbindelse med ETC-programmer. Statistisk set kan disse opsætninger anvendes i forbindelse med både statistiske og ikke-statistiske stikprøvemetoder. Som det dog klargøres i tabellen, er nogle af de nævnte opsætninger ikke anvendelige på grund af store revisionsomkostninger, og i nogle tilfælde ville metodologiske begrænsninger være til hinder for anvendelse af dem i forbindelse med statistiske stikprøvemetoder grundet et utilstrækkeligt antal af delstikprøveenheder i praksis. **Hvor første og anden mulighed i tabellen nedenfor betragtes som de mest omkostningseffektive i forbindelse med statistiske stikprøvemetoder og anden og tredje mulighed i forbindelse med ikke-statistiske stikprøvemetoder, kan de resterende muligheder kræve meget større revisionsressourcer og derfor ofte ikke kan lade sig gøre i praksis.**

##### 6.5.3.2.1 Modeller til stikprøvetagning i to trin

Mulighed	Stikprøveenhed fra hovedstikprøven	Delstikprøveenhed (hvis relevant)	Anbefaling til anvendelse i ikke-statistisk og statistisk stikprøvetagning	Andre bemærkninger/begrænsninger
1.	En projektpartners betalingsanmodning	Faktura/andet udgiftsbilag	<i>Statistisk stikprøvetagning:</i> ja	Blandt de præsenterede modeller til statistisk stikprøvetagning, kræver denne udformning færrest revisionsressourcer og giver samtidig mulighed for beregning af præcision og den øvre fejlgrænse, som giver kontrol over revisionsrisikoen.
			<i>Ikke-statistisk stikprøvetagning:</i> Det er en betydeligt mindre omkostningseffektiv tilgang i forhold til brug af en projektpartner som primær stikprøveenhed pga. kravet om at dække mindst 10 % af de anmeldte udgifter til EU og 5 % af operationerne i regnskabsåret. (Det ville være nødvendigt for AA at dække flere stikprøveenheder for at opfylde kravet om at dække minimumsniveauet af udgifter).	Ved ikke-statistisk stikprøvetagning er mulighed 2 og 3 de mest omkostningseffektive.
2.	Projektpartner	Faktura/andet udgiftsbilag	<i>Statistisk stikprøvetagning:</i> ja	Det er en anbefalet tilgang inden for statistisk stikprøvetagning. Det kan være dyrere end mulighed 1.
			<i>Ikke-statistisk stikprøvetagning:</i> ja (Artikel 127 i forordningen om fælles bestemmelser kræver en dækning på mindst 5 % af operationerne og 10 % af de anmeldte udgifter).	Det er en anbefalet tilgang inden for ikke-statistisk stikprøvetagning.  Det skal bemærkes, at i forhold til en anden omkostningseffektiv tilgang til ikke-statistisk stikprøvetagning (dvs. mulighed 3 nedenfor) kræver mulighed 2 ingen projektion fra projektpartnerne til operationsniveauet, da projektionen til populationen foretages direkte fra projektpartnerne. I forbindelse med projektpartnerne, hvis fakturaer/udgiftsposter ikke er fuldstændig verificeret, kan en partners fejl beregnes på grundlag af projektion af fejl konstateret i delstikprøven af fakturaer/andre udgiftsposter.
3.	Operation	Projektpartner <sup>55</sup>	<i>Statistisk stikprøvetagning:</i> a) Når der er op til 30 projektpartnere i en operation, anvendes denne model ikke. (Ved statistiske metoder kræves verificering af alle eller mindst 30 partnere til delstikprøveniveau. Når antallet af partnere er lig med eller mindre end 30, vil metoden føre til udvælgelse af alle eksisterende partnere, hvilket medfører en model for stikprøvetagning i et trin.)	Ved statistisk stikprøvetagning er mulighed 1 og 2 de mest omkostningseffektive.

<sup>55</sup> Denne delstikprøveenhed grupperer alle en projektpartners anmeldte betalingsanmodninger i samme operation pr. partner i en given stikprøveperiode.

Mulighed	Stikprøveenhed fra hovedstikprøven	Delstikprøveenhed (hvis relevant)	Anbefaling til anvendelse i ikke-statistisk og statistisk stikprøvetagning	Andre bemærkninger/begrænsninger
			<p>b) Når der er mere end 30 projektpartnere: Høje omkostninger ved mindst 30 partnere.</p> <p><i>Ikke-statistisk stikprøvetagning:</i> ja (Artikel 127 i forordningen om fælles bestemmelser kræver en dækning på mindst 5 % af operationerne og 10 % af de anmeldte udgifter).</p>	<p>To muligheder kan anvendes til udvælgelsen af projektdeltagere:</p> <p>a) En tilfældig udvælgelse af partnere uden skellen mellem den ledende partner og andre projektpartnere,</p> <p>b) For hver udvalgte operation foretages kontrol af de udgifter, som er anmeldt af den ledende partner og udgifter anmeldt af tilfældigt udvalgte øvrige projektpartnere.</p> <p>Tilgangen kræver en projektion af fejl hos de valgte projektpartnere til operationsniveauet (jf. mulighed 2 for en anden omkostningseffektiv tilgang til ikke-statistisk stikprøvetagning, som ikke kræver projektion fra partnerniveau til operationsniveau).</p> <p>I ikke-statistisk stikprøvetagning anbefales det, at delstikprøven af projektpartnerne dækker mindst 10 % af udgifterne til operationen.</p>
4.	Operation/samlet betalingskrav	Faktura/andet udgiftsbilag	<p><i>Statistisk stikprøvetagning:</i> Da det kan kræve kontrol af udgifter afholdt af forskellige partnere inden for en valgt operation (samlet anmodning om betaling) er denne model ikke omkostningseffektiv. Den kræver flere ressourcer end revision under mulighed 1 og 2.</p> <p><i>Ikke-statistisk stikprøvetagning:</i> Normalt ikke muligt pga. høje udgifter til revision</p>	<p>Ved statistisk stikprøvetagning er mulighed 1 og 2 de mest omkostningseffektive.</p> <p>Ved ikke-statistisk stikprøvetagning er mulighed 2 og 3 de mest omkostningseffektive.</p>
5.	Operation	Samlet anmodning om betaling	<p><i>Statistisk stikprøvetagning:</i></p> <p>a) I tilfælde af op til 30 samlede betalingsanmodninger kræver denne model kontrol af alle samlede betalingsanmodninger, hvilket fører til stikprøvetagning i et trin.</p> <p>b) Når der er mere end 30 betalingsanmodninger: Høje revisionsomkostninger ved at dække mindst 30 aggregerede betalingsanmodninger.</p> <p><i>Ikke-statistisk stikprøvetagning:</i> Normalt ikke muligt pga. høje udgifter til revision</p>	<p>Ved statistisk stikprøvetagning er mulighed 1 og 2 de mest omkostningseffektive.</p> <p>Ved ikke-statistisk stikprøvetagning er mulighed 2 og 3 de mest omkostningseffektive.</p>
6.	Operation eller samlet anmodning	En projektpartners betalingsanmodning	<p><i>Statistisk stikprøvetagning:</i></p> <p>a) I tilfælde af op til 30 betalingsanmodninger fra individuelle</p>	<p>Ved statistisk stikprøvetagning er mulighed 1 og 2 de mest omkostningseffektive.</p>

Mulighed	Stikprøveenhed fra hovedstikprøven	Delstikprøveenhed (hvis relevant)	Anbefaling til anvendelse i ikke-statistisk og statistisk stikprøvetagning	Andre bemærkninger/begrænsninger
	om betaling	ning	<p>partnere kræver denne model kontrol af alle betalingsanmodninger fra individuelle partnere, hvilket fører til modellen med stikprøvetagning i et trin.</p> <p>b) Når der er mere end 30 betalingsanmodninger: Høje revisionsomkostninger ved at dække mindst 30 betalingsanmodninger fra individuelle projektpartnere.</p>	
			<i>Ikke-statistisk stikprøvetagning:</i> Normalt ikke muligt pga. høje udgifter til revision	Ved ikke-statistisk stikprøvetagning er mulighed 2 og 3 de mest omkostningseffektive.

I en ETC-kontekst er de mest anvendte modeller til stikprøvetagning i to trin:

- Anvendelse af en operation som stikprøveenhed og en projektpartner som delstikprøveenhed i tilfælde af ikke-statistisk stikprøvetagning (jf. mulighed 3 ovenfor)
- Anvendelse af en anmodning om betaling fra en individuel projektpartner som stikprøveenhed og en faktura/andre udgiftsbilag som delstikprøveenhed i tilfælde af statistisk stikprøvetagning (jf. mulighed 1 ovenfor).

Anvendelsen af en projektpartner som stikprøveenheden og en faktura/andet udgiftsbilag som delstikprøveenhed (jf. mulighed 2 ovenfor) er også en anbefalet tilgang, som kan være omkostningseffektiv både ved statistisk og ikke-statistisk stikprøvemetode. I et sådant tilfælde kan hver partners fejl beregnes på grundlag af projektion af fejl, der er konstateret i delstikprøven af fakturaer. Partnernes fejl kan ekstrapoleres direkte til populationsniveauet (uden at skulle beregne fejl for de pågældende operationer, siden operationen ikke udgør stikprøveenheden i en sådan tilgang).

Man skal være særlig opmærksom på de tilfælde, hvor AA beslutter at vælge en operation som stikprøveenhed til en statistisk stikprøvemetode. Forskellige delstikprøveenheder kan anvendes i et sådant tilfælde, eksempelvis en samlet anmodning om betaling (jf. mulighed 5 ovenfor), en projektpartner (jf. mulighed 3 ovenfor) eller en individuel projektpartners anmodning om betaling (jf. mulighed 6 ovenfor). Ved en statistisk stikprøvemetode kræves dog mindst 30 observationer på hvert stikprøvetrin, hvilket kan nødvendiggøre kontrol af alle delstikprøveenheder (da der normalt er mindre end 30 delstikprøveenheder til rådighed).

En undtagelse vedrører udvælgelsen af en operation som stikprøveenhed og en faktura/andet udgiftsbilag som delstikprøveenhed (jf. mulighed 4 ovenfor). I det tilfælde kan en statistisk delstikprøve af fakturaer udtages blandt populationen af alle fakturaer, der er angivet for operationen i stikprøveperioden (dvs. fra alle projektpartnere der har anmeldt udgifter i stikprøveperioden). Arbejdet med revideringen reduceres betydeligt i

forhold til anvendelsen af de andre delstikprøveenheder, der er nævnt ovenfor. Denne tilgang vil dog normalt kræve mange flere ressourcer til revidering sammenlignet med brugen af projektpartnere eller projektpartneres betalingsanmodninger som stikprøveenheder med en delstikprøve af fakturaer (jf. mulighederne 1 og 2 ovenfor).

#### 6.5.3.2.2 Stikprøvetagning i tre trin

Stikprøveenhed fra hovedstikprøven	Delstikprøveenhed	Stikprøveenhed fra en delstikprøve på laveste trin	Bemærkninger
Operation	Projektpartner <sup>56</sup>	Faktura/andet udgiftsbilag	Se mulighed 3 i ovenstående tabel.
Operation	Samlet anmodning om betaling	Faktura/andet udgiftsbilag	Se mulighed 5 i ovenstående tabel.
Operation	En individuel projektpartners anmodning om betaling	Faktura/andet udgiftsbilag	Se mulighed 6 i ovenstående tabel.
Samlet anmodning om betaling	En individuel projektpartners anmodning om betaling	Faktura/andet udgiftsbilag	Se mulighed 6 i ovenstående tabel.

I en ETC-kontekst anvendes modellen med tre trin navnlig i ikke-statistisk stikprøvetagning, hvor operationer bliver valgt som stikprøveenheder og projektpartnere som delstikprøveenheder, for hvilke tilfældigt udvalgte fakturaer er verificeret.

<sup>56</sup> Denne delstikprøveenhed grupperer alle en projektpartners anmeldte betalingsanmodninger i samme operation pr. partner i en given stikprøveperiode.

6.5.3.3 *En mulig fremgangsmåde for stikprøvetagning i to trin (operationen som stikprøveenheden og delstikprøve af projektpartnerne, hvor den ledende partner og et udsnit af projektpartnerne udvælges)*

#### 6.5.3.3.1 Stikprøvemodel

Lad os se på en sag, hvor AA har besluttet, at revisionen af den ledende partner i de udvalgte operationer altid skal foretages, så den dækker både dennes egne udgifter og processen mht. at samle projektpartnernes betalingsanmodninger. Hvis antallet af projektpartnere gør det umuligt at revidere dem alle, kan der udvælges en tilfældig stikprøve. Derfor har AA valgt stratificering for stikprøveenheden i hovedstikprøven med adskillelse af udgiftsstratum anmeldt af den ledende partner og udgiftsstratum anmeldt af andre projektpartnere. Den samlede størrelse af stikprøven fra den ledende partner og projektpartnerne skal være tilstrækkelig stor til, at AA kan drage gyldige konklusioner.

I sådanne tilfælde bør projektionen af fejl til populationen (eller til den tilsvarende operation) tage højde for, at den ledende partner er blevet revideret, mens projektpartnerne blev revideret gennem stikprøver.

Følgende metode, som anvendes af AA i dette eksempel, forudsætter:

- Anvendelse af en ikke-statistisk stikprøvemodel
- En model i to trin, hvor det første trin er en udvælgelse af operationer og det andet trin er udvælgelsen af en stikprøve af partnere inden for hver operation<sup>57</sup>
- Udvalgelse af alle enheder (operationer, partnere) med samme sandsynlighed (andre stikprøvemetoder accepteres)
- Den ledende partner udvælges altid for hver operation
- En stikprøve af projektpartnere udvælges fra listen over partnere.

For det første bør man anerkende, at modellen skal følge en af de tidligere foreslåede metoder i den første fase af udvælgelsen (operationer). I hver operation svarer strategien formelt set til en model med stratifikation med to strata:

- Første stratum svarer til den ledende partner og består kun af én populationsenhed, som altid skal udvælges i stikprøven. I praksis skal dette stratum behandles som et udtømmende stratum svarende til strata af høj værdi.
- Andet stratum svarer til en række projektpartnere og er observeret via stikprøver.

Til en bestemt operation,  $i$ , i stikprøven er den kalkulerede fejl for det udtømmende stratum (svarende til den ledende partner):

---

<sup>57</sup> Det er også muligt at foretage en delstikprøve af udvalgte partneres anmodninger om betalinger eller andre enheder, hvis de er for store til at kunne undersøges nøje.

$$EE_e = E_{LP}$$

hvor  $E_{LP}$  er det konstaterede fejlbeløb i den ledende partners udgifter. Det vil sige, at den kalkulerede fejl for det udtømmende stratum helt enkelt er det konstaterede fejlbeløb hos den ledende partner.

Vær opmærksom på, at der ikke er pligt til at revidere den ledende partner fuldt ud. Delstikprøver af den ledende partners udgifter er en mulighed, hvis de omfatter et stort antal betalingsanmodninger (eller andre underenheder). Hvis dette er tilfældet, skal delstikprøven af betalingsanmodninger (eller andre underenheder) anvendes for at projicere den ledende partners fejlbeløb.

Hvis der anvendes en delstikprøve, og vi igen antager, at der foretages en udvælgelse baseret på samme sandsynlighed og ratioestimation<sup>58</sup>, vil de kalkulerede fejl hos den ledende partner være:

$$EE_{LP} = BV_{LP} \frac{\sum_{j=1}^{n_{LP}} E_j}{\sum_{j=1}^{n_{LP}} BV_j}$$

hvor  $BV_{LP}$  er den ledende partners udgift og  $n_{LP}$  er størrelsen af stikprøven af reviderede underenheder for denne partner.

Mht. det stratum, der indeholder de øvrige projektpartnere, skal fejlen kalkuleres under hensyntagen til, at kun et udsnit af disse partnere er blevet undersøgt.

Som sagt, hvis partnere blev valgt med samme sandsynlighed og forudsat anvendelse af ratioestimation, er den kalkulerede fejl

$$EE_{PP} = BV_{PP} \frac{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} E_i}{\sum_{i=1}^{n_{s,PP}} BV_i}$$

hvor  $BV_{PP}$  er udgifterne for rækken af projektpartnere og  $n_{s,PP}$  er stikprøvestørrelsen i stratummet af projektpartnere.

Denne kalkulerede fejl svarer til antallet af fejl i stikprøven af projektpartnerne ganget med udgifter i populationen i stratummet.

---

<sup>58</sup> Vær opmærksom på, at denne formel skal være tilpasset den særlige udvælgelses- og ekstrapolationsproces, som er valgt i hver delstikprøve. Vi vil ikke bebyrde læseren med det hensyn, som bør tages i betragtning ved disse valg, som er grundigt diskuteret i tidligere afsnit.



Vær opmærksom på, at i tilfælde, hvor projektpartnere udvalgt til stikprøven ikke er fuldt revideret, men kun revideret gennem en delstikprøve af betalingsanmodninger (eller andre enheder), skal fejlene  $E_i$  kalkuleres som forklaret for den ledende partner.

Den samlede kalkulerede fejl for operationen er summen af følgende to komponenter:

$$EE_i = EE_{LP} + EE_{PP}$$

Projektionen bør følges for hver operation i stikprøven for at opnå de kalkulerede fejl for hver operation ( $EE_i, i = 1, \dots, n$ ). Når de kalkulerede fejl for alle operationer i stikprøven er beregnet, er projektionen til populationen enkel ved brug af de metoder, der er omtalt i de foregående afsnit.

Den kalkulerede fejl (og den øvre fejlgrænse ved brug af en statistisk model) skal til sidst sammenholdes med den maksimale acceptable fejl (væsentlighedstærsklens procentsats multipliceret med udgifter i populationen) for at afgøre, om der er tale om væsentlige fejl i populationen.

#### 6.5.3.3.2 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter anmeldt til Kommissionen for en bestemt referenceperiode til operationer under programmer for europæisk territorielt samarbejde (ETC). Da der ikke er fælles forvaltnings- og kontrolsystemer for alle involverede medlemsstater, er det ikke muligt at gruppere dem. Eftersom antallet af operationer er markant lavt (kun 47), og hver operation har mere end én projektpartner (den ledende partner og mindst en anden projektpartner), og der kun er få operationer med meget store bogførte værdier, har AA besluttet at anvende en ikke-statistisk stikprøvemetode med stratifikation af operationer af høj værdi. AA har besluttet at identificere disse operationer ved at fastlægge tærskelværdien på 3 % af den samlede bogførte værdi.

Den tilgængelige populationsinformation er sammenfattet i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter (DE) i referenceperioden	113 300 285 EUR
Populationsstørrelse (operationer)	47
Væsentlighedstærskel (højst 2 %)	2 %
Acceptabel fejlinformation (TE)	2 266 006 EUR
Tærskelværdi (3 % af den bogførte værdi)	3 399 009 EUR

Dette projekt af høj værdi vil ikke indgå i stikprøven og håndteres særskilt. Den samlede værdi af dette projekt er 4 411 965 EUR. Det konstaterede fejlbeløb i denne operation er

$$EE_e = 80,328.$$

Nedenstående tabel sammenfatter disse resultater:

Antal enheder over tærskelværdi	1
Populationens bogførte værdi over tærskelværdi	4 411 965 EUR
Det konstaterede omfang af fejl i operationer med bogførte værdier, som er højere end tærskelværdien	80 328 EUR
Resterende populationsstørrelse (antal operationer)	46
Resterende populationsværdi	108 888 320 EUR

Revisionsmyndigheden mener, at forvaltnings- og kontrolsystemet "*grundlæggende ikke fungerer*", og beslutter derfor at udvælge en stikprøve på 20 % af populationen af operationer. Dvs.  $20\% \times 47 = 9,4$  afrundet til 10. Som følge af den lille variabilitet i udgifterne i denne population beslutter revisoren at udvælge en stikprøve i den resterende population baseret på samme sandsynlighed. Selv om stikprøven er baseret på samme sandsynlighed, må man forvente, at denne stikprøve vil medføre en dækning på mindst 20 % af udgifter i populationen i stratum (jvf. 6.4.3).

En stikprøve på ni operationer (ti minus operationen af høj værdi) udtages tilfældigt. 100 % af udgifterne fra den ledende partner blev revideret. Der blev fundet to fejl.

Operations-ID	Den ledende partners udgifter		
	Bogført værdi	Revideret udgiftspost	Fejlbeløb
864	890 563 EUR	890 563 EUR	0 EUR
12895	1 278 327 EUR	1 278 327 EUR	0 EUR
6724	658 748 EUR	658 748 EUR	5 274 EUR
763	234 739 EUR	234 739 EUR	20 327 EUR
65	987 329 EUR	987 329 EUR	0 EUR
3	1 045 698 EUR	1 045 698 EUR	0 EUR
65	895 398 EUR	895 398 EUR	0 EUR
567	444 584 EUR	444 584 EUR	0 EUR
24	678 927 EUR	678 927 EUR	0 EUR
I alt	<b>7 114 313 EUR</b>		

Mht. de udgifter, som de øvrige projektpartnere har angivet, beslutter AA at udvælge en projektpartner tilfældigt til at blive grundigt revideret for hver operation.

Operations-ID	Projektpartneres udgifter				
	Antal reviderede partnere	Bogført værdi (for alle projektpartnere fra stratum af lav værdi)	Revideret udgiftspost	Fejlbeløb	Kalkuleret fejl
864	1	234 567 EUR	37 147 EUR	0 EUR	0 EUR
12895	1	834 459 EUR	164 152 EUR	0 EUR	0 EUR
6724	1	766 567 EUR	152 024 EUR	23 EUR	116 EUR
763	1	666 578 EUR	83 384 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1	245 538 EUR	56 318 EUR	127 EUR	554 EUR
3	1	344 765 EUR	101 258 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1	678 927 EUR	97 656 EUR	0 EUR	0 EUR
567	1	1 023 346 EUR	213 216 EUR	1 264 EUR	6 067 EUR
24	1	789 491 EUR	137 311 EUR	0 EUR	0 EUR
I alt		<b>5 584 238 EUR</b>			

AA projekterer fejlen for hver operation ved brug af ratioestimation. Eksempelvis fås den kalkulerede fejl for operation ID 65 ved fejlprocenten i stikprøven ( $127/56318 \times 100 \% = 0,23 \%$ ) multipliceret med den bogførte værdi af operationens projektpartnere ( $0,23 \% \times 245\,538 \text{ EUR} = 554 \text{ EUR}$ ).

For hver operation i stikprøven er den kalkulerede fejl lig med den kalkulerede fejl for projektpartnerne plus de observerede fejl hos den ledende partner.

Operations-ID	Samlet bogført værdi	Den kalkulerede fejl (ledende partner)	Den kalkulerede fejl (andre projektpartnere)	Den samlede kalkulerede fejl pr. operation
864	1 125 130 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
12895	2 112 786 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
6724	1 425 315 EUR	5 274 EUR	116 EUR	5 390 EUR
763	901 317 EUR	20 327 EUR	0 EUR	20 327 EUR
65	1 232 867 EUR	0 EUR	554 EUR	554 EUR
3	1 390 463 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
65	1 574 325 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR

567	1 467 930 EUR	0 EUR	6 067 EUR	6 067 EUR
24	1 468 418 EUR	0 EUR	0 EUR	0 EUR
I alt	12 698 551 EUR			32 338 EUR

Den kalkulerede fejl for det samlede stratum af lav værdi fås ved summen af de kalkulerede fejl pr. operation (32 338 EUR) divideret med den samlede bogførte værdi af de udvalgte operationer, 7 114 313 EUR + 5 584 238 EUR = 12 698 551 EUR, hvilket giver en fejlprocent i stikprøven på 25 % på stratumniveauet af lav værdi. Igen ved hjælp af proceduren til ratioestimation viser denne fejlprocent i stikprøven anvendt på den bogførte værdi for stratummet af lav værdi, 108 888 320 EUR, den kalkulerede fejl på stratumniveauet af lav værdi, 277 294 EUR.

Ved at addere den kalkulerede fejl for strata af både høj og lav værdi, opnår AA den samlede kalkulerede fejl.

$$EE = EE_e + EE_s = 80,328 + 277,294 = 357,622\text{€}$$

Endelig vil den kalkulerede fejl blive sammenlignet med væsentlighedstærsklen (2 266 006 EUR), hvilket normalt leder til den konklusion, at den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærsklen.

## 7 Udvalgte emner

### 7.1 Bestemmelse af den forventede fejl

Den forventede fejl kan defineres som det fejlbeløb, revisoren forventer at finde i populationen. Faktorer, som er af relevans for revisorens vurdering af den forventede fejl, omfatter resultaterne af test af kontroller, resultaterne af revisionshandlinger udført i tidligere år og resultaterne af andre substanshandlinger. Der skal tages hensyn til, at jo mere den forventede fejl afviger fra den faktiske fejl, desto højere er risikoen for at nå frem til inkonklusive resultater ved revisionens afslutning ( $EE < 2\%$  og  $ULE > 2\%$ ).

Ved fastsættelsen af værdien af den forventede fejl skal revisoren tage hensyn til følgende:

1. Hvis revisoren har oplysninger om fejlprocenterne de foregående år, skal den forventede fejl i princippet være baseret på den kalkulerede fejl beregnet det foregående år. Hvis revisoren har modtaget oplysninger om ændringer af kontrolsystemernes kvalitet, kan disse oplysninger imidlertid anvendes til at reducere eller øge den forventede fejl. Hvis den kalkulerede fejl var 0,7 % det

foregående år, og der ikke foreligger yderligere oplysninger, kan denne værdi f.eks. indgå i beregningen af den forventede fejlprocent. Hvis revisoren derimod har modtaget beviser for en forbedring af systemerne, som i rimelig grad har overbevist revisoren om, at fejlprocenten i indeværende år vil blive lavere, kan disse oplysninger anvendes til at reducere den forventede fejl, f.eks. til 0,4 %.

2. Hvis der ikke er nogen historisk information om fejlprocenter, kan revisoren anvende en foreløbig stikprøve/pilotstikprøve med henblik på at opnå et foreløbigt estimat af fejlprocenten i populationen. Den forventede fejlprocent anses for at være lig med den kalkulerede fejlprocent i denne foreløbige stikprøve. Hvis der allerede er udvalgt en foreløbig stikprøve for at beregne den standardafvigelse, der skal anvendes til at udregne formlerne til bestemmelse af standardstørrelse, kan denne foreløbige stikprøve også anvendes til at beregne en foreløbig projektion af fejlprocenten og således den forventede fejl.
3. Hvis der ikke er nogen historisk information til at beregne den forventede fejl, og det ikke er muligt at anvende en foreløbig stikprøve på grund af ukontrollerbare restriktioner, skal revisoren fastsætte værdien af den forventede fejl på grundlag af faglige erfaringer og en sagkyndig vurdering. Værdien skal primært afspejle revisorens forventninger til det faktiske fejlniveau i populationen.

Revisoren skal kort sagt anvende historiske oplysninger, baggrundsoplysninger, sagkyndig vurdering eller en kombination af ovenstående til at fastsætte den forventede fejl så realistisk som muligt.

En forventet fejl baseret på objektive kvantitative oplysninger er normalt mere nøjagtig, og yderligere revision undgås i tilfælde af inkonklusive revisionsresultater. Hvis revisoren eksempelvis fastsætter en forventet fejl på 10 % af væsentlighedstærsklen, dvs. 0,2 % af udgifterne, og den kalkulerede fejl ved revisionens afslutning beregnes til 1,5 %, vil resultaterne sandsynligvis være inkonklusive, da den øvre fejlgrænse vil ligge over væsentlighedstærsklen. For at undgå sådanne situationer skal revisoren ved stikprøvetagningen fremover fastsætte den forventede fejl på grundlag af et mål for den faktiske fejl i populationen, der er så realistisk som muligt.

En særlig situation kan opstå, når den forventede fejlprocent er tæt på 2 % (jf. figur 6). Hvis den forventede fejl f.eks. er 1,9 %, og konfidensniveauet er højt (f.eks. 90 %), kan det resultere i ekstremt store stikprøver, der er vanskelige at håndtere. Dette er et fælles problem for alle stikprøvemetoder, når den planlagte præcision er meget lav (0,1 % i dette eksempel)<sup>59</sup>. I denne forbindelse tilrådes det at opdele populationen i to forskellige delpopulationer, hvor revisoren forventer at finde forskellige fejlniveauer. Hvis det er muligt at identificere en delpopulation med en forventet fejl på under 2 % og en anden delpopulation med en forventet fejl på over 2 %, kan revisoren uden problemer

---

<sup>59</sup> Husk, at den planlagte præcision er en funktion af den forventede fejl, dvs. svarende til forskellen mellem den maksimale acceptable fejl og den forventede fejl.

planlægge to forskellige stikprøver for disse delpopulationer uden risiko for for store stikprøver.

Endelig skal revisionsmyndigheden planlægge revisionsarbejdet således, at den mest sandsynlige fejlforekomst (MLE) bliver tilstrækkelig præcis, selv når den forventede fejl ligger et godt stykke over væsentlighedstærsklen (dvs. lig med eller over 4,0 %). I denne forbindelse tilrådes det at udregne formlerne til bestemmelse af stikprøvestørrelse med en forventet fejl, der resulterer i en maksimal planlagt præcision på 2,0 %, dvs. ved beregning af de forventede fejl lig med 4,0 % (jf. figur 6).

Hvor historiske data om revisioner af operationer og eventuelle resultater af systemrevisioner resulterer i en meget lav forventet fejlprocent, kan revisoren beslutte at anvende disse historiske data eller enhver anden højere forventet fejlprocent for at udvise forsigtighed i forhold til effektiv præcision (f.eks. i tilfælde af at den effektive fejlprocent er højere end forventet).

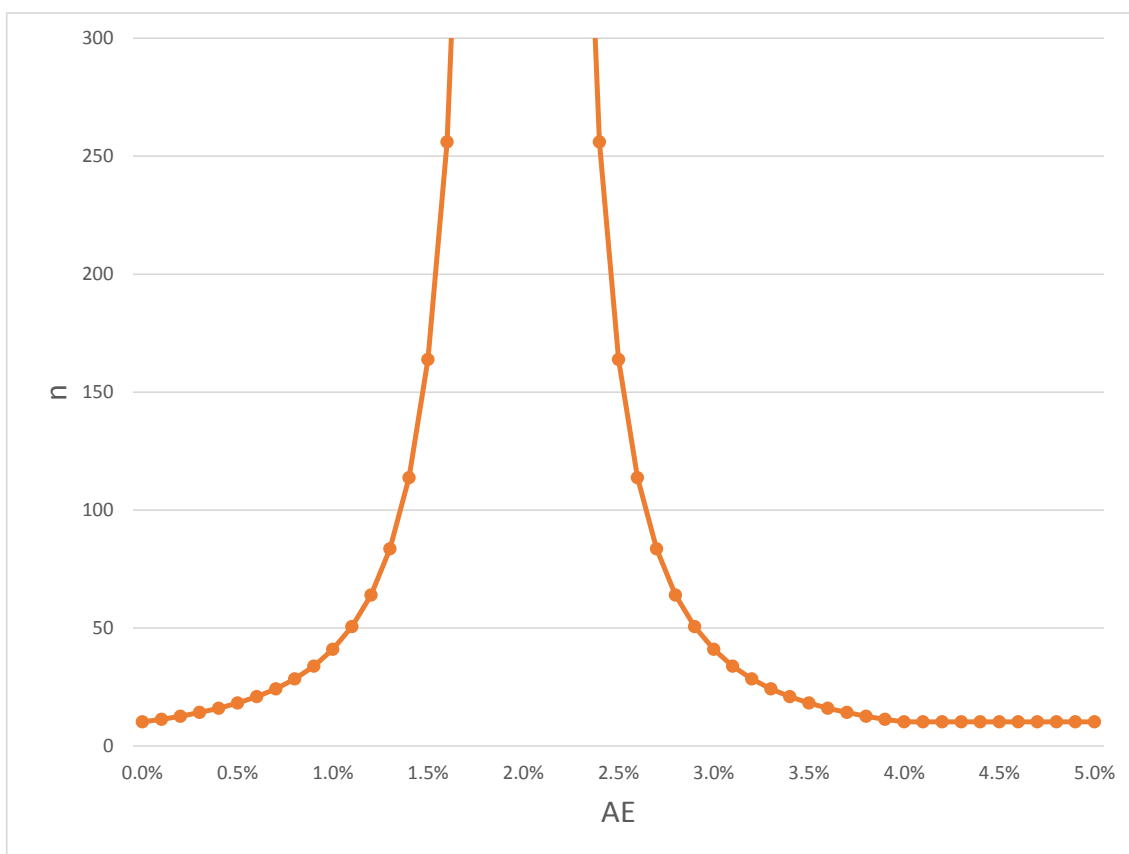


Fig. 6 Stikprøvestørrelse som funktion af forventet fejl

## 7.2 Yderligere stikprøvetagning

### 7.2.1 Supplerende stikprøvetagning (grundet utilstrækkelig dækning af højrisikoområder)

Vedrørende programmeringsperioden 2007-2013 henvises til supplerende stikprøvetagning i artikel 17, stk. 5, i Kommissionens forordning (EF) nr. 1828/2006 (for EFRU, ESF og Samhørighedsfonden) og artikel 43, stk. 5, i Kommissionens forordning (EF) nr. 498/2007 (for EFF).

En lignende bestemmelse findes for programmeringsperioden 2014-2020, jf. artikel 28, stk. 12, i forordning (EU) nr. 480/2014: "*Hvis der er opdaget uregelmæssigheder eller en risiko for uregelmæssigheder, afgør revisionsmyndigheden ud fra et professionelt skøn, om det er nødvendigt at revidere en supplerende stikprøve af yderligere operationer eller dele af operationer, der ikke blev revideret i den vilkårlige stikprøve, for at tage højde for de særlige risikofaktorer, som er afdækket.*"

Revisions sikkerheden skal bygge på AA's arbejde vedrørende systemrevision og på revisioner af operationer og eventuelle supplerende revisioner, som AA skønner nødvendige på baggrund af deres risikovurdering under hensyntagen til revisionsarbejde udført i programmeringsperioden 1994-1999.

Resultaterne af den vilkårlige statistiske stikprøvetagning skal vurderes på baggrund af resultaterne af risikoanalysen af de enkelte programmer. Når det på baggrund af denne sammenligning konkluderes, at den statistiske stikprøvetagning ikke dækker visse højrisikoområder, skal den suppleres med udvælgelse af yderligere operationer, dvs. en supplerende stikprøve.

Revisionsmyndigheden skal foretage denne vurdering jævnligt i gennemførelsesperioden.

Resultaterne af revisionen af de supplerende stikprøver skal i denne forbindelse analyseres særskilt i forhold til resultaterne af revisionen af stikprøverne udvalgt efter en tilfældig statistisk stikprøvemetode. Navnlig skal konstaterede fejl i den supplerende stikprøve ikke medtages ved beregningen af fejlprocenten i revisionen af den tilfældigt udvalgte stikprøve. Der skal imidlertid ligeledes foretages en detaljeret analyse af de konstaterede fejl i den supplerende stikprøve for at identificere arten af fejl og fremsætte anbefalinger vedrørende korrektion af disse fejl.

Resultatet af den supplerende stikprøve skal indberettes til Kommissionen i den årlige kontrolrapport umiddelbart efter revisionen af en supplerende stikprøve.

## **7.2.2 Supplerende stikprøvetagning (grundet inkonklusive resultater af revisionen)**

Når revisionsresultaterne er inkonklusive, og der på baggrund af de præsenterede muligheder i afsnit 7.7 er behov for yderligere revision (typisk når den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærsklen, men den øvre grænse ligger over), er det muligt at udvælge en supplerende stikprøve. I denne forbindelse skal den kalkulerede fejl beregnet på grundlag af den oprindelige stikprøve i formlerne til bestemmelse af stikprøvestørrelse erstattes med den forventede fejl (den kalkulerede fejl er på dette tidspunkt det bedste estimat af fejlen i populationen). På denne måde er det muligt at beregne en ny stikprøvestørrelse på grundlag af den nye information udledt af den oprindelige stikprøve. Den supplerende nødvendige stikprøvestørrelse kan beregnes ved at subtrahere den oprindelige stikprøvestørrelse fra den nye stikprøvestørrelse. Endelig kan en ny stikprøve udvælgges (ved hjælp af den samme metode som den, der blev anvendt i forbindelse med den oprindelige stikprøve). De to stikprøver samles, og resultaterne (kalkuleret fejl og præcision) skal omregnes på grundlag af data fra den endelige samlede stikprøve.

Tag f.eks. en situation, hvor der på grundlag af en oprindelig stikprøve på 60 operationer er blevet beregnet en kalkuleret fejlprocent på 1,5 % med en præcision på 0,9 %. Den øvre grænse for fejlprocenten er således  $1,5 + 0,9 = 2,4$  %. I dette tilfælde ligger den kalkulerede fejlprocent under væsentlighedstærsklen på 2 %, men den øvre grænse ligger over. Revisoren står således i en situation, hvor der er behov for yderligere revision for at drage konklusioner (jf. afsnit 4.12). Revisoren kan bl.a. vælge at udtage supplerende stikprøver til revision. I så fald skal den kalkulerede fejlprocent på 1,5 % indgå i formlen til bestemmelse af stikprøvestørrelse i stedet for den forventede fejl med henblik på omregning af stikprøvestørrelsen, hvilket i dette tilfælde vil resultere i en ny stikprøvestørrelse på  $n = 78$ . Da den oprindelige stikprøve omfattede 60 operationer, skal denne værdi subtraheres fra den nye stikprøvestørrelse, således at der tilføjes  $78 - 60 = 18$  nye observationer. Der skal således udvælgges en supplerende stikprøve på 18 operationer fra populationen ved hjælp af samme metode som den, der blev anvendt i forbindelse med den oprindelige stikprøve (f.eks. MUS). Efter denne udvælgelse samles de to stikprøver til en ny samlet stikprøve på  $60 + 18 = 78$  operationer. Denne samlede stikprøve vil således danne grundlag for omregning af den kalkulerede fejl og projektionens præcision ved hjælp af de sædvanlige formler.

## **7.3 Stikprøvetagning i løbet af året**

### **7.3.1 Indledning**

Revisionsmyndigheden kan beslutte at udtage stikprøverne over flere perioder i løbet af året (typisk to halvår). Denne fremgangsmåde skal ikke anvendes med det formål at



reducere den samlede stikprøvestørrelse. Generelt vil summen af stikprøvestørrelser for flere observationsperioder være større end den stikprøvestørrelse, der ville blive beregnet, hvis stikprøven blev udtaget for en enkelt periode ved årets udgang. Hvis beregningerne er baseret på realistiske antagelser, vil summen af de delvise stikprøvestørrelser ikke være betydeligt større end summen ved en enkelt observation. Den store fordel ved denne metode er ikke, at stikprøvestørrelsen reduceres, men navnlig at det bliver muligt at sprede revisionsbyrden over hele året og således reducere arbejdsbyrden ved årets udgang baseret på en enkelt observation.

Ved denne fremgangsmåde skal der i den første observationsperiode gøres en række antagelser om de efterfølgende observationsperioder (typisk det næste halvår). Revisoren kan f.eks. være nødt til at estimere de forventede samlede udgifter i populationen i det næste halvår. Denne fremgangsmåde anvendes således ikke uden risiko, da antagelserne om de efterfølgende perioder kan være unøjagtige. Hvis populationskarakteristikaene i de efterfølgende perioder afviger væsentligt fra antagelserne, kan det være nødvendigt at øge stikprøvestørrelsen i den efterfølgende periode, og den samlede stikprøvestørrelse (for alle perioder) kan være større end den forventede og planlagte stikprøvestørrelse.

I kapitel 6 i vejledningen angives de specifikke formler og detaljerede retningslinjer for stikprøvetagning i to observationsperioder i løbet af året. Det skal bemærkes, at denne fremgangsmåde kan anvendes sammen med enhver stikprøvemetode, som revisoren har valgt, herunder stratifikation. Det er ligeledes muligt at betragte flere perioder over året som forskellige populationer, hvorfra forskellige stikprøver planlægges og udtages<sup>60</sup>. Denne fremgangsmåde er ikke omhandlet i forbindelse med de foreslåede metoder i kapitel 6, da revisoren blot skal anvende standardformlerne for de enkelte stikprøvemetoder. Det eneste, der skal foretages yderligere ved denne fremgangsmåde, er at lægge de enkelte kalkulerede fejl sammen ved årets udgang.

Revisionsmyndigheden bør anvende den samme stikprøvemetode for en bestemt referenceperiode. Der bør ikke anvendes forskellige stikprøvemetoder for den samme referenceperiode, da det vil resultere i mere komplekse formler til ekstrapolering af fejlen for det pågældende år. Der kan fastsættes mål for den samlede præcision, hvis den statistiske stikprøvemetode er blevet anvendt i samme referenceperiode. Disse mere komplekse formler er imidlertid ikke omfattet af denne vejledning. Hvis revisionsmyndigheden anvender forskellige stikprøvemetoder for det samme år, bør den således søge passende sagkyndig bistand for at sikre en korrekt beregning af den kalkulerede fejlprocent.

Hvis AA ønsker vælger at bruge stikprøvemodeller, der dækker tre eller fire perioder, henvises til bilag 2, hvor de relevante formler er præsenteret.

---

<sup>60</sup> Dette vil naturligvis medføre stikprøvestørrelser større end dem, der er mulige ved fremgangsmåden, som er beskrevet i kapitel 6.

### 7.3.2 *Supplerende bemærkninger om stikprøver for flere perioder*

#### 7.3.2.1 *Præsentation*

De tidligere foreslåede metoder til stikprøvetagning for to eller flere perioder starter altid med beregningen af det samlede stikprøveantal (for hele året), som derefter fordeles over flere perioder.

For eksempel starter man i MUS med to perioder med at beregne størrelsen af stikprøven

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

og fordele dem over de to perioder gennem

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV} n$$

og

$$n_2 = \frac{BV_2}{BV} n$$

Beregningen af stikprøvestørrelsen og fordelingen bygger på visse antagelser om populationsparametrene (udgifter, standardafvigelser etc.), der kun vil være kendt ved slutningen af næste revisionsperiode.

Derfor kan det være nødvendigt at omregne stikprøvestørrelsen ved afslutningen på næste halvår, hvis forudsætningerne afviger væsentligt fra de kendte populationsparametre. Derfor er det blevet foreslået at omregne stikprøvestørrelsen for andet semester ved hjælp af

$$n_2 = \frac{(z \times BV_2 \times \sigma_{r2})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

Denne anbefalede metode udelukker ikke anvendelsen af andre tilgange til omregning af stikprøvestørrelser, der stadig kan være tilstrækkelige til at sikre den nødvendige præcision ved slutningen af året for programmeringsperioden. Faktisk er den foreslåede metode blevet udviklet for at undgå at skulle foretage en ny beregning af stikprøvestørrelsen for første periode (allerede revideret) og dermed undgå at skulle

udvælge endnu en prøve for denne periode. Men hvis dette er en ønskelig mulighed for AA<sup>61</sup>, er det muligt at omregne den samlede stikprøvestørrelse (efter revision af stikprøven for første periode) og den proportionale allokering for hver periode ved at fordele justeringen mellem stikprøverne fra første og anden periode.

En mulig måde at opnå dette på er at følge følgende fremgangsmåde. Efter revision af stikprøven fra den første periode omregnes den samlede stikprøvestørrelse ved brug af

$$n' = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er en vægtet middelværdi af varianserne i fejlprocenterne i hvert halvår, og vægten for hvert halvår er lig med forholdet mellem den bogførte værdi i halvåret ( $BV_t$ ) og hele populationens bogførte værdi ( $BV$ ).

$$\sigma_w^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

Bemærk at variansen i denne beregning  $s_{r1}^2$  kan opnås allerede ud fra stikprøven fra første halvår (allerede revideret), mens  $\sigma_{r2}^2$  kun er en tilnærmelse af variansen af fejlprocenten for andet halvår, som sædvanlig baseret på historiske data, en foreløbig stikprøve eller blot revisorfaglige skøn.

Populationens bogførte værdi ( $BV$ ), som er anvendt i denne formel, kan også afvige fra den, der blev anvendt i den første periode. Hvis denne omregning bliver foretaget i slutningen af anden periode, vil udgifterne i begge halvår faktisk være korrekte. I første halvår var kun den bogførte værdi for den første periode kendt, og den bogførte værdi for det andet halvår var baseret på en forudsigelse fra revisoren.

Når omregningen af stikprøvestørrelsen for hele året er foretaget, skal stikprøvestørrelsen omfordeles til begge halvår efter den sædvanlige fremgangsmåde

$$n'_1 = \frac{BV_1}{BV} n'$$

og

$$n'_2 = \frac{BV_2}{BV} n'$$

Balancen i denne fordeling kan afvige fra den oprindelige, fordi  $BV_2$  nu er kendt og ikke bare en forudsigelse.

---

<sup>61</sup> Denne alternative strategi kan anvendes som et middel til at undgå, at rettelser af stikprøvestørrelsen pga. en forkert forudsigelse af populationsparametre er helt koncentreret i den sidste del af revisionsperioden.

Til sidst udvælges og revideres en stikprøvestørrelse  $n'_2$  fra anden periodes udgifter. Hvis den nye omregnede stikprøvestørrelse  $n'_1$  er større end oprindeligt planlagt  $n_1$  skal en ekstra stikprøve fra første halvårs udgifter, med en størrelse på  $n'_1 - n_1$ , vælges og revideret. Denne ekstra stikprøve skal lægges til den oprindeligt udvalgte stikprøve fra den første periode, og den skal anvendes til projektforsøget ved brug af den generelle metode, der er foreslået i afsnit 7.2.2.

### 7.3.2.2 Eksempel

For at foregribe revisionsbyrden, der normalt er koncentreret i slutningen af revisionsåret, har AA besluttet at sprede revisionsbyrden ud på to perioder. Ved udgangen af første halvår opdelt AA populationen i to grupper for begge halvår. Ved udgangen af første halvår er populationskarakteristikaene som følger:

Anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår	1 827 930 259 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	2 344

AA ved erfaringsmæssigt, at alle de operationer, der er inkluderet i programmerne ved udgangen af referenceperioden, normalt allerede er blevet iværksat i populationen i første halvår. De anmeldte udgifter ved udgangen af første halvår forventes desuden at udgøre omkring 35 % af de samlede anmeldte udgifter ved udgangen af referenceperioden. Ud fra disse antagelser beskrives populationen kort i nedenstående tabel:

Anmeldte udgifter (DE) ved udgangen af første halvår	1 827 930 259 EUR
Anmeldte udgifter (DE) ved udgangen af andet halvår (forventet) $1\,827\,930\,259\text{ EUR} / 0,35 = 5\,222\,657\,883\text{ EUR}$	3 394 727 624 EUR
Samlede forventede udgifter for året	5 222 657 883 EUR
Populationsstørrelse (operationer – første halvår)	2 344
Populationsstørrelse (operationer – andet halvår, forventet)	2 344

AA besluttede at følge en standard MUS stikprøvemodel og dele de anmeldte udgifter ud på de halvår, hvor de blev anmeldt. For den første periode beregnes den samlede stikprøvestørrelse (for de to halvår) som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  er et vægtet gennemsnit af varianserne i fejlprocenterne i hvert halvår, og vægten for hvert halvår er lig med forholdet mellem den bogførte værdi i halvåret ( $BV_t$ ) og hele populationens bogførte værdi ( $BV$ ).

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2$$

og  $\sigma_{rt}^2$  er variansen i fejlprocenterne i hvert halvår. Variansen i fejlprocenterne beregnes for hvert halvår ved hjælp af formlen

$$\sigma_{rt}^2 = \frac{1}{n_t^p - 1} \sum_{i=1}^{n_t^p} (r_{ti} - \bar{r}_t)^2, t = 1, 2, \dots, T$$

Da disse varianser er ukendte, besluttede AA at udtage en foreløbig stikprøve på 20 operationer ved udgangen af første halvår af indeværende år. Standardafvigelsen for fejl i denne foreløbige stikprøve for første halvår er 0,12. AA har på grundlag af en sagkyndig vurdering og sin viden om, at udgifterne i andet halvår normalt er større end i første halvår, foreløbigt estimeret standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår til at være 110 % større end i første halvår, dvs. 0,25. Det vægtede gennemsnit af varianserne i fejlprocenterne er således:

$$\begin{aligned} \sigma_{rw}^2 &= \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.12^2 \\ &+ \frac{3,394,727,624}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 0.25^2 = 0.0457 \end{aligned}$$

I første halvår mener AA, at et konfidensniveau på 60 % er tilstrækkeligt i lyset af forvaltnings- og kontrolsystemets funktion. Den samlede stikprøvestørrelse for hele året er:

$$n = \left( \frac{0.842 \times (1,827,930,259 + 3,394,727,624) \times \sqrt{0.0457}}{104,453,158 - 20,890,632} \right)^2 \approx 127$$

hvor  $z$  er 0,842 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 60 %),  $TE$ , og den acceptable fejl er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen) af den bogførte værdi. Den samlede bogførte værdi omfatter den sande bogførte værdi ved udgangen af første halvår plus den forventede bogførte værdi i andet halvår, 3 394 727 624 EUR, og den acceptable fejl er således 2 % x 5 222 657 883 EUR = 104,453,158 EUR. I forbindelse med revisionen det foregående år var den projicerede fejlprocent 0,4 %. Således  $AE$  er den forventede fejl 0,4 % x 5 222 657 883 EUR = 20 890 632 EUR.

Allokeringen af stikprøven ud fra halvår beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{BV_1}{BV_1 + BV_2} = \frac{1,827,930,259}{1,827,930,259 + 3,394,727,624} \times 127 \approx 45$$

og

$$n_2 = n - n_1 = 82$$

Ved udgangen af andet halvår er der mere tilgængelig information, de faktiske samlede udgifter til iværksatte operationer i andet halvår er navnlig kendt, variansen i fejlprocenter i stikprøven  $s_{r_1}$  kan allerede beregnes på grundlag af stikprøven for første halvår, og standardafvigelsen for fejlprocenter i andet halvår  $\sigma_{r_2}$  kan nu estimeres mere præcist på grundlag af en foreløbig stikprøve af faktiske data.

AA konstaterer, at de antagelser, der blev gjort om de samlede udgifter, estimeret til 3 394 727 624 EUR ved udgangen af første halvår, er en overvurdering af det faktiske beløb på 2 961 930 008 EUR. Der er yderligere to parametre, som de opdaterede tal skal anvendes til.

Standardafvigelsen for fejlprocenter baseret på stikprøven for første halvår på 45 operationer førte til et estimat på 0,085. Denne nye værdi skal nu anvendes til at revurdere den planlagte stikprøvestørrelse. Desuden har en foreløbig stikprøve på 20 operationer i populationen for andet halvår ført til et foreløbigt estimat for standardafvigelsen for fejlprocenten på 0,32, hvilket er langt fra den oprindelige værdi på 0,25. De ajourførte tal for standardafvigelsen for fejlprocenter for begge halvår ligger langt fra de oprindelige estimater. Stikprøven for andet halvår skal derfor ændres.

Parameter	Estimat, første halvår	Ultimo andet halvår
Standardafvigelse for fejlprocenter i første halvår	0,12	0,085
Standardafvigelse for fejlprocenter i andet halvår	0,25	0,32
Samlede udgifter i andet halvår	3 394 727 624 EUR	2 961 930 008 EUR

Standardmetoden til omregning af størrelsen af stikprøven (jf. afsnit 6.3.3.7) ville være at beregne stikprøvestørrelsen for andet semester igen på baggrund af opdaterede populationsparametre. Alligevel beslutter AA at følge den alternative metode baseret på omregning af den samlede stikprøvestørrelse og omfordeling mellem de to halvår. Den samlede omregnede stikprøvestørrelse er:

$$n' = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_{rw}}{TE - AE} \right)^2,$$

hvor  $\sigma_{rw}^2$  tidligere er blevet defineret, men er baseret på fuldstændig kendte værdier  $BV_1$ ,  $BV_2$   $BV$  og variansen  $s_{r1}^2$  er indhentet fra stikprøven fra første halvår (allerede revideret), mens  $\sigma_{r2}^2$  kun er en tilnærmelse af variansen af fejlprocenten ved andet halvår baseret på en foreløbig stikprøve af andet halvårs population.

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{BV_1}{BV} s_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV} \sigma_{r2}^2.$$

Derfor

$$\sigma_{rw}^2 = \frac{1,827,930,259}{4,789,860,267} \times 0.085^2 + \frac{2,961,930,008}{4,789,860,267} 0.32^2 = 0.066,$$

og

$$n' = \left( \frac{0.842 \times 4,789,860,267 \times 0.2571}{95,797,205 - 19,159,441} \right)^2 \approx 183.$$

Når omregningen af stikprøvestørrelsen for hele året er foretaget, skal stikprøvestørrelsen omfordeles til begge halvår efter den sædvanlige fremgangsmåde

$$n'_1 = \frac{1,827,930,259}{4,789,860,267} \times 183 \approx 70$$

og

$$n'_2 = 183 - 70 = 113$$

Omregningen af stikprøvestørrelsen betyder, at stikprøven for det første halvår skal udvides med 25 operationer. I forbindelse med udførelsen af en ekstra stikprøve fjerner AA de tidligere reviderede operationer med en værdi af 1 209 191 248 EUR fra første halvårs population. Den resterende population har en samlet bogført værdi på 618 739 011 EUR. Igen sker det, at når AA beregner den nye tærskelværdi (ratioen mellem den bogførte værdi for den resterende population, 618 739 011 EUR, og stikprøvestørrelsen, 25), dukker to operationer med større bogført værdi end den op. Disse to operationers bogførte værdi beløber sig til 83 678 923 EUR. Efter at have fjernet disse to operationer, har AA den endelige population til stikprøvetagning ved hjælp af MUS-metoden med et prøvetagningsinterval på:

$$SI'_{s1} = \frac{BV'_{s1}}{n'_{s1}} = \frac{618,739,011 - 83,678,923}{23} = 27,263,482.$$

Der blev ikke fundet fejl i de to operationer med bogførte værdier større end tærskelværdien. Alligevel skal disse prøvetagningsenheder lægges sammen med de enheder, som allerede indgår i den første stikprøve med stratum af høj værdi for første halvår. Ud af de 45 udvalgte operationer fra første halvår tilhører 11 stratummet af høj værdi. Disse operationers samlede fejl udgør 19 240 855 EUR.

En fil med de resterende operationer (2 344 minus 45 operationer, som allerede er udvalgt i første halvår, minus de to operationer med en bogført værdi større end tærskelværdien) i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Der udtages en stikprøve med 23 operationer på grundlag af proceduren for systematisk udvælgelse, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse.

Værdien af de 23 operationer revideres. Summen af fejlprocenten i den samlede ikke-udtømmende stratumstikprøve på 57 (34 fra første halvår + 23 fra andet halvår) for første halvår er:

$$\sum_{i=1}^{57} \frac{E_{is1}}{BV_{is1}} = 0.8391.$$

Standardafvigelsen for fejlprocenten i denne stikprøve er 0,059.

For det andet halvår er det nødvendigt først at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV_2$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n_2$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_{i2} > BV_2/n_2$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I dette tilfælde er tærskelværdien 26 211 770 EUR. Der er seks operationer med en bogført værdi, som overskrider denne tærskelværdi. Disse operationers samlede bogførte værdi beløber sig til 415 238 983 EUR.

Den stikprøvestørrelse, der skal allokeres til det ikke-udtømmende stratum,  $n_{s2}$ , beregnes som forskellen mellem  $n_2$  og antallet af stikprøveenheder (f.eks. operationer) i det udtømmende stratum ( $n_{e2}$ ), dvs. 107 operationer (stikprøvestørrelsen på 113 operationer minus de seks operationer af høj værdi). Revisoren skal derfor udvælge stikprøven på grundlag af stikprøveintervallet:

$$SI_{s2} = \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} = \frac{2,961,930,008 - 415,238,983}{107} = 23,800,851$$



Den bogførte værdi i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_{s2}$ ) er differencen mellem den samlede bogførte værdi og den bogførte værdi af de seks operationer i stratummet af høj værdi.

Der er fejl i fire af de seks operationer med en større bogført værdi end tærskelværdien. Det samlede konstaterede fejlbeløb i dette stratum er 9 340 755 EUR.

En fil med de resterende 2 338 operationer i populationen i andet halvår sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. Der udtages en stikprøve med 107 operationer på grundlag af proceduren for systematisk udvælgelse, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse.

Værdien af de 107 operationer revideres. Den samlede fejlprocent for andet halvår er:

$$\sum_{i=1}^{107} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} = 0.2875.$$

Standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende population i andet halvår er:

$$s_{rs2} = \sqrt{\frac{1}{107-1} \sum_{i=1}^{107} (r_{is2} - \bar{r}_{s2})^2} = 0.129$$

hvor  $\bar{r}_{s2}$  er lig med det simple gennemsnit af fejlprocenter i stikprøven af den ikke-udtømmende gruppe i andet halvår.

Fejl i enheder i de udtømmende strata og enheder i de ikke-udtømmende strata skal projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår de udtømmende strata, dvs. strata med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_{ti} > \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejlsummen af de konstaterede fejl i elementerne i disse strata:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} = 19,240,855 + 9,340,755 = 28,581,610$$

Beregning:

- 1) Identifier for hvert halvår  $t$  enhederne tilhørende den udtømmende gruppe, og summer fejlene.
- 2) Summer disse resultater for de to halvår.

For så vidt angår den ikke-udtømmende gruppe, dvs. strata med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien,  $BV_{ti} \leq \frac{BV_t}{n_t}$ , er den kalkulerede fejl

$$\begin{aligned}
 EE_s &= \frac{BV_{s1}}{n_{s1}} \times \sum_{i=1}^{n_{s1}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{s2}}{n_{s2}} \times \sum_{i=1}^{n_{s2}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} \\
 &= \frac{1,827,930,259 - 891,767,519 - 83,678,923}{57} \times 0.8391 \\
 &\quad + \frac{2,546,691,025}{107} \times 0.2875 = 19,392,204
 \end{aligned}$$

Denne kalkulerede fejl beregnes som følger:

- 1) Beregn i hvert halvår  $t$  fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_{ti}}{BV_{ti}}$
- 2) Summer i hvert halvår  $t$  fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser i hvert halvår  $t$  dette resultat med de samlede udgifter i populationen i den ikke-udtømmende gruppe ( $BV_{st}$ ). Disse udgifter vil ligeledes være lig med de samlede udgifter i halvåret minus udgifterne for enheder i den udtømmende gruppe.
- 4) Divider i hvert halvår  $t$  dette resultat med stikprøvestørrelsen i den ikke-udtømmende gruppe ( $n_{st}$ ).
- 5) Summer disse resultater for de to halvår.

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = EE_e + EE_s = 28,581,610 + 19,392,204 = 47,973,814$$

hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på 1,0 %.

Præcision er et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen. Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$\begin{aligned}
 SE &= z \times \sqrt{\frac{BV_{s1}^2}{n_{s1}} \times s_{rs1}^2 + \frac{BV_{s2}^2}{n_{s2}} \times s_{rs2}^2} \\
 &= 0.842 \\
 &\times \sqrt{\frac{(1,827,930,259 - 891,767,519 - 83,678,923)^2}{57} \times 0.059^2 + \frac{2,546,691,025^2}{107} \times 0.129^2} \\
 &= 27,323,507
 \end{aligned}$$

hvor  $s_{rst}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter, der allerede er beregnet.

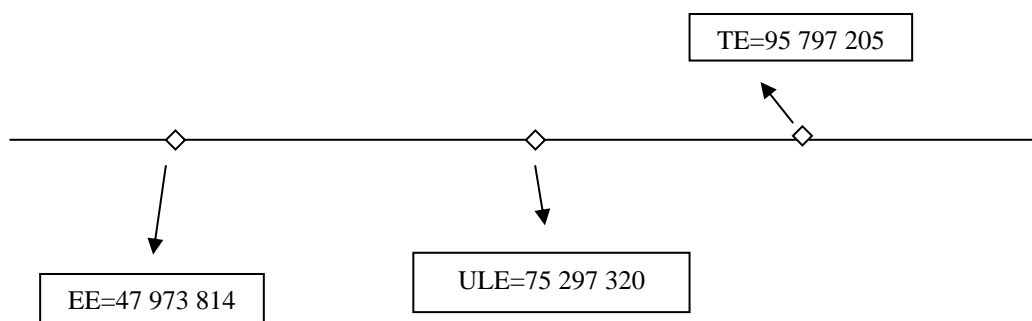
Bemærk, at stikprøvefejlen kun beregnes for de ikke-udtømmende strata, da der ikke er stikprøvefejl i de udtømmende grupper.

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl *EE* og projektionens præcision

$$ULE = EE + SE = 47,973,814 + 27,323,507 = 75,297,320$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl for at drage revisionskonklusioner.

I dette tilfælde er den kalkulerede fejl og den øvre fejlgrænse mindre end den maksimale acceptable fejl. Revisoren vil således konkludere, at der er tilstrækkeligt bevis for, at fejlene i populationen ikke overskrider væsentlighedstærsklen.



#### 7.4 Ændring af stikprøvemethoden i programmeringsperioden

Hvis revisionsmyndigheden er af den opfattelse, at den oprindelig valgte stikprøvemethode ikke er den mest egnede metode, kan den beslutte at ændre metoden. Dette skal imidlertid meddeles Kommissionen i den årlige kontrolrapport eller i en revideret revisionsstrategi.

#### 7.5 Fejlprocenter

Formlerne og metoderne i kapitel 6 til beregning af den kalkulerede fejl og præcisionen er tiltænkt fejl udtrykt som pengeenheder, dvs. differencen mellem den bogførte værdi i populationen (anmeldte udgifter) og den korrekte/reviderede bogførte værdi. Det er imidlertid en udbredt praksis at udtrykke resultaterne i fejlprocenter, da de forstås

intuitivt. Omregningen af fejl til fejlprocenter er enkel og fælles for alle stikprøvemetoder.

Den kalkulerede fejlprocent er lig med den kalkulerede fejl divideret med populationens bogførte værdi

$$EER = \frac{EE}{BV}$$

Præcisionen af den kalkulerede fejlprocent er lig med præcisionen af den kalkulerede fejl divideret med den bogførte værdi

$$SER = \frac{SE}{BV}$$

## **7.6 Stikprøvetagning i to trin (delstikprøvetagning)**

### **7.6.1 Indledning**

Generelt skal alle de udgifter, der er anmeldt til Kommissionen for alle de udvalgte operationer i stikprøven, revideres. Når de udvalgte operationer omfatter et stort antal betalingsanmodninger eller fakturaer, kan AA foretage stikprøvetagning i to trin, hvor anmodningerne/fakturaerne udvælges på grundlag af de samme principper som ved udvælgelse af operationerne<sup>62</sup>. Dette giver mulighed for at begrænse revisorens arbejdsbyrde væsentligt, mens det stadig er muligt at styre konklusionernes pålidelighed. Ved brug af denne metode beregnes passende stikprøvestørrelser for hver operation. Det er vigtigt at understrege, at kun sekundære enheders udgifter udvalgt til delstikprøven er revideret. Det betyder, at kun de reviderede udgifter i ACR er udvalgt til stikprøven og ikke den samlede udgift for den valgte operation.

Nedenstående billede illustrerer udvælgelsesprocessen baseret på en model i to trin. Første trin er udvælgelsen af operationer, og andet trin er udvælgelsen af udgiftsposterne i hver enkelt af disse operationer.

---

<sup>62</sup> I teorien kan operationen være udvalgt til delstikprøvetagning uanset antallet af betalingsanmodninger/fakturaer. Når fastsættelsen af delstikprøvestørrelsen giver et tal tæt på populationens (operationens) størrelse, vil strategien med delstikprøver naturligvis ikke medføre nogen væsentlig reduktion i kontrolindsatsen. Derfor er den tærskelværdi, der leder tanken hen på brugen af delstikprøver på operationsniveauet, blot resultatet af AA's subjektive vurdering af gevinsten (reduktion af revisionsindsatsen), som denne strategi kan medføre.



Fig. 7 Illustration af stikprøvetagning i to trin

I dette tilfælde skal passende stikprøvestørrelser beregnes for hver enkelt operation. En meget enkel metode til bestemmelse af delstikprøvers størrelser er at anvende den samme metode til bestemmelse af stikprøvestørrelse, der er foreslået til hovedstikprøven under de forskellige stikprøvemodeller, og som er baseret på parametre, der er kompatible med forventede operationskarakteristika. Her er referencepopulationen nu operationen, inden for hvilken delstikprøven er udvalgt, og de anvendte populationsparametre til bestemmelse af delstikprøvens størrelse bør så vidt muligt afspejle karakteristika for den tilsvarende operation. På trods af den anvendte stikprøvemetode til at bestemme stikprøvestørrelser er det imidlertid en grundlæggende tommelfingerregel aldrig at anvende stikprøvestørrelser med færre end 30 observationer (dvs. fakturaer eller betalingsanmodninger fra støttemodtagere).

AA kan vælge at bruge en hvilken som helst statistisk stikprøvemetode til at vælge betalingsanmodninger/fakturaer i operationerne. Faktisk behøver den anvendte stikprøvemetode til delstikprøven ikke at være lig med den, der anvendes til hovedstikprøven. Det er f.eks. muligt at have en stikprøvesamling af operationer på baggrund af MUS og en delstikprøve af fakturaer i én operation baseret på simple vilkårlige stikprøver. Derfor kan hele spektret af stikprøvemetoder (herunder stratifikation af betalingsanmodninger/fakturaer under udgifter, valg baseret på sandsynligheder proportional med størrelse som i MUS eller valg baseret på samme sandsynlighed) finde anvendelse på delstikprøver. Strategien for delstikprøver (stikprøvetagning inden for den primære enhed) bør dog altid være statistisk (medmindre stikprøvetagningen af primære enheder ikke er statistisk). Valget mellem de forskellige metoder foretages under de samme betingelser for anvendelse, der er

foreslået i afsnit 5.2. Hvis en operation eksempelvis forventes at have en stor variation af udgifter for udvalgte udgiftsposter i delstikprøven og en positiv korrelation mellem fejl og udgifter, kan et udvalg af udgiftsposter baseret på MUS være tilrådeligt. Ved simpel tilfældig udvælgelse (SRS) kan det forekomme, at der er nogle enheder inden for operationen, som skiller sig ud pga. høje udgifter. I det tilfælde kan det stærkt anbefales at anvende stratificeret SRS, der skaber et stratum for enheder af høj værdi (typisk grundigt observeret).

Trods overvejelserne om valg af den mest velegnede stikprøvemodel, bør man erkende, at den nemmeste måde at vælge stikprøven fra andet trin (betalingsanmodninger eller fakturaer) i mange situationer (navnlig grundet operationelle begrænsninger) er at anvende simpel tilfældig udvælgelse. Dette skyldes, at AA ofte ønsker at udvælge udgiftsposterne på stedet (på tidspunktet for revisionen), og at det derfor bliver vanskeligere at anvende mere avancerede modeller (især hvis de er baseret på ulige sandsynlighed for udvælgelse).

Når delstikprøven er udvalgt og revideret, skal konstaterede fejl projiceres til den respektive operation vha. en metode til projicering, som er kompatibel med den valgte stikprøvemodel. Hvis udgiftsposterne eksempelvis er udvalgt med samme sandsynlighed, kan fejlen projiceres til operationen ved hjælp af den sædvanlige estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation. Bemærk venligst, at fundne fejl i delstikprøverne IKKE skal behandles anderledes (f.eks. behandles som systemiske, medmindre de virkelig har en systemisk karakter, dvs. fejlen er systemisk i hele den reviderede populationsenhed og kan afgrænses fuldstændig af revisionsmyndigheden).

Når fejlene for hver operation i stikprøven, som der er foretaget delstikprøver af, er blevet estimeret, foretages projektionen til populationen efter den sædvanlige procedure (som om alle udgifterne til operationen var blevet undersøgt). Forestil dig, at udgifterne til en operation i stikprøven f.eks. kan beløbe sig til 2 500 000 EUR fordelt på 400 fakturaer. Man beslutter at udtage en stikprøve på 40 fakturaer baseret på samme sandsynlighed og uden stratifikation, og man beslutter at bruge ratioestimation. Forestil dig, at de samlede reviderede udgifter er 290 000 EUR, og at de samlede konstaterede fejl er 9 280 EUR. Den estimerede fejlprocent for operationen er  $3,2\% = (9\ 280\ \text{EUR}/290\ 000\ \text{EUR})$  og operationens kalkulerede fejl er  $80\ 000\ \text{EUR} = 3,2\% \times 2\ 500\ 000\ \text{EUR}$ .

Bemærk, at afsnit 6.5.3 indeholder yderligere bemærkninger om stikprøvetagning i to og tre trin i forbindelse med ETC-programmer.

### 7.6.2 Stikprøvestørrelse

Der findes metoder til beregning af stikprøvestørrelsen for hvert trin på en gang. Det er metoder til stikprøvetagning på flere trin. En AA, som kan udvikle sådanne metoder, er velkommen til det.

Men som allerede nævnt kan den foreslåede enkle metode udføres ved at beregne stikprøvestørrelsen i to trin uafhængigt af hinanden:

- Første trin: Beregning af stikprøvestørrelse på operationsniveau foretages ved brug af de sædvanlige relevante formler og parametre (skal altid være større end eller lig med 30).
- Andet trin: For hver operation, hvorfra der skal udvælges delstikprøver, beregnes stikprøvestørrelsen ved igen at anvende de sædvanlige formler (som passer til den type udvælgelse, der anvendes på andet trin). Parametrene bør være kompatible med dem, der blev anvendt på første trin, selv om nogle muligvis kan tilpasses for at afspejle referenceoperationens virkelighed (hvis der f.eks. er historiske data om niveauet for fejlvariansen inden for operationen, skal man bruge denne varians i stedet for den fejlvariens, som er anvendt til udregning af stikprøvestørrelsen i første omgang). På dette trin skal stikprøvestørrelsen være større end eller lig med 30.

Hvis stikprøverne her på andet trin er baseret på samme sandsynlighed, findes stikprøvestørrelsen på følgende måde

$$n_i = \left( \frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

hvor indekset  $i$  er operationen, er  $N_i$  operationens størrelse,  $\sigma_{ei}$  er standardafvigelsen for fejl på operationsniveauet  $TE_i$ , og  $AE_i$  er den acceptable fejl og den forventede fejl på operationsniveauet. Bemærk venligst, at populationens størrelse skal tilpasses operationsniveauet, og at standardafvigelsen for fejl og forventede fejl også kan tilpasses baseret på historiske data og faglige skøn, hvis der er oplysninger eller en forventning, som kunne pege i retning af at tilpasse disse parametre til operationens virkelighed.

Hvis stikprøverne her på andet trin er baseret på MUS, findes stikprøvestørrelsen på følgende måde

$$n_i = \left( \frac{z \times BV_i \times \sigma_{ri}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

Hvor indekset  $i$  er operationen, er  $BV_i$  operationens udgifter,  $\sigma_{ri}$  er standardafvigelsen for fejl på operationsniveauet  $TE_i$  og  $AE_i$  er den acceptable fejl og den forventede fejl

på operationsniveauet. Igen skal den bogførte værdi være tilpasset operationsniveauet, og standardafvigelsen for fejlprocenter og forventede fejl kan også tilpasses baseret på historiske data og faglige skøn.

### 7.6.3 Projektion

Projektionen for beregningen af stikprøvestørrelsen foretages også i to trin. For det første skal delstikprøverne inden for operationerne anvendes til at projicere fejlen til disse operationer. Når operationernes fejl er projiceret (estimeret), behandles de, som om de var operationernes "rigtige" fejl, og de bliver en del af den sædvanlige ekstrapolation ud fra hovedstikprøven.

Kort beskrevet:

- For hver operation, hvorfra der skal udtages delstikprøver, anslås dens fejl (eller fejlprocent) ved brug af stikprøver af sekundære enheder.
- Når fejlene for alle operationer er blevet estimeret, anvendes de udvalgte operationer til at projicere populationens samlede fejl.
- I begge tilfælde bør projektionen baseres på formler, der svarer til de stikprøvemodeller, som er blevet anvendt til at udvælge enhederne.

For eksempel kunne en typisk strategi være at vælge de operationer, der er baseret på MUS, og de delstikprøver af udgiftsposter, som er baseret på samme sandsynlighed. I så fald er projektionen af fejlene:

#### Delstikprøveniveau

Estimation af middelværdi pr. enhed

$$EE_{1i} = N_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{n_i}.$$

eller

Ratioestimation

$$EE_{2i} = BV_i \times \frac{\sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_i} BV_{ij}}$$

når alle parametrene har den sædvanlige betydning, repræsenterer  $i$  operationen og  $j$  dokumentet for operationen.



## Hovedstikprøveniveau

Projektionen foretages ved hjælp af de sædvanlige MUS-formler. Den eneste forskel i forhold til standard MUS er, at nogle af fejlene  $E_i$  vil være baseret på en fuldstændig observation af operationerne, mens andre er blevet projiceret ud fra en delstikprøve af udgiftsposter. På dette tidspunkt ignoreres denne kendsgerning, da alle fejl bliver behandlet som "rigtige" fejl i operationerne, uanset om de er blevet fuldt observeret eller fundet via en delstikprøve.

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$
$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

### 7.6.4 Præcision

Præcisionen beregnes på sædvanlig vis, dvs. ved hjælp af formler i overensstemmelse med den stikprøvemodel, som er blevet brugt til første stikprøvetrin og uden hensyn til delstikprøvens eksistens. Fejl i operationerne skal sættes ind i formler, der beregner præcision, uanset deres natur (enten faktiske fejl ved fuld revision eller estimerede fejl ved delstikprøvetagning).

### 7.6.5 Eksempel

Tag f.eks. en population af udgifter attesteret over for Kommissionen et bestemt år. De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en lav sikkerhedsgrad. Der skal derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 90 %. Dette program er kendetegnet ved operationer, der omfatter et stort antal understøttende udgiftsposter. AA overvejer muligheden af at revidere denne population gennem delstikprøver, dvs. revidere et begrænset antal betalingsanmodninger fra hver operation i stikprøven. Ud fra den forventede fejlvariabilitet i populationen beslutter AA at udvælge operationerne på første trin ved hjælp af en metode, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse (MUS).

Populationens vigtigste egenskaber er sammenfattet i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_r$  er standardafvigelsen for fejlprocenter beregnet på grundlag af en MUS-stikprøve. Med henblik på en tilnærmelse til denne standardafvigelse besluttede AA at anvende standardafvigelsen fra det foregående år. Stikprøven fra det foregående år indeholdt 50 operationer, hvoraf fem operationer har en større bogført værdi end stikprøveintervallet.

Ud fra denne foreløbige stikprøve er standardafvigelsen for fejlprocenterne,  $\sigma_r$ , 0,087.

På baggrund af dette estimat for standardafvigelsen for fejlprocenter, den maksimale acceptable fejl og den forventede fejl kan stikprøvestørrelsen beregnes. Med en acceptabel fejl på 2 % af den samlede bogførte værdi,  $2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$  (væsentlighedstærskel i henhold til forordningen), og en forventet fejlprocent på 0,4 %,  $0,4 \% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$  (AA's sikre skøn baseret på tal fra året før og resultaterne i evalueringsrapporten om forvaltnings- og kontrolsystemerne),

$$n = \left( \frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.085}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 77$$

Først er det nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi ( $BV$ ) og den planlagte stikprøvestørrelse ( $n$ ). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_i > BV/n$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I dette tilfælde er tærskelværdien  $4\,199\,882\,024 \text{ EUR}/77 = 54\,593\,922 \text{ EUR}$ .

AA inkluderer alle operationer med en bogført værdi på over 54 593 922 EUR, hvilket svarer til otte operationer og beløber sig til 786 837 081 EUR, i et isoleret stratum. Som tidligere nævnt består dette program af et stort antal betalingsanmodninger af lav bogført værdi pr. operation. Eksempelvis omfatter disse otte operationer mere end 14 000 betalingsanmodninger. Derfor beslutter AA at foretage stikprøver af

betalingsanmodninger i hver af de otte operationer. Denne procedure indebærer bestemmelse af prøvens størrelse på operationsniveauet. Ved brug af samme sandsynlighed bliver stikprøvestørrelsen på operationsniveau bestemt på følgende måde:

$$n_i = \left( \frac{N_i \times z \times \sigma_{ei}}{TE_i - AE_i} \right)^2$$

hvor indekset  $i$  er operationen, er  $N_i$  operationens størrelse,  $\sigma_{ei}$  er standardafvigelsen for fejl på operationsniveauet  $TE_i$ , og  $AE_i$  er den acceptable fejl og den forventede fejl på operationsniveauet. Bemærk venligst, at populationens størrelse skal tilpasses operationsniveauet, og at standardafvigelsen for fejl og forventede fejl også kan tilpasses baseret på historiske data og faglige skøn, hvis der er oplysninger eller en forventning, som kunne pege i retning af at tilpasse disse parametre til operationens virkelighed.

Kendte oplysninger og erfaring baseret på tidligere års revisioner peger i retning af en standardafvigelse for fejl omkring 8 800 EUR. Ved anvendelse af samme konfidensniveau og samme forventede fejlprocent som anvendt på populationsniveauet, henholdsvis 90 % og 0,4 %, kan AA f.eks. beregne stikprøvestørrelsen for operation ID 243:

$$n_i = \left( \frac{629 \times 1.645 \times 8,800}{1,802,856 - 360,571} \right)^2 \approx 40,$$

som vil blive udtaget ved hjælp af en model for samme sandsynlighed (simpel tilfældig udvælgelse). Når betingelserne, som blev beskrevet i afsnit 6.1.1.3, er opfyldt, anvendes ratioestimation som metode til projektion. Resultaterne er sammenfattet i nedenstående tabel:

Operati ons-ID	Bogført værdi	Antal betalingsan modninger	Revideret udgiftspost	Omfanget af fejl i betalingsa nmodning er fra stikprøve n	Kalkulerede fejl (ratioestimation)
243	90 142 818 EUR	629	7 829 EUR	845 EUR	9 729 299 EUR
6324	89 027 451 EUR	1239	1 409 EUR	76 EUR	4 802 048 EUR
734	79 908 909 EUR	729	56 729 EUR	1 991 EUR	2 804 538 EUR
451	79 271 094 EUR	769	48 392 EUR	3 080 EUR	5 045 358 EUR
95	89 771 154 EUR	2839	3 078 EUR	81 EUR	2 362 399 EUR

9458	100 525 834 EUR	4818	67 128 EUR	419 EUR	627 463 EUR
849	165 336 715 EUR	1972	12 345 EUR	1 220 EUR	16 339 473 EUR
872	92 853 106 EUR	1256	29 735 EUR	1 544 EUR	4 821 429 EUR
<b>I alt</b>	<b>786 837 081 EUR</b>	<b>14251</b>	<b>226 645 EUR</b>	<b>9 256 EUR</b>	<b>46 532 007 EUR</b>

Den kalkulerede fejl for dette 100 % reviderede stratum beløber sig til 46 532 007 EUR

Stikprøveintervallet for den resterende population er lig med den bogførte værdi i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_s$ ) (differencen mellem den samlede bogførte værdi og den bogførte værdi af de otte operationer i stratummet af høj værdi) divideret med antallet af operationer, der skal udvælges (77 minus de 8 operationer i stratummet af høj værdi).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 786,837,081}{69} = 49,464,419$$

Stikprøven udvælges på grundlag af en randomiseret liste over operationer ved at udvælge de elementer, der indeholder den 49 464 419'te pengeenhed.

En fil med de resterende 3 844 operationer (3 852 minus otte operationer af høj værdi) i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøve på 69 operationer (77 minus otte operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af nøjagtig samme udvælgelsesalgoritme som beskrevet i afsnit 6.3.1.3. AA fastsætter stikprøvestørrelsen af betalingsanmodninger, der skal revideres, fra hver udvalgte operation præcis som tidligere.

Nedenstående tabel opsummerer resultaterne af revisionen af de 69 udvalgte operationer på første trin:

<b>Bogført værdi</b>	<b>Antal betalingsanmodninger</b>	<b>Revideret udgiftspost</b>	<b>Omfanget af fejl i betalingsanmodninger fra stikprøven</b>	<b>Kalkuleret fejl</b>	<b>Fejlprocent</b>
901 818 EUR	689	616 908 EUR	58 889 EUR	86 086 EUR	0,0955
89 251 EUR	1989	59 377 EUR	4 784 EUR	7 191 EUR	0,0806
799 909 EUR	799	308 287 EUR	17 505 EUR	45 421 EUR	0,0568
792 794 EUR	369	504 EUR		0 EUR	0,0000
8 971 154	1839	8 613 633	406 545 EUR	423 419	0,0472

EUR		EUR		EUR	
...	...	...	...	...	...
1 525 348 EUR	5618	1 483 693 EUR	74 604 EUR	76 699 EUR	0,0503
1 653 365 EUR	1272	82 240 EUR	1 565 EUR	31 461 EUR	0,0190
853 106 EUR	1396	69 375 EUR		0 EUR	0,0000
...	...	...	...	...	...
<b>I alt</b>					<b>1 034</b>

Fejlen projiceres på anden vis i den resterende stikprøve. Følgende procedure finder anvendelse på disse operationer:

- 1) Beregn fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_i}{BV_i}$ . I dette tilfælde er fejlprocenten beregnet ved hjælp af delstikprøver af betalingsanmodninger, men i forbindelse med denne projektion bliver de behandlet, som om de er originale.
- 2) Beregn summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser dette resultat med stikprøveintervallet (SI):

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

$$EE_s = 49,464,419 \times 1.034 = 51,146,209$$

Den kalkulerede fejl på populationsniveau er summen af følgende to komponenter:

$$EE = 46,532,007 + 51,146,209 = 97,678,216$$

Den kalkulerede fejlprocent beregnes som forholdet mellem den kalkulerede fejl og de samlede udgifter:

$$r = \frac{97,678,216}{4,199,882,024} = 2.33\%$$

Da den kalkulerede fejl er større end den maksimale acceptable fejl, kan AA konkludere, at populationen indeholder væsentlige fejl.

## 7.7 Omregning af konfidensniveauet

Når AA efter gennemførelsen af revisionen konstaterer, at den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærsklen, men den øvre grænse overskrider denne tærskel, kan AA vælge at omregne konfidensniveauet, således at der genereres konklusive resultater

(dvs. således at den kalkulerede fejl og den øvre grænse begge ligger under væsentlighedstærsklen).

Når dette omregnede konfidensniveau stadig er foreneligt med en vurdering af kvaliteten af forvaltnings- og kontrolsystemerne (jf. tabellen i afsnit 3.2), kan det roligt konkluderes, at der ikke er væsentlig fejlinformation i populationen, selv uden yderligere revision. Det er derfor kun nødvendigt at foretage yderligere revision som anbefalet i afsnit 4.12, hvis det omregnede konfidensniveau ikke er acceptabelt (ikke i overensstemmelse med vurderingen af systemerne).

Konfidensintervallet omregnes som følger:

- Beregn væsentlighedstærsklens værdi, dvs. væsentlighedstærsklen (2 %) multipliceret med populationens samlede bogførte værdi.
- Subtraher den kalkulerede fejl (EE) fra væsentlighedstærsklen.
- Divider dette resultat med projektionens præcision (SE). Præcisionen afhænger af stikprøvemethoden som anført i de særskilte afsnit om de enkelte metoder.
- Multiplicer ovennævnte resultat med den z-parameter, der både anvendes til beregning af stikprøvestørrelse og præcision, for at opnå en ny værdi  $z^*$

$$z^* = z \times \frac{(0.02 \times BV) - EE}{SE}$$

- Find konfidensniveauet for denne nye parameter ( $z^*$ ) i en tabel over normalfordelingen (i bilag). Alternativt kan følgende Excel-formel anvendes: " $=1-(1-NORMSDIST(z^*))^2$ ".

Eksempel: Efter revision af en population med en bogført værdi på 1 858 233 036 EUR og et konfidensniveau på 90 % (der svarer til  $z = 1.645$ , jf. afsnit 5.3) opnås følgende resultater

Karakteristika	Værdi
BV	1 858 233 036 EUR
Væsentlighedstærskel (2 % af BV)	37 164 661 EUR
Kalkuleret fejl (EE)	14 568 765 EUR (0,8 %)
Præcision (SE)	26 195 819 EUR (1,4 %)
Øvre fejlgrænse (ULE)	40 764 584 EUR (2,2 %)

Den nye  $z^*$  parameter beregnes som

$$z^* = 1.645 \times \frac{37,164,661\text{€} - 14,568,765\text{€}}{26,195,819\text{€}} = 1.419$$

Ved brug af MS Excel-funktionen "=1-(1-NORMSDIST(1.419))\*2" beregnes det nye konfidensniveau på 84,4 %.

**Da dette omregnede konfidensniveau er foreneligt med en vurdering af kvaliteten af forvaltnings- og kontrolsystemerne, kan det konkluderes, at der ikke er væsentlig fejlinformation i populationen.**

## **7.8 Strategier for revision af programgrupper og programmer med flerfondsfinansiering**

### **7.8.1 Indledning**

AA beslutter jævnligt at gruppere to eller flere operationelle programmer, der deler et fælles system, for at kunne vælge en enkelt stikprøve, som er repræsentativ for den samlede population.

I visse tilfælde er det operationelle program finansieret af mere end en fond. I disse tilfælde kan en enkelt stikprøve udvælges, og resultaterne kan projiceres til gruppen af operationer.

I begge tilfælde skal en enkelt udtalelse offentliggøres for gruppen af operationelle programmer (OP) eller de forskellige fonde, men der findes forskellige mulige strategier for at nå dette mål, og strategien for stikprøvetagning kan tage højde for denne forskellighed i populationen. Den kan indebære stratifikation (pr. OP eller fond), og den kan ligeledes tage højde for de niveauer af repræsentativitet, der ønskes i forbindelse med beregning af stikprøvestørrelsen.

De to typiske alternative strategier er:

- Vælg en enkelt stikprøve.
- Anvend forskellige stikprøver (hørende til forskellige strata) for hvert OP eller hver fond.

Hvis en enkelt stikprøve udvælges, skal stikprøvens størrelse beregnes for hele gruppen (uden skellen mellem OP'er eller fonde). Denne mulighed, der også kaldes top-down-metode, giver en mindre stikprøvestørrelse, men stikprøvens repræsentativitet er kun garanteret for den "grupperede" population. Det betyder, at stikprøveresultaterne kan projiceres til gruppen af OP'er eller de forskellige fonde, men normalt er det ikke muligt at foretage projektion for de enkelte fonde eller programmer. Selv om det kun er planlagt, at stikprøven er repræsentativ i den grupperede population, tilrådes stratifikation pr. fond (eller OP). Hvis dette er tilfældet, beregnes den samlede stikprøvestørrelse først og fordeles derefter mellem strata, når den samlede stikprøvestørrelse er beregnet. Til beregningen af stikprøvestørrelsen og fordelingen anvendes de sædvanlige strategier, som tidligere er foreslået til flere stratificerede stikprøvemodeller.

Nedenstående figur opsummerer denne strategi:



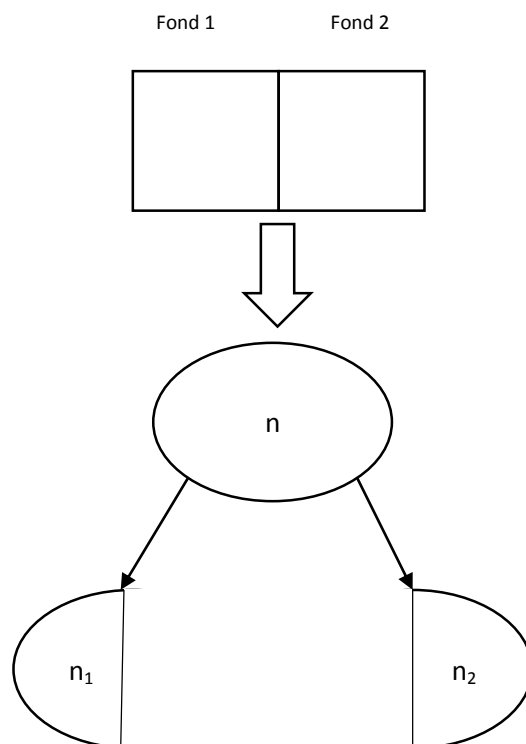


Fig. 8 Top-down-strategi

Ved anvendelse af forskellige strata (et for hvert OP eller fond) skal stikprøvestørrelserne beregnes separat for hvert stratum (OP eller fond). Denne mulighed, der også kaldes bottom-up-metode, fører til en større stikprøvestørrelse (da der skal udvælges flere stikprøver), men der er garanti for, at stikprøven er repræsentativ ikke alene for den "grupperede" population men også for hvert stratum (OP eller fond). Det betyder, at stikprøveresultaterne kan projiceres til gruppen af OP'er eller gruppen af fonde, og de kan desuden projiceres for de enkelte fonde eller programmer og dermed gøre det muligt at opnå konklusive resultater på stratumniveau. Disse stikprøver skal naturligvis stratificeres pr. fond (eller OP). Med denne strategi er det samlede stikprøveantal summen af de stikprøver, der er fremkommet ved beregning for hvert stratum.

Nedenstående figur opsummerer denne strategi:

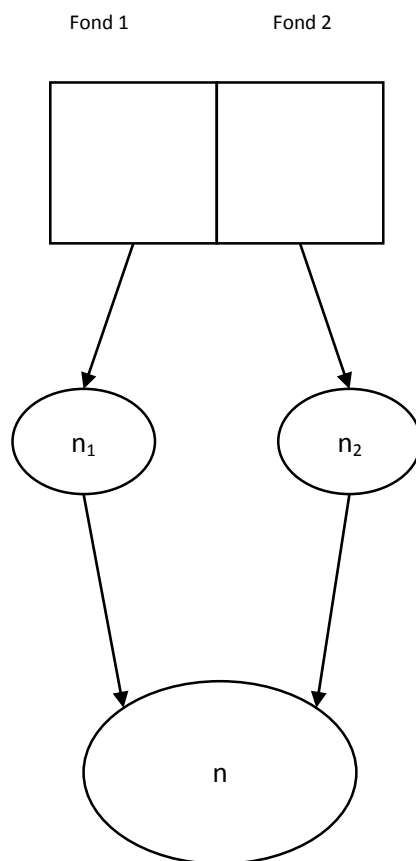


Fig. 9 Bottom-up-strategi

Heraf følger, at den største fordel ved den strategi, der er baseret på en enkelt stikprøve (top-down-metode), er, at den tillader en mindre stikprøvestørrelse. Men den væsentligste ulempe er, at den ikke *a priori* sikrer repræsentativitet pr. stratum (dvs. særskilte konklusioner pr. stratum er måske ikke mulige). Hvis AA ikke forventer at få behov for at ekstrapolere resultaterne på stratumniveau er dette absolut den anbefalede mulighed.

Denne strategi, der bygger på forskellige stikprøver, gør det muligt at projicere på stratumniveau, men den medfører en markant større stikprøvestørrelse. Den anbefales, når der forventes markant forskellige resultater pr. OP eller fond, for at sikre resultaternes repræsentativitet pr. stratum og dermed differentierede konklusioner.

Det er også vigtigt at bemærke, at selv om stikprøven alene er designet til at sikre repræsentativiteten af den "grupperede" population, kan det stadig være muligt at projicere resultater pr. stratum eller i hvert fald for visse strata under følgende betingelser:

- Hvert stratum er mindst 30 observationer (det tilrådes at indregne denne stikprøvestørrelse fra starten)
- Præcisionen for hvert stratum er tilstrækkelig til at opnå konklusive resultater (forholdet mellem den øvre fejlgrænse og 2 %-grænsen).

Når denne strategi anvendes og resultaterne er beregnet *efterfølgende*, vil de ofte være repræsentative for nogle strata (typisk de større) men ikke for andre (typisk de mindste), dvs. at de kun gør det muligt at frembringe konklusive projektioner for nogle strata. Hvis populationen eksempelvis er finansieret af to fonde, og hovedparten af udgifterne er finansieret af den ene fond, vil stikprøven typisk være repræsentativ for den store fond men ikke den anden. I dette tilfælde, dvs. hvis resultaterne er konklusive (repræsentative) for nogle strata men ikke for andre, kan der gøres ekstra arbejde for at opnå repræsentative resultater for alle strata. Der kan udvælges en ekstra stikprøve for stratummet uden repræsentative resultater, og sammen med den oprindelige stikprøve vil den give konklusive resultater. Strategien er ikke forskellig fra den, som allerede er præsenteret i afsnit 7.2. Desuden kan en ny beregning af konfidensniveauet (afsnit 7.7) være en mulighed for at få repræsentative resultater på stratumniveau.

På denne baggrund kan følgende strategi anbefales:

- Når AA planlægger at projicere projektresultater på stratumniveau, bør bottom-up-metoden anvendes.
- Når AA planlægger at projicere resultater på populationsniveau (for gruppen af OP'er eller fonde) og mener, at det ikke vil blive være nødvendigt med projektioner på stratumniveau, kan top-down-metoden anvendes.
- Når AA ikke har taget en klar beslutning om strategien, kan top-down-metoden anvendes, men der bør indføres en "overstikprøvetagning" af mindre strata på mindst 30 observationer for disse strata. På den måde er der større mulighed for at opnå repræsentative resultater. Hvis resultaterne ikke er repræsentative, vil AA ved anvendelse af overstikprøvetagning desuden reducere mængden af ekstra arbejde, der er nødvendigt for at opnå konklusive resultater om disse strata.

### **7.8.2 Eksempel**

Tag f.eks. en population af udgifter attesteret over for Kommissionen for en bestemt referenceperiode til operationer under en gruppe af programmer. Programgruppen er underlagt de samme forvaltnings- og kontrolsystemer, og de systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en moderat sikkerhedsgrad. Revisionsmyndigheden besluttede derfor at foretage revision af operationer på grundlag af et konfidensniveau på 80 %. Revisionsmyndigheden påtænker kun at udsende en udtalelse om den samlede population og beslutter derfor at bruge en top-down-metode, dvs. at anvende en stratificeret stikprøve af programmet, men kun at sikre repræsentativiteten på aggregeringsniveau.

Revisionsmyndigheden har grund til at tro, at der er en væsentlig risiko for fejl forbundet med operationer af høj værdi under alle programmerne. Der er desuden grund til at forvente, at de enkelte programmers fejlprocenter vil variere. På denne baggrund

beslutter AA at stratificere populationen ud fra program og udgifter (og isolere alle operationer med en bogført værdi, der overskrider væsentlighedstærsklen på 3 % af den samlede udgift, i et 100 %-stikprøvestratum).

Den tilgængelige information sammenfattes i nedenstående tabel.

Populationsstørrelse (antal operationer)	6 723
Populationsstørrelse – stratum 1 (antal operationer under program 1)	4 987
Populationsstørrelse – stratum 2 (antal operationer under program 2)	1 728
Populationsstørrelse – stratum 3 (antal operationer med BV > væsentlighedstærskel)	8
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	123 987 653 EUR
Bogført værdi – stratum 1 (samlede udgifter under program 1)	85 672 981 EUR
Bogført værdi – stratum 2 (samlede udgifter under program 2)	19 885 000 EUR
Bogført værdi – stratum 3 (samlede udgifter i forbindelse med operationer med BV > væsentlighedstærskel)	18 429 672 EUR

Disse projekter af høj værdi vil ikke indgå i stikprøven og håndteres særskilt. Det konstaterede fejlbeløb i disse otte operationer er 2 975 EUR.

Populationsstørrelse (antal operationer)	6 723
Bogført værdi (summen af anmeldte udgifter i referenceperioden)	123 987 653 EUR
Tærskelværdi	3 719 630
Antal enheder over tærskelværdi	8
Populationens bogførte værdi over tærskelværdi	18 429 672 EUR
Resterende populationsstørrelse (antal operationer)	6 715
Resterende populationsværdi	105 557 981 EUR

Det første skridt er at beregne den nødvendige stikprøvestørrelse ved hjælp af formlen:

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_w}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $z$  er 1,282 (koefficient, som svarer til et konfidensniveau på 80 %), og  $TE$ , den acceptable fejl, er 2 % (den maksimale væsentlighedstærskel i henhold til forordningen)

af den bogførte værdi, dvs.  $2\% \times 123\,987\,653 \text{ EUR} = 2\,479\,753 \text{ EUR}$ . På baggrund af erfaringerne fra sidste år og konklusionerne i rapporten om forvaltnings- og kontrolsystemer forventer revisionsmyndigheden en fejlprocent på højst 1,4 %. Den forventede fejl,  $AE$ , er således 1,4 % af de samlede udgifter, dvs.  $1,4\% \times 123\,987\,653 \text{ EUR} = 1\,735\,827 \text{ EUR}$ .

På grundlag af en foreløbig stikprøve på 20 operationer under program 1 blev standardafvigelsen for fejl foreløbigt estimeret til 1 008 EUR. Den samme procedure blev fulgt for populationen under program 2. Skønnet over standardafvigelsen for fejl er 876 EUR:

Det vægtede gennemsnit af fejlvarianserne for disse to strata er således

$$\sigma_w^2 = \frac{4,987}{6,715} 1,008^2 + \frac{1,728}{6,715} 876^2 = 950,935$$

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger

$$n = \left( \frac{6,715 \times 1,282 \times \sqrt{950,935}}{2,479,753 - 1,735,827} \right)^2 \approx 128$$

Den samlede stikprøvestørrelse er disse 128 operationer plus de otte operationer i det udtømmende stratum, dvs. 136 operationer.

Allokeringen af stikprøven ud fra stratum beregnes som følger:

$$n_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \times n = \frac{4,987}{6,715} \times 128 \approx 95,$$

$$n_2 = n - n_1 = 33$$

og

$$n_3 = N_3 = 5$$

Ved at revidere 95 operationer under program 1, 33 operationer under program 2 og otte operationer i stratum 3 kan revisoren beregne den samlede fejl for operationerne i stikprøven. De oprindelige foreløbige stikprøver på 20 enheder i programmerne 1 og 2 indgår i hovedstikprøven. Revisoren skal derfor blot tilfældigt udvælge 75 yderligere operationer under program 1 og 13 under program 2. For at identificere, hvorvidt estimation af middelværdi pr. enhed eller ratioestimation er den bedste metode til estimation, beregner AA kovariansen mellem fejl og de bogførte værdier i forhold til

variansen mellem de udvalgte operationers bogførte værdier, hvilket svarer til 0,0109 for program 1. Eftersom ratioen er mindre end fejlprocenten i stikprøven, kan revisionsmyndigheden være sikker på, at estimation af middelværdi pr. enhed er en pålidelig estimationsmetode. Dette blev også bekræftet for stratummet i program 2.

I følgende tabel vises stikprøveresultaterne for de reviderede operationer:

<b>Stikprøveresultater – program 1</b>		
A	Stikprøvens bogførte værdi	1 667 239 EUR
B	Samlede fejl i stikprøven	47 728 EUR
C	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (C = B/95)	502,4 EUR
D	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	674 EUR
<b>Stikprøveresultater – program 2</b>		
E	Stikprøvens bogførte værdi	404 310 EUR
F	Samlede fejl i stikprøven	3 298 EUR
G	Gennemsnitlig fejl i stikprøven (G = F/33)	100 EUR
H	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	1 183 EUR
<b>Stikprøveresultater – udtømmende stratum</b>		
I	Stikprøvens bogførte værdi	18 429 672
J	Samlede fejl i stikprøven	2 975 EUR

Projektionen af fejlen i de to stikprøvestrata foretages ved at multiplicere den gennemsnitlige fejl i stikprøven med populationsstørrelsen. Summen af disse to tal skal føjes til den konstaterede fejl i 100 %-stikprøvestratummet for at projicere fejlen til populationen:

$$EE = \sum_{h=1}^3 N_h \times \frac{\sum_{i=1}^{n_h} E_i}{n_h} = 4,987 \times 502 + 1,728 \times 100 + 2,975 = 2,681,139$$

Den kalkulerede fejlprocent beregnes som forholdet mellem den kalkulerede fejl og populationens bogførte værdi (samlede udgifter). Ved estimation af middelværdi pr. enhed er den kalkulerede fejl

$$r_1 = \frac{2,681,139}{123,987,653} = 2.16\%.$$

Den kalkulerede fejl ligger over væsentlighedstærsklen. Derfor kan AA være rimelig sikker på, at populationen indeholder væsentlige fejl. Men revisionsarbejdet har ført til en mistanke om, at fejlene især kan være koncentreret i et af programmerne. AA har en formodning om, at dette resultat stammer fra program 1. AA beslutter at vurdere

resultaterne på programniveau. Den følgende tabel opsummerer kendetegnene for populationer på programniveau:



		Program 1	Program 2
(A)	Samlet bogført værdi (summen af anmeldte udgifter i referenceperioden i et stratum af lav værdi)	85 672 981 EUR	19 885 000 EUR
(B)	Samlet bogført værdi (summen af anmeldte udgifter i referenceperioden i et stratum af høj værdi)	12 286 448 EUR	6 143 224 EUR
(C)	Populationsstørrelse (antal operationer i et stratum af lav værdi)	4987	1728
(D)	Populationsstørrelse (antal operationer i et stratum af høj værdi)	6	2

Nedenstående tabel viser resultaterne af hele stikprøven pr. program:

		Program 1 (stratum af lav værdi)	Program 2 (stratum af lav værdi)
(E)	Revideret udgiftspost	1 667 239 EUR	404 310 EUR
(F)	Stikprøvestørrelse (antal operationer)	95	33
(G)	Samlede fejl i stikprøven	47 728 EUR	3 298 EUR
(H)	Gennemsnitlig fejl i stikprøven	502,4 EUR	100 EUR
(I)	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	674 EUR	1 183 EUR

Bortset fra oplysningerne fra strata af lav værdi skal AA tage oplysningerne fra det udtømmende stratum i betragtning. Resultaterne er sammenfattet i nedenstående tabel:

		Program 1 (udtømmende stratum)	Program 2 (udtømmende stratum)
(J)	Revideret udgiftspost	12 286 448 EUR	6 143 224 EUR
(K)	Samlede fejl i stikprøven	1 983 EUR	992 EUR

Ved hjælp af disse data kan AA projicere fejlprocenter og udregne præcisionen på programniveau. Nedenstående tabel opsummerer resultaterne for estimation af middelværdi pr. enhed:

		Program 1	Program 2
(L)	Præcision: $= (C) \times 1.282 \times \frac{(I)}{\sqrt{(F)}}$	442 105 EUR	456 204 EUR
(M)	Kalkuleret fejl (estimation af middelværdi pr. enhed): $= (C) \times (H) + (K)$	2 507 452 EUR	173 687 EUR
(N)	Øvre fejlgrænse: $= (M) + (L)$	2 949 557 EUR	629 892 EUR
(O)	Kalkuleret fejlprocent (%): $= \frac{(M)}{(A)+(B)}$	2,56 %	0,67 %
(P)	Øvre grænse for den kalkulerede fejlprocent: $= \frac{(N)}{(A)+(B)}$	2,90 %	2,42 %

Resultaterne for program 1 synes at være overbevisende, da den kalkulerede fejl er større end den maksimalt acceptable fejl (beregnet på programniveau, dvs. 2 % af 97 959 429 EUR). Denne konklusion er indlysende blot ved et blik på den kalkulerede fejlprocent (2 % over væsentlighedstærskelen). Alligevel er resultaterne for program 2 ikke helt overbevisende. Selv om den kalkulerede fejl ligger under væsentlighedstærskelen (2 % af 26 028 224 EUR), ligger den øvre fejlgrænse over, hvilket giver en klar indikation af, at yderligere undersøgelser er nødvendige for at nå frem til en endegyldig konklusion. Ved hjælp af data fra program 2, 33 udvalgte operationer (undtagen to operationer fra det udtømmende stratum), beslutter AA at planlægge en passende stikprøve. Nedenstående tabel indeholder de nødvendige oplysninger til planlægning af stikprøvestørrelsen:

	Program 2
Samlet bogført værdi (anmeldte udgifter i referenceperioden eksklusive operationer i et udtømmende stratum)	19 885 000 EUR (eksklusive udgifter til to operationer i et udtømmende stratum)
Populationsstørrelse (antal operationer, inklusive et udtømmende stratum)	1728 (eksklusive to operationer i et udtømmende stratum)
Væsentlighedstærskel	2 %
Maksimal acceptabel fejl	397 700 EUR
Forventet fejlprocent	0,6 %
Forventet fejl	119 310 EUR
Standardafvigelse for fejl i stikprøven	1 183 EUR

For at opnå pålidelige resultater er den planlagte stikprøvestørrelse derfor:

$$n = \left( \frac{1,728 \times 1.282 \times 1,183}{397,700 - 149,138} \right)^2 \approx 89$$

AA kan nå frem til endelige resultater for program 2 ved anvendelse af de 33 tidligere operationer og udtagelse af en supplerende stikprøve på 56 operationer. Nedenstående tabel opsummerer resultaterne for alle 89 operationer (herunder den første stikprøves 33 operationer):

		Program 2 (stratum af lav værdi)
(E1)	Revideret udgiftspost	1 236 789 EUR
(F1)	Stikprøvestørrelse (antal operationer)	89
(G1)	Samlede fejl i stikprøven	8 278 EUR
(H1)	Gennemsnitlig fejl i stikprøven	93 EUR
(I1)	Standardafvigelse for fejl i stikprøven	1 122 EUR

Beregningerne foretaget af AA er gengivet i følgende tabel:

		Program 2
(L1)	Præcision (estimation af middelværdi pr. enhed): $= (C) \times 1.282 \times \frac{(I1)}{\sqrt{(F1)}}$	263 469 EUR
(M1)	Kalkuleret fejl (estimation af middelværdi pr. enhed): $= (H1) \times (C) + (K)$	161 715 EUR
(N1)	Øvre fejlgrænse: $= (M1) + (L1)$	425 184 EUR
(O1)	Kalkuleret fejlprocent (%): $= \frac{(M1)}{(A)+(B)}$	0,62 %
(P1)	Øvre grænse for den kalkulerede fejlprocent: $= \frac{(N1)}{(A)+(B)}$	1,63 %

På baggrund af resultaterne af denne udvidede stikprøve (89 operationer) kan AA konkludere, at populationen af anmeldte udgifter til program 2 ikke indeholder væsentlige fejl.

## 7.9 Stikprøveteknik ved systemrevisioner

### 7.9.1 Indledning

I artikel 62 i Rådets forordning (EF) nr. 1083/2006 anføres følgende: "Revisionsmyndigheden for et operationelt program har navnlig ansvaret for: a) at sikre, at revisioner foretages for at efterprøve, at forvaltnings- og kontrolsystemet for det

operationelle program fungerer effektivt ...". Disse revisioner kaldes systemrevisioner. Formålet med systemrevisioner er at efterprøve effektiviteten af kontrollerne i forvaltnings- og kontrolsystemet og drage konklusioner om den sikkerhedsgrad, som kan opnås ved hjælp af systemet. Beslutningen om, hvorvidt der skal anvendes en statistisk stikprøvemethode i forbindelse med kontroltesten, baseres på en sagkyndig vurdering af den mest effektive metode til at opnå tilstrækkeligt og egnet revisionsbevis i den pågældende situation.

Da revisorens analyse af arten af og årsagen til samt fraværet eller forekomsten af fejl er et vigtigt aspekt i forbindelse med systemrevisioner, kan en ikke-statistisk tilgang være egnet. Revisoren kan i dette tilfælde vælge en stikprøvestørrelse med et bestemt antal elementer, der skal kontrolleres i forbindelse med de enkelte hovedkontroller. Der skal imidlertid foretages en sagkyndig vurdering ved anvendelsen af de relevante faktorer<sup>63</sup>, som skal overvejes. Hvis der anvendes en ikke-statistisk metode, kan resultaterne ikke ekstrapoleres.

Attributudvælgelse er en statistisk metode, der kan hjælpe revisoren med at bestemme systemets sikkerhedsgrad og estimere fejlprocenten i en stikprøve. Inden for revision anvendes den mest til at anslå afvigelsen fra en foreskrevet kontrol til støtte for revisorens vurdering af kontrolrisikoen. Resultaterne kan efterfølgende projiceres til populationen.

Idet der er tale om en generisk metode, som omfatter flere varianter, er attributudvælgelse den grundlæggende statistiske metode i forbindelse med systemrevisioner. Alle andre metoder, som kan anvendes i forbindelse med systemrevisioner, er baseret på nedenstående begreber.

Attributudvælgelse løser binære problemer såsom svar af typen ja eller nej, høj eller lav, sandt eller falsk. Ved denne metode projiceres informationen om stikprøven til populationen for at bestemme, hvilken kategori populationen tilhører.

I henhold til forordningen er det ikke obligatorisk at anvende en statistisk stikprøvemethode til kontroltest i forbindelse med systemrevisioner. Dette kapitel og de tilknyttede bilag er således inkluderet til almindelig oplysning og vil ikke blive udbygget.

Yderligere oplysninger og eksempler vedrørende stikprøveteknikker ved systemrevisioner findes i faglitteraturen om stikprøvetagning til revisionsformål.

---

<sup>63</sup> Yderligere forklaringer og eksempler kan findes i "Audit Guide on Sampling, American Institute of Certified Public Accountants, 01/04/2001".

Ved attributudvælgelse i forbindelse med en systemrevision følges følgende seks generiske trin.

1. Definer testmålene: Bestem f.eks., om fejlfrekvensen i en population opfylder kriterierne for en høj sikkerhedsgrad.
2. Definer populationen og stikprøveenheten: f.eks. de fakturaer, der er knyttet til et program.
3. Definer afvigelsesbetingelsen: Det er den attribut, der vurderes, f.eks. tilstedeværelsen af en underskrift på de fakturaer, der tilknyttes en programforanstaltning.
4. Bestem stikprøvestørrelsen på grundlag af nedenstående formel.
5. Udvalg stikprøven, og foretag revisionen (stikprøven udvælges tilfældigt).
6. Evaluer og dokumenter resultaterne.

### 7.9.2 Stikprøvestørrelse

Ved attributudvælgelse er beregningen af stikprøvestørrelsen  $n$  baseret på følgende oplysninger:

- Konfidensniveauet og den relaterede  $z$ -koefficient fra en normalfordeling (jf. afsnit 5.3)
- Den maksimale acceptable afvigelsesprocent,  $T$ , bestemt af revisoren De acceptable niveauer fastsættes af medlemsstatens revisionsmyndighed (f.eks. antallet af manglende underskrifter på fakturaer, under hvilket myndigheden ikke mener, at der er et problem)
- Den forventede afvigelsesprocent i populationen,  $p$ , estimeret eller observeret i en foreløbig stikprøve. Bemærk, at den acceptable afvigelsesprocent skal bør højere end den forventede afvigelsesprocent for populationen, da der i modsat fald ikke vil være noget formål med testen (hvis den forventede fejlprocent er 10 %, er det således formålsløst at fastsætte en acceptabel fejlprocent på 5 %, da man dermed forventer at finde flere fejl i populationen, end man er villig til at acceptere).

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger<sup>64</sup>:

$$n = \frac{z^2 \times p \times (1 - p)}{T^2}.$$

---

<sup>64</sup> I tilfælde af en lille population, dvs. hvis den endelige stikprøvestørrelse udgør en stor andel af populationen (som hovedregel mere end 10 % af populationen) kan en mere præcis formel tages i anvendelse og føre til  $n = \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{T^2} / \left(1 + \frac{z^2 \times p \times (1-p)}{N \cdot T^2}\right)$ .

Eksempel: Ved et konfidensniveau på 95 % ( $z = 1.96$ ), en acceptabel afvigelsesprocent (T) på 12 % og en forventet afvigelsesprocent i populationen ( $p$ ) på 6 % vil den mindste stikprøvestørrelse være

$$n = \frac{1.96^2 \times 0.06 \times (1 - 0.06)}{0.12^2} \approx 16.$$

Bemærk, at populationsstørrelsen ikke har nogen indvirkning på stikprøvestørrelsen. Ved ovenstående beregning sættes den krævede stikprøvestørrelse lidt for højt i forbindelse med små populationer, hvilket er acceptabelt. Den krævede stikprøvestørrelse kan bl.a. reduceres ved at reducere konfidensniveauet (dvs. fastsætte kontrolrisikoen for lavt) og øge den acceptable afvigelsesprocent.

### 7.9.3 Ekstrapolering

Afvigelsesprocenten i stikprøven beregnes ved at dividere antallet af afvigelser observeret i stikprøven med antallet af elementer i stikprøven (dvs. stikprøvestørrelsen):

$$EDR = \frac{\text{\# of deviations in the sample}}{n}$$

Dette er ligeledes den bedste estimator for den ekstrapolerede afvigelsesprocent ( $EDR$ ), der kan beregnes ud fra stikprøven.

### 7.9.4 Præcision

Som anført er præcision (stikprøvefejl) et mål for den usikkerhed, der er forbundet med projektionen (ekstrapoleringen). Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE = z \times \frac{p_s \times (1 - p_s)}{\sqrt{n}}$$

hvor  $p_s$  er forholdet mellem antal afvigelser observeret i stikprøven og stikprøvestørrelsen, afvigelsesprocenten i stikprøven.

### 7.9.5 Evaluering

Den opnåede øvre afvigelsesgrænse er et teoretisk tal baseret på stikprøvestørrelsen og antallet af konstaterede fejl:

$$ULD = EDR + SE.$$

Denne grænse er den maksimale fejlprocent i populationen på det definerede konfidensniveau, og den beregnes på grundlag af binomiale tabeller. Ved en stikprøvestørrelse på 150 og 3 konstaterede afvigelser (en afvigelsesprocent i stikprøven på 2 %) er den maksimale afvigelsesprocent (eller opnåede øvre afvigelsesgrænse) ved et konfidensniveau på 95 %:

$$ULD = \frac{3}{150} + 1.96 \times \frac{\frac{3}{150} \times \left(1 - \frac{3}{150}\right)}{\sqrt{150}} = 0.023.$$

Hvis denne procentsats er højere end den acceptable afvigelsesprocent, understøtter stikprøven ikke den forventede afvigelsesprocent i populationen på det pågældende konfidensniveau. Den logiske konklusion er således, at populationen ikke opfylder det fastsatte kriterium for en høj sikkerhedsgrad og således skal klassificeres som en population med en middel eller lav sikkerhedsgrad. Bemærk, at AA definerer tærsklen for en lav, middel eller høj sikkerhedsgrad.

### 7.9.6 Særlige attributudvælgelsesmetoder

Attributudvælgelse er en generisk metode, og der er derfor blevet udformet en række varianter til bestemte formål. Blandt disse er "discovery sampling" og "stop-or-go sampling" til særlige formål.

Formålet med "discovery sampling" er at foretage revision i situationer, hvor en enkelt fejl er kritisk. Metoden er således særlig rettet mod afsløring af svig eller omgåelse af kontrol. Ved denne metode, der er baseret på attributudvælgelse, forventes en fejlprocent på nul (eller i hvert fald en meget lav fejlprocent), og metoden er ikke egnet til at projicere resultaterne til populationen, hvis der konstateres fejl i stikprøven. Discovery sampling giver revisoren mulighed for ud fra en stikprøve at konkludere, hvorvidt den forventede meget lave fejlprocent eller fejlprocent på nul i populationen er en gyldig antagelse. Det er ikke en gyldig metode til at vurdere den sikkerhed, der opnås ved interne kontroller, og den kan derfor ikke anvendes i forbindelse med systemrevisioner.

"Stop-or-go sampling" er blevet udviklet, da der ofte er behov for at reducere stikprøvestørrelsen mest muligt. Formålet med denne metode er at konkludere, at fejlprocenten i populationen ligger under et forud fastsat niveau ved et bestemt konfidensniveau ved at undersøge så få stikprøveelementer som muligt – stikprøvetagningen indstilles, så snart det forventede resultat opnås. Denne metode er heller ikke egnet til at projicere resultaterne til populationen, selv om metoden kan være et godt udgangspunkt for vurderingen af konklusionerne af systemrevisionen. Den kan, når der stilles spørgsmål ved udfaldet af systemrevisioner, anvendes til at kontrollere, om kriteriet for opnåelse af den pågældende sikkerhedsgrad reelt er opfyldt.

## **7.10 Proportionale kontrolordninger i programmeringsperioden 2014 - 2020 - konsekvenser for stikprøvetagning**

### **7.10.1 Begrænsninger for stikprøvetagning ifølge artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser**

Formålet med ordningerne vedrørende proportionalkontrol, der er fastlagt i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser, er at lette de administrative byrder for støttemodtagere og undgå, at de bliver revideret flere gange af forskellige organer og undertiden endda på den samme udgift. Disse ordninger er opsummeret nedenfor og har konsekvenser for AA's arbejde:

- a) Ved operationer med samlede støtteberettigede udgifter på under **100 000 EUR (EHFF), 150 000 (ESF) eller 200 000 (EFRU og Samhørighedsfonden)** udføres kun en enkelt revision af enten revisionsmyndigheden eller Kommissionen inden indgivelse af regnskabet for det år, hvor operationen blev afsluttet.
- b) Ved operationer med samlede støtteberettigede udgifter over **100 000 EUR (EHFF), 150 000 (ESF) eller 200 000 (EFRU og Samhørighedsfonden)** kan en revision pr. regnskabsår udføres af enten revisionsmyndigheden eller Kommissionen inden indgivelse af regnskabet for det regnskabsår, hvor operationen blev afsluttet.
- c) Operationer må ikke revideres af AA eller Kommissionen i et givent år, hvis Den Europæiske Revisionsret allerede har foretaget en revision i det pågældende år, forudsat at resultaterne af det revisionsarbejde, der er udført af Den Europæiske Revisionsret for sådanne operationer, kan anvendes af revisionsmyndigheden eller Kommissionen til udførelse af deres respektive opgaver.

Afgørelsen af, om denne artikel er gældende, skal foretages ud fra en vurdering af niveauet for de "samlede udgifter til støtteberettigede operationer" på basis af beløbet i tilskudsaftalen, eftersom den præcise udgift, som vil blive anmeldt i løbet af programmeringsperioden, ikke er kendt på forhånd.

Ifølge artikel 148, stk. 4, i forordningen om fælles bestemmelser kan AA og Kommissionen revidere operationerne i henhold til de ovennævnte betingelser (hvis en risikoanalyse eller revision foretaget af Den Europæiske Revisionsret peger på en særlig risiko for uregelmæssigheder eller svig eller i tilfælde af bevis for alvorlige mangler i forhold til styringen af et effektivt ledelses- og kontrolsystem for det relevante operationelle program i den periode, der refereres til i artikel 140, stk. 1). **For AA**



**betyder dette især, at bestemmelserne i artikel 148, stk. 1, ikke finder anvendelse i tilfælde af risikobaserede ekstra stikprøvetagninger.**

Artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser medfører nogle praktiske udfordringer for AA's arbejde i forhold til den strategi, der skal anvendes til stikprøveudvælgelsen, med tanke på de almindelige bestemmelser i artikel 127, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser. Det fremgår af bestemmelsen, at AA skal sikre, at revisioner udføres på "et passende udsnit af operationer på grundlag af de anmeldte udgifter", og i tilfælde af anvendelse af ikke-statistisk udsnit skal stikprøven være stor nok til at gøre det muligt for AA at komme med en gyldig revisionsudtalelse. Afsnit 7.10.2 nedenfor giver en afklaring angående tilpasningerne af stikprøvemethoden til ordningerne i artikel 148.

AA kan gennemføre revisionen for et regnskabsår enten efter regnskabsåret inden for proceduren til stikprøveudtagning for en periode eller i faser ved brug af stikprøvemodellen for to eller flere perioder.

I forbindelse med stikprøveudtagelse for enkeltperioder indebærer det forhold, at AA (eller Europa-Kommissionen) i bestemt et år gennemfører revisioner af operationer, som ligger under de ovennævnte tærskler, at disse operationer ikke kan revideres af AA i de følgende år op til fremsendelsen af regnskabet for det regnskabsår, hvor operationen er afsluttet, medmindre artikel 148, stk. 4, i forordningen om fælles bestemmelser finder anvendelse.

Ved stikprøvetagning for flere perioder i et regnskabsår, hvor udgifterne til samme operation udvælges mere end en gang for samme år, kan AA overveje at revidere en enkelt operation i to (eller flere) trin. Det betyder, at hvis en operation udvælges til stikprøvetagning i en stikprøveperiode i det pågældende regnskabsår, skal AA afgrænse operationen til den population, der skal revideres og udtages stikprøver fra, i de følgende stikprøveperioder i samme regnskabsår. I dette tilfælde anvendes ikke udskiftning eller udelukkelse af operationer, da der bare er en enkelt revision, som er fordelt ud over forskellige tidspunkter inden for samme år. Efter udvælgelsen af stikprøver for første stikprøveperiode, kan AA ikke forudse, om de udvalgte operationer vil blive udtaget til udgiftsrevision i en anden given stikprøveperiode i regnskabsåret. Det anbefales derfor, at AA informerer de berørte støttemodtagere om, at deres operationer er blevet udtaget til revision for det relevante regnskabsår og om muligheden for, at operationen vil blive revideret i flere faser. Dette kræver en præcisering i brevet til forvaltningsmyndigheden/støttemodtageren om, at operationen er blevet udvalgt til revision<sup>65</sup>.

---

<sup>65</sup> AA'erne opfordres til at indføje følgende (eller lignende) tekst i breve, der bekendtgør en revision inden for rammerne af stikprøvemodeller for to eller flere perioder: "Jeres operation er blevet udvalgt af programmets revisionsmyndighed til en revision vedrørende de udgifter, der er blevet anmeldt af de nationale myndigheder til Europa-Kommissionen for regnskabsåret juli 20xx til juni 20xx. I oplyses

Af artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser fremgår det, at der kan udføres en revision pr. regnskabsår af operationer, der overstiger de relevante tærskelværdier. Dette skal fortolkes som en revision vedrørende de udgifter, der er anmeldt inden for et regnskabsår, og ikke som en revision i løbet af regnskabsåret.

For at undgå den administrative byrde for en støttemodtager, der har mere end et besøg på stedet i forbindelse med den samme operation, kan AA beslutte at gå til de efterfølgende faser af revisionen efter forvaltningsmyndighedens/det formidlende organs første kontrolbesøg, såfremt den fornødne dokumentation kan verificeres i sagsakterne hos disse organer.

#### Operationer revideret af Den Europæiske Revisionsret:

Ud over de to første betingelser, der er fastsat i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser, fremgår det, at AA ikke kan foretage en revision af en operation, hvis denne er blevet revideret samme år af Den Europæiske Revisionsret, og AA kan bruge konklusionerne fra denne institution.

Denne bestemmelse giver også praktiske udfordringer for AA, især når Den Europæiske Revisionsrets konklusioner om revisionen af de udvalgte operationer ikke er tilgængelige i tide for AA til at vurdere disse konklusioner og tage stilling til, om de kan bruges i forbindelse med AA's revisionsudtalelse. Derudover kan det ske, at Den Europæiske Revisionsrets konklusioner vedrører en referenceperiode for anmeldte udgifter, der afviger fra den, som AA skal udarbejde en revisionsudtalelse om, hvilket betyder, at Den Europæiske Revisionsrets konklusioner ikke kan anvendes af AA.

Hvis der er konklusioner fra Den Europæiske Revisionsret vedrørende revisionen af den operation, som AA har udvalgt, til rådighed i rette tid for AA til at drage de relevante konklusioner til revisionsudtalelsen, kan AA anvende resultaterne af Den Europæiske Revisionsrets revisionsarbejde til at finde fejlen i operationen, hvis AA er enig i konklusionerne, uden at behøve at gentage revisionsprocedurer.

#### **7.10.2 Stikprøvemethoder ved proportionale kontrolordninger**

##### Stikprøveudvælgelse

Det fremgår af artikel 28, stk. 8, i forordningen om fælles bestemmelser, at: "*Når betingelserne for den proportionale kontrol i henhold til artikel 148, stk. 1, i forordning (EU) nr. 1303/2013 er opfyldt, kan revisionsmyndigheden udelukke de i denne artikel nævnte elementer fra den population, der skal udtages prøver af. Hvis den pågældende*

---

hermed om, at denne revision kan blive opdelt i flere faser i løbet af de kommende måneder. Det vil blive meddelt på et senere tidspunkt, om revisionen bliver begrænset til anmeldte udgifter for første halvår (eller en anden stikprøveperiode) eller også vil inkludere udgifter fra andet halvår (eller en anden stikprøveperiode)."

*operation allerede er udvalgt i stikprøven, erstatte revisionsmyndigheden den ved hjælp af en egnet vilkårlig udvælgelse."*

Som det fremgår af bestemmelserne i denne artikel, kan AA anvende enten den oprindelige positive population af de anmeldte udgifter eller en reduceret population til stikprøven, dvs. en population fra hvilken stikprøveenheder, der er underlagt artikel 148 i forordningen om fælles bestemmelser, er udelukket.

I tilfælde af udskiftning af operationer/andre stikprøveenheder skal disse stikprøveenheder udskiftes i stikprøven ved at vælge en ekstra stikprøve med en størrelse svarende til antallet af udskiftede operationer. "Udskiftningsenheder" skal vælges ved at bruge samme metode som til den oprindelige stikprøve. Navnlig ved PPS-metoder (dvs. MUS OG PPS ikke-statistisk stikprøvetagning), skal de ekstra stikprøveenheder udvælges vha. sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse. Eksempler på udvælgelse findes i afsnit 7.10.3.1.

Når der sker både udskiftning og udelukkelse, skal stikprøvestørrelsen beregnes på baggrund af populationsparametre (f.eks. bogførte værdier og antal stikprøveenheder), der svarer til den oprindelige population (dvs. populationen inklusive operationer/andre stikprøveenheder, som er omfattet af artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser). Der anvendes de gængse formler til udregning af stikprøvestørrelse (præsenteret i afsnit 6 i vejledningen).

Beslutningen om at anvende enten udelukkelse eller udskiftning af stikprøveenheder skal træffes af AA baseret på faglige skøn. AA kan anse det for mest praktisk at anvende udskiftning af operationer for populationer med små antal stikprøveenheder (simpel tilfældig udvælgelse) eller en lille del af udgifterne (MUS), der berøres af artikel 148, da sandsynligheden for udvælgelse af sådanne enheder (og relaterede tekniske konsekvenser af udskiftning) er lav. På den anden side, hvis der er tale om populationer med et stort antal stikprøveenheder/udgifter, der berøres af artikel 148, vil udskiftning forekomme hyppigere og undertiden skulle gentages flere gange. I sådanne tilfælde kan AA derfor anse det for mest praktisk at anvende udelukkelse af populationer, der er berørt af artikel 148 i forordningen om fælles bestemmelser, fra den population, hvorfra der skal udtages stikprøver, for at undgå udskiftning af stikprøveenheder.

### Projektion af fejl

AA skal udarbejde en revisionsudtalelse på baggrund af de samlede anmeldte udgifter i henhold til artikel 127(1) i forordningen om fælles bestemmelser. Selv om populationen, hvorfra stikprøven er udtaget, er i overensstemmelse med de anmeldte udgifter fratrukket udgifter vedrørende operationer berørt af artikel 148, er der stadig behov for at beregne den samlede fejl for de anmeldte udgifter med henblik på at udarbejde revisionsudtalelsen om denne udgift.

Dette kan gøres på to måder. I formlerne til projektion svarer populationsstørrelsen  $N_{(h)}$  og populationens bogførte værdier  $BV_{(h)}$  til den oprindelige population (dvs. den population, som omfatter stikprøveenheder, der er omfattet af artikel 148). I et sådant tilfælde udføres projektionen af fejl til den oprindelige population (pr. stratum), og ingen yderligere handlinger er nødvendige. Dette er især en anbefalet metode i tilfælde af udskiftning af operationer/andre stikprøveenheder.

Alternativt kan dette udføres i to trin: I formlerne til projektion henviser populationsstørrelsen  $N_{(h)}$  og de bogførte værdier for populationen  $BV_{(h)}$  til den reducerede population (dvs. at den er fremkommet efter fjernelse af de populationsenheder, som er omfattet af artikel 148 i forordningen om fælles bestemmelser). Når fejlen projiceres på denne måde, skal den kalkulerede fejl multipliceres med ratioen mellem de anmeldte udgifter i den oprindelige population og anmeldte udgifter i den reducerede population  $\frac{BV_{(h) \text{ original population}}}{BV_{(h) \text{ reduced population}}}$  for at finde frem til den samlede kalkulerede fejl for den oprindelige population (typisk ved MUS eller simpel tilfældig udvælgelse med ratioestimation). Denne projektion fra den reducerede til den oprindelige population kan også foretages ved at multiplicere fejlen fra den reducerede population med ratioen mellem den oprindelige populationsstørrelse og størrelsen af den reducerede population  $\frac{N_{(h) \text{ original population}}}{N_{(h) \text{ reduced population}}}$  (typisk ved simpel tilfældig udvælgelse med estimation af middelværdi pr. enhed). Denne procedure, der gennemføres i to trin, er navnlig en anbefalet metode i tilfælde af udelukkelse af operationer/andre stikprøveenheder.

Ligeledes kan præcisionen også beregnes enten i forhold til den oprindelige population  $SE_{(h) \text{ oprindelig}}$  eller den reducerede population  $SE_{(h) \text{ reduceret}}$  (se dog nogle begrænsninger, der præsenteres i tabellerne nedenfor). Hvis præcisionen er beregnet for den reducerede population, bør den tilpasses på det næste trin for at afspejle den oprindelige population.

På samme måde som ved projektion af fejl, foretages denne justering ved at multiplicere præcisionen for den reducerede population med ratioen  $\frac{BV_{(h) \text{ original population}}}{BV_{(h) \text{ reduced population}}}$  (ved MUS og simpel tilfældig udvælgelse med ratioestimation) eller med ratioen  $\frac{N_{(h) \text{ original population}}}{N_{(h) \text{ reduced population}}}$  (ved simpel tilfældig udvælgelse med estimation af middelværdi pr. enhed).

Det er umuligt at finde en metode, der altid er mere egnet end andre (f.eks. projektion og beregning af præcision i forhold til den oprindelige eller reducerede population), da nogle stikprøvemetoder kan medføre nogle tekniske begrænsninger.

Tabellerne nedenfor indeholder en oversigt over metoder til stikprøveudvælgelse, projektion af fejl og beregning af stikprøvepræcision med de begrænsninger, som princippet om proportional kontrol indebærer.

a) MUS-standardmetoden

<b>Stikprøvemodel</b>	<b>MUS-standard: Udelukkelse af stikprøveenheder</b>	<b>MUS-standard: Udskiftning af stikprøveenheder</b>
Anvendte parametre til beregning af stikprøvestørrelse	Svarer til den oprindelige population.	Svarer til den oprindelige population.
Population anvendt til udvælgelse af stikprøver	Reduceret population	Oprindelig population
Anbefalet metode til projektion af fejl og beregning af præcision	<p>Projektion af fejl og beregning af præcision for den reducerede population tilpasses på det næste trin for at afspejle den oprindelige population.</p> <p>Justeringen kan foretages ved at multiplicere den kalkulerede fejl og præcision med forholdet mellem udgifter <math>BV_{(h)}</math> oprindelig for den oprindelige population og udgifterne <math>BV_{(h)}</math> reduceret for den reducerede population.</p> <p>For enheder fra et stratum af høj værdi berørt af artikel 148 (eller et hvilket som helst andet udtømmende stratum) kan det være nødvendigt at udregne fejlen for stratummet af høj værdi og projicere denne fejl til de enheder, der ikke blev revideret i dette stratum ved hjælp af formlen <math>EE_e = EE_{e\text{ reduceret}} \times \frac{BV_{e\text{ original}}}{BV_{e\text{ reduceret}}}</math> (hvor <math>EE_{e\text{ reduceret}}</math> er antallet af fejl i stikprøveenhederne fra det reviderede stratum af høj værdi, <math>BV_{e\text{ original}}</math> henviser til den bogførte værdi af det oprindelige stratum af høj værdi, og <math>BV_{e\text{ reduceret}}</math> henviser til den bogførte værdi af reviderede enheder i stratummet af høj værdi.)</p>	<p>Beregning af projektion af fejl og præcision for den oprindelige population.</p> <p>Enhederne fra et stratum af høj værdi (eller enheder fra ethvert andet udtømmende stratum), som er undtaget fra revision pga. bestemmelserne i artikel 148, skal erstattes af stikprøveenheder fra et stratum af lav værdi. I et sådant tilfælde kan det være nødvendigt at udregne fejlen for stratummet af høj værdi og projicere denne fejl til enheder, der ikke blev revideret i dette stratum, ved hjælp af formlen <math>EE_e = EE_{e\text{ reduceret}} \times \frac{BV_{e\text{ original}}}{BV_{e\text{ reduceret}}}</math> (hvor <math>EE_{e\text{ reduceret}}</math> er antallet af fejl i stikprøveenhederne fra det reviderede stratum af høj værdi, <math>BV_{e\text{ original}}</math> henviser til den bogførte værdi af det oprindelige stratum af høj værdi, og <math>BV_{e\text{ reduceret}}</math> henviser til den bogførte værdi af reviderede enheder i stratummet af høj værdi.)</p>

b) Konservativ MUS-metode

<b>Stikprøvemodel</b>	<b>Konservativ MUS: Udelukkelse af stikprøveenheder</b>	<b>Konservativ MUS: Udskiftning af stikprøveenheder</b>
Anvendte parametre til beregning af stikprøvestørrelse	Uoplyst (stikprøvestørrelsen forbliver den samme, uanset om den beregnes for den oprindelige population eller reducerede populationsparametre)	Uoplyst (stikprøvestørrelsen forbliver den samme, uanset om den beregnes for den oprindelige population eller reducerede populationsparametre)
Population anvendt til udvælgelse af stikprøver	Reduceret population	Oprindelig population
Anbefalet metode til projektion af fejl og beregning af præcision	Projektion af fejl og beregning af præcision for den reducerede population tilpasses på det næste trin for at afspejle den oprindelige population.	Pga. tekniske udfordringer vedrørende projektion af fejl og beregning af præcision i tilfælde af udskiftning af stikprøveenheder i en konservativ MUS-

	<p>Justeringen kan foretages ved at multiplicere den kalkulerede fejl og præcision med forholdet mellem udgifter <math>BV_{(h)}</math> oprindelig for den oprindelige population og udgifterne <math>BV_{(h)}</math> reduceret for den reducerede population.</p> <p>For enheder fra et stratum af høj værdi omfattet af artikel 148 kan det være nødvendigt at udregne fejlen for stratummet af høj værdi og projicere denne fejl til de enheder, der ikke blev revideret i dette stratum ved hjælp af formlen <math>EE_e = EE_e \text{ reduceret} \times \frac{BV_{e \text{ original}}}{BV_{e \text{ reduceret}}}</math> (hvor <math>EE_e \text{ reduceret}</math> repræsenterer antallet af fejl i stikprøveenhederne fra det reviderede stratum af høj værdi, <math>BV_{e \text{ original}}</math> henviser til den bogførte værdi af det oprindelige stratum af høj værdi, og <math>BV_{e \text{ reduceret}}</math> henviser til den bogførte værdi af reviderede enheder i stratummet af høj værdi.)</p>	<p>metode anbefales det at anvende udelukkelse af stikprøveenheder, hvis en konservativ MUS-metode anvendes<sup>66</sup>.</p>
--	--	---

c) Simpel tilfældig udvælgelse

<b>Stikprøvemodel</b>	<b>Simpel tilfældig udvælgelse: Udelukkelse af stikprøveenheder</b>	<b>Simpel tilfældig udvælgelse: Udskiftning af stikprøveenheder</b>
<i>Anvendte parametre til beregning af stikprøvestørrelse</i>	Svarer til den oprindelige population.	Svarer til den oprindelige population.
<i>Population anvendt til udvælgelse af stikprøver</i>	Reduceret population	Oprindelig population
<i>Anbefalet metode til projektion af fejl og beregning af præcision</i>	<p>Projektion af fejl og beregning af præcision for den reducerede population tilpasses på det næste trin for at afspejle den oprindelige population.</p> <p>Ved anvendelse af estimation af middelværdi pr. enhed kan justeringen foretages ved at multiplicere den kalkulerede fejl og præcisionen som forholdet mellem populationsstørrelse <math>N_{(h)}</math> oprindelig af den oprindelige population og <math>N_{(h)}</math> reduceret af den reducerede population.</p> <p>Ved anvendelse af ratioestimation kan justeringen foretages ved at multiplicere den kalkulerede fejl og præcision som forholdet mellem udgifter <math>BV_{(h)}</math> oprindelig af den oprindelige population og udgifterne <math>BV_{(h)}</math> reduceret af den reducerede population.</p>	<p>Projektion af fejl til den oprindelige population (både ved ratioestimation og estimation af middelværdi pr. enhed).</p> <p>Ved estimation af middelværdi pr. enhed beregnes præcision for den oprindelige population. Ved ratioestimation beregnes præcision for den reducerede population (fra hvilken alle stikprøveenheder omfattet af artikel 148 blev udvalgt). På næste trin skal den derfor justeres til at afspejle den oprindelige population. Det kan foretages ved at multiplicere præcisionen af den reducerede population med ratioen mellem udgifter <math>BV_{(h)}</math> oprindelig af den oprindelige population og udgifterne <math>BV_{(h)}</math> reduceret af den reducerede population. Det bør også</p>

<sup>66</sup> Hvis AA beslutter at anvende udskiftning i en konservativ MUS-metode, bør Kommissionen spørges til råds med henblik på at udpege de specifikke formler, der skal anvendes, og for at få adgang til teknisk information om stikprøveudvælgelse og projektion.

<i>Stikprøvemodel</i>	<b>Simpel tilfældig udvælgelse: Udelukkelse af stikprøveenheder</b>	<b>Simpel tilfældig udvælgelse: Udskiftning af stikprøveenheder</b>
	<p>Projektion af fejl kan også ske direkte til den oprindelige population både ved ratioestimation og ved estimation af middelværdi pr. enhed.</p> <p>Præcision skal ikke beregnes direkte for den oprindelige population ved ratioestimation. Det er kun muligt ved estimation af middelværdi pr. enhed. Den beregnede præcision for reduceret population i en ratioestimation bør justeres for den oprindelige population ved at multiplicere præcisionen for den reducerede population med ratioen <math>\frac{BV_{(h) original population}}{BV_{(h) reduced population}}</math>.</p> <p>Ved enheder fra et stratum af høj værdi (eller ethvert andet udtømmende stratum), der er omfattet af artikel 148, kan der være behov for at udregne en fejl for stratummet af høj værdi og projicere denne fejl til de enheder, som ikke blev revideret i dette stratum. Ved ratioestimation udregnes fejlen ved hjælp af formlen <math>EE_e = EE_{e reduced} \times \frac{BV_{e original}}{BV_{e reduced}}</math>, hvor <math>EE_{e reduced}</math> repræsenterer antallet af fejl i stikprøveenhederne fra det reviderede stratum af høj værdi, <math>BV_{e original}</math> henviser til den bogførte værdi af det oprindelige stratum af høj værdi, og <math>BV_{e reduced}</math> henviser til den bogførte værdi af reviderede enheder i stratummet af høj værdi. Ved estimation af middelværdi pr. enhed udregnes den ved hjælp af formlen <math>EE_e = EE_{e reduced} \times \frac{N_{e original}}{N_{e reduced}}</math>, hvor <math>EE_{e reduced}</math> repræsenterer antallet af fejl i stikprøveenhederne fra det reviderede stratum af høj værdi, <math>N_{e original}</math> henviser til antallet af stikprøveenheder i det oprindelige stratum af høj værdi, og <math>N_{e reduced}</math> henviser til antallet af stikprøveenheder i det reviderede stratum af høj værdi.</p>	<p>bemærkes, at selv om AA ikke har valgt nogen stikprøveenheder omfattet af artikel 148 i sin stikprøve, skal præcisionen i tilfælde af ratioestimation også beregnes i forhold til den reducerede population og efterfølgende justeres efter ovenstående formel.</p> <p>Ved enheder fra et stratum af høj værdi (eller ethvert andet udtømmende stratum), der er omfattet af artikel 148, kan der være behov for at udregne en fejl for stratummet af høj værdi og projicere denne fejl til de enheder, som ikke blev revideret i dette stratum. Ved ratioestimation udregnes fejlen ved hjælp af formlen <math>EE_e = EE_{e reduced} \times \frac{BV_{e original}}{BV_{e reduced}}</math>, hvor <math>EE_{e reduced}</math> repræsenterer antallet af fejl i stikprøveenhederne fra det reviderede stratum af høj værdi, <math>BV_{e original}</math> henviser til den bogførte værdi af det oprindelige stratum af høj værdi, og <math>BV_{e reduced}</math> henviser til den bogførte værdi af reviderede enheder i stratummet af høj værdi. Ved estimation af middelværdi pr. enhed udregnes den ved hjælp af formlen <math>EE_e = EE_{e reduced} \times \frac{N_{e original}}{N_{e reduced}}</math>, hvor <math>EE_{e reduced}</math> repræsenterer antallet af fejl i stikprøveenhederne fra det reviderede stratum af høj værdi, <math>N_{e original}</math> henviser til antallet af stikprøveenheder i det oprindelige stratum af høj værdi, og <math>N_{e reduced}</math> henviser til antallet af stikprøveenheder i det reviderede stratum af høj værdi.</p>

### 7.10.3 Eksempler

#### 7.10.3.1 Eksempler på udskiftning af stikprøveenheder ved PPS-metoder (MUS og PPS ikke-statistisk stikprøvetagning)

Som belyst i ovenstående afsnit, skal stikprøveenhederne i PPS-metoder (MUS og PPS ikke-statistisk stikprøvetagning), som er omfattet af artikel 148, erstattes af nye enheder ved hjælp af sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse.

Det skal bemærkes, at proceduren for udvælgelse af nye stikprøveenheder ved PPS ikke-statistisk stikprøvetagning er den samme som ved MUS-standardmetode. Derfor illustrerer fælles eksempler udskiftning af stikprøveenheder for disse to metoder. De to nedenstående eksempler illustrerer henholdsvis:

- a) Udskiftning af stikprøveenheder i et stratum af lav værdi ved en MUS-standardmetode og ved PPS ikke-statistisk stikprøvetagning
- b) Udskiftning af stikprøveenheder i et stratum af høj værdi ved en MUS-standardmetode og ved PPS ikke-statistisk stikprøvetagning

*a) Udskiftning af stikprøveenheder i et stratum af lav værdi – MUS-standardmetode og PPS ikke-statistisk stikprøvetagning*

Tag f.eks. en positiv population af udgifter attesteret over for Kommissionen i en bestemt referenceperiode for operationer under et program.

Populationen er sammenfattet i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

Stikprøvens størrelse er 30 operationer (beregnet ved MUS-standardmetode på grundlag af de relevante stikprøveparametre eller anbefalet omfang af operationer for ikke-statistisk PPS-udvælgelse baseret på sikkerhedsgraden ud fra systemrevisionerne). Stratummet af høj værdi omfatter otte operationer over tærskelværdien på 139 993 067,47 med en samlet værdi på 1 987 446 254 EUR. Derfor beløber prøvetagningsintervallet sig til 100 565 262 EUR:

$$\text{Sampling interval (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254}{22 \text{ (i. e. } 30 - 8)} = 100,565,262$$

Værdien af AA's 22 udvalgte operationer fra stratummet af lav værdi med anvendelsen af ovennævnte interval er 65 550 000 EUR. Denne stikprøve omfatter to operationer, som er revideret af EU-institutioner, og hvis anmeldte udgifter til EU er på 950 000 EUR. Operationerne er blevet udskiftet i henhold til bestemmelserne i artikel 148 ved udvælgelse af en ny enhed ved hjælp af sandsynlighed for udvælgelse proportional med størrelse.

De nye stikprøveenheder bør udvælgelse fra den resterende population i stratummet af lav værdi, som er et dokument, der omfatter 3 822 stikprøveenheder (3 852 operationer i



populationen minus 30 oprindelige operationer)<sup>67</sup> ved brug af intervallet på 1 073 442 885 EUR:

$$\text{Sampling interval used for replacement (SI')} = \frac{BV_{SI'}}{n_{SI'}} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254 - 65,550,000}{2} = 1\,073\,442\,885$$

I den oprindelige stikprøve bliver de operationer, som er omfattet af artikel 148, udskiftet med de to nye udvalgte operationer. Projektionen udføres som sædvanlig ved brug af populations- og stikprøveparametrene  $BV_s$  og  $n_s$ , dvs. vi summerer fejl fra stratummet af høj værdi og projicerer fejlene fra stratummet af lav værdi ved hjælp af følgende formel:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

hvor  $BV_s = 2\,212\,435\,770$  ( $4,199,882,024 - 1,987,446,254$ ) og  $n_r = 22$ .

Hvis det antages, at summen af fejlprocenterne for alle enhederne i et stratum af lav værdi ( $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$ ) er 0,52, beløber den ekstrapolerede fejl for stratummet af lav værdi sig til 52 293 936 EUR.

Revisionsmyndigheden har registreret fejl for et samlet beløb på 692 EUR i stratummet af høj værdi. Således er den kalkulerede fejl i vores population 52 294 628 EUR ( $52\,293\,936 + 692$ ), dvs. 1,25 % af populationsværdien.

Ved anvendelse af PPS ikke-statistisk stikprøvetagning vil revisionsmyndigheden vurdere, at der ikke er tilstrækkelig evidens til at konkludere, at populationen indeholder en væsentlig fejl. Den opnåede præcision kan imidlertid ikke bestemmes, og konklusionens pålidelighed er ukendt.

Ved MUS-standardmetode vil revisionsmyndigheden beregne præcision for at vurdere den øvre fejlgrænse ved hjælp af standardformlen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

hvor  $BV_s = 2\,212\,435\,770$  ( $4,199,882,024 - 1,987,446,254$ ) og  $n_r = 22$ .

---

<sup>67</sup> AA kan også beslutte at fjerne alle de andre stikprøveenheder, der er omfattet af artikel 148, fra filen og kun vælge de nye stikprøveenheder fra populationen i stratummet af lav værdi, der ikke er omfattet af artikel 148. Denne fremgangsmåde gør det muligt at undgå risikoen for at skulle foretage udvælgelser flere gange pga. udskiftning, hvilket ville være nødvendigt, hvis de nyligt udvalgte elementer også var omfattet af artikel 148.

b) Udskiftning af stikprøveenheder i et stratum af høj værdi – MUS-standardmetode og PPS ikke-statistisk stikprøvetagning

Tag f.eks. en positiv population af udgifter attesteret over for Kommissionen i en bestemt referenceperiode for operationer under et program.

Populationen er sammenfattet i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

Stikprøvens størrelse er 30 operationer (beregnet ved MUS-standardmetode på grundlag af de relevante stikprøveparametre eller anbefalet omfang af operationer for ikke-statistisk PPS-udvælgelse baseret på sikkerhedsgraden ud fra systemrevisionerne). Stratummet af høj værdi omfatter otte operationer over tærskelværdien på 139 993 067,47 med en samlet værdi på 1 987 446 254 EUR.

Efter bestemmelsen af operationerne/prøvetagningsenhederne tilhørende stratummet af høj værdi ved en MUS-standardmetode og PPS ikke-statistisk stikprøvetagning anbefales det, at AA undersøger, hvorvidt stratummet af høj værdi omfatter stikprøveenheder, der er omfattet af artikel 148, før udvælgelsen af stikprøven i stratummet af lav værdi. Hvis de otte operationer i stratummet af høj værdi i vores eksempel omfatter en operation, der er omfattet af artikel 148, er den stikprøvestørrelse, som skal anvendes i forbindelse med stratummet af lav værdi, 23 (30 minus 7) for at sikre revision af 30 operationer. I sådanne tilfælde er det ikke nødvendigt at foretage en specifik udvælgelse af stikprøveenheder for at udskifte operationen, der er omfattet af bestemmelserne i artikel 148, i stratummet af høj værdi.

Hvis revisionsmyndigheden efter udvælgelsen af stratummet af lav værdi med 22 operationer (30 minus 8) skulle konstatere, at en af operationerne i stratummet af høj værdi er omfattet af artikel 148, skal den ekstra stikprøveenhed fra stratummet af lav værdi, som har til formål at erstatte stikprøveenheden fra stratummet af høj værdi, udvælges ved brug af sandsynlighed for udvælgelse proportionel med størrelse. (Da der ikke er andre enheder til rådighed for udskiftning i stratummet af høj værdi og for at undgå en kunstig reduktion af stikprøvestørrelsen pga. denne begrænsning, udvælges en enhed fra stratummet af lav værdi til udskiftningen for at sikre, at der nås et antal på 30 operationer).

AA havde oprindeligt udvalgt de 22 operationer med et samlet beløb på 65 550 000 EUR fra stratummet af lav værdi ved at bruge et interval på 100 565 262 EUR:

$$\text{Sampling interval (SI)} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254}{22 \text{ (i. e. } 30 - 8)} = 100,565,262$$

Den nye stikprøveenhed fra stratummet af lav værdi, som skal erstatte stikprøveenheden fra stratummet af høj værdi, bør udvælges fra den resterende population i stratummet af lav værdi, som er en fil, der omfatter 3 822 stikprøveenheder (3 852 operationer i populationen minus 30 oprindelige operationer)<sup>68</sup> ved brug af intervallet på 2 146 885 770,00 EUR:

$$\text{Sampling interval used for replacement (SI')} = \frac{BV_{SI}}{n_{SI}} = \frac{4,199,882,024 - 1,987,446,254 - 65,550,000}{1} = 2\,146\,885\,770,00$$

Vores revision omfatter derfor syv operationer i stratummet af høj værdi og 23 operationer i stratummet af lav værdi.

Projektionen af fejl i stratummet af lav værdi er baseret på standardformlen:

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

hvor  $BV_s = 2\,212\,435\,770$  ( $4,199,882,024 - 1,987,446,254$ ) og  $n_r = 23$ .

Hvis det antages, at summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stratummet af lav værdi ( $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$ ) er 0,52, beløber den ekstrapolerede fejl for stratummet af lav værdi sig til 50 020 287 EUR.

Revisionsmyndigheden har registreret fejl for et samlet beløb på 420 EUR i de syv operationer i stratummet af høj værdi, som blev revideret. Fejlen i stratummet af høj værdi skal beregnes efter følgende formel:

$$EE_{e\ original} = EE_{e\ reduced} \times \frac{BV_{e\ original}}{BV_{e\ reduced}}$$

hvor:

- $EE_{e\ reduced}$  er omfanget af fundne fejl i operationerne i stratummet af høj værdi, som blev revideret (undtagen de operationer, der er omfattet af artikel 148),
- $BV_{e\ original}$  er den samlede bogførte værdi af stratummet af høj værdi, herunder de operationer, som er omfattet af artikel 148, og
- $BV_{e\ reduced}$  er den bogførte værdi af stratummet af høj værdi bortset fra operationer, der er omfattet af artikel 148.

---

<sup>68</sup> Se også ovenstående fodnote med en præcisering af, at AA kan beslutte at udvælge de nye stikprøveenheder alene fra den population, der ikke er omfattet af artikel 148.

Det antages i dette eksempel, at beløbet på 290 309 600 EUR blev anmeldt for operationen i stratummet af høj værdi, som var omfattet af artikel 148, og fejlen i stratummet af høj værdi vil da være 492 EUR:

$$EE_{e\ original} = 420 \times \frac{1,987,446,254}{1,697,136,654} = 492$$

Derfor er den ekstrapolerede fejl på populationsniveau 50 020 779 (dvs. 1,19 % af populationsværdien):

$$EE = 50,020,287 + 492 = 50,020,779$$

Ved anvendelse af PPS ikke-statistisk stikprøvetagning vil revisionsmyndigheden vurdere, at der ikke er tilstrækkelig evidens til at konkludere, at populationen indeholder en væsentlig fejl. Den opnåede præcision kan imidlertid ikke bestemmes, og konklusionens pålidelighed er ukendt.

Ved MUS-standardmetode vil revisionsmyndigheden beregne præcision for at vurdere den øvre fejlgrænse ved hjælp af standardformlen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

hvor  $BV_s = 2\ 212\ 435\ 770$  ( $4,199,882,024 - 1,987,446,254$ ) og  $n_r = 23$ .

### 7.10.3.2 Eksempel på udelukkelse af operationer ved stikprøveudvælgelsen ved MUS-standardmetode

Tag f.eks. en population af udgifter angivet til Kommissionen i en bestemt referenceperiode for operationer under et program. De systemrevisioner, som revisionsmyndigheden har gennemført, har givet en lav sikkerhedsgrad. Der skal derfor udtages stikprøver fra dette program med et konfidensniveau på 90 %.

Populationen er sammenfattet i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (summen af udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

Der er fire operationer, som er omfattet af bestemmelserne i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser. Summen af deres bogførte værdier er 12 706 417 EUR. De vil blive udelukket fra den population, som der udvælges stikprøver fra.

Stikprøvestørrelsen beregnes som følger:

$$n = \left( \frac{z \times BV \times \sigma_r}{TE - AE} \right)^2$$

hvor  $\sigma_r$  er standardafvigelsen for fejlprocenter fra en MUS-stikprøvetagning, og BV er de samlede udgifter i det referenceår, som omfatter de fire tidligere operationer. Ud fra en foreløbig stikprøve på 20 operationer estimerer AA, at standardafvigelsen for fejlprocenter er 0,0935.

På baggrund af dette estimat for standardafvigelsen for fejlprocenter, den maksimale acceptable fejl og den forventede fejl kan stikprøvestørrelsen beregnes. Med en acceptabel fejl på 2 % af den samlede bogførte værdi,  $2 \% \times 4\,199\,882\,024 = 83\,997\,640$  (væsentlighedstærskel i henhold til forordningen), og en forventet fejlprocent på 0,4 %,  $0,4 \% \times 4\,199\,882\,024 = 16\,799\,528$ ,

$$n = \left( \frac{1.645 \times 4,199,882,024 \times 0.0935}{83,997,640 - 16,799,528} \right)^2 \approx 93$$

Det er for det første nødvendigt at identificere eventuelle enheder af høj værdi i populationen, som skal inkluderes i et stratum af høj værdi, der revideres 100 %. Tærskelværdien for bestemmelse af dette stratum af høj værdi er lig med forholdet mellem den bogførte værdi (BV), med undtagelse af de fire allerede nævnte operationer (med en samlet værdi på 12 706 417 EUR), og den planlagte stikprøvestørrelse (n). Alle elementer med en bogført værdi, der overskrider denne tærskelværdi (hvis  $BV_i > BV/n$ ), inkluderes i dette stratum, der revideres 100 %. I dette tilfælde er tærskelværdien  $4\,187\,175\,607/93 = 45\,023\,394$  EUR.

AA inkluderer i et isoleret stratum alle operationer med en bogført værdi på over 45 023 394 EUR, hvilket svarer til seks operationer og beløber sig til 586 837 081 EUR

Stikprøveintervallet for den resterende population er lig med den bogførte værdi i det ikke-udtømmende stratum ( $BV_s$ ) (differencen mellem den samlede bogførte værdi, fra hvilken de udelukkede operationer blev fratrukket, og den bogførte værdi af de seks operationer i stratummet af høj værdi) divideret med antallet af operationer, der skal udvælges (93 minus de seks operationer i stratummet af høj værdi).

$$\text{Sampling interval} = \frac{BV_s}{n_s} = \frac{4,187,175,607 - 586,837,081}{87} = 41,383,201$$

AA har kontrolleret, at der ikke var nogen operationer med bogførte værdier, der var højere end intervallet, og således indeholder stratummet af høj værdi kun seks operationer med en højere bogført værdi end tærskelværdien. Stikprøven udvælges fra en randomiseret liste over operationer ved at udvælge de elementer, der indeholder den 41,383,202'te pengeenhed.

En fil med de resterende 3 842 operationer (3 852 minus fire udelukkede operationer og seks operationer af høj værdi) i populationen sorteres tilfældigt, og der beregnes en sekventiel kumuleret variabel for den bogførte værdi. En stikprøveværdi på 87 operationer (93 minus 6 operationer af høj værdi) udtages ved hjælp af systematisk udvælgelse.

Efter revisionen af de 93 operationer kan AA projicere fejlen.

Ud af de seks operationer af høj værdi (samlet bogført værdi på 586 837 081 EUR), indeholder tre operationer fejl, der svarer til et fejlbeløb på 7 616 805 EUR.

Fejlen projiceres på anden vis i den resterende stikprøve. Følgende procedure finder anvendelse på disse operationer:

- 1) Beregn fejlprocenten for hver enhed i stikprøven, dvs. forholdet mellem fejlen og de pågældende udgifter  $\frac{E_i}{BV_i}$
- 2) Beregn summen af fejlprocenterne for alle enhederne i stikprøven.
- 3) Multipliser dette resultat med stikprøveintervallet (SI):

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

hvor  $BV_s$  og  $n_s$  er henholdsvis den bogførte værdi anvendt til at beregne prøvetagningsintervallet (4 187 175 607 EUR - 586 837 081 EUR = 3 600 338 526 EUR) og 87.

$$EE_s = 41,383,201 \times 1.026 = 42,459,164$$

For at projicere fejlen (i euro) for stikprøvestrattummet til den oprindelige positive population af udgifter, der er anmeldt til Europa-Kommissionen, skal den kalkulerede fejl multipliceres med ratioen for strattummets oprindelige udgifter (inklusive de udelukkede enheder) og strattummets reducerede udgifter (når de udelukkede enheder er fratrukket)

$$EE_{s,original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times EE_s = \frac{3,613,044,943}{3,600,338,526} \times 42,459,164 = 42,609,012$$

Det er ikke nødvendigt at projicere den fundne fejl i strattummet af høj værdi til den oprindelige population, da udgiften til de fire udelukkede enheder er under tærskelværdien.

Den kalkulerede fejl i den oprindelige population er blot summen af de to komponenter (strattummet af høj værdi og stikprøvestrattummet):

$$EE_{original} = 7,616,805 + 42,609,012 = 50,225,817$$

Den kalkulerede fejlprocent beregnes som forholdet mellem den kalkulerede fejl og de samlede udgifter for den oprindelige population:

$$r = \frac{50,225,817}{4,199,882,024} = 1.20\%$$

Standardafvigelsen for fejlprocenten i dette stikprøvestratum er 0,0832.

Præcisionen beregnes som følger:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r = 1.645 \times \frac{3,600,338,526}{\sqrt{87}} \times 0.0832 = 52,829,067$$

Denne præcision projiceres til den oprindelige population (inklusive de udelukkede enheder) ved at multiplicere den fremkomne værdi med forholdet mellem den oprindelige udgift for stikprøvestratummet og den reducerede udgift for stikprøvestratummet (hvorfra de udelukkede enheder blev trukket)

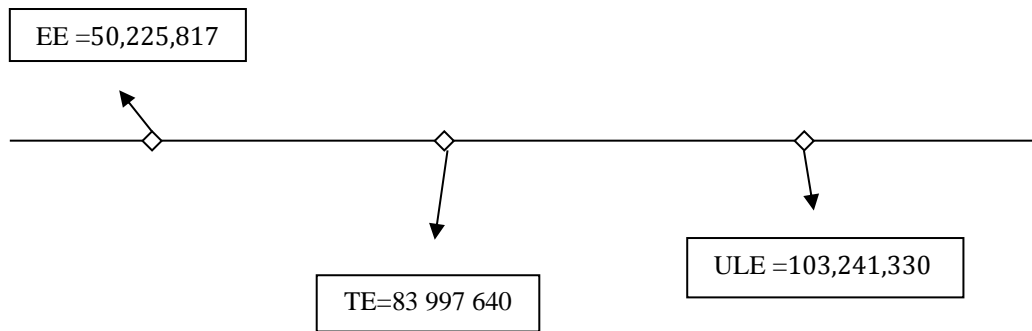
$$SE_{original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times SE = \frac{3,613,044,943}{3,600,338,526} \times 52,829,067 = 53,015,513$$

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision:

$$ULE = 50,225,817 + 53,015,513 = 103,241,330$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl på 83 997 640 EUR for at drage revisionskonklusioner.

Da den maksimale acceptable fejl er større end den kalkulerede fejl, men mindre end den øvre fejlgrænse, er stikprøveresultaterne muligvis inkonklusive. Se nærmere redegørelse i afsnit 4.12.



### 7.10.3.3 Eksempel på udelukkelse af operationer ved stikprøveudvælgelsen ved konservativ MUS-metode

Eksemplet her har en population på 3 857 operationer med samlede udgifter på 4 207 500 608 EUR anmeldt til Kommissionen i en bestemt referenceperiode (population med positive beløb). AA besluttede at anvende en konservativ MUS-metode med en operation som stikprøveenhed. På baggrund af artikel 28, stk. 8, i Kommissionens Delegerede Forordning besluttede revisionsmyndighederne at udelukke operationerne, der er omhandlet i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser, fra den population, hvorfra stikprøverne skulle tages.

Fem af populationens operationer med en samlet værdi på 7 618 584 EUR var omfattet af bestemmelserne i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser, og blev udelukket fra populationen inden stikprøveudvælgelsen. Stikprøven blev derfor udtaget fra populationen på 3 852 operationer med samlede udgifter på 4 199 882 024 EUR.

Populationen uden operationer, der var omfattet af bestemmelserne i artikel 148, er opsummeret i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 852
Bogført værdi (udgifter i referenceperioden)	4 199 882 024 EUR

Stikprøvestørrelsen svarer til et konfidensniveau på 90 %, og væsentlighedstærsklen på 2 % er 136 ( $n = \frac{BV \times RF}{TE - (AE \times EF)} = \frac{4,207,500,608 \times 2.31}{0.02 \times 4,207,500,608 - (0.002 \times 4,207,500,608 \times 1.5)} \approx 136$ ).

Udvælgelsen af stikprøven er foretaget ved hjælp af metoden, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportional med størrelse, med anvendelse af intervallet på 30 881 485 ( $SI = \frac{BV}{n} = \frac{4,199,882,024}{136} = 30,881,485$ )

I populationen er der 24 operationer, hvis bogførte værdi er større end prøvetagningsintervallet. Disse 24 operationer har en samlet bogført værdi af 1 375 130 377 EUR og udgør stratummet af høj værdi (45 hit, da der kom hit på nogle operationer



mere end en gang). Stikprøveantallet i stratummet af lav værdi er 91 operationer med et samlet beløb på 301 656 001 EUR.

Den kalkulerede fejl i stratummet af lav værdi er som sædvanlig baseret på standardformlen

$$EE_s = SI \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

hvor

$$SI = \frac{BV}{n}$$

er intervallet, der anvendes til stikprøveudtagning, dvs. baseret på den reducerede populationsværdi ( $BV = 4\,199\,882\,024$ ) og stikprøvestørrelsen (antal udvalgte  $n = 136$ ).

Hvis det antages, at summen af fejlprocenterne i stratummet af lav værdi ( $\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$ ) er 1,077, beløber den kalkulerede fejl for stratummet af lav værdi sig til 33 259 360 EUR:

$$EE_s = 30,881,485 \times 1.077 = 33,259,360$$

For at projicere fejlen (i euro) for stikprøvestratummet til den oprindelige positive population af udgifter, der er anmeldt til Europa-Kommissionen, skal den kalkulerede fejl multipliceres med ratioen for stratumets oprindelige udgifter (inklusive de udelukkede enheder) og stratumets reducerede udgifter (når de udelukkede enheder er fratrukket). I eksemplet er de fem operationer, som er omfattet af artikel 148, en del af stratummet af lav værdi.

$$EE_{s,original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times EE_s = \frac{2,832,370,231}{2,824,751,647} \times 33,259,360 = 33,349,063$$

Det er ikke nødvendigt at projicere den fundne fejl i stratummet af høj værdi til den oprindelige population, da udgiften til de fem udelukkede enheder er under tærskelværdien.

Den kalkulerede fejl i den oprindelige population er summen af den påviste fejl i stratummet af høj værdi og den kalkulerede fejl i stratummet af lav værdi (korrigeret for den oprindelige population). Hvis det antages, at revisionsmyndigheden har registreret en samlet fejl på 7 843 574 i stratummet af høj værdi, vil den kalkulerede fejl i den oprindelige population være:

$$EE_{original} = 7,843,574 + 33,349,063 = 41,192,637$$

(hvilket svarer til en kalkuleret fejlprocent på 0,98 %).

Den samlede præcision (SE) for den reducerede population udregnes som sædvanlig ved at summere to elementer: Grundlæggende præcision ( $BP = SI \times RF$ ) og trinvis voksende usikkerhedsgrad ( $IA = \sum_{i=1}^{n_s} IA_i$ ), hvor den trinvis voksende usikkerhedsgrad udregnes for hver stikprøveenhed, der tilhører det ikke-udtømmende stratum, som indeholder en fejl, ved hjælp af den følgende standardformel:

$$IA_i = (RF(n) - RF(n - 1) - 1) \times SI \times \frac{E_i}{BV_i}$$

Den grundlæggende præcision i eksemplet vil være 71 336 231:

$$BP = 30\,881\,485 \times 2,31 = 71\,336\,231$$

Når det forudsættes, at  $IA$  andrager 14 430 761 (beregnet på baggrund af intervallet på 30 881 485 som  $SI$ ), beløber den samlede præcision for den reducerede population sig til 85 766 992 (summen af 71 336 231 og 14 430 761).

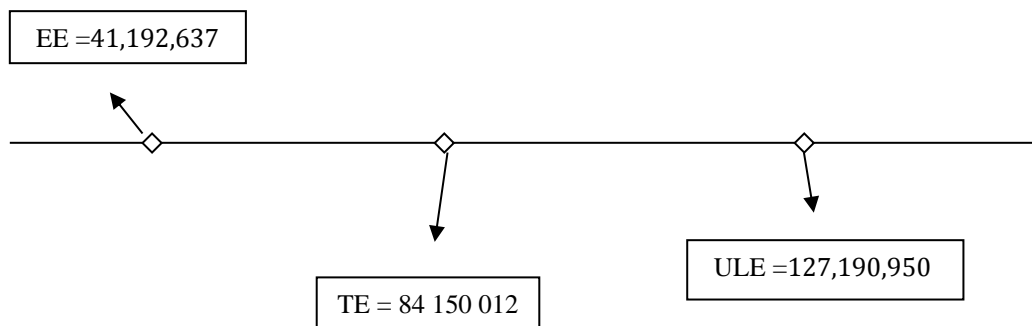
Denne præcision projiceres til den oprindelige population (inklusive de operationer, der er omfattet af artikel 148) ved at multiplicere den fremkomne værdi med forholdet mellem den oprindelige udgift for stikprøvestratummet og den reducerede udgift for stikprøvestratummet (hvorfra de operationer, som var omfattet af artikel 148, blev trukket)

$$SE_{original} = \frac{BV_{s,original}}{BV_{s,reduced}} \times SE_{reduced} = \frac{2,832,370,231}{2,824,751,647} \times 85,766,992 \approx 85,998,313$$

Den øvre fejlgrænse (ULE) skal beregnes for at drage konklusioner om fejlenes væsentlighed. Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl  $EE$  og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = 41,192,637 + 85,998,313 = 127,190,950$$

Både den kalkulerede fejl og den øvre grænse skal herefter sammenholdes med den maksimale acceptable fejl på 84 150 012 EUR (2 % af 4 207 500 608). I dette eksempel er den maksimale acceptable fejl større end den kalkulerede fejl, men mindre end den øvre fejlgrænse.



#### 7.10.3.4 Eksempel på udelukkelse af operationer ved stikprøveudvælgelsen i en simpel vilkårlig stikprøve (middelværdi pr. enhed og ratioestimation)

Eksemplet her har en population på 3 520 operationer med samlede udgifter på 2 301 882 970 EUR anmeldt til Kommissionen i en bestemt referenceperiode (population med positive beløb). AA har besluttet at anvende en stikprøvemodel med en metode til simpel tilfældig udvælgelse kombineret med stratifikation efter udgiftsniveau pr. operation, som vil udgøre stikprøveenheden. På baggrund af artikel 28, stk. 8, i Kommissionens Delegerede Forordning besluttede revisionsmyndighederne at udelukke operationerne, der er omhandlet i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser, fra den population, hvorfra stikprøverne skulle tages.

Seks af populationens operationer med en samlet værdi på 93 598 481 EUR var omfattet af bestemmelserne i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser, og blev udelukket fra populationen inden stikprøveudvælgelsen. Stikprøven blev derfor udtaget fra populationen på 3 514 operationer med samlede udgifter på 2 208 284 489 EUR.

Under hensyn til populationskarakteristika anvendte AA en tærskelværdi på 3 % af den (reducerede) positive population ( $3 \% \times 2\,208\,284\,489 = 66\,248\,535$ ). To operationer havde udgifter over denne tærskel med et samlet beløb på 203 577 481 EUR. Derfor omfattede stratummet af lav værdi 3 512 operationer med et samlet beløb på 2 004 707 008 EUR.

Den reducerede positive population minus seks operationer, som er omfattet af artikel 148, er opsummeret i nedenstående tabel:

Populationsstørrelse uden seks operationer, som er omfattet af artikel 148 (antal operationer)	3 514
Samlet bogført værdi med udelukkelse af seks operationer (positiv population af udgifter i referenceperioden)	2 208 284 489 EUR
Tærskelværdi (3 % af populationsværdien)	66 248 535 EUR
Stratum af høj værdi (2 operationer)	203 577 481 EUR
Stratum med operationer af lav værdi uden 5 operationer, der er omfattet af artikel 148 (3 512 operationer)	2 004 707 008 EUR

Den oprindelige positive population anmeldt til Europa-Kommissionen er opsummeret nedenfor:

Populationsstørrelse (antal operationer)	3 520
Samlet bogført værdi (positiv population af udgifter i	2 301 882 970 EUR

referenceperioden)	
Stratum af høj værdi (3 operationer)	295 006 242 EUR
Stratum med operationer af lav værdi (3 517 operationer)	2 006 876 728 EUR

Til beregning af stikprøvestørrelsen anvender AA standardformlen

$$n = \left( \frac{N \times z \times \sigma_e}{TE - AE} \right)^2$$

og vælger, i tråd med ovenstående forklaring, de stikprøveparametre, der svarer til den samlede population (inklusive operationer, der blev udelukket fra stikprøveudvælgelsen på baggrund af bestemmelserne i artikel 148).

Særlig væsentligt er det, at beregningen af stikprøvestørrelsen blev foretaget ud fra følgende parametre:

1)  $z - 1\,036$

Koefficienten svarer til et konfidensinterval på 70 % på grundlag af systemrevisionen, hvor det blev vurderet, at systemets sikkerhed er gennemsnitlig (kategori 2)

2)  $AE - 13\,811\,297\,82$  EUR

Revisionsmyndigheden har besluttet at anvende historiske data til bestemmelse af den forventede fejl. 0,6 % blev anvendt som den forventede fejlprocent (fejlprocenten er resultatet af den sidste revision af operationer), hvilket resulterer i en AE på 13 811 297, 82 EUR ( $0,006 \times 2\,301\,882\,970$  EUR, dvs. den samlede værdi af den positive population – det samlede beløb for strata af høj og lav værdi, som omfatter operationer, der udelukkes på et senere tidspunkt på baggrund af bestemmelserne i artikel 148)

3)  $TE - 46\,037\,659,40$  EUR

2 % af den samlede populationsværdi, dvs. den maksimale væsentlighedstærskel som nævnt i artikel 28, stk. 11, i Kommissionens Delegerede Forordning

4)  $\sigma_e - 58\,730$

Revisionsmyndigheden har besluttet at anvende historiske data til bestemmelse af standardafvigelse for fejl. Ud fra AA's faglige skøn blev det besluttet at anvende en gennemsnitlig standardafvigelse ud fra tre tidligere stikprøvetagninger: derfor 34 973 97 654 97 654 og 43 564:

$$\sigma_e = \frac{34,973+97,654+43,564}{3} \approx 58\,730$$

5)  $N - 3\,517$

$N = 3\,512 + 5$  (populationsstørrelsen for stratummet af lav værdi, herunder også operationer omfattet af artikel 148 i stratummet af lav værdi, som blev udelukket fra

stikprøvetagningen. I dette tilfælde var fem ud af seks udelukkede operationer under tærskelværdien)

Ud fra ovennævnte parametre blev det fastslået, at stikprøvestørrelsen for stratummet af lav værdi er 45 operationer:

$$n = \left( \frac{3,517 \times 1.036 \times 58,730}{0.02 \times 2,301,882,970 - 0.006 \times 2,301,882,970} \right)^2 \approx 45$$

Stikprøven omfatter således 47 operationer, inklusive to operationer fra stratummet af høj værdi og 45 operationer fra stratummet af lav værdi.

AA har til udvælgelsen af stikprøver i et stratum af lav værdi oprettet en fil med 3 512 operationer, der ikke inkluderer de operationer, som er omfattet af artikel 148, eller operationer fra stratummet af høj værdi. Derefter er en stikprøve på 45 operationer med et samlet beløb på 23 424 898 EUR blevet udvalgt tilfældigt fra denne population.

Ved revisionen af operationerne i stratummet af høj værdi blev en fejl på 469 301 EUR opdaget i en af de to reviderede operationer. Da ingen uregelmæssige udgifter blev opdaget i den anden reviderede operation i dette stratum, var det samlede fejlbeløb i det reviderede stratum af høj værdi 469 301 EUR.

Under revisionen af den resterende stikprøve på 45 tilfældigt udvalgte operationer, blev en samlet fejl på 378 906 EUR opdaget.

### **Estimation af middelværdi pr. enhed**

Under hensyn til resultaterne har AA fastslået, at estimation af middelværdi pr. enhed vil blive anvendt til at projicere fejlene til populationen. Det blev besluttet at projicere fejlen i stratummet af lav værdi direkte til den oprindelige population<sup>69</sup>.

$$EE_{low-value\ stratum} = N_{low-value\ stratum\ of\ original\ population} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}$$

$$EE_{low-value\ stratum} = N \times \frac{\sum_{i=1}^{45} E_i}{n} = 3,517 \times \frac{378,906}{45} \approx 29,613,608.93\ EUR$$

<sup>69</sup> AA kunne også beregne fejlen for den reducerede population og senere justere den til den oprindelige population. En sådan justering kan foretages ved at multiplicere fejlen i den reducerede population ved ratioen  $\frac{N_{low-value\ stratum\ of\ original\ population}}{N_{low-value\ stratum\ of\ reduced\ population}}$ . Det endelige resultat af denne beregning vil være det samme som ved beregning af fejl ved direkte projektion til den oprindelige population, som det ses præsenteret i dette eksempel.

For at beregne den samlede fejl for populationen ved standard simpel tilfældig udvælgelse må AA føje denne ekstrapolerede fejl i stratummet af lav værdi til fejlen i stratummet af høj værdi. Bemærk dog, at en operation fra stratummet af høj værdi blev udelukket fra revisionsproceduren i henhold til bestemmelserne i artikel 148. Derfor skal AA ekstrapolere den fejl, der blev fundet i stratummet af høj værdi, hvorfra en operation blev udelukket, til hele stratummet af høj værdi. Her vil vi beregne fejlen i stratummet af høj værdi efter følgende formel:

$$EE_{original\ high-value\ stratum} = \frac{N_{high-value\ stratum\ of\ original\ population}}{N_{high-value\ stratum\ of\ reduced\ population}} \times \sum_{i=1}^2 E_i = \frac{3}{2} \times 469,301 = 703\ 951,5$$

For at beregne den samlede fejl for den oprindelige population må AA føje den ekstrapolerede fejl fra stratummet af lav værdi til fejlen fra det oprindelige stratum af høj værdi.

$$EE = 29\ 613\ 608,93 + 703\ 951,5 = 30\ 317\ 560,43$$

Den mest sandsynlige fejlforekomst på 30 317 560,43 udgør derfor 1,32 % af den oprindelige populations udgifter.

Præcisionen for den oprindelige population kan beregnes ved hjælp af følgende standardformel<sup>70</sup>:

$$SE_{original} = N_{original} \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

hvor  $N_{oprindelig} = 3\ 517$  (dvs. alle operationer af lav værdi i den oprindelige population). Når det forudsættes, at  $s_e$  andrager 28 199, vil præcisionen for den oprindelige population være 15 316 501,38:

$$SE_{original} = 3,517 \times 1.036 \times \frac{28,199}{\sqrt{45}} \approx 15\ 316\ 501,38$$

Baseret på denne beregning er den øvre fejlgrænse 45 634 061,81 (30 317 560,43 + 15 316 501,38), hvilket er under væsentlighedstærsklen på 2 % af den oprindelige population (46 037 659).

### **Ratioestimation**

---

<sup>70</sup> AA kunne også beregne præcisionen for den reducerede population og senere justere den til den oprindelige population. En sådan justering kan foretages ved at multiplicere præcisionen for den reducerede population ved ratioen  $\frac{N_{low-value\ stratum\ of\ original\ population}}{N_{low-value\ stratum\ of\ reduced\ population}}$ . Det endelige resultat af denne beregning vil være det samme som ved beregning af præcisionen direkte til den oprindelige population, som det ses præsenteret i dette eksempel.

For at illustrere beregningen af den kalkulerede fejl i forbindelse med ratioestimation, antages det, at AA under hensyn til resultaterne har anvendt ratioestimation.

For at beregne fejlen for den reducerede populations stratum af lav værdi anvender AA følgende standardformel:

$$EE_{low\text{-value stratum of reduced population}} = BV_{low\text{-value stratum of reduced population}} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

Følgende data anvendes til beregningen af den kalkulerede fejl for den reducerede populations stratum af lav værdi <sup>71</sup> på grundlag af de resultater, som er beskrevet ovenfor:

$$BV_{stratum af lav værdi med den reducerede population} - 2\,004\,707\,008$$

$$\sum_{i=1}^n E_i - 378\,906 \text{ (samlede konstaterede fejl i stratummet af lav værdi)}$$

$$\sum_{i=1}^n BV_i - 23\,424\,898 \text{ (samlede udgifter anmeldt for 45 reviderede operationer i den vilkårlige stikprøve fra stratummet af lav værdi)}$$

$$EE_{low\text{-value stratum of reduced population}} = 2,004,707,008 \times \frac{378,906}{23,424,898} \approx 32\,426\,844,02$$

Den kalkulerede fejl i stratummet af lav værdi fra den oprindelige population kan findes ved hjælp af følgende formel:

$$EE_{original\ low\text{-value stratum}} = EE_{reduced\ low\text{-value stratum}} \times \frac{BV_{low\text{-value stratum of original population}}}{BV_{low\text{-value stratum of reduced population}}}$$

$$EE_{low\ value stratum of original population} = 32,426,844.02 \times \frac{2,006,876,728}{2,004,707,008} \approx 32\,461\,940,01$$

For at beregne den samlede fejl for populationen ved standardmetoden for simpel tilfældig udvælgelse må AA føje denne ekstrapolerede fejl i stratummet af lav værdi til fejlen i stratummet af høj værdi. Bemærk dog, at en operation fra stratummet af høj værdi blev udelukket fra revisionsproceduren i henhold til bestemmelserne i artikel 148. Derfor skal AA ekstrapolere den fejl, der blev fundet i stratummet af høj værdi, hvorfra en operation blev udelukket, til hele stratummet af høj værdi inklusive denne operation. Her vil vi beregne fejlen i stratummet af høj værdi efter følgende formel:

$$EE_{e\ original} = \sum_{i=1}^2 E_i \times \frac{BV_{e\ original}}{BV_{e\ reduced}} = 469,301 \times \frac{295,006,242}{203,577,481} = 680\,068,95$$

<sup>71</sup> Som præciseret i afsnit 7.10.2 ovenfor kan den kalkulerede fejl i stratummet også projiceres direkte til den oprindelige population (hvilket fører til samme resultat). I dette tilfælde kan følgende formel anvendes:

$$EE_{original\ low\text{-value stratum}} = BV_{original\ low\text{-value stratum}} \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i}$$

For at beregne den samlede fejl for den oprindelige population må AA føje den ekstrapolerede fejl fra stratummet af lav værdi til fejlen fra det oprindelige stratum af høj værdi.

$$EE = 32\,461\,940,01 + 680\,068,95 = 33\,142\,008,96$$

Denne ekstrapolerede fejl fra den oprindelige population udgør 1,44 % af den oprindelige populationsværdi.

Præcisionen for den reducerede population beregnes ved brug af følgende standardformel (som præciseret i afsnit 7.10.2 ovenfor er det ikke muligt at beregne præcisionen direkte for den oprindelige population ved ratioestimation):

$$SE_{reduced\ population} = N_{low-value\ stratum\ of\ reduced\ population} \times z \times \frac{S_q}{\sqrt{n}}$$

I dette eksempel anvendes følgende data til beregning af præcisionen for den reducerede population:

$$N_{reduceret\ population\ fra\ stratummet\ af\ lav\ værdi} = 3\,512$$

$$z = 1,036$$

$$n = 45$$

$S_q$  er standardafvigelsen for variabelen i stikprøven  $q$ :

$$q_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV_i} \times BV_i.$$

hvor:

$$\sum_{i=1}^n E_i = 378\,906 \text{ (samlede konstaterede fejl i stratummet af lav værdi)}$$

$$\sum_{i=1}^n BV_i = 23\,424\,898 \text{ (samlede udgifter anmeldt for 45 reviderede operationer i den vilkårlige stikprøve fra stratummet af lav værdi)}$$

Præcisionen for den oprindelige population skal justeres ved hjælp af formlen:

$$SE_{original\ population} = SE_{reduced\ population} \times \frac{BV_{low\ value\ stratum\ of\ original\ population}}{BV_{low\ value\ stratum\ of\ reduced\ population}} = SE_{reduced\ population} \times \frac{2,006,876,728}{2,004,707,008} = SE_{reduced\ population} \times 1.0011$$

For at beregne den øvre fejlgrænse, skal revisionsmyndigheden tilføje den mest sandsynlige fejlforekomst i den oprindelige population (33 142 008,96 i dette tilfælde) og den beregnede præcision for den oprindelige population (det er  $SE_{reduced\ population} \times 1.0011$  i dette tilfælde). Denne øvre fejlgrænse skal



sammenlignes med væsentlighedstærsklen (46 037 659, hvilket er 2 % af den oprindelige population) for at drage revisionskonklusioner.

## **Bilag 1 – Projektion af tilfældige fejl i forbindelse med identifikationen af systemiske fejl**

### **1. Indledning**

Formålet med dette bilag er at redegøre nærmere for beregningen af kalkulerede tilfældige fejl i forbindelse med identifikationen af systemiske fejl. Identifikationen af en potentiel systemisk fejl indebærer udførelsen af det yderligere arbejde, der er nødvendigt for identifikationen af dens samlede omfang og efterfølgende kvantificering. Dette betyder, at alle de situationer, der eventuelt kan indeholde en fejl af samme type som den, der er konstateret i stikprøven, skal identificeres, hvilket muliggør en afgrænsning af dens samlede indvirkning på populationen. Hvis der ikke foretages en sådan afgrænsning inden indgivelse af ACR, skal de systemiske fejl behandles som tilfældige ved beregningen af den kalkulerede tilfældige fejl.

Den samlede kalkulerede fejl (TPE) er lig med summen af følgende fejl: kalkulerede tilfældige fejl, systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl.

Ved ekstrapoleringen af de tilfældige fejl konstateret i stikprøven til populationen skal revisionsmyndigheden i denne forbindelse subtrahere de systemiske fejl fra den bogførte værdi (samlede attesterede udgifter i referenceperioden), når denne værdi indgår i projektionsformlen som forklaret nedenfor.

Ved estimation af middelværdi pr. enhed<sup>72</sup> og differenceestimering er der ingen ændring i de formler, der angives i vejledningen om projektion af tilfældige fejl. Dette bilag viser to mulige pengeenhedsstikprøvemethoder (en metode, der ikke ændrer formelen, og en metode, der kræver mere komplekse formler for at opnå bedre præcision). Ved ratioestimation kræver projektionen af tilfældige fejl og beregningen af præcision (SE) anvendelse af den samlede bogførte værdi, hvorfra systemiske fejl er fratrukket.

I tilfælde af systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl er den øvre fejlgrænse (ULE) lig med summen af TPE og præcisionen (SE) i alle statistiske stikprøvemethoder. Når der kun er tilfældige fejl, er ULE lig med summen af kalkulerede tilfældige fejl og præcisionen.

I følgende afsnit redegøres nærmere for ekstrapoleringen af tilfældige fejl i tilfælde af systemiske fejl i forbindelse med de vigtigste stikprøveteknikker.

---

<sup>72</sup> Jf. afsnittet om "simpel tilfældig udvælgelse" i vejledningen.

## 2. Simpel tilfældig udvælgelse

### 2.2 Estimation af middelværdi pr. enhed

Projektionen af tilfældige fejl og beregningen af præcision foretages som normalt:

$$EE_1 = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

$$SE_1 = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

hvor  $E_i$  er de tilfældige fejl konstateret i de enkelte stikprøveenheder, og  $s_e$  som vanligt er standardafvigelsen for tilfældige fejl i stikprøven.

Den samlede kalkulerede fejl er lig med summen af kalkulerede tilfældige fejl, systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl.

Denne øvre fejlgrænse (ULE) er lig med summen af den samlede kalkulerede fejl,  $TPE$ , og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = TPE + SE$$

### 2.3 Ratioestimation

Projektionen af den tilfældige fejl er:

$$EE_2 = BV' \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$$

hvor  $BV'$  er populationens samlede bogførte værdi fratrukket systemiske fejl, der tidligere blev afgrænset,  $BV' = BV - \text{systemic errors}$ .  $BV'_i$  er den bogførte værdi af enheden  $i$  fratrukket antallet af systemiske fejl, som påvirker denne enhed.

Fejlprocenten i stikprøven i ovenstående formel beregnes ved at dividere summen af tilfældige fejl i stikprøven med de samlede udgifter (fratrukket systemiske fejl) for enheder i stikprøven (reviderede udgifter).

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen

$$SE_2 = N \times z \times \frac{s_{q'}}{\sqrt{n}}$$

hvor  $s_{q'}$  er standardafvigelsen for variabelen  $q'$ :

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i} \times BV'_i.$$

Denne variabel for hver enhed i stikprøven beregnes som differencen mellem dens tilfældige fejl og differencen mellem dens bogførte værdi (fratrullet systemiske fejl) og fejlprocenten i stikprøven.

Den samlede kalkulerede fejl er lig med summen af kalkulerede tilfældige fejl, systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl.

Denne øvre fejlgrænse (ULE) er lig med summen af den samlede kalkulerede fejl,  $TPE$ , og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = TPE + SE$$

### 3. Differenceestimering

Den kalkulerede tilfældige fejl på populationsniveau kan beregnes som sædvanlig ved at multiplicere den gennemsnitlige tilfældige fejl pr. operation observeret i stikprøven med antallet af operationer i populationen

$$EE = N \times \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.^{73}$$

Dernæst skal den samlede kalkulerede fejl (TPE) beregnes ved at tilføje antallet af systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl til den kalkulerede tilfældige fejl (EE).

Den korrekte bogførte værdi (de faktiske udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret) kan projiceres ved at trække den samlede kalkulerede fejl (TPE) fra den bogførte værdi (BV) i populationen (anmeldte udgifter uden subtraktion af de systemiske fejl). Projektionen af den korrekte bogførte værdi (CBV) er

$$CBV = BV - TER$$

---

<sup>73</sup> Alternativt kan den kalkulerede tilfældige fejl findes ved hjælp af den model, der er foreslået under ratioestimation  $EE_2 = BV \cdot \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{i=1}^n BV'_i}$ .

Projektionens præcision beregnes også her ved hjælp af formlen

$$SE = N \times z \times \frac{s_e}{\sqrt{n}}$$

hvor  $s_e$  er standardafvigelsen for tilfældige fejl i stikprøven.

Inden der drages konklusioner om fejlenes væsentlighed, skal den nedre grænse for den korrigerede bogførte værdi beregnes. Denne nedre grænse er også her lig med

$$LL = CBV - SE$$

Både projectionen af den korrekte bogførte værdi og den øvre grænse skal sammenholdes med differencen mellem den bogførte værdi (anmeldte udgifter) og den maksimale acceptable fejl (TE), der svarer til væsentlighedstærsklen multipliceret med den bogførte værdi:

$$BV - TE = BV - 2\% \times BV = 98\% \times BV$$

Fejlen estimeres i overensstemmelse med afsnit 6.2.1.5 i vejledningen.

#### **4. Pengeenhedsstikprøvemethoden**

I forbindelse med pengeenhedsstikprøvemethoden er der to metoder til at projicere tilfældige fejl og beregne præcisionen i tilfælde af systemiske fejl. De vil blive benævnt *MUS-standardmetoden* og *MUS-ratioestimation*. Den anden metode er baseret på en mere kompleks beregning. Selv om begge metoder kan anvendes i alle scenarier, vil den anden metode generelt føre til mere nøjagtige resultater, når de tilfældige fejl er tættere korreleret med de bogførte værdier korrigeret for systemiske fejl end med de oprindelige bogførte værdier. Når forekomsten af systemiske fejl i populationen er lille, vil den præcision, der opnås ved den anden metode, normalt være meget begrænset, og her kan den første metode være bedst egnet, da den er enkel at anvende.

##### **4.1 MUS-standardmetoden**

Projektion af tilfældige fejl og beregningen af præcision foretages som normalt.

Tilfældige fejl i enheder i det udtømmende stratum og enheder i det ikke-udtømmende stratum projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår det udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveelementer med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien,  $BV_i > \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede fejl i elementerne i stratummet:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

For så vidt angår det ikke-udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien,  $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ , er den kalkulerede tilfældige fejl

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

Bemærk, at de bogførte værdier, der angives i ovenstående formel, henviser til udgifterne **uden** subtraktion af de systemiske fejl. Fejlprocenterne,  $\frac{E_i}{BV_i}$ , skal således beregnes på grundlag af stikprøveenhedernes samlede udgifter, selv om der er blevet konstateret systemiske fejl i de enkelte enheder.

Præcisionen beregnes ligeledes ved hjælp af den sædvanlige formel:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_r$$

hvor  $s_r$  er standardafvigelsen for tilfældige fejlprocenter i stikprøven af det ikke-udtømmende stratum. Disse fejlprocenter skal ligeledes beregnes på grundlag af de oprindelige bogførte værdier,  $BV_i$ , **uden** subtraktion af de systemiske fejl.

Den samlede kalkulerede fejl er lig med summen af kalkulerede tilfældige fejl, systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl.

Denne øvre fejlgrænse (ULE) er lig med summen af den samlede kalkulerede fejl,  $TPE$ , og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = TPE + SE$$

## 4.2 MUS-ratioestimation

Tilfældige fejl i enheder i det udtømmende stratum og enheder i det ikke-udtømmende stratum projiceres til populationen på forskellig vis.

For så vidt angår det udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien, ( $BV_i > \frac{BV}{n}$ ), er den kalkulerede fejl summen af de konstaterede tilfældige fejl i elementerne i stratummet:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

For så vidt angår det ikke-udtømmende stratum, dvs. stratummet med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er mindre end eller lig med tærskelværdien, ( $BV_i \leq \frac{BV}{n}$ ), er den kalkulerede tilfældige fejl

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

hvor  $BV'_s$  er den samlede bogførte værdi for stratummet af lav værdi fratrukket systemiske fejl, der tidligere blev afgrænset inden for samme stratum,  $BV'_s = BV_s - \text{systemic errors in the sampling stratum}$ .  $BV'_i$  er den bogførte værdi af enheden  $i$  fratrukket antallet af systemiske fejl, som påvirker denne enhed.

Præcisionen beregnes ved hjælp af formlen:

$$SE = z \times \frac{BV_s}{\sqrt{n_s}} \times s_{rq}$$

hvor  $s_{rq}$  er standardafvigelsen for fejlprocenter for den **transformerede fejl**  $q'$ . Inden beregningen af denne formel skal værdierne af alle de **transformerede fejl** for alle enheder i stikprøven beregnes:

$$q'_i = E_i - \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}} \times BV'_i.$$

Endelig beregnes standardafvigelsen for fejlprocenter i stikprøven af det ikke-udtømmende stratum ( $s_{rq}$ ) for den transformerede fejl  $q'$  som følger:

$$s_{rq} = \sqrt{\frac{1}{n_s - 1} \sum_{i=1}^{n_s} \left( \frac{q'_i}{BV_i} - \bar{r}q_s \right)^2}$$

hvor  $\bar{r}q_s$  er lig med det simple gennemsnit af de transformerede fejlprocenter i stratumstikprøven

$$\bar{r}q_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{q'_i}{BV_i}}{n_s}$$

Den samlede kalkulerede fejl er lig med summen af kalkulerede tilfældige fejl, systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl.

Den øvre fejlgrænse (ULE) er lig med summen af den samlede kalkulerede fejl (TPE), og ekstrapoleringens præcision

$$ULE = TPE + SE$$

#### 4.3 Konservativ MUS-metode

Ved konservativ MUS-metode frarådes anvendelsen af ratioestimation, da det ikke er muligt at tage hensyn til dens effekt på estimationens præcision. Derfor anbefales det at projicere fejlene og beregne den kalkulerede fejl og præcisionen ved hjælp af de sædvanlige formler (uden fradrag af det beløb, der er påvirket af systemiske fejl, fra udgifterne).

### 5. Ikke-statistisk stikprøvetagning

Hvis projektionen er baseret på estimation af middelværdi pr. enhed, foretages projektionen som vanligt.

Hvis der er et udtømmende stratum, dvs. et stratum med stikprøveenheder med en bogført værdi, der er større end tærskelværdien, er den kalkulerede fejl blot summen af tilfældige fejl konstateret i denne gruppe:

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_e} E_i$$

Hvis enhederne i stikprøvestratummet blev udvalgt med samme sandsynlighed, er den kalkulerede tilfældige fejl som sædvanlig



$$EE_s = N_s \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{n_s}.$$

hvor  $N_s$  er populationsstørrelsen, og  $n_s$  er stikprøvestørrelsen i stratummet af lav værdi.

Hvis der anvendes ratioestimation (med samme sandsynlighed for tilfældig udvælgelse), er projektionen af den tilfældige fejl den samme som præsenteret for simpel tilfældig udvælgelse:

$$EE_{s2} = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} E_i}{\sum_{i=1}^{n_s} BV'_i}$$

hvor  $BV'_s$  er den samlede bogførte værdi af populationen fra det stikprøvestratum, hvorfra de systemiske fejl er fratrukket.  $BV'_i$  er den bogførte værdi af enheden  $i$  fratrukket antallet af systemiske fejl, som påvirker denne enhed.

Hvis enhederne blev udvalgt med sandsynlighed for udvælgelse proportionel med udgifternes størrelse, er den kalkulerede tilfældige fejl i stratummet af lav værdi

$$EE_s = \frac{BV_s}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}$$

hvor  $BV_s$  er den samlede bogførte værdi (**uden** subtraktion af systemiske fejl),  $BV_i$  den bogførte værdi af stikprøveenheden  $i$  (**uden** subtraktion af systemiske fejl), og  $n_s$  stikprøvestørrelsen i stratummet af lav værdi.

Som anført i forbindelse med MUS-metoden, kan ratioestimationsformlen

$$EE_s = BV'_s \times \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{E_i}{BV_i}}{\sum_{i=1}^{n_s} \frac{BV'_i}{BV_i}}$$

også anvendes. Igen er  $BV'_s$  den samlede bogførte værdi for stratummet af lav værdi fratrukket systemiske fejl, der tidligere blev afgrænset inden for samme stratum,  $BV'_s = BV_s - \text{systemic errors in the sampling stratum}$ .  $BV'_i$  er den bogførte værdi af enheden  $i$  fratrukket antallet af systemiske fejl, som påvirker denne enhed.

Den samlede kalkulerede fejl (TPE) er lig med summen af kalkulerede tilfældige fejl, systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl.

## Bilag 2 – Formler til brug for stikprøvetagning over flere perioder

### 1. Simpel tilfældig udvælgelse

#### 1.1 Tre perioder

##### 1.1.1 stikprøvestørrelse

##### Første periode

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times N_{1+2+3} \times \sigma_{ew1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

hvor

$$\sigma_{ew1+2+3}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{1+2+3} = N_1 + N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

##### Anden periode

$$n_{2+3} = \frac{(z \times N_{2+3} \times \sigma_{ew2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

hvor

$$\sigma_{ew2+3}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3}} \sigma_{e3}^2$$

$$N_{2+3} = N_2 + N_3$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3}} n_{2+3}$$

## Tredje periode

$$n_3 = \frac{(z \times N_3 \times \sigma_{e3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$

Noter:

For hver periode skal alle populationsparametre være opdateret med de mest præcise oplysninger, som er til rådighed.

Hvis forskellige tilnærmelser til standardafvigelser i hver periode ikke kan opnås/ikke finder anvendelse, kan den samme værdi for standardafvigelse anvendes på alle perioder. I et sådant tilfælde er  $\sigma_{ew1+2+3}$  lig med den ene standardafvigelse for fejl  $\sigma_e$ .

Parameteret  $\sigma$  er standardafvigelsen fra ekstra data (f.eks. historiske data), og  $s$  er standardafvigelsen fra den reviderede stikprøve. Når  $s$  ikke er tilgængelig, kan den i formlerne erstattes af  $\sigma$ .

### 1.1.2 Projektion og præcision

#### Estimation af middelværdi pr. enhed

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} \right)}$$

#### Ratioestimation

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

## 1.2 Fire perioder

### 1.2.1 Stikprøvestørrelse

#### Første periode

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times N_{1+2+3+4} \times \sigma_{ew1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

hvor

$$\sigma_{ew1+2+3+4}^2 = \frac{N_1}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e1}^2 + \frac{N_2}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{1+2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{1+2+3+4} = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

#### Anden periode

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times N_{2+3+4} \times \sigma_{ew2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2}$$

hvor

$$\sigma_{ew2+3+4}^2 = \frac{N_2}{N_{2+3+4}} \sigma_{e2}^2 + \frac{N_3}{N_{2+3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{2+3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{2+3+4} = N_2 + N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

#### Tredje periode

$$n_{3+4} = \frac{(z \times N_{3+4} \times \sigma_{ew3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2}$$

hvor

$$\sigma_{ew3+4}^2 = \frac{N_3}{N_{3+4}} \sigma_{e3}^2 + \frac{N_4}{N_{3+4}} \sigma_{e4}^2$$

$$N_{3+4} = N_3 + N_4$$

$$n_t = \frac{N_t}{N_{3+4}} n_{3+4}$$

### Fjerde periode

$$n_4 = \frac{(z \times N_4 \times \sigma_{e4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{N_1^2}{n_1} \times s_{e1}^2 - z^2 \times \frac{N_2^2}{n_2} \times s_{e2}^2 - z^2 \times \frac{N_3^2}{n_3} \times s_{e3}^2}$$

Noter:

For hver periode skal alle populationsparametre være opdateret med de mest præcise oplysninger, som er til rådighed.

Hvis forskellige tilnærmelser til standardafvigelser i hver periode ikke kan opnås/ikke finder anvendelse, kan den samme værdi for standardafvigelse anvendes på alle perioder. I et sådant tilfælde er  $\sigma_{ew1+2+3+4}$  lig med den ene standardafvigelse for fejl  $\sigma_e$ .

Parameteret  $\sigma$  er standardafvigelsen fra ekstra data (f.eks. historiske data), og  $s$  er standardafvigelsen fra den reviderede stikprøve. Når  $s$  ikke er tilgængelig, kan den i formlerne erstattes af  $\sigma$ .

### 1.2.2 Projektion og præcision

#### Estimation af middelværdi pr. enhed

$$EE_1 = \frac{N_1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \frac{N_2}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \frac{N_3}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \frac{N_4}{n_4} \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{e1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{e2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{e3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{e4}^2}{n_4} \right)}$$

#### Ratioestimation

$$EE_2 = BV_1 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_1} E_{1i}}{\sum_{i=1}^{n_1} BV_{1i}} + BV_2 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_2} E_{2i}}{\sum_{i=1}^{n_2} BV_{2i}} + BV_3 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}}{\sum_{i=1}^{n_3} BV_{3i}} + BV_4 \times \frac{\sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}}{\sum_{i=1}^{n_4} BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\left( N_1^2 \times \frac{s_{q1}^2}{n_1} + N_2^2 \times \frac{s_{q2}^2}{n_2} + N_3^2 \times \frac{s_{q3}^2}{n_3} + N_4^2 \times \frac{s_{q4}^2}{n_4} \right)}$$

$$q_{ti} = E_{ti} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} E_{ti}}{\sum_{i=1}^{n_t} BV_{ti}} \times BV_{ti}$$

## 2. Pengeenhedsstikprøvemethoden

### 2.1 Tre perioder

#### 2.1.1 Stikprøvestørrelse

##### Første periode

$$n_{1+2+3} = \frac{(z \times BV_{1+2+3} \times \sigma_{rw1+2+3})^2}{(TE - AE)^2}$$

hvor

$$\sigma_{rw1+2+3}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{1+2+3} = BV_1 + BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3}} n_{1+2+3}$$

##### Anden periode

$$n_{2+3} = \frac{(z \times BV_{2+3} \times \sigma_{rw2+3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

hvor

$$\sigma_{rw2+3}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3}} \sigma_{r3}^2$$

$$BV_{2+3} = BV_2 + BV_3$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3}} n_{2+3}$$

##### Tredje periode

$$n_3 = \frac{(z \times BV_3 \times \sigma_{r3})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$



Noter:

For hver periode skal alle populationsparametre være opdateret med de mest præcise oplysninger, som er til rådighed.

Hvis forskellige tilnærmelser til standardafvigelser i hver periode ikke kan opnås/ikke finder anvendelse, kan den samme værdi for standardafvigelse anvendes på alle perioder. I et sådant tilfælde er  $\sigma_{rw1+2+3}$  lig med den ene standardafvigelse for fejl  $\sigma_r$ . Parameteret  $\sigma$  er standardafvigelsen fra ekstra data (f.eks. historiske data), og  $s$  er standardafvigelsen fra den reviderede stikprøve. Når  $s$  ikke er tilgængelig, kan den i formlerne erstattes af  $\sigma$ .

### 2.1.2 Projektion og præcision

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2}$$

## 2.2 Fire perioder

### 2.2.1 Stikprøvestørrelse

#### Første periode

$$n_{1+2+3+4} = \frac{(z \times BV_{1+2+3+4} \times \sigma_{rw1+2+3+4})^2}{(TE - AE)^2}$$

hvor

$$\sigma_{rw1+2+3+4}^2 = \frac{BV_1}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r1}^2 + \frac{BV_2}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{1+2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{1+2+3+4} = BV_1 + BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{1+2+3+4}} n_{1+2+3+4}$$

#### Anden periode

$$n_{2+3+4} = \frac{(z \times BV_{2+3+4} \times \sigma_{rw2+3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2}$$

hvor

$$\sigma_{rw2+3+4}^2 = \frac{BV_2}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r2}^2 + \frac{BV_3}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{2+3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{2+3+4} = BV_2 + BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{2+3+4}} n_{2+3+4}$$

#### Tredje periode

$$n_{3+4} = \frac{(z \times BV_{3+4} \times \sigma_{rw3+4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2}$$

hvor

$$\sigma_{rw3+4}^2 = \frac{BV_3}{BV_{3+4}} \sigma_{r3}^2 + \frac{BV_4}{BV_{3+4}} \sigma_{r4}^2$$

$$BV_{3+4} = BV_3 + BV_4$$

$$n_t = \frac{BV_t}{BV_{3+4}} n_{3+4}$$

## Fjerde periode

$$n_4 = \frac{(z \times BV_4 \times \sigma_{r4})^2}{(TE - AE)^2 - z^2 \times \frac{BV_1^2}{n_1} \times s_{r1}^2 - z^2 \times \frac{BV_2^2}{n_2} \times s_{r2}^2 - z^2 \times \frac{BV_3^2}{n_3} \times s_{r3}^2}$$

Noter:

For hver periode skal alle populationsparametre være opdateret med de mest præcise oplysninger, som er til rådighed.

Hvis forskellige tilnærmelser til standardafvigelse i hver periode ikke kan opnås/ikke finder anvendelse, kan den samme værdi for standardafvigelse anvendes på alle perioder. I et sådant tilfælde er  $\sigma_{rw1+2+3+4}$  lig med den ene standardafvigelse for fejl  $\sigma_r$ .

Parameteret  $\sigma$  er standardafvigelsen fra ekstra data (f.eks. historiske data), og  $s$  er standardafvigelsen fra den reviderede stikprøve. Når  $s$  ikke er tilgængelig, kan den i formlerne erstattes af  $\sigma$ .

### 2.2.2 Projektion og præcision

$$EE_e = \sum_{i=1}^{n_1} E_{1i} + \sum_{i=1}^{n_2} E_{2i} + \sum_{i=1}^{n_3} E_{3i} + \sum_{i=1}^{n_4} E_{4i}$$

$$EE_s = \frac{BV_{1s}}{n_{1s}} \times \sum_{i=1}^{n_{1s}} \frac{E_{1i}}{BV_{1i}} + \frac{BV_{2s}}{n_{2s}} \times \sum_{i=1}^{n_{2s}} \frac{E_{2i}}{BV_{2i}} + \frac{BV_{3s}}{n_{3s}} \times \sum_{i=1}^{n_{3s}} \frac{E_{3i}}{BV_{3i}} + \frac{BV_{4s}}{n_{4s}} \times \sum_{i=1}^{n_{4s}} \frac{E_{4i}}{BV_{4i}}$$

$$SE = z \times \sqrt{\frac{BV_{1s}^2}{n_{1s}} \times s_{r1s}^2 + \frac{BV_{2s}^2}{n_{2s}} \times s_{r2s}^2 + \frac{BV_{3s}^2}{n_{3s}} \times s_{r3s}^2 + \frac{BV_{4s}^2}{n_{4s}} \times s_{r4s}^2}$$

### Bilag 3 – Pålidelighedsfaktorer for MUS

Antal fejl	Risiko for ukorrekt godkendelse									
	1 %	5 %	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %	37 %	40 %	50 %
0	4,61	3,00	2,30	1,90	1,61	1,39	1,20	0,99	0,92	0,69
1	6,64	4,74	3,89	3,37	2,99	2,69	2,44	2,14	2,02	1,68
2	8,41	6,30	5,32	4,72	4,28	3,92	3,62	3,25	3,11	2,67
3	10,05	7,75	6,68	6,01	5,52	5,11	4,76	4,34	4,18	3,67
4	11,60	9,15	7,99	7,27	6,72	6,27	5,89	5,42	5,24	4,67
5	13,11	10,51	9,27	8,49	7,91	7,42	7,01	6,49	6,29	5,67
6	14,57	11,84	10,53	9,70	9,08	8,56	8,11	7,56	7,34	6,67
7	16,00	13,15	11,77	10,90	10,23	9,68	9,21	8,62	8,39	7,67
8	17,40	14,43	12,99	12,08	11,38	10,80	10,30	9,68	9,43	8,67
9	18,78	15,71	14,21	13,25	12,52	11,91	11,39	10,73	10,48	9,67
10	20,14	16,96	15,41	14,41	13,65	13,02	12,47	11,79	11,52	10,67
11	21,49	18,21	16,60	15,57	14,78	14,12	13,55	12,84	12,55	11,67
12	22,82	19,44	17,78	16,71	15,90	15,22	14,62	13,88	13,59	12,67
13	24,14	20,67	18,96	17,86	17,01	16,31	15,70	14,93	14,62	13,67
14	25,45	21,89	20,13	19,00	18,13	17,40	16,77	15,97	15,66	14,67
15	26,74	23,10	21,29	20,13	19,23	18,49	17,83	17,02	16,69	15,67
16	28,03	24,30	22,45	21,26	20,34	19,57	18,90	18,06	17,72	16,67
17	29,31	25,50	23,61	22,38	21,44	20,65	19,96	19,10	18,75	17,67
18	30,58	26,69	24,76	23,50	22,54	21,73	21,02	20,14	19,78	18,67
19	31,85	27,88	25,90	24,62	23,63	22,81	22,08	21,17	20,81	19,67
20	33,10	29,06	27,05	25,74	24,73	23,88	23,14	22,21	21,84	20,67
21	34,35	30,24	28,18	26,85	25,82	24,96	24,20	23,25	22,87	21,67
22	35,60	31,41	29,32	27,96	26,91	26,03	25,25	24,28	23,89	22,67
23	36,84	32,59	30,45	29,07	28,00	27,10	26,31	25,32	24,92	23,67
24	38,08	33,75	31,58	30,17	29,08	28,17	27,36	26,35	25,95	24,67
25	39,31	34,92	32,71	31,28	30,17	29,23	28,41	27,38	26,97	25,67
26	40,53	36,08	33,84	32,38	31,25	30,30	29,46	28,42	28,00	26,67
27	41,76	37,23	34,96	33,48	32,33	31,36	30,52	29,45	29,02	27,67
28	42,98	38,39	36,08	34,57	33,41	32,43	31,56	30,48	30,04	28,67
29	44,19	39,54	37,20	35,67	34,49	33,49	32,61	31,51	31,07	29,67
30	45,40	40,69	38,32	36,76	35,56	34,55	33,66	32,54	32,09	30,67
31	46,61	41,84	39,43	37,86	36,64	35,61	34,71	33,57	33,11	31,67
32	47,81	42,98	40,54	38,95	37,71	36,67	35,75	34,60	34,14	32,67
33	49,01	44,13	41,65	40,04	38,79	37,73	36,80	35,63	35,16	33,67
34	50,21	45,27	42,76	41,13	39,86	38,79	37,84	36,66	36,18	34,67
35	51,41	46,40	43,87	42,22	40,93	39,85	38,89	37,68	37,20	35,67
36	52,60	47,54	44,98	43,30	42,00	40,90	39,93	38,71	38,22	36,67
37	53,79	48,68	46,08	44,39	43,07	41,96	40,98	39,74	39,24	37,67
38	54,98	49,81	47,19	45,47	44,14	43,01	42,02	40,77	40,26	38,67
39	56,16	50,94	48,29	46,55	45,20	44,07	43,06	41,79	41,28	39,67
40	57,35	52,07	49,39	47,63	46,27	45,12	44,10	42,82	42,30	40,67
41	58,53	53,20	50,49	48,72	47,33	46,17	45,14	43,84	43,32	41,67
42	59,71	54,32	51,59	49,80	48,40	47,22	46,18	44,87	44,34	42,67
43	60,88	55,45	52,69	50,87	49,46	48,27	47,22	45,90	45,36	43,67
44	62,06	56,57	53,78	51,95	50,53	49,32	48,26	46,92	46,38	44,67
45	63,23	57,69	54,88	53,03	51,59	50,38	49,30	47,95	47,40	45,67
46	64,40	58,82	55,97	54,11	52,65	51,42	50,34	48,97	48,42	46,67
47	65,57	59,94	57,07	55,18	53,71	52,47	51,38	49,99	49,44	47,67
48	66,74	61,05	58,16	56,26	54,77	53,52	52,42	51,02	50,45	48,67
49	67,90	62,17	59,25	57,33	55,83	54,57	53,45	52,04	51,47	49,67
50	69,07	63,29	60,34	58,40	56,89	55,62	54,49	53,06	52,49	50,67

## Bilag 4 – Værdier for standardnormalfordelingen (z)

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.998650	0.998694	0.998736	0.998777	0.998817	0.998856	0.998893	0.998930	0.998965	0.998999
3.1	0.999032	0.999064	0.999096	0.999126	0.999155	0.999184	0.999211	0.999238	0.999264	0.999289
3.2	0.999313	0.999336	0.999359	0.999381	0.999402	0.999423	0.999443	0.999462	0.999481	0.999499
3.3	0.999517	0.999533	0.999550	0.999566	0.999581	0.999596	0.999610	0.999624	0.999638	0.999650
3.4	0.999663	0.999675	0.999687	0.999698	0.999709	0.999720	0.999730	0.999740	0.999749	0.999758
3.5	0.999767	0.999776	0.999784	0.999792	0.999800	0.999807	0.999815	0.999821	0.999828	0.999835
3.6	0.999841	0.999847	0.999853	0.999858	0.999864	0.999869	0.999874	0.999879	0.999883	0.999888
3.7	0.999892	0.999896	0.999900	0.999904	0.999908	0.999912	0.999915	0.999918	0.999922	0.999925
3.8	0.999928	0.999930	0.999933	0.999936	0.999938	0.999941	0.999943	0.999946	0.999948	0.999950
3.9	0.999952	0.999954	0.999956	0.999958	0.999959	0.999961	0.999963	0.999964	0.999966	0.999967
4.0	0.999968	0.999970	0.999971	0.999972	0.999973	0.999974	0.999975	0.999976	0.999977	0.999978

## Bilag 5 – MS Excel-formler til brug for stikprøvemethoder

Nedenstående formler kan anvendes i MS Excel til beregning af de forskellige parametre, der skal anvendes i forbindelse med disse metoder, og de begreber, der redegøres nærmere for i vejledningen. Der er yderligere oplysninger om formlerne i Excel-hjælpefilen, hvor der redegøres nærmere for de underliggende matematiske formler.

I ovenstående formler betyder (.) en vektor med adressen på de celler, der indeholder værdierne for stikprøven eller populationen.

=AVERAGE(.) : middelværdien af et datasæt

=VAR.S(.) : variansen af et datasæt for en stikprøve

=VAR.P(.) : variansen af et datasæt for en population

=STDEV.S(.) : standardafvigelsen af et datasæt for en stikprøve

=STDEV.P(.) : standardafvigelsen af et datasæt for en population

=COVARIANCE.S(.) : kovarians mellem to variabler i en stikprøve

=COVARIANCE.P(.) : Kovarians mellem to stikprøvevariabler i en population

=RAND(): tilfældigt tal mellem 0 og 1, jævnt fordelt

=SUM(.) : summen af et datasæt

## Bilag 6 – Termliste

Term	Definition
Atypisk fejl	En fejl/forkert oplysning, der påviseligt ikke er repræsentativ for populationen. En statistisk stikprøve er repræsentativ for populationen, og derfor skal unormale fejl kun accepteres i meget ekstraordinære, velbegrundede tilfælde.
Forventet fejl ( <i>AE</i> )	Den forventede fejl kan defineres som det fejlbeløb, revisoren forventer at finde i populationen (efter revision). Med henblik på planlægning af stikprøvestørrelsen sættes den forventede fejl til et maksimum på 4,0 % af populationens bogførte værdi.
Attributudvælgelse	Er en statistisk metode, der kan hjælpe til at bestemme systemets sikkerhedsgrad og estimere fejlprocenten i en stikprøve. Inden for revision anvendes den mest til at anslå afvigelsen fra en foreskrevet kontrol til støtte for revisorens vurdering af kontrolrisikoen.
Revisionssikkerhed	Sikkerhedsmodellen er det modsatte af risikomodelen. Hvis revisionsrisikoen estimeres til 5 %, estimeres revisionssikkerheden til 95 %. Revisionssikkerhedsmodellen anvendes i forbindelse med planlægningen og den underliggende ressourcefordeling til et bestemt program eller en gruppe af programmer.
Revisionsrisiko ( <i>AR</i> )	Revisionsrisikoen er risikoen for, at revisoren afgiver en udtalelse uden forbehold, selv om udgiftsanmeldelsen indeholder væsentlige fejl.
Basispræcision ( <i>BP</i> )	Anvendes til konservativ MUS og er resultatet af prøvetagningsintervallet og pålidelighedsfaktoren (RF) (allerede anvendt til beregning af stikprøvestørrelsen).
Bogført værdi ( <i>BV</i> )	De udgifter, der er attesteret over for Kommissionen for et element (operation/betalingsanmodning), $BV_i, i = 1, 2, \dots, N$ . Den samlede bogførte værdi af en population omfatter summen af bogførte værdier i populationen.

Term	Definition
Konfidensinterval	Det interval, der indeholder den sande (ukendte) populationsværdi (normalt omfanget af fejl eller fejlprocenten), med en vis sandsynlighed (det såkaldte konfidensniveau).
Konfidensniveau	Sandsynligheden for at et konfidensinterval bygget på stikprøvedata indeholder den sande populationsfejl (ukendt).
Kontrolrisiko ( <i>CR</i> )	Er den oplevede risiko for, at en væsentlig fejlinformation i kundens årsregnskab eller underliggende aggregeringsniveauer ikke bliver forhindret, påvist og korrigeret af ledelsens interne kontrolprocedurer.
Korrekt bogført værdi ( <i>CBV</i> )	Den korrekte udgift, som ville være resultatet, hvis alle operationer/betalingsanmodninger i populationen blev revideret, og der ikke blev fundet fejl i populationen.
Opdagelsesrisiko	Er den opfattede risiko for, at en væsentlig fejl i støttemodtagerens årsregnskaber eller underliggende aggregeringsniveauer ikke vil blive påvist af revisoren. Opdagelsesrisici hænger sammen med udførelse af revisioner af operationer.
Differenceestimering	Er en statistisk stikprøvemetode baseret på udvælgelse med samme sandsynlighed. Metoden bygger på en ekstrapolation af fejl i stikprøven. Den ekstrapolerede fejl fratrækkes de samlede anmeldte udgifter i populationen for at estimere de faktiske udgifter i populationen (dvs. de udgifter, der ville blive fundet, hvis alle operationerne i populationen blev revideret).
Fejl ( <i>E</i> )	I denne vejledning er en fejl en kvantificerbar overvurdering af de udgifter, der er anmeldt til Kommissionen. Er differencen mellem den bogførte værdi af det <i>i</i> -te element i stikprøven og den tilsvarende korrigerede bogførte værdi. $E_i = BV_i - CBV_i, i = 1, 2, \dots, N$ . Hvis populationen er stratificeret, anvendes et indeks <i>h</i> til at angive det pågældende stratum: $E_{hi} = BV_{hi} - CBV_{hi}$ , where $i = 1, 2, \dots; N_h, h = 1, 2, \dots, H$ og <i>H</i> er antallet af strata.



<b>Term</b>	<b>Definition</b>
Opregningsfaktor ( <i>EF</i> )	Er en faktor, der anvendes i beregningen af konservativ MUS, når der forventes fejl, baseret på risikoen for ukorrekt godkendelse. Den reducerer stikprøvefejlen. Hvis der ikke forventes fejl, vil den forventede fejl (AE) være nul, og opregningsfaktoren anvendes ikke. Værdierne for opregningsfaktoren findes i afsnit 6.3.4.2 i denne vejledning.
Trinvis voksende usikkerhedsgrad ( <i>IA</i> )	Den trinvis voksende usikkerhedsgrad måler tilvæksten i præcisionsniveauet for hver fejl, der bliver fundet i stikprøven. Denne usikkerhedsgrad anvendes i konservativ MUS-metode og skal lægges til værdien af den grundlæggende præcision, når der er fundet fejl i stikprøven (jf. afsnit 6.3.4.5 i denne vejledning).
Iboende risiko ( <i>IR</i> )	Er den opfattede risiko for, at der kan være en væsentlig fejl i de attesterede udgiftsoversigter til Kommissionen eller underliggende aggregeringsniveauer på grund af manglende interne kontrolprocedurer. Den iboende risiko skal estimeres forud for indledningen af de detaljerede revisionsprocedurer gennem interview med ledelsen og nøglepersonale, gennemgang af kontekstuelle oplysninger såsom organisationsdiagrammer, manualer og interne/eksterne dokumenter.
Uregelmæssighed	Samme betydning som fejl.
Kendt fejl	En fejl konstateret i stikprøven kan betyde, at revisoren opdager en eller flere fejl uden for stikprøven. Disse fejl konstateret uden for stikprøven klassificeres som "kendte fejl". Den konstaterede fejl i stikprøven betragtes som tilfældig og indgår i projektionen. Fejlen i stikprøven, som ledte til identificeringen af kendte fejl, skal derfor ekstrapoleres til hele populationen ligesom enhver anden fejl.

<b>Term</b>	<b>Definition</b>
Væsentlighed	Fejl er væsentlige, hvis de overstiger et vist fejlniveau, der er højere, end hvad der kan anses for at være acceptabelt. En væsentlighedstærskel på højst 2 % gælder for udgifter, der anmeldes til Kommissionen i referenceperioden. Revisionsmyndigheden kan overveje at reducere væsentlighedstærsklen af hensyn til planlægningen (acceptabel fejl). Væsentligheden anvendes som en tærskel til at sammenligne den kalkulerede fejl i udgifter
Maksimal acceptabel fejl ( <i>TE</i> )	Den maksimalt acceptable fejl, der må findes i populationen et givent år, dvs. over hvilket niveau populationen anses for at være behæftet med væsentlige fejl. Med en væsentlighedstærskel på højst 2 % er denne maksimale acceptable fejl således 2 % af de udgifter, der anmeldes til Kommissionen i referenceperioden.
Fejlinformation	Samme betydning som fejl.
Pengeenhedsstikprøvetagning (MUS)	Er en statistisk stikprøvetagning baseret på pengeenheder som en hjælpevariabel i forbindelse med stikprøvetagning. Denne metode er normalt baseret på systematisk udvælgelse, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med størrelse (PPS), dvs. proportionel med stikprøveenhedens pengemæssige værdi (jo højere værdi, desto større sandsynlighed for udvælgelse).
Stikprøvetagning i flere trin	En prøve, der udvælges i trin, hvor hver stikprøveenhed er udtaget fra (større) enheder valgt på det foregående trin. Stikprøveenhederne fra første trin kaldes primære eller første trins enheder tilsvarende for andet trins enheder etc.

Term	Definition
Population	Populationen til stikprøven omfatter de udgifter, der var anmeldt til Kommissionen for operationer i et program eller en gruppe af programmer i referenceperioden, med undtagelse af negative stikprøveenheder (som forklaret nedenfor i afsnit 4.6), og hvor proportionelle kontrolforanstaltninger, der er anført i artikel 148, stk. 1, i forordningen om fælles bestemmelser og artikel 28, stk. 8, i Kommissionens delegerede Forordning (EU) nr. 480/2014, finder anvendelse i forbindelse med stikprøvetagningerne i programmeringsperioden 2014-2020.
Populationsstørrelse ( $N$ )	Er antallet af operationer eller betalingsanmodninger indeholdt i de anmeldte udgifter til Kommissionen i referenceperioden. Hvis populationen er stratificeret, anvendes et $h$ -indeks til at betegne det pågældende stratum, $N_h, h = 1, 2, \dots, H$ , hvor $H$ er antallet af strata.
Planlagt præcision	Den maksimale planlagte stikprøvefejl til bestemmelse af prøvestørrelse, dvs. den maksimale afvigelse mellem den faktiske populationsværdi og overslaget fra stikprøvedata. Er normalt differencen mellem den maksimalt acceptable fejl og den forventede fejl, og den skal sættes til en værdi lavere end (eller lig med) væsentlighedstærsklen.
(Effektiv) præcision ( $SE$ )	Denne fejl forekommer, fordi det ikke er hele populationen, der observeres. Stikprøvetagning indebærer rent faktisk altid fejl ved estimationen (ekstrapoleringen), da revisorens ekstrapolering til hele populationen sker på grundlag af stikprøvedata. Fejlen i denne effektive præcision udtrykker forskellen mellem projektionen af stikprøven (estimatet) og det sande (ukendte) populationsparameter (fejl-værdien). Den udtrykker således den usikkerhed, der er forbundet med projektionen af resultaterne til populationen.

<b>Term</b>	<b>Definition</b>
Kalkuleret/ekstrapoleret fejl ( <i>EE</i> )	Den kalkulerede/ekstrapolerede fejl repræsenterer de tilfældige fejls skønnede indvirkning på populationsniveau.
Kalkuleret tilfældig fejl	Den kalkulerede tilfældige fejl er resultatet af en ekstrapolation af tilfældige fejl, der findes i stikprøven (ved revisioner af operationer) til den samlede population. Proceduren for ekstrapolationen/projektion afhænger af den anvendte stikprøvemetode.
Tilfældig fejl	De fejl, som ikke anses for at være systemiske, kendte eller atypiske, klassificeres som tilfældige fejl. Dette begreb forudsætter, at det er sandsynligt, at tilfældige fejl i den reviderede stikprøve også er til stede i den ikke-reviderede population. Disse fejl skal indgå i beregningen af projektionen af fejl.
Referenceperiode	<p>Termen henviser til den periode, om hvilken AA skal afgive erklæring.</p> <p>For programmeringsperioden 2007-2013 svarer referenceperioden til år N, som den ACR, der blev indgivet ved udgangen af år N+1, refererer til. Der kan gøres undtagelser fra denne regel i forhold til den første ACR og den endelige kontrolrapport, der skal indgives d. 31.3.2017 (jf. vejledning om afslutning).</p> <p>For programmeringsperioden 2014-2020 svarer referenceperioden til regnskabsåret fra 1.7.N til 30.6.N+1, som den ACR, der blev indgivet den 15. februar i år N+2, refererer til.</p>
Pålidelighedsfaktor ( <i>RF</i> )	Pålidelighedsfaktoren RF er en konstant fra Poisson-fordelingen ved en forventet fejl på nul. Den afhænger af konfidensniveauet, og de værdier, der skal anvendes i de enkelte situationer, er angivet i afsnit 6.3.4.2 i denne vejledning.
Risiko for væsentlig fejl	Er produktet af iboende risici og kontrolrisiciene. Risikoen for væsentlig fejl er relateret til resultatet af systemrevisionerne.
Fejlprocent i stikprøve	Fejlprocenten i stikprøven svarer til antallet af uregelmæssigheder påvist ved revisioner af operationer divideret med de reviderede udgifter.

Term	Definition
Stikprøvestørrelse ( $n$ )	Antallet af enheder/elementer, der indgår i stikprøven. Hvis populationen er stratificeret, anvendes et $h$ -indeks til at betegne det pågældende stratum, $n_h, h = 1, 2, \dots, H$ , hvor $H$ er antallet af strata.
Stikprøvefejl	Samme som præcision.
Stikprøveinterval ( $SI$ )	Stikprøveintervallet er det udvælgelsestrin, der anvendes i forbindelse med stikprøvemetoder baseret på systematisk udvælgelse. I forbindelse med metoder, hvor sandsynligheden for udvælgelse er proportionel med udgifterne (såsom MUS-metoden), svarer stikprøveintervallet til forholdet mellem populationens samlede bogførte værdi og stikprøvestørrelsen.
Stikprøvemetode	Stikprøvemetoden omfatter to elementer: stikprøvemodellen (f.eks. samme sandsynlighed, sandsynlighed proportionel med størrelse) og proceduren for projektion (estimation). Disse to elementer udgør grundlaget for beregning af stikprøvestørrelsen og projektion af fejl.
Stikprøveperiode	Ved stikprøvetagning fra to eller flere perioder er stikprøveperioden (eller -perioderne) en del af referenceperioden (normalt tre, fire eller seks måneder). Stikprøveperioden kan også være den samme som referenceperioden.
Stikprøveenhed	En stikprøveenhed er den af de enheder, som en population opdeles i til stikprøvetagning.  Stikprøveenheden kan være en operation eller et projekt under en operation eller en betalingsanmodning fra en støttemodtager.
Simpel tilfældig udvælgelse	Simpel tilfældig udvælgelse er en statistisk stikprøvemetode. Den statistiske enhed, der skal udvælges, er operationen (eller betalingsanmodningen, som forklaret ovenfor). Enheder i stikprøven udvælges tilfældigt med samme sandsynlighed.
Standardafvigelse ( $\sigma$ eller $s$ )	Det er et mål for populationens variabilitet omkring sin middelværdi. Den kan beregnes på grundlag af fejl eller bogførte værdier.

Term	Definition
	Når den beregnes på grundlag af populationen, udtrykkes den normalt med $\sigma$ , og når den beregnes på grundlag af stikprøven, udtrykkes den med $s$ . Jo større standardafvigelse, desto mere heterogen er populationen (stikprøven).
Stratifikation	Opdeling af en population i flere grupper (strata) på grundlag af værdien af en hjælpevariabel (normalt den variabel, der revideres, dvs. udgifternes værdi pr. operation i det reviderede program). Ved stratificeret stikprøvetagning udtages uafhængige stikprøver fra hvert stratum. Stratifikation har to hovedformål: På den ene side gør den det muligt at øge præcisionen (for samme stikprøvestørrelse) eller reducere stikprøvestørrelsen (for samme præcisionsniveau), og på den anden side sikrer den, at delpopulationerne i hvert stratum repræsenteres i stikprøven.
Systemisk fejl	Systemiske fejl er fejl, der konstateres i stikprøverevisjonen, og som har indvirkning på den ikke-reviderede population og forekommer under klart afgrænsede og lignende forhold. Disse fejl har generelt et fælles kendetegn, f.eks. type af operation, sted eller tidsrum. De er generelt forbundet med ineffektive kontrolprocedurer i (dele af) forvaltnings- og kontrolsystemerne.
Acceptabel fejl	Den acceptable fejl er den maksimale acceptable fejlprocent i populationen. Med en væsentlighedstærskel på højst 2 % er den acceptable fejl således 2 % af de udgifter, der attesteres over for Kommissionen i referenceperioden.
Acceptabel fejlinformation	Samme betydning som acceptabel fejl.
Samlet bogført værdi	Samlede udgifter attesteret over for Kommissionen for et program eller en gruppe af programmer svarende til den population, som stikprøven er udtaget fra.

<b>Term</b>	<b>Definition</b>
Samlet fejlprocent ( <i>TER</i> )	Den samlede fejlprocent er lig med summen af følgende fejl: kalkulerede tilfældige fejl, systemiske fejl og ukorrigerede atypiske fejl. Alle fejl skal kvantificeres af revisionsmyndigheden og indgå i TER, med undtagelse af korrigerede atypiske fejl. Samme betydning som den samlede kalkulerede fejlprocent (TPER) eller samlet kalkuleret fejlinformation.
Stikprøvetagning i to trin	En stikprøve, der foretages i to trin, hvor stikprøveenhederne på andet trin (delstikprøveenheder) udvælges fra stikprøveenhederne i hovedstikprøven. Ved ESI-fondes revisioner anvendes typisk en operation på første trin og fakturaer som delstikprøveenheder på andet trin til en stikprøvemodel i to trin.
Øvre fejlgrænse ( <i>ULE</i> )	Denne øvre grænse er lig med summen af den kalkulerede fejl og ekstrapoleringens præcision. Samme betydning som øvre grænse for konfidensinterval, øvre grænse for fejlinformation i populationen og øvre grænse for fejlinformation.
Varians ( $\sigma^2$ )	Kvadratet af standardafvigelsen
<i>z</i>	En parameter for normalfordelingen relateret til det konfidensniveau, der fastsættes på grundlag af systemrevisioner. De mulige værdier for <i>z</i> angives i afsnit 5.3 i denne vejledning.